ICI 514 Optimización Computacional
Tarea 2

Aracelly Balboa, Maximiliano Baranda and Pedro López

Escuela de Ingeniería Informática, Universidad de Valparaíso, Chile
Dr. Rodrigo Olivares
rodrigo.olivares@uv.cl

Resumen Este documento aborda la optimización multiobjetivo de una empresa de venta de inmuebles en su campaña publicitaria. Se busca maximizar la calidad de exposición de anuncios y minimizar el costo total. Se utiliza programación lineal y técnicas de consistencia local para reducir el espacio de búsqueda. Se resuelven dos funciones objetivo mediante programación lineal y algoritmos metaheurísticos. Se evalúan diferentes valores para una variable de activación que determina si se realiza un tipo de anuncio en el diario. Se obtienen soluciones óptimas y se combina la información en un valor único para compararlas. El enfoque propuesto ofrece una estrategia efectiva en la planificación publicitaria. Obteniendo como resultado que la mejor planificación es emitir 25 anuncios en el diario y 30 anuncios en la radio.

1. Introducción

La empresa ABC, dedicada al rubro de ventas de inmuebles tiene un nuevo proyecto de vivienda y desea promocionarlo a través de una campaña publicitaria. Para esto, ha recompilado datos sobre el número estimado de potenciales clientes a quienes podría ofrecer este servicio en diferentes medios de comunicación, como televisión, diarios, revistas y radios.

El objetivo de ABC es diseñar una campaña publicitaria que sea rentable, es decir, establecer una planificación que logre maximizar la calidad de la exposición de todos los anuncios mientras minimiza el costo total. Para lo cual se establecen ciertas restricciones como número de anuncios y limite de gastos.

Lo anterior quiere decir que nos enfrentamos a un problema de optimización multiobjetivo, lo que significa encontrar el conjunto de soluciones Pareto optimal o frente de Pareto.

El problema se modela utilizando el paradigma de programación lineal, donde una vez formulado se debe verificar consistencia local (nodo y arco) para los dominios de cada variable, para finalmente resolverlo mediante la aplicación del procedimiento de la técnica Bald Eagles Search (BES), el cual consiste en un algoritmo de optimización metaheurística inspirado en la naturaleza que imita la estrategia de caza o comportamiento social inteligente de las águilas calvas mientras buscan peces.

1.1. Objetivo General

Resolver un problema de optimización multiobjetivo mediante técnicas de programación lineal para maximizar la calidad de la exposición de anuncios de una empresa mientras se minimiza el costo total.

1.2. Objetivos específicos

- Definir una estrategia de resolución para un problema de optimización.
- Desarrollar de un modelo lineal compuesto de variables de decisión, función objetivo y restricciones para obtener la solución óptima de un problema.
- Desarrollar la técnica Bald Eagles Serch (BES) para obtener la solución óptima.

2. Desarrollo

2.1. Planteamiento/estrategia de resolución

Dado que se busca maximizar la calidad de la exposición de los anuncios pero minimizando su costo total de una empresa del rubro de ventas (ABC) que piensa contratar a una compaña publicitaria. ABC desea tener 5 tipos de anuncios en los medios de comunicación: Televisión tarde y noche, diarios, revistas y radio. Cada medio tiene su valoración y su costo como se muestra a continuación.

- Televisión tarde: Valorización de 65 pts y un costo de 150[um]
- Televisión noche: Valorización de 90 pts y un costo de 300[um]
- Diario: Valorización de 40 pts y un costo de 40[um]
- Revistas: Valorización de 60 pts y un costo de 100[um]
- Radio: Valorización de 20 pts y un costo de 10[um]

Sin embargo existe una cantidad máxima de anuncios por emitir por cada medio (15,10,25,4,30) y la empresa ABC decidió utilizar no mas de 20 anuncios y no gastar mas de 1.800[um] en la televisión, para alcanzar cuanto mucho 50 mil clientes potenciales en todos los medios. Por último si se hacen anuncios en el diario entonces no se pueden hacer anuncios en la televisión por la noche.

Definimos la funciones objetivos (Max y Min), la definición de variables, la variable de activación y las restricciones.

2.1.1. Nodo consistencia Nodo-consistencia es una técnica de consistencia local cuyo procedimiento elimina todos los valores inconsistentes con las restricciones unarias, sobre la variable.

2.1.2. Arco consistencia Arco-consistencia es una técnica de filtraje cuyo procedimiento elimina todos los valores inconsistentes con las restricciones binarias, sobre dos variables. Los pasos a seguir son: generar todos los arcos correspondiente y luego crear las cola de restricciones para iterar sobre la cola de restricciones.

