

#### 4.2.1 TASAS DE INTERÉS NOMINAL Y EFECTIVAS PERIÓDICAS



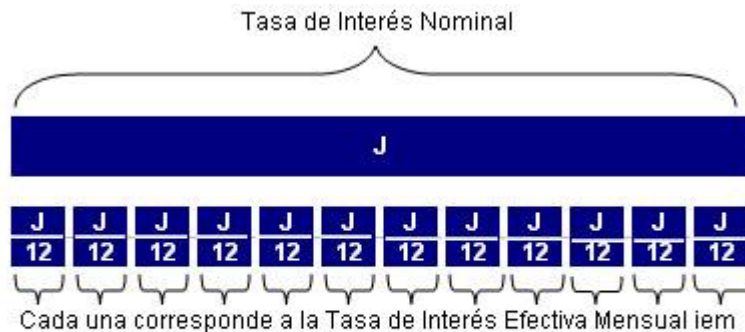
Si nos hablan de una Tasa de Interés del 12% inmediatamente debemos asumir:

- Que se trata de una Tasa de Interés Nominal.
- Que es anual si no dicen nada en contrario.
- Que la puedo dividir o liquidar en períodos mas cortos simplemente dividiéndola por el número de veces que se va a liquidar durante el año.
- Que la puedo representar en este curso con la letra  $J$ .
- El número de veces que se va a liquidar en el año se expresa en este curso con la letra  $n$ .
- Que al dividir la nominal por el número de veces que se va a liquidar durante el año encuentro la tasa de interés efectiva periódica.

##### Información suministrada

- Una tasa de interés  $J$ .
- Que se va a liquidar mes vencido.
- $n = 12$

##### Cálculo que se realiza



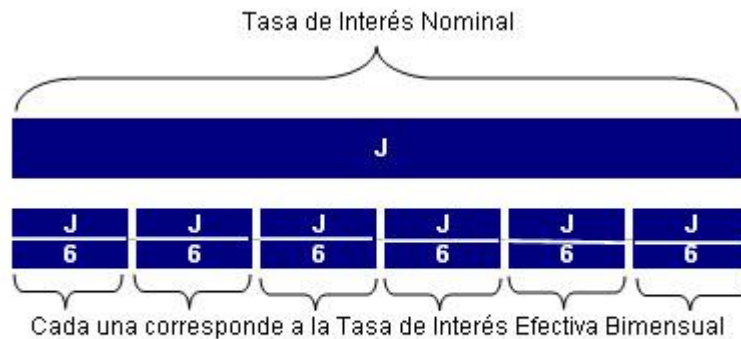
$$iem = \frac{J}{n} = \frac{J}{12}$$

- Un capital de 100.000
- Se coloca a una tasa de interés del 12%
- Liquidada mes vencido MV

P	100.000,00		
J	12,00%		
n	12		
iem	1,00%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	1.000,00	1.000,00	101.000,00
2	1.010,00	1.010,00	102.010,00
3	1.020,10	1.020,10	103.030,10
4	1.030,30	1.030,30	104.060,40
5	1.040,60	1.040,60	105.101,01
6	1.051,01	1.051,01	106.152,02
7	1.061,52	1.061,52	107.213,54
8	1.072,14	1.072,14	108.285,67
9	1.082,86	1.082,86	109.368,53
10	1.093,69	1.093,69	110.462,21
11	1.104,62	1.104,62	111.566,83
12	1.115,67	1.115,67	112.682,50

