



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΜΑΣ002, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ

ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

5/7/2017

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΑΡ. ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ:

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

ΑΣΚΗΣΗ ₁	ΑΣΚΗΣΗ ₂	ΑΣΚΗΣΗ ₃	ΑΣΚΗΣΗ ₄	ΑΣΚΗΣΗ ₅	ΣΥΝΟΛΟ

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 ασκήσεις.

ΑΣΚΗΣΗ 1: (α) Να βρεθεί το **εμβαδόν του χωρίου** που περικλείεται από την καμπύλη $y = x^2 - 4x + 3$, την ευθεία $y = x - 1$ στο διάστημα $[0, 4]$. (B: 2.5)

(β) ί. Χρησιμοποιώντας τους ορισμούς των υπερβολικών συναρτήσεων να αποδειχτούν οι ταυτότητες:

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1 \quad \text{και} \quad \cosh^2 3x = \frac{1}{2}(1 + \cosh 6x)$$

(B:2)

ίί. Να βρεθεί το εμβαδόν της επιφάνειας που παράγεται από την πλήρη στροφή γύρω από των άξονα των x του τόξου της καμπύλης $y = \cosh x$ από το σημείο με τετμημένη $x = 0$ έως το σημείο με τετμημένη $x = \ln 4$. (B:2.5)

ΑΣΚΗΣΗ 2: Να υπολογισθούν τα πιο κάτω όρια:

(B.1-1.5-2-3)

ί. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

ίί. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-4x} (x + \ln(x))$

ίίί. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

ίν. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{e}{x} \right)^x$

ΑΣΚΗΣΗ 3: Να **εξεταστεί** αν τα πιο κάτω γενικευμένα ολοκληρώματα **συγκλίνουν** ή **αποκλίνουν**: (B:3-2.5-2)

ί. $\int_0^2 x^3 \ln x dx$

ίί. $\int_{-1}^{+\infty} \frac{1}{(x+1)^5} dx$

ίίί. $\int_{-\infty}^0 \frac{3}{1-4x} dx$

ΑΣΚΗΣΗ 4: Να **εξεταστεί** αν οι πιο κάτω ακολουθίες είναι **μονότονες** (αύξουσες ή φθίνουσες) και **φραγμένες**. Στην συνέχεια, να εξεταστεί αν είναι **συγκλίνουσες**. Αν είναι **συγκλίνουσες**, να βρείτε το **όριο** τους: (B:2-2-1.5)

ί. $\left\{ \frac{n}{5n+2} \right\}$

ίί. $\left\{ \frac{\ln(n+5)}{n+5} \right\}$

ίίί. $\{(-1)^{n+1} + 2\}$

ΑΣΚΗΣΗ 5: (α) Να εξεταστεί αν οι πιο κάτω σειρές συγκλίνουν ή αποκλίνουν. Αν συγκλίνουν, να βρεθεί το άπειρο άθροισμα τους.

ί.
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{\sqrt[7]{k}}$$
 (B:1)

ίί.
$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{5^{k-1}} + \frac{2^{k+1}}{3^{k+2}} \right)$$
 (B:2)

$$iii. \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+2)(k+1)} \tag{B:2}$$

(β) Να εξεταστούν ως προς την σύγκλιση οι σειρές. Σε κάθε περίπτωση, να γραφτεί πιο κριτήριο θα χρησιμοποιηθεί.

ί.
$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{4+3k}{k+2} \right)^k \quad (\text{B.1.5})$$

ίί.
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{\sqrt{k^5+1}} \quad (\text{B.1.5})$$

$$iii. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+3)!}{k!3!e^k} \tag{B.2}$$

$$iv. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^4 + 3k + 1}{2k^2 + 1} \tag{B.7}$$

(γ) Να **εξεταστεί** αν η σειρά **συγκλίνει σχετικά και απόλυτα**: $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{1}{2k+1}.$

(B.1.5)

ΠΡΟΧΕΙΡΟ