2.2. Desarrollo del modelo

2.2.1. Definición de variables

$$x_1 : Cantidad\ de\ anuncios\ en\ la\ television\ por\ la\ tarde \tag{1}$$

$$x_2 : Cantidad\ de\ anuncios\ en\ la\ television\ por\ la\ noche \tag{2}$$

$$x_3 : Cantidad\ de\ anuncios\ en\ el\ diario \tag{3}$$

$$x_4 : Cantidad\ de\ anuncios\ en\ revistas \tag{4}$$

$$x_5 : Cantidad\ de\ anuncios\ en\ el\ radio \tag{5}$$

2.2.2. Definición de variable de activación

$$y = \begin{cases} 1 & \text{si se hace anuncio en el diario} \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

2.2.3. Funciones Objetivo

$$Maximizar\ z = 65x_1 + 90x_2 + 40x_3 + 60x_4 + 20x_5 \tag{6}$$

$$Minizando\ z = 150x_1 + 300x_2 + 400x_3 + 100x_4 + 10x_5 \tag{7}$$

2.2.4. Restricciones

$$x_1 \leq 15 \tag{8}$$

$$x_2 \leq 10(1-y) \tag{9}$$

$$x_3 \leq 25(y) \tag{10}$$

$$x_4 \leq 4 \tag{11}$$

$$x_5 \leq 30 \tag{12}$$

$$x_1 + x_2 \leq 20 \tag{13}$$

$$150x_1 + 300x_2 \leq 1800 \tag{14}$$

$$1000x_1 + 2000x_2 + 1500x_3 + 2500x_4 + 300x_5 \leq 50000 \tag{15}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{Z}^+ \tag{16}$$

$$y \in \{0,1\} \tag{17}$$

Al tener el definido el modelo se procede a realizar un pre-proceso de los datos, donde se detectan y eliminan instanciaciones de valores en los dominios de las variables que son inconsistentes, es decir descartan nodos del árbol que no pueden participar en ninguna solución. De modo de acortar el dominio del problema. Utilizando las técnicas de consistencia: Nodo-consistencia y Arco consistencia.

2.3. Multi-Objetivo

Al tener mas de una función objetivo hay un conflicto. No se puede mejorar una, sin perjudicar a otra(s). Para ambos casos, el primer paso es resolver cada problema, de manera independiente. Es formalizar un conjunto de funciones objetivos en conflicto:

$$\text{mín}\,|\text{máx}\, F = \langle f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \ldots, f_k(\vec{x})\rangle| \quad (k \in \{1, \ldots, K\}) \tag{18}$$

sujeto a un conjunto de restricciones:

$$g(\vec{x}) : \left.\begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_j \leqslant b_i \\ \sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_j \geqslant b_i \\ \sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_j = b_i \\ x_j \in \mathbb{R}_0^+ \end{array}\right\} \forall\, i \in \{1, \ldots, m\}$$

Se procede a resolver Z_1, se aplicara con primero con $y = 1$ y luego con $y = 0$

$$subproblema1 = \begin{cases} \text{maximizar} f(x) = 65x_1 + 90x_2 + 40x_3 + 60x_4 + 20x_5 \\ x_1 \leq 15 \\ x_2 \leq 0 \\ x_3 \leq 25 \\ x_4 \leq 4 \\ x_5 \leq 30 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ 150x_1 + 300x_2 \leq 1800 \\ 1000x_1 + 2000x_2 + 1500x_3 + 2500x_4 + 300x5 \leq 1800 \end{cases}$$

Para así aplicar Método Simplex al modelo relajado, para obtener el resultado.

$$subproblema1 = \begin{cases} \text{maximizar} f(x) = 65x_1 + 90x_2 + 40x_3 + 60x_4 + 20x_5 \\ x_1 \leq 15 \\ x_2 \leq 10 \\ x_3 \leq 0 \\ x_4 \leq 4 \\ x_5 \leq 30 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ 150x_1 + 300x_2 \leq 1800 \\ 1000x_1 + 2000x_2 + 1500x_3 + 2500x_4 + 300x5 \leq 1800 \end{cases}$$

Aplicando Metodo Simplex al modelo relajado, para obtener el resultado.
Se procede a resolver Z_2, se aplicara con primero con $y = 1$ y luego con $y = 0$

$$subproblema1 = \begin{cases} \text{minimizar} f(x) = 150x_1 + 300x_2 + 40x_3 + 100x_4 + 10x_5 \\ x_1 \leq 15 \\ x_2 \leq 0 \\ x_3 \leq 25 \\ x_4 \leq 4 \\ x_5 \leq 30 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ 150x_1 + 300x_2 \leq 1800 \\ 1000x_1 + 2000x_2 + 1500x_3 + 2500x_4 + 300x_5 \leq 1800 \end{cases}$$

Aplicando Metodo Simplex al modelo relajado, para obtener el resultado.

$$subproblema1 = \begin{cases} \text{minimizar} f(x) = 150x_1 + 300x_2 + 40x_3 + 100x_4 + 10x_5 \\ x_1 \leq 15 \\ x_2 \leq 10 \\ x_3 \leq 0 \\ x_4 \leq 4 \\ x_5 \leq 30 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ 150x_1 + 300x_2 \leq 1800 \\ 1000x_1 + 2000x_2 + 1500x_3 + 2500x_4 + 300x_5 \leq 1800 \end{cases}$$

Aplicando Método Simplex al modelo relajado, para obtener el resultado.
Obtenido el valor de Z, el paso siguiente es calcular la nueva función objetivo Scalarizing, bajo la siguiente estructurar normalizada:

$$\text{min} \mid \text{max}\ \mathcal{F}^{\text{new}} = \sum_{(p,q)_{p \neq q} \in K} \underbrace{\frac{f_p(\vec{x})}{e_p(\vec{x}^{\text{best}})}\omega_p}_{\text{max}} + \underbrace{\frac{\hat{c} - f_q(\vec{x})}{\hat{c} - e_q(\vec{x}^{\text{best}})}\omega_q}_{\text{min}}$$

- $\omega(k, p, q)$: representa las ponderaciones. El valor es definido por juicio experto.
- $f(p, q)(\vec{x})$: representa la función objetivo del problema original.
- $e(p, q)(x^{\vec{best}})$: representa el valor óptimo alcanzado de manera independiente.
- c: representa una cota superior para una función objetivo de minimización.

y se debe cumplir:

$$\sum_{k \in K} \omega_k = 1, \quad \omega_k \geq 0 \tag{19}$$

2.4. Técnicas de consistencia

Obtenido el modelo del problema, se procede a aplicar las técnicas de consistencia, comenzando por la técnica de Nodo-consistencia en las restricciones 8, 9, 10, 11 y 12. Sin embargo, antes de aplicar la técnica de nodo-consistencia, es importante tener en cuenta que la variable x_3 tiene una variable de activación, representada por la variable y, que puede tomar dos valores: 0 o 1.

Si la variable y tiene un valor de 1, la restricción se convierte en una restricción unaria. En este caso, la restricción se vuelve accesible para la técnica de nodo-consistencia, como se muestra en la Figura 11.

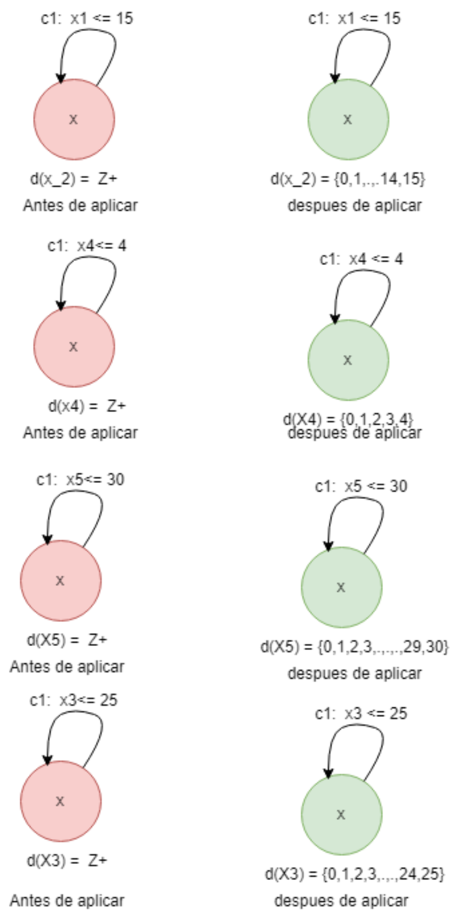

Figura 1: Nodo-consistencia a los dominios x_1, x_3, x_4, x_5

Los nuevos dominios quedan:

$$d(x_1) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\} \quad (20)$$

$$d(x_4) = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} d(x_5) = \{&0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \\ &18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} d(x_3) = \{&0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \\ &18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25\} \end{aligned} \quad (23)$$

Además, en la variable x_2 también se tiene una variable de activación, lo cual implica que si y tiene un valor de 0, la restricción asociada a x_2 se convierte en una restricción unaria.

Aplicando la técnica de nodo-consistencia en la restricción de x_2, la restricción actualizada queda de la siguiente manera:

Figura 2: Arcos de X_1 entre X_2

El nuevo dominio de x_2 queda:

$$d(x_2) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10\} \quad (24)$$

Obtenidos los dominios a través de la técnica de consistencia Nodo-consistencia, se procede a utilizar la técnica de consistencia Arco-consistencia siguiendo sus pasos correspondientes. En este caso, se aplicarán estas técnicas en las variables x_1 y x_2. Se considera que x_1 y x_2 tienen los siguientes dominios: $d(x_1) = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15$ y $d(x_2) = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Sobre estas variables, se aplicarán las restricciones 13 y 14.

El primer paso en la técnica de Arco-consistencia es generar todos los arcos correspondientes. Esta información se muestra en la figura 3.

c1: $x_1 \leq 20 - x_2$
c'1: $20 - x_2 \geq x_1$

c2: $150x_1 \leq 1800 - 300x_2$

c'2: $1800 - 300x_2 \geq 150x_1$

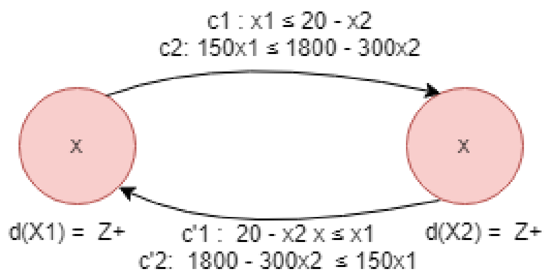

Figura 3: Arcos de X_1 entre X_2

Obtenido el primer paso, el siguiente es Crear las cola de restricciones para iterar sobre la cola de restricciones.

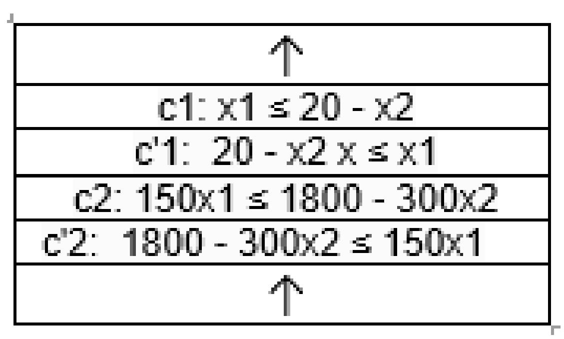

Figura 4: Operaciones del arco consistencia entre X1 y X2

Finalmente, luego de itrar la cola de restricciones, el diagrama de grado de las grafo pasa de:

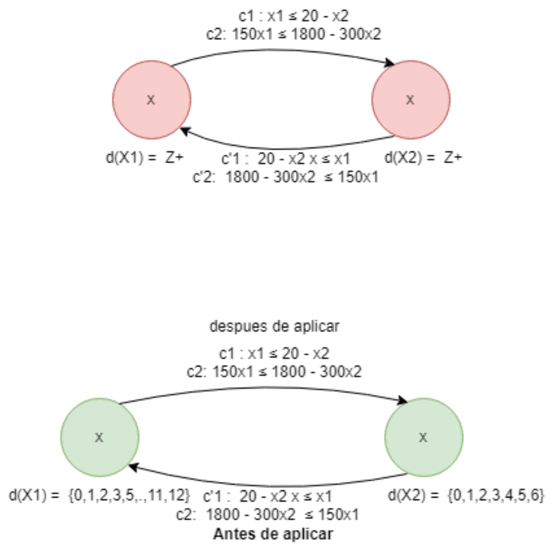

Figura 5: Operaciones del arco consistencia entre X1 y X2 después de aplicar

Los nuevos dominios quedan:

$$d(x_1) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12\} \tag{25}$$

$$d(x_2) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \tag{26}$$

Al tener los dominios restringidos de las variables de decisión, procedemos a evaluar las funciones objetivo. Sin embargo, como se mencionó anteriormente en el punto 2.5, al tener más de una función objetivo se genera un conflicto. Esto implica que no se puede mejorar una función objetivo sin perjudicar a otra(s).

Por lo tanto, en primer lugar, resolveremos la función objetivo Z_1, pero se aplicará primero con $y = 1$ y luego con $y = 0$.

Resolviendo Z_1 con $y = 1$

$$subproblema1 = \left\{ \begin{array}{c} \text{maximizar} f(x) = 65x_1 + 90x_2 + 40x_3 + 60x_4 + 20x_5 \\ x_1 \leq 15 \\ x_2 \leq 0 \\ x_3 \leq 25 \\ x_4 \leq 4 \\ x_5 \leq 30 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ 150x_1 + 300x_2 \leq 1800 \\ 1000x_1 + 2000x_2 + 1500x_3 + 2500x_4 + 300x_5 \leq 1800 \end{array} \right.$$

Aplicando el método Simplex al modelo relajado utilizando el software de Zweigmedia (s.f.), se obtuvo el siguiente resultado final.

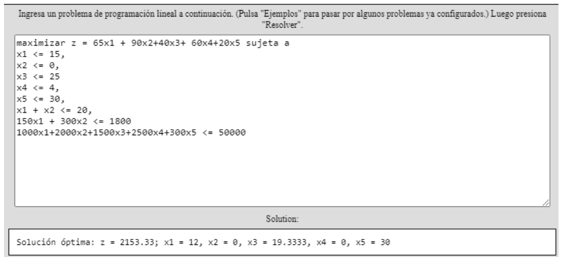

Figura 6: Método simplex a Z_1 con y=1

Por lo tanto, el resultado final es Z= 2153,33 , $x_1 = 12$, $x_2 = 0$, $x_3 = 19{,}333$, $x_4 = 0$, $x_5 = 30$.

Resolviendo Z_1 con $y = 0$

$$subproblema1 = \begin{cases} \text{maximizar} f(x) = 65x_1 + 90x_2 + 40x_3 + 60x_4 + 20x_5 \\ x_1 \leq 15 \\ x_2 \leq 10 \\ x_3 \leq 0 \\ x_4 \leq 4 \\ x_5 \leq 30 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ 150x_1 + 300x_2 \leq 1800 \\ 1000x_1 + 2000x_2 + 1500x_3 + 2500x_4 + 300x5 \leq 1800 \end{cases}$$

Aplicando el método Simplex al modelo relajado utilizando el software de Zweigmedia (s.f.), se obtuvo el siguiente resultado final.

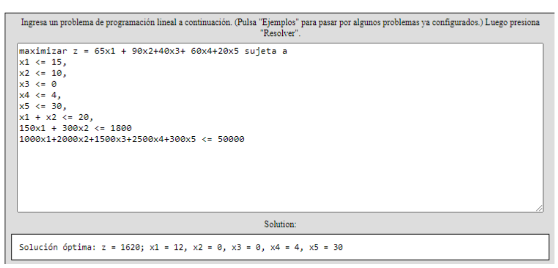

Figura 7: Método simplex a Z_1 con y=1

Por lo tanto, el resultado final es Z= 1620 , $x_1 = 12$, $x_2 = 0$, $x_3 = 19{,}333$, $x_4 = 4$, $x_5 = 30$.

Se puede apreciar que al utilizar $y = 1$ como valor en el problema de maximización, se obtiene un mejor valor para la función objetivo

Ahora procedemos a evaluar la función objetivo de minimización, Z_2, aplicando primero el caso de $y = 1$ y luego el caso de $y = 0$.

$$
subproblema1 = \begin{cases} \text{minimizar} f(x) = 150x_1 + 300x_2 + 40x_3 + 100x_4 + 10x_5 \\ x_1 \leq 15 \\ x_2 \leq 0 \\ x_3 \leq 25 \\ x_4 \leq 4 \\ x_5 \leq 30 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ 150x_1 + 300x_2 \leq 1800 \\ 1000x_1 + 2000x_2 + 1500x_3 + 2500x_4 + 300x5 \leq 1800 \end{cases}
$$

Aplicando el método Simplex al modelo relajado utilizando el software de Zweigmedia (s.f.), se obtuvo el siguiente resultado final.

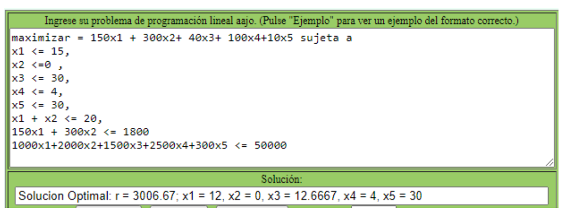

Figura 8: Método simplex a Z_2 con y=1

$$
subproblema1 = \begin{cases} \text{minimizar} f(x) = 150x_1 + 300x_2 + 40x_3 + 100x_4 + 10x_5 \\ x_1 \leq 15 \\ x_2 \leq 10 \\ x_3 \leq 0 \\ x_4 \leq 4 \\ x_5 \leq 30 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ 150x_1 + 300x_2 \leq 1800 \\ 1000x_1 + 2000x_2 + 1500x_3 + 2500x_4 + 300x5 \leq 1800 \end{cases}
$$

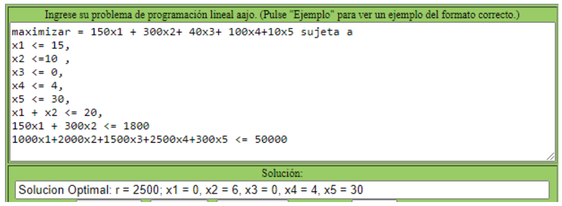

Figura 9: Método simplex a Z_2 con y=0

Según se observa en la figura, se puede apreciar que en el problema de minimización se utiliza la técnica de maximización. Esto se debe a que se busca encontrar el peor punto del problema original de minimización, pero utilizando la estrategia de maximizar.

En particular, se puede observar en la figura que para el valor de $y = 1$, se obtiene el peor punto en términos de minimización. Esto implica que se alcanza el costo más alto, con un valor de $Z = 3006{,}67$.

Una vez obtenido esto, el siguiente paso consiste en calcular la nueva función objetivo Scalarizing siguiendo la estructura descrita en el punto 2.5 sobre cómo calcularla.

Reemplazando los valores en la función, se obtiene:

$$0{,}5\left(\frac{65x_1 + 90x_2 + 40x_3 + 60x_4 + 20x_5}{2{,}153,33}\right) + 0{,}5\left(\frac{3006{,}67 - (150x_1 + 300x_2 + 40x_3 + 100x_4 + 10x_5)}{3006{,}67 - 0}\right) \tag{27}$$

En este contexto, las ponderaciones, representadas por la función $\omega(k, p, q)$, fueron definidas mediante nuestro juicio experto. Considerando que ambas partes tienen la misma importancia, asignamos un valor de 0.5 a cada una de ellas.

2.5. Técnica Bioinspirada : Bald Eagles Search

Después de obtener la nueva función objetivo, se nos pide aplicar la técnica *Bald Eagle Search* (BES). Esta técnica se inspira en la estrategia de caza y comportamiento social inteligente de las águilas calvas mientras buscan peces. El proceso de caza de las águilas calvas se divide en tres etapas distintas:

2.5.1. Selección del espacio

En esta etapa, el águila selecciona el espacio que contiene la mayor cantidad de presas. En el contexto del problema, esto implica identificar las regiones del espacio de búsqueda que tienen un mayor potencial para encontrar soluciones óptimas.

2.5.2. Búsqueda en el espacio

Una vez seleccionado el espacio, el águila se mueve dentro de él para buscar presas. En el contexto del problema, esto se traduce en explorar y evaluar diferentes puntos dentro del espacio de búsqueda en busca de soluciones que maximicen la función objetivo.

2.5.3. Determinación del mejor punto de caza En esta etapa final, el águila se balancea desde la mejor posición identificada previamente y determina el punto óptimo para cazar. En el problema, esto se traduce en seleccionar el mejor punto encontrado durante la búsqueda como la solución óptima.

3. Implementación

3.1. Tecnologías utilizadas

Para la implementación del algoritmo se utilizo el lenguaje de programación Python, junto con las librerías Math y Random. La facilidad de desarrollo y la orientación a objetos han sido utilizados para mantener una implementación ordenada y simple de comprender.

3.2. Estructura de implementación

Se han creado tres clases principales, la clase Problema, que contiene la definición del problema que ya hemos modelado anteriormente, junto con los dominios en los que se encuentran las variables de decisión y las restricciones que deben respetar. Además contiene un método para evaluar una solución con respecto a la función mono-objetivo resultante de la normalización que hemos realizado con anterioridad.

La clase Agente contiene una instancia de la clase problema (para validar el movimiento de cada agente con respecto a los dominios específicos), cada uno tendrá de atributos un listado con el punto en el que se encuentra dentro de la dimensión del problema, en este caso tenemos 6 variables de decisión, por lo que cada agente tendrá una lista de dimensión 6, y cada variable de la lista representará el punto dentro del dominio donde se encuentra la variable. Además, se han implementado en está clase los movimientos del algoritmo BES (”Select Stage”, ”Search in Spacez ”Swoop”) en diferentes métodos.

Por último la clase Swarm contiene varias instancias de la clase agente, y se han creado métodos para controlar el flujo de movimiento de todas los agentes. Además es donde están los métodos para la recolección de información.

Con esta simple implementación permitimos que el programa sea utilizado para diversos problemas, de modo que la implementación es general a problemas mono-objetivo con cualquier dimensión de variables de decisión, con el pre requisito al usuario de plantear el problema y definir el dominio de las variables de decisión.

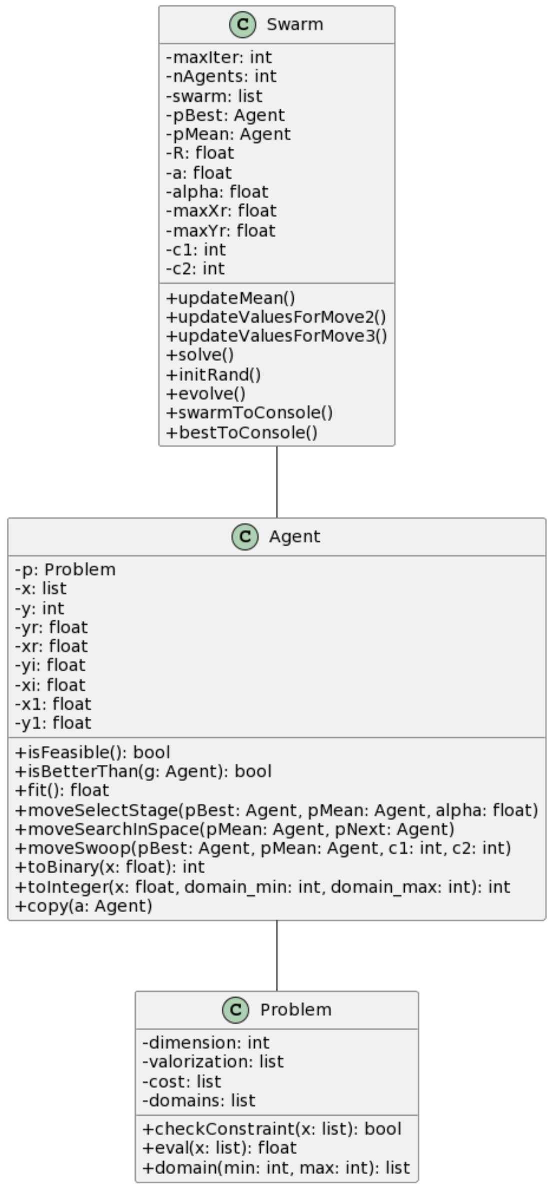

Figura 10: Clases del Algoritmo

el codigo puede ser revisado y descargado en el repositorio de GITHUB[4].

4. Resultados

Al aplicar la técnica Bald Eagle Search (BES) en el problema, se llevó a cabo un proceso exhaustivo de búsqueda utilizando los movimientos generados por el algoritmo BES. Inspirado en la estrategia de caza de las águilas calvas, este algoritmo exploró diversas soluciones potenciales dentro del espacio de búsqueda. La solución obtenida mediante la aplicación de la técnica BES representó la mejor aproximación a la solución óptima del problema planteado. Se utilizaron 25 agentes en diferentes iteraciones, incluyendo 100, 200, 300 y 400. La figura 10 muestra el resultado obtenido.

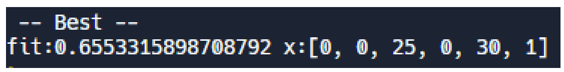

Figura 11: Mejor Solución encontrada

Como se puede apreciar en la figura, la aplicación de la técnica BES dio como resultado un valor de la función objetivo de $Z = 0{,}6553315898708732$. Esto se logró con las siguientes asignaciones de variables: $X_1 = 0$, $X_2 = 0$, $X_3 = 25$, $X_4 = 5$ y $X_5 = 30$. Además, la variable de activación y se estableció en $y = 1$.

Estos valores representan la solución óptima obtenida mediante la aplicación de la técnica BES en el problema, lo cual demuestra la efectividad de esta técnica en la búsqueda de soluciones prometedoras

5. Pruebas Computacionales

Está sección analiza el desempeño del algoritmo BES en el problema especificado. Primero presentaremos la solución del problema propuesto a través de métodos completos, de modo de tener un punto óptimo de comparación de la implementación. Para luego analizar el desempeño del algoritmo en varias iteraciones y con diferentes parámetros.

5.1. Solución del problema a través de métodos completos

Se ha utilizado el software MiniZinc para conseguir las soluciones óptimas al problema. se han seleccionado los siguientes pesos para realizar las pruebas.

Caso 1: $wp = 0{,}5 \quad ; \quad wq = 0{,}5$

Caso 2: $wp = 0{,}7 \quad ; \quad wq = 0{,}3$

Caso 3: $wp = 0{,}3 \quad ; \quad wq = 0{,}7$

los resultados obtenidos utilizando MiniZinc con la configuración de resolución ÇOIN BC 2.10.10”son:

caso 1: $X1 = 0;\ X2 = 0;\ X3 = 25;\ X4 = 0;\ X5 = 30;\ Y1 = 1$
caso 2: $X1 = 11;\ X2 = 0;\ X3 = 20;\ X4 = 0;\ X5 = 30;\ Y1 = 1$
caso 3: $X1 = 0;\ X2 = 0;\ X3 = 0;\ X4 = 0;\ X5 = 30;\ Y1 = 0$

estos serán nuestros puntos de comparación para los resultados que obtengamos con el algoritmo.

5.2. Resultados iniciales del Algoritmo

para la solución de estos tres casos hemos utilizado un máximo de iteración de iteraciones de 50 y un numero estándar de agentes de 25, siendo las mejores soluciones obtenidas las siguientes:

Caso 1: $x1 = 0;\ x2 = 0;\ x3 = 25;\ x4 = 0;\ x5 = 30;\ x6 = 1$
Caso 2: $x1 = 11;\ x2 = 0;\ x3 = 20;\ x4 = 0;\ x5 = 30;\ x6 = 1$
Caso 3: $x1 = 0;\ x2 = 0;\ x3 = 0;\ x4 = 0;\ x5 = 30;\ x6 = 0$

5.3. Análisis de resultados

se probó el algoritmo con diferente parámetros para calcular la eficacia en la resolución del problema del mismo. Para este análisis solo se utilizó el caso 1.

Máximo de Iteraciones	Promedio	Mejor	Peor	Mediana	Desv. Estándar	Rango Intercuartil
30	0.6516	0.6553	0.6420	0.6526	0.0036	0.0046
40	0.6519	0.6553	0.6471	0.6525	0.0029	0.0053
50	0.6529	0.6553	0.6471	0.6527	0.0027	0.0030
60	0.6528	0.6553	0.6474	0.6527	0.0020	0.0023
70	0.6534	0.6553	0.6494	0.6527	0.0021	0.0029

Figura 12: tabla de datos de prueba

el fit de las soluciones otorgadas mejora en promedio mientras más iteraciones se generan, aún cuando en cualquiera de los rangos de iteraciones se genera la solución óptima como mejor caso, sin embargo, el peor caso mejora correlativamente.

La convergencia hacia la solución óptima también mejor al aumentar las iteraciones, haciendo que la desviación estándar se disminuya consistentemente.

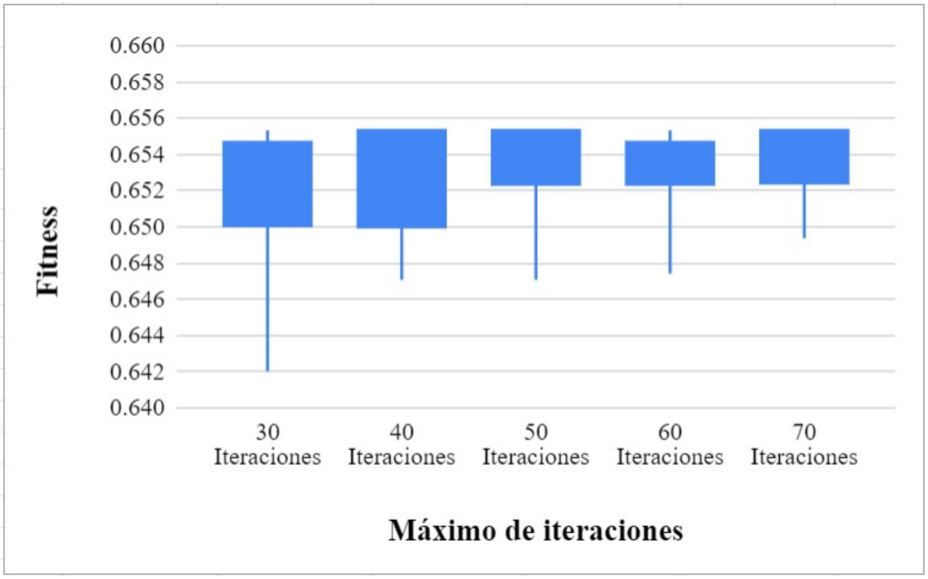

Figura 13: Convergencia

5.4. Frontera de pareto

Para análizar el camino que sigue el algoritmo para encontrar la solución, hemos utilizado un metodo completo para calcular todas las soluciones posibles del problema, y a su vez generado la frontera de pareto para ver su avance.

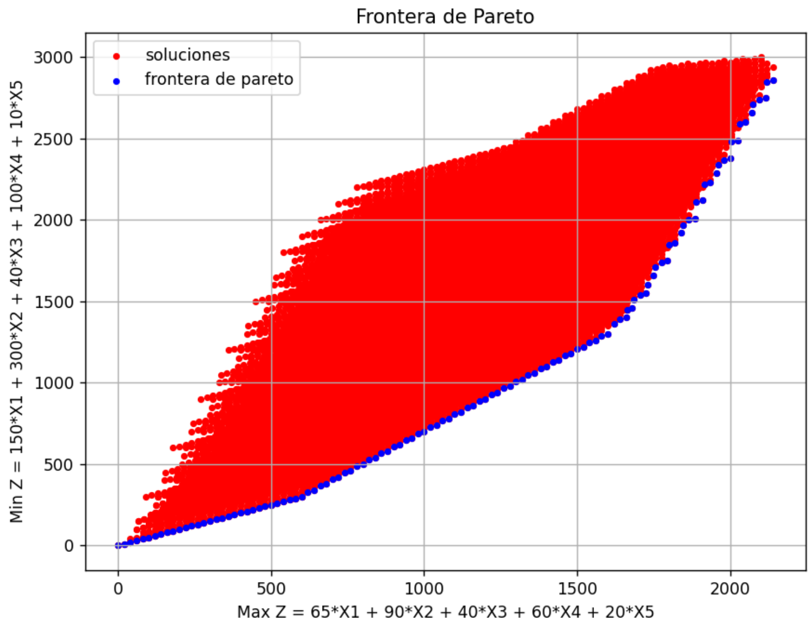

Figura 14: Movimiento Pbest en el espacio solución

5.5. Soluciones en la frontera de Pareto

Al realizar la búsqueda de solución el Pbest se acerca a la frontera de Pareto anteriormente mostrada. este movimiento lo hace a través de 50 iteraciones.

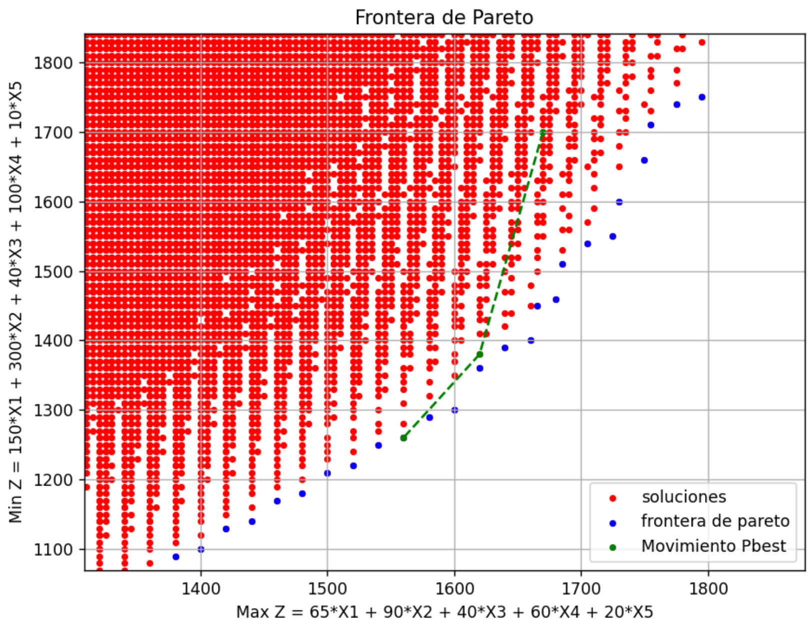

Figura 15: Movimiento Pbest en el espacio solución

6. Conclusión

Se abordó la optimización multiobjetivo de una empresa de venta de inmuebles en su campaña publicitaria, buscando maximizar la calidad de exposición de anuncios y minimizar el costo total. Para resolver este problema, se utilizó el paradigma de programación lineal y se aplicaron técnicas de consistencia local para reducir el espacio de búsqueda. Además, se resolvieron dos funciones objetivo mediante programación lineal y algoritmos metaheurísticos.

Los objetivos planteados fueron cumplidos de manera satisfactoria. Se definió una estrategia de resolución para el problema de optimización, se desarrolló un modelo lineal compuesto de variables de decisión, funciones objetivo y restricciones, y se implementó la técnica Bald Eagles Search (BES) para obtener la solución óptima.

El trabajo realizado tiene un potencial impacto en la planificación publicitaria de la empresa ABC. Al obtener soluciones óptimas, se puede diseñar una campaña publicitaria rentable, maximizando la calidad de exposición de anuncios y minimizando los costos. Esto permite a la empresa alcanzar a un máximo número de clientes potenciales en diferentes medios de comunicación, cumpliendo con las restricciones establecidas.

En cuanto a proyecciones o trabajo futuro, este enfoque puede aplicarse a otros problemas de optimización multiobjetivo en diferentes industrias y sectores. Además, se podrían explorar otras técnicas de optimización y metaheurísticas para comparar su eficacia en este contexto específico.

Referencias

1. Prof. Dr. Rodrigo Olivares Ordenes: Programación Lineal, ICI 514 - Optimización computacional
2. "Herramienta Método Simplex". https://www.zweigmedia.com/MundoReal/simplex.html (accedido el 19 de julio de 2023).
3. Novel meta-heuristic bald eagle search optimisation algorithm Autores:H. A. Alsattar, A. A. Zaidan, B. B. ZaidanRevista:Artificial Intelligence ReviewVolumen:53Edición:3Año:2019Páginas:2237—2264
4. Repositorio de GitHub - https://github.com/ssstefany/BES.git