Observe

- Una tasa de interés J.
- Que se va a liquidar bimestre vencido.
- $n = 6$



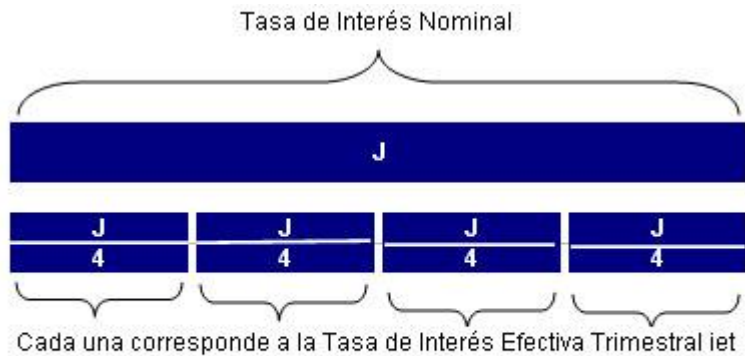
$$ieb = \frac{J}{n} = \frac{J}{6}$$

- Un capital de 100.000
- Se coloca a una tasa de interés del 12%
- Liquidada bimensual vencido BV

P	100.000,00		
J	12,00%		
n	6		
ieb	2,00%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	2.000,00	2.000,00	102.000,00
2	2.040,00	2.040,00	104.040,00
3		2.080,80	106.120,80
4		2.122,42	108.243,22
5		2.164,86	110.408,08
6		2.208,16	112.616,24

Observe

- Una tasa de interés  $J$ .
- Que se va a liquidar trimestre vencido.
- $n = 4$



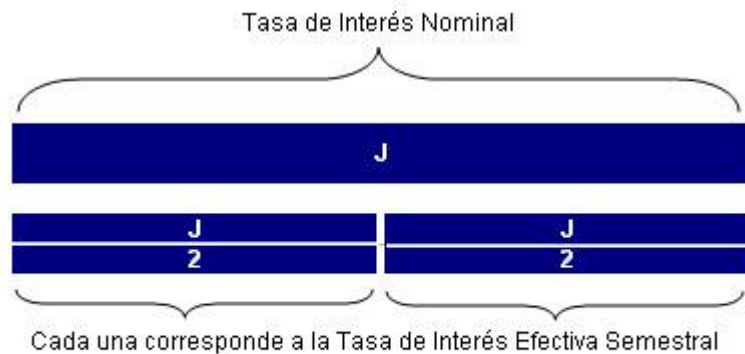
$$iet = \frac{J}{n} = \frac{J}{4}$$

- Un capital de 100.000
- Se coloca a una tasa de interés del 12%
- Liquidada trimestre vencido TV

P	100.000,00		
J	12,00%		
n	4		
iet	3,00%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	3.000,00	3.000,00	103.000,00
2	3.090,00	3.090,00	106.090,00
3		3.182,70	109.272,70
4		3.278,18	112.550,88

← Observe

- Una tasa de interés  $J$ .
- Que se va a liquidar semestre vencido.
- $n = 2$



$$ies = \frac{J}{n} = \frac{J}{2}$$

- Un capital de 100.000
- Se coloca a una tasa de interés del 12%
- Liquidada semestre vencido SV

P	100.000,00		
J	12,00%		
n	2		
ies	6,00%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	6.000,00	6.000,00	106.000,00
2	6.360,00	6.360,00	112.360,00

Observe

#### En conclusión

- Una misma tasa de interés nominal.
- Un mismo capital
- A medida que aumenta el número de veces que se liquida la tasa en el año el valor futuro que produce ese capital aumenta.

n	F
12	112.682,50
6	112.616,24
4	112.550,88
2	112.360,00

- El valor futuro F de un capital sometido a una tasa de interés J liquidada n veces en el año está dado por:

$$F = P \left( 1 + \frac{J}{n} \right)^n$$

#### 4.2.2.PROBLEMA



##### ENUNCIADO DEL PROBLEMA:

Una entidad lo contrata para que desarrolle una herramienta por medio de la cual la persona que se encarga de suministrar información al público pueda:

- Ingresar la Tasa de Interés Nominal.
- El número de períodos de liquidación.
- El capital que piensa depositar el cliente o ahorrador.

Automáticamente debe suministrar:

- La tasa de interés efectiva ya sea mensual, bimestral, trimestral, semestral.
- En una Tabla de Capitalización que se genere en forma automática y liquide los intereses de cada período de acuerdo con la tasa calculada.
- Arroje el Valor Futuro de la operación.



- Desarrolle el archivo correspondiente.

#### 4.2.3 EQUIVALENCIA DE TASAS



Así como dos operaciones financieras son equivalentes si obtienen el mismo resultado económico aunque no sean iguales, dos tasas de interés aunque no sean iguales pueden ser equivalentes si obtienen el mismo resultado económico.

Esta unidad está dedicada a la equivalencia de Tasas de Interés.

Trabajaremos con una Tasa Conocida, y buscaremos una Tasa Incógnita que sea equivalente.



#### 4.2.4 EQUIVALENCIA DE TASAS NOMINALES

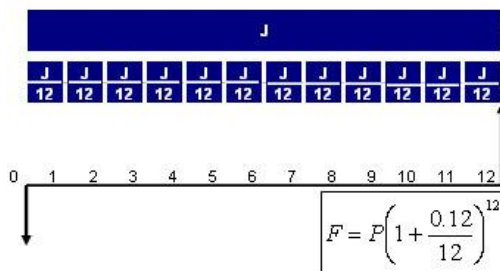


A continuación trabajaremos las técnicas para encontrar dos tasas de Interés Nominales diferentes, con diferentes períodos de liquidación, equivalentes.

Partimos de una Tasa Conocida para encontrar la Tasa Incógnita.

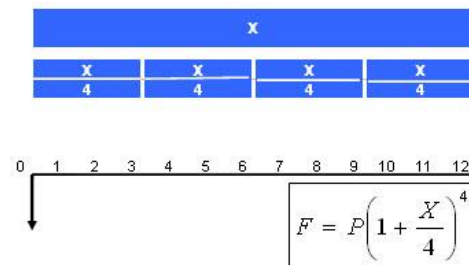
##### Tasa Conocida

- Si coloco un capital P a un año a una tasa del 12% liquidada M.V. obtengo un Valor Futuro F.



##### Tasa Incógnita

- Cual es la tasa X (Nominal) que liquidada TV con la cual si coloco el mismo P a un año obtengo el mismo Valor Futuro F.



Como los Valores Futuros F son los mismos se pueden igualar las dos ecuaciones.

$$\left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} = \left(1 + \frac{X}{4}\right)^4$$

$$X = 0.121204$$

- Con la tasa del 12% M.V. Si colocamos un P de 100.000 el resultado obtenido es:
- Con la tasa del 12.1204% T.V. Si colocamos un P de 100.000 el resultado obtenido es:

P	100.000,00		
J	12,000000%		
n	12		
iem	1,000000%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	1.000,00	1.000,00	101.000,00
2	1.010,00	1.010,00	102.010,00
3	1.020,10	1.020,10	103.030,10
4	1.030,30	1.030,30	104.060,40
5	1.040,60	1.040,60	105.101,01
6	1.051,01	1.051,01	106.152,02
7	1.061,52	1.061,52	107.213,54
8	1.072,14	1.072,14	108.285,67
9	1.082,86	1.082,86	109.368,53
10	1.093,69	1.093,69	110.462,21
11	1.104,62	1.104,62	111.566,83
12	1.115,67	1.115,67	112.682,50

P	100.000,00		
J	12,12040000%		
n	4		
iet	3,03010000%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	3.030,10	3.030,10	103.030,10
2	3.121,92	3.121,92	106.152,02
3	3.216,51	3.216,51	109.368,53
4	3.313,98	3.313,98	112.682,50

EN CONCLUSIÓN: Las dos Tasas de Interés, el 12% MV, y el 12.1204% TV. son tasas EQUIVALENTES

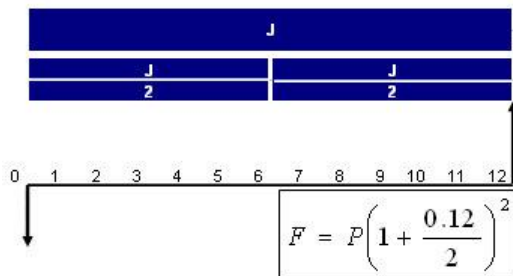
12% MV



12.1204% TV

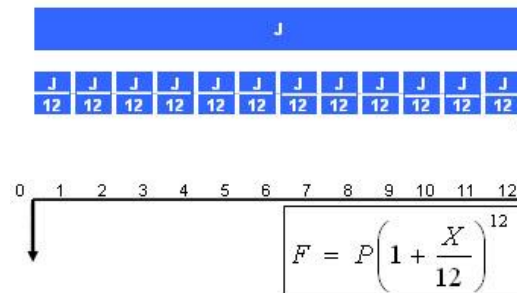
#### Tasa Conocida

- Si coloco un capital P a una tasa del 12% liquidada SV a un año obtengo un Valor Futuro F.



#### Tasa Incógnita

- Cual es la tasa X (Nominal) que liquidada MV con la cual si coloco el mismo P a un año obtengo el mismo Valor Futuro F.



Como los Valores Futuros F son los mismos, se pueden igualar las dos ecuaciones.

$$\left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^2 = \left(1 + \frac{X}{12}\right)^{12}$$

$$X = 0.11710553$$

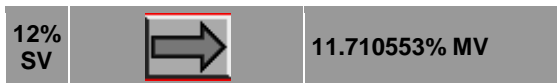
- Con la tasa del 12% SV. Si colocamos un P de 100.000 a un año el resultado obtenido es:
- Con la tasa del 11.710553% MV. Si colocamos un P de 100.000 a un año el resultado obtenido es:



P	100.000,00		
J	12,000000%		
n	2		
ies	6,000000%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	6.000,00	6.000,00	106.000,00
2	6.360,00	6.360,00	112.360,00

P	100.000,00		
J	11,71055300%		
n	12		
iem	0,97587942%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	975,88	975,88	100.975,88
2	985,40	985,40	101.961,28
3	995,02	995,02	102.956,30
4	1.004,73	1.004,73	103.961,03
5	1.014,53	1.014,53	104.975,57
6	1.024,43	1.024,43	106.000,00
7	1.034,43	1.034,43	107.034,43
8	1.044,53	1.044,53	108.078,96
9	1.054,72	1.054,72	109.133,68
10	1.065,01	1.065,01	110.198,69
11	1.075,41	1.075,41	111.274,10
12	1.085,90	1.085,90	112.360,00

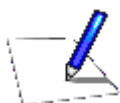
EN CONCLUSIÓN: Las dos Tasas de Interés, el 12% S.V., y el 11.710553% M.V. son tasas EQUIVALENTES



#### 4.2.5 PROBLEMA



**ENUNCIADO DEL PROBLEMA:** Prepare el planteamiento algebraico para resolver los siguientes puntos, pues puede ser llamado al tablero durante la clase para exponerlos.



- Dada una Tasa de 24% MV



- Encuentre la Tasa Equivalente TV

- Dada una Tasa de 32% SV

- Encuentre la Tasa Equivalente BV

- Dada una Tasa de 24% TV

- Encuentre la Tasa Equivalente MV

- Dada una Tasa de 36% MV

- Encuentre la Tasa Equivalente TV

- Dada una Tasa de 42% SV

- Encuentre la Tasa Equivalente MV

- Dada una Tasa de 18% BV

- Encuentre la Tasa Equivalente TV

- Dada una Tasa de 32% TV

- Encuentre la Tasa Equivalente SV

- Dada una Tasa de 16% MV

- Encuentre la Tasa Equivalente TV

- Dada una Tasa de 16% SV

- Encuentre la Tasa equivalente MV

#### 4.2.6 PROBLEMA



**ENUNCIADO DEL PROBLEMA:** Prepare un archivo con el cual pueda realizar lo siguiente.

Se suministra una Tasa de Interés y sus períodos de liquidación, que pueden ser MV, BV, TV o SV.

Se suministra un valor P y automáticamente genere la Tabla de Capitalización.

Se suministra unos períodos de liquidación diferentes y automáticamente encuentra la Tasa Nominal Equivalente y genere la Tabla de Capitalización.

Las dos tablas deben quedar visibles y ser comparables fácilmente.



- Desarrolle el archivo correspondiente

#### 4.2.7 EQUIVALENCIA ENTRE TASA NOMINAL Y EFECTIVA ANUAL



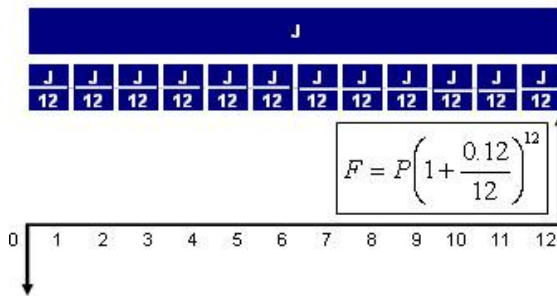
Si nos hablan de una Tasa de Interés del 12% EA inmediatamente debemos asumir:

- Que se trata de una Tasa de Interés Efectiva Anual.
- Que no la puedo dividir o liquidar en períodos mas cortos, pues únicamente se liquida una vez durante el año.
- Que la puedo representar en este curso con las letras *iea*.

A continuación trabajaremos las técnicas para encontrar la Tasa de Interés Efectiva Anual equivalente a una Tasa de Interés Nominal liquidada *n* veces.

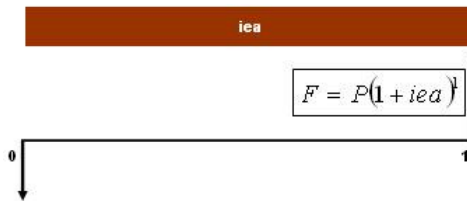
##### Tasa Conocida

- Si coloco un capital *P* a una tasa del 12% liquidada *MV* obtengo un Valor Futuro *F*.



##### Tasa Incógnita

- Cual es la Tasa de Interés Efectiva Anual, con la cual si coloco el mismo *P* obtengo el mismo Valor Futuro *F*.



Como los Valores Futuros *F* son los mismos se pueden igualar las dos ecuaciones

$$F = P \left( 1 + \frac{J}{12} \right)^{12}$$

$$F = P (1 + iea)^1$$

$$iea = \left( 1 + \frac{J}{12} \right)^{12} - 1$$

$$iea = (1.01)^{12} - 1$$

$$iea = 0.126825$$

- Con la tasa del 12% *MV*. Si colocamos un *P* de 100.000 el resultado obtenido es:
- Con la tasa del 12.6825% *EA*. Si colocamos un *P* de 100.000 el resultado obtenido es:

P	100.000,00		
J	12,000000%		
n	12		
iem	1,000000%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	1.000,00	1.000,00	101.000,00
2	1.010,00	1.010,00	102.010,00
3	1.020,10	1.020,10	103.030,10
4	1.030,30	1.030,30	104.060,40
5	1.040,60	1.040,60	105.101,01
6	1.051,01	1.051,01	106.152,02
7	1.061,52	1.061,52	107.213,54
8	1.072,14	1.072,14	108.285,67
9	1.082,86	1.082,86	109.368,53
10	1.093,69	1.093,69	110.462,21
11	1.104,62	1.104,62	111.566,83
12	1.115,67	1.115,67	112.682,50

P	100.000,00		
iea	12,6825%		
n	1		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	12.682,50	12.682,50	112.682,50

EN CONCLUSIÓN: Las dos Tasas de Interés, el 12% MV., y el 12.6825% EA. son tasas EQUIVALENTES

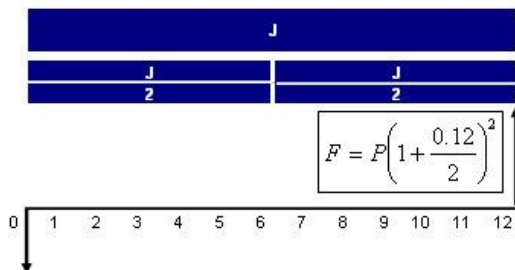
12%  
MV



12.6825% EA

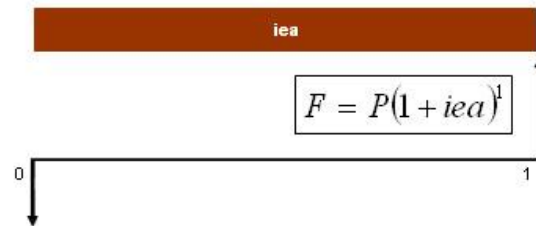
#### Tasa Conocida

- Si coloco un capital P a una tasa del 12% liquidada SV. obtengo un Valor Futuro F.



#### Tasa Incógnita

- Cual es la Tasa de Interés Efectiva Anual, con la cual si coloco el mismo P obtengo el mismo Valor Futuro F.



Como los Valores Futuros F son los mismos se pueden igualar las dos ecuaciones

$$F = P \left( 1 + \frac{0.12}{2} \right)^2$$

$$F = P(1 + iea)^1$$

$$iea = \left( 1 + \frac{0.12}{2} \right)^2 - 1$$

$$iea = (1.006)^2 - 1$$

$$iea = 0.1236$$

- Con la tasa del 12% SV. Si colocamos un P de 100.000 el resultado obtenido es:
- Con la tasa del 12.36% EA. Si colocamos un P de 100.000 el resultado obtenido es:

P	100.000,00		
J	12,000000%		
n	2		
ies	6,000000%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	6.000,00	6.000,00	106.000,00
2	6.360,00	6.360,00	112.360,00

P	100.000,00		
iea	12,3600%		
n	1		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	12.360,00	12.360,00	112.360,00

EN CONCLUSIÓN: Las dos Tasas de Interés, el 12% SV., y el 12.36% EA. son tasas EQUIVALENTES



EN CONCLUSIÓN

- Una Tasa de Interés Nominal
- En la medida que aumentan los períodos de liquidación en el año la Tasa de Interés Efectiva Anual Equivalente Aumenta.
- La Tasa de Interés Efectiva Anual equivalente a una Tasa Nominal liquidada n períodos en el año está dada por

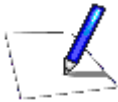
J	n	iea
12,00%	12	12,6825%
	6	12,6162%
	4	12,5509%
	2	12,3600%


$$iea = \left( 1 + \frac{J}{n} \right)^n - 1$$

#### 4.2.8 PROBLEMA



**ENUNCIADO DEL PROBLEMA:** Prepare el planteamiento algebraico para resolver los siguientes puntos, pues puede ser llamado al tablero durante la clase para exponerlos.



- |   |   |  |
|---|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una Tasa de 24% MV</li> </ul> |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentre la Tasa de Interés EA equivalente.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una Tasa de 32% SV</li> </ul> |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentre la Tasa de Interés EA equivalente.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una Tasa de 24% TV</li> </ul> |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentre la Tasa de Interés EA equivalente.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una Tasa de 36% MV</li> </ul> |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentre la Tasa de Interés EA equivalente.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una Tasa de 42% SV</li> </ul> |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentre la Tasa de Interés EA equivalente.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una Tasa de 18% BV</li> </ul> |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentre la Tasa de Interés EA equivalente.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una Tasa de 32% TV</li> </ul> |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentre la Tasa de Interés EA equivalente.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una Tasa de 16% MV</li> </ul> |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentre la Tasa de Interés EA equivalente.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una Tasa de 16% SV</li> </ul> |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentre la Tasa de Interés EA equivalente.</li> </ul> |



#### 4.2.9 PROBLEMA



##### ENUNCIADO DEL PROBLEMA:

Prepare un archivo con el cual pueda realizar lo siguiente.

Se suministra una Tasa de Interés y sus períodos de liquidación, que pueden ser MV, BV, TV o SV.

Se suministra un valor P y automáticamente genere la Tabla de Capitalización.

Automáticamente encuentre la Tasa de Interés Efectiva Anual y genere la Tabla de Capitalización.

Las dos tablas deben quedar visibles y ser comparables fácilmente.



- Desarrolle el archivo correspondiente



#### 4.2.10 EQUIVALENCIA DE TASAS EFECTIVA ANUAL Y NOMINAL

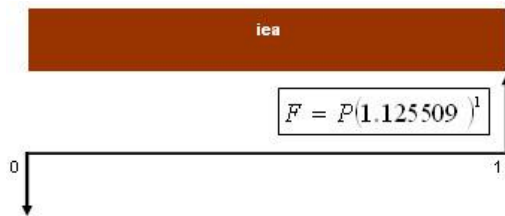


A continuación trabajaremos las técnicas para encontrar la Tasa de Interés Nominal liquidada n veces equivalente una Tasa de Interés Efectiva Anual.

Partimos de una Tasa Conocida para encontrar la Tasa Incógnita.

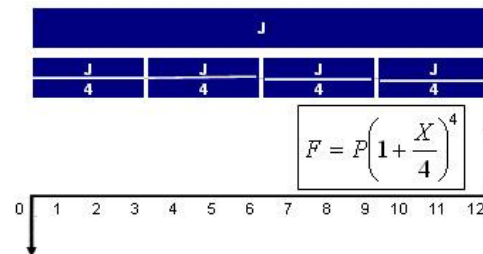
##### Tasa Conocida

- Si coloco un capital P a una tasa del 12.5509% EA. a un año obtengo un Valor Futuro F.



##### Tasa Incógnita

- Cual es la Tasa de Interés TV, con la cual si coloco el mismo P obtengo el mismo Valor Futuro F.



Como los Valores Futuros F son los mismos se pueden igualar las dos ecuaciones

$$\begin{aligned}
 F &= P(1.125509) \\
 F &= P\left(1 + \frac{X}{4}\right)^4 \\
 1.125509 &= \left(1 + \frac{X}{4}\right)^4 \\
 1.03 &= 1 + \frac{X}{4} \\
 X &= 0.12
 \end{aligned}$$

- Con la tasa del 12.5509% EA. Si colocamos un P de 100.000 el resultado obtenido es:
- Con la tasa del 12% TV. Si colocamos un P de 100.000 el resultado obtenido es:

P	100.000,00		
iea	12,5509%		
n	1		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	12.550,88	12.550,88	112.550,88

P	100.000,00		
J	12,000000%		
n	4		
iet	3,000000%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	3.000,00	3.000,00	103.000,00
2	3.090,00	3.090,00	106.090,00
3	3.182,70	3.182,70	109.272,70
4	3.278,18	3.278,18	112.550,88

EN CONCLUSIÓN: Las dos Tasas de Interés, el 12.5509% EA., y el 12.00% TV son tasas EQUIVALENTES

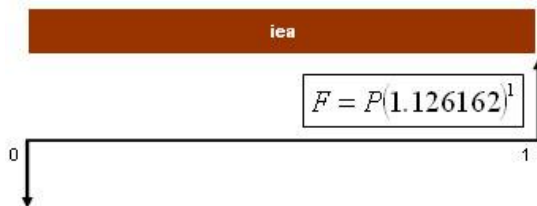
12.5509% EA



12.6825% TV.

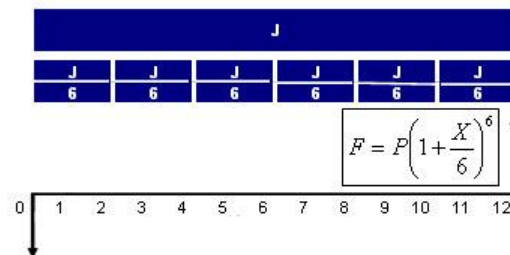
#### Tasa Conocida

- Si coloco un capital P a una tasa del 12.6162% EA a un año obtengo un Valor Futuro F.



#### Tasa Incógnita

- Cual es la Tasa de Interés BV, con la cual si coloco el mismo P obtengo el mismo Valor Futuro F.



Como los Valores Futuros F son los mismos se pueden igualar las dos ecuaciones

$$\begin{aligned}
 F &= P(1.126162)^1 \\
 F &= P\left(1 + \frac{X}{6}\right)^6 \\
 1 + \frac{X}{6} &= 1.020000 \\
 X &= 0.120000
 \end{aligned}$$

- Con la tasa del 12.6162% EA. Si colocamos un P de 100.000 el resultado obtenido es:
- Con la tasa del 12.% BV. Si colocamos un P de 100.000 el resultado obtenido es:

P	100.000,00		
iea	12,6162%		
n	1		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	12.616,24	12.616,24	112.616,24

P	100.000,00		
J	12,000000%		
n	6		
ieb	2,000000%		
n	Intereses	Abono a Capital	F
0			100.000,00
1	2.000,00	2.000,00	102.000,00
2	2.040,00	2.040,00	104.040,00
3	2.080,80	2.080,80	106.120,80
4	2.122,42	2.122,42	108.243,22
5	2.164,86	2.164,86	110.408,08
6	2.208,16	2.208,16	112.616,24

EN CONCLUSIÓN: Las dos Tasas de Interés, el 12.6162% EA , y el 12% BV. son tasas EQUIVALENTES

12.6162% EA



12% BV

EN CONCLUSIÓN

- La Tasa de Interés Nominal liquidada n veces equivalente a una Tasa de Interés Efectiva Anual está dada por

$$J = \left[ \left( 1 + iea \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \times n$$

#### 4.2.11 PROBLEMA



**ENUNCIADO DEL PROBLEMA:** Prepare el planteamiento algebraico para resolver los siguientes puntos, pues puede ser llamado al tablero durante la clase para exponerlos.



- Dada una Tasa de 24% EA
- Dada una Tasa de 32% EA
- Dada una Tasa de 24% EA
- Dada una Tasa de 36% EA
- Dada una Tasa de 42% EA
- Dada una Tasa de 18% EA
- Dada una Tasa de 32% EA
- Dada una Tasa de 16% EA
- Dada una Tasa de 16% EA



- Encuentre la Tasa de Interés MV equivalente.
- Encuentre la Tasa de Interés TV equivalente.
- Encuentre la Tasa de Interés BV equivalente.
- Encuentre la Tasa de Interés SV equivalente.
- Encuentre la Tasa de Interés MV equivalente.
- Encuentre la Tasa de Interés BV equivalente.
- Encuentre la Tasa de Interés TV equivalente.
- Encuentre la Tasa de Interés SV equivalente.
- Encuentre la Tasa de Interés MV equivalente.

#### 4.2.12 PROBLEMA



##### ENUNCIADO DEL PROBLEMA:

Prepare un archivo con el cual pueda realizar lo siguiente.

Se suministra una Tasa de Interés Efectiva Anual.

Se suministra un valor  $P$  y automáticamente genere la Tabla de Capitalización.

Se suministran los períodos de liquidación, que pueden ser MV, BV, TV o SV de una Tasa de Interés Nominal que se debe calcular.

Automáticamente encuentre la Tasa de Interés Nominal y genere la Tabla de Capitalización.

Las dos tablas deben quedar visibles y ser comparables fácilmente.



- Prepare el archivo correspondiente