

$$(2) \quad \begin{aligned} W(1) &= W(0) + \eta f(\text{net}^1) X^1 = (1.905, -2.81, 1.357, 0.5)^T \\ \text{net}^2 &= W(1)^T X^2 = -0.154 \end{aligned}$$

$$o^2 = f(\text{net}^2) = \frac{1 - e^{-\text{net}}}{1 + e^{-\text{net}}} = -0.077$$

$$(3) \quad \begin{aligned} W(2) &= W(1) + \eta f(\text{net}^2) X^2 = (1.828, -2.772, 1.512, 0.616)^T \\ \text{net}^3 &= W(2)^T X^3 = -3.36 \end{aligned}$$

$$o^3 = f(\text{net}^3) = \frac{1 - e^{-\text{net}}}{1 + e^{-\text{net}}} = -0.932$$

$$W(3) = W(2) + \eta f(\text{net}^3) X^3 = (1.828, -3.70, 2.44, -0.785)^T$$

比较两种权值调整结果可以看出, 两种转移函数下的权值调整方向是一致的, 但采用连续转移函数时, 权值调整力度减弱。

2.4.2 Perceptron 学习规则

1958 年, 美国学者 Frank Rosenblatt 首次定义了一个具有单层计算单元的神经网络结构, 称为 Perceptron (感知器)。感知器的学习规则规定, 学习信号等于神经元期望输出 (教师信号) 与实际输出之差:

$$r = d_j - o_j \quad (2.17)$$

式中, d_j 为期望的输出, $o_j = f(W_j^T X)$ 。感知器采用了符号函数作为转移函数, 其表达为:

$$f(W_j^T X) = \text{sgn}(W_j^T X) = \begin{cases} 1, & W_j^T X \geq 0 \\ -1, & W_j^T X < 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

因此, 权值调整公式应为:

$$\Delta W_j = \eta [d_j - \text{sgn}(W_j^T X)] X \quad (2.19a)$$

$$\Delta w_{ij} = \eta [d_j - \text{sgn}(W_j^T X)] x_i \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (2.19b)$$

式中, 当实际输出与期望值相同时, 权值不需要调整; 在有误差存在情况下, 由于 d_j 和 $\text{sgn}(W_j^T X) \in \{-1, 1\}$, 权值调整公式可简化为:

$$\Delta W_j = \pm 2\eta X \quad (2.19c)$$

感知器学习规则只适用于二进制神经元, 初始权值可取任意值。

感知器学习规则代表一种有导师学习。由于感知器理论是研究其他神经网络的基础, 该规则对于神经网络的有导师学习具有极为重要的意义。

2.4.3 δ 学习规则

1986 年, 认知心理学家 McClelland 和 Rumelhart 在神经网络训练中引入了 δ (Delta) 规则, 该规则亦可称为连续感知器学习规则, 与上述离散感知器学习规则并行。 δ 规则的学习信号规定为:

$$\begin{aligned} r &= [d_j - f(W_j^T X)] f'(W_j^T X) \\ &= (d_j - o_j) f'(\text{net}_j) \end{aligned} \quad (2.20)$$

上式定义的学习信号称为 δ 。式中, $f'(W_j^T X)$ 是转移函数 $f(\text{net}_j)$ 的导数。显然, δ 规则要求转移函数可导, 因此只适用于有导师学习中定义的连续转移函数, 如 Sigmoid 函数。

事实上, δ 规则很容易由输出值与期望值的最小平方误差条件推导出来。定义神经元输