# 이산수학 HW#10,

- 교육시스템에 자필로 푼 것을 스캔 또는 사진으로 찍어 제출,
- 만일 여러 페이지 이면 스캔한 다음 하나의 파일로 모아서 제출할 것.

# 다음 질문에 O, X로 답하시오.

1. 행렬에서 덧셈에 대한 교환 법칙과 결합 법칙이 모두 성립한다. O
2. 행렬의 곱에서 일반적으로 교환 법칙이 성립한다. X 교환법칙은 성립X
3. 주대각선은 정방행렬이 아닌 경우에는 존재할 수 없다. O
4. 임의의 두 행이나 두 열이 서로 같으면, 행렬식은 항상 0이다. O
5. 행렬식의 값이 0일 경우 그 행렬을 정칙행렬이라고 한다. X 특이행렬이라고 한다.
6. 행렬의 행렬식 값은 그 전치 행렬의 행렬식 값과 항상 같다. O
7. 행렬식에서 임의의 두 행을 교환하더라도 행렬식은 변함이 없다. X 부호가 바뀐다.
8. 대각 행렬의 행렬식은 대각선의 값을 곱하기만 하면 된다. O
9. 가역적인 정칙 행렬은 역행렬을 가질 수 있다. O

10. 행렬의 합(차)와 곱이 성립되는 임의의 행렬 $A, B, C$에 대하여 행렬의 연산을 나타낸 것 중에서 틀린 것은?

(1) $A(BC) = (AB)C$ ○ (결합)

(2) $A(B \pm C) = AB \pm AC$ ○ (분배)

(3) $(A \pm B)C = AC \pm BC$ ○ (분배)

(4) $ABC = ACB = BAC$ X 교환법칙 성립X

(4)

11. 행렬 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ 는 무슨 행렬인가?

이곳에만 숫자가 있으므로 하삼각행렬

(1) 하부삼각행렬

(2) 상부삼각행렬

(3) 역행렬

(4) 대각행렬

12. 다음 중에서 행렬식의 값이 0인 것은?

(1)

(1) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ 6-6=0 (2) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ 6-4=1

(3) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$3(3-4)+3\cancel{(0-0)}-1\cancel{(0-0)}$

$3\times-1=-3$

$2(6-5)+1(8-10)-1(4-6)$

$2 \quad \cancel{-2} \cancel{+2}$

13. 다음 중에서 기약 행 사다리가 아닌 것은?

(2)

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

선행하는 1 아래 원소가
모두 0이 아니다.

(3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

14. 다음의 행렬 $A, B$가 주어졌을 때, 이 행렬들의 곱셈에서는 교환법칙이 성립하지 않음을 보이시오. 즉, $AB \neq BA$임을 보이시오.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1\times5 + 2\times0 & 1\times6+2(-2) \\ 3\cdot5 + 4\cdot0 & 3\cdot6 + 4\cdot(-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 15 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\neq$$

$$BA = \begin{bmatrix} 5\cdot1 + 6\cdot3 & 5\cdot2+6\cdot4 \\ 0\cdot1 + (-2)\cdot3 & 0\cdot2+(-2)\cdot4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 & 34 \\ -6 & -8 \end{bmatrix}$$

15. 행렬 $A$와 $B$가 다음과 같을 때 $AB = O$이 됨을 보이시오.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1\cdot 2 + 2\cdot(-1) & 1\cdot(-4) + 2\cdot 2 \\ 0\cdot 2 + 0\cdot(-1) & 0\cdot(-4) + 0\cdot 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

16. 다음 행렬들의 전치행렬을 구하시오.

(1) $\begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

17. 다음 행렬식의 값을 사루스의 공식을 이용하여 각각 구하시오.

$$\det A = 1\cdot 3 - 2\cdot 4 = -5$$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$

$$\det A = 4\cdot\det\begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = 4\cdot(1\cdot 6 + 7\cdot 0) = 24$$

(2) $\begin{vmatrix} 4 & 6 & 5 \\ 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$

$$\det A = 4\det\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} - 7\det\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = -64$$

(3) $\begin{vmatrix} 4 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

18. 다음의 행렬들을 $[A|I]$의 형태로 만들어 $A^{-1}$을 각각 구하시오.

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$$A|I = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\downarrow$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right]$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A|I = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\downarrow$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right]$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

19. 다음 행렬 $A$의 역행렬을 구하시오.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$\det A = 4 - 6 = -2$

$\mathrm{adj}(A) = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \times \mathrm{adj}(A) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{-2} \times \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

20. 다음 행렬식의 값을 각각 계산하시오.

$2(3+1)-1(0+4)+2(0-12)$

$=8-4-24=-20$

(1) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$3(6-4)$

$+(-3+2)$

$+5(-3+2)$

(2) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \end{vmatrix} =$

$6-1-5$

$=0$

(3) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 7 \end{vmatrix}$

$2(3-0)-4(-1-0)$

$+3(-1-0)$

$=6+4-3=7$

$1(14+2)$

$=16$