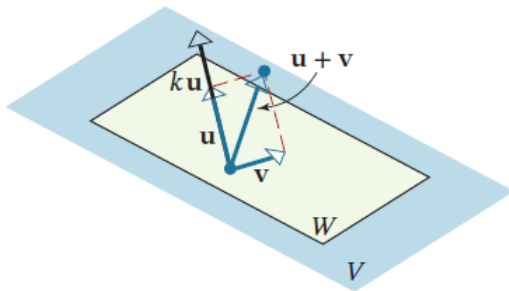


Ορισμός

Αν V είναι ένας διανυσματικός χώρος και $W \subseteq V$ τότε το W λέγεται **υπόχωρος** του V αν περιέχει το $\mathbf{0}$ του V και η πρόσθεση κι ο βαθμωτός πολλαπλασιασμός του V κάνουν το W διανυσματικό χώρο.



Αντί να ελέγξουμε όλα τα αξιώματα των διανυσματικών χώρων, χρησιμοποιούμε το παρακάτω θεώρημα.

Θεώρημα

Αν V είναι διανυσματικός χώρος και $W \subseteq V$ τότε το W είναι υπόχωρος του V αν ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες.

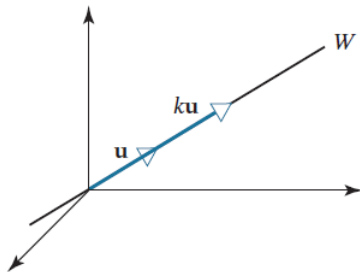
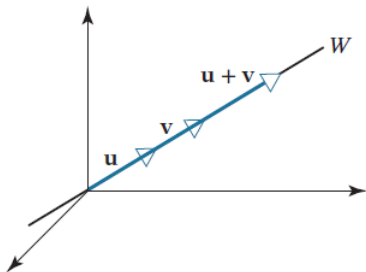
- ❶ $\mathbb{O} \in W$
- ❷ Αν $u, v \in W$ τότε $u + v \in W$.
- ❸ Αν $\lambda \in \mathbb{R}$ και $u \in W$, τότε $\lambda u \in W$.

Παράδειγμα

Τα υποσύνολα $W_1 = \{\mathbf{0}\}$ και $W_2 = \mathbb{R}^n$ του \mathbb{R}^n είναι υπόχωροι του \mathbb{R}^n .

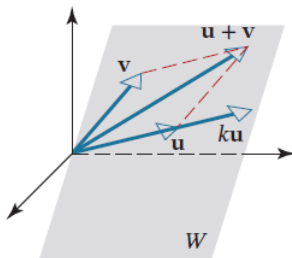
Παράδειγμα

Στον \mathbb{R}^3 , κάθε ευθεία είναι ένα υποσύνολο του \mathbb{R}^3 . Αν μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων, τότε είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^3 .



Παράδειγμα

Στον \mathbb{R}^3 , κάθε επίπεδο είναι ένα υποσύνολο του \mathbb{R}^3 . Αν το επίπεδο διέρχεται από την αρχή των αξόνων, τότε είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^3 .



Παράδειγμα

Αν $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m \in \mathbb{R}^n$ τότε το σύνολο $\text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m\}$ είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^n .

Παράδειγμα

Αν ο A είναι $m \times n$ πίνακας, τότε ο χώρος στηