이산수학 HW#1,

- 교육시스템에 자필로 푼 것을 스캔 또는 사진으로 찍어 제출,
- 만일 여러 페이지 이면 스캔한 다음 하나의 파일로 모아서 제출할 것.

다음 질문에 O, X로 답하시오.

1. 3 x 5는 명제이다. x / 참 거짓을 명확히 판단할 수 없다.

2. 배타적 논리합은 p와 q 두 명제 중에서 둘 다 T일 때 참이다. x / 배타적 논리합은 두 명제의 진리값이 서로 다를 때 T이다.

3. 명제와 그의 대우는 항상 논리적 동치관계이다. ○

4. 조건문 $p \rightarrow q$에서 p가 F이면 그 결과는 q와 관계없이 무조건 F가 된다. X / 함축에서 전제(P)가 거짓이면 결론(q)의 진리값에 관계없이 T이다.

5. 추론 $p, p \rightarrow q \vdash q$는 허위 추론이다. X /

P	q	P → q	P ∧ (P → q)	P ∧ (P → q) → q
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

→ 항진명제이므로 유효추론이다.

6. 조건 논리에서 가정인 p가 F이면, 결과는 무조건 F이다. X F → F, F → T 모두 참이다.

7. $p \rightarrow q$와 $\sim p \vee q$는 논리적 동치이다. ○

8. $\sim(p \vee \sim p)$는 항진 명제 이다. X / $p \vee \sim p$ 가 항진명제이므로 $\sim(p \vee \sim p)$ 는 모순명제이다.

9. 'x는 여자이다.'에서 x는 변수이며 '여자이다'는 술어가 된다. ○

10. 전체 한정자에서는 $p(x)$를 만족시키는 x가 적어도 하나 존재하여야 한다. X / 전체 한정자에서는 모든 x가 $P(x)$를 만족시켜야한다.

11. '모든 학생은 공부한다 ' 의 부정은 '모든 학생이 공부하지 않는다 ' 이다. X

모든 → $\forall$, 학생 → x, 공부한다 → $P(x)$ 라고하면 $\forall x P(x)$의 부정은 $\sim(\forall x P(x))$이고 술어논리 드모르간의 법칙에 의해 $\exists x \sim P(x)$가 되고, '이는 공부하지 않는 학생도 있다' 이다.

12. 다음 중 p와 q가 모두 F 일때에도 그 결과가 T가 되는 연산은 무엇인가?

1) 논리곱
2) 조건
3) 쌍방조건
4) 배타적논리합

∴ ③, ②

쌍방조건은 두 명제의 진리값이 같을 때 T가 된다.

조건에서 전제가 F이면 결론의 진리값에 관계없이 T가된다.

13. 다음과 같이 명제 p, q가 있다고 할 때, $\sim p \leftrightarrow q$를 문장으로 표현한 것 중 옳은 것은?

p : 나는 학원에 간다. q : 나는 공부를 한다.

1) 나는 학원에 가지 않으면 공부를 하지 않고, 공부를 하면 학원에 간다.

2) 나는 학원에 가지 않고 또 공부를 하지 않는다.

3) 나는 학원에 가지 않으면 공부를 하고, 공부를 하면 학원에 가지 않는다.

$\sim p$: 나는 학원에 가지 않는다, q : 나는 공부를 한다, $\sim p \leftrightarrow q$는 $\sim p$이면 q이고, q이면 $\sim p$이다로 읽을 수 있기 때문이다.

4) 나는 학원에 가지 않으면 공부를 한다.

14. p를 '사과는 과일이다', q는 '시금치는 채소이다'라고 할 때, 명제 p,q를 사용한 복합명제로 나타내시오.

1) 사과는 과일이고 시금치는 채소이다. $p \wedge q$

2) 사과는 과일이고 시금치는 채소가 아니다. $p \wedge \sim q$

3) 사과는 과일이 아니고 시금치는 채소가 아니다.

$\sim p \wedge \sim q$

15. 다음 추론이 유효 추론인지 허위 추론인지를 결정하시오.

1) $\sim p \rightarrow q, q \vdash \sim p$

2) $\sim p \rightarrow q, p \vdash \sim q$

1)

p	q	$(\sim p \rightarrow q) \wedge q$	$(\sim p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow q$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	F	T

항진명제이므로

유효추론이다.

2)

p	q	$(\sim p \rightarrow q) \wedge p$	$(\sim p \rightarrow q \wedge p) \rightarrow \sim q$
T	T	F	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	F	T

항진명제가 아니므로

허위추론이다.

16. $p(x)$를 ' $|x| > 3$'이라고 할 때, 다음의 진리 값을 구하시오.

1) $p(0)$ 주어인 x가 일때, 술어인 $|x| > 3$은 $0 > 3$ 이므로 거짓이된다. $\therefore F$

2) $p(-4)$ 주어인 x가 -4일때, 술어인 $|x| > 3$은 $|-4| = 4 > 3$ 이므로 참이 된다.

$\therefore T$

17. 다음 문장을 술어 한정자를 사용하여 기호로 표현하시오.

1) 모든 x에 대하여 $x < x + 1$ 이다.

한정자는 모든, x가 주어, $x < x+1$ 이 술어이므로 $\forall x\, [x < x+1]$ 이다 $\therefore \forall x\, [x < x+1]$

2) $x^2 - 12x + 35 = 0$를 만족시키는 정수 x가 있다.

한정자는 존재한다로 볼 수 있고, x가 주어, $x^2 - 12x + 35 = 0$이 술어이므로

$\exists x\, [x^2 - 12x + 35 = 0]$ 이다. $\therefore \exists x\, [x^2 - 12x + 35 = 0]$

3) 모든 국가들이 올림픽에서 메달을 따는 것은 아니다.

위 술어논리는 올림픽에서 메달을 따지 못하는 국가도 있다와 논리적 동치이므로

한정자는 존재한다로 볼 수 있고, 주어인 국가를 x, 올림픽에 참가한다를 $P(x)$, 메달을 딴다를 $Q(x)$ 라는 술어로

가정하면 $\exists x\, P(x) \wedge \sim Q(x)$ 로 표현할 수 있다.

$\therefore \exists x\, [P(x) \wedge \sim Q(x)]$

18. x는 '인간'이고, $p(x)$는 'x는 생각한다 ' 이며, $q(x)$는 'x는 동물이다.'로 각각 나타낼 때 다음 문장들을 논리적 기호로 표현하시오.

1) 생각하는 인간이 존재한다. $\exists x\, P(x)$ / x는 인간, $P(x)$는 생각한다 이고, 존재한다 이므로. $\exists x\, P(x)$ 이다.

2) 모든 인간은 생각하는 동물이다. $\forall x\, P(x) \wedge q(x)$ / 생각하는 동물이다는 $P(x) \wedge q(x)$로 나타낼 수 있고. x는 인간, 한정자가 '모든' 이므로 $\forall x\, P(x) \wedge q(x)$ 이다.

3) 생각하지 않는 인간도 있다. $\exists x \sim P(x)$

생각하지 않는 은 $\sim P(x)$ 이고, 한정자는

존재한다로 볼 수 있으므로 $E x \sim P(x)$ 이다.

19. 다음 합성 명제에 대한 진리표를 작성하시오.

1) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow r)$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

2) $(p \oplus q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$

p	q	$p \oplus q$	$(\sim q \rightarrow \sim p)$	$(p \oplus q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
F	T	T	F	F
F	F	F	T	T

20. 다음의 명제를 간단한 논리식으로 나타내시오.

$$((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) \rightarrow (q \vee r)$$

$\Leftrightarrow ((\sim p \vee q) \vee (\sim p \vee r)) \rightarrow (q \vee r)$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee (q \vee r)) \rightarrow (q \vee r)$

$\Leftrightarrow \sim(\sim p \vee (q \vee r)) \vee (q \vee r)$

$\Leftrightarrow p \wedge (\sim q \wedge \sim r) \vee (q \vee r)$

$\Leftrightarrow p \wedge \sim(q \vee r) \vee (q \vee r)$

$\Leftrightarrow p \wedge T \Leftrightarrow p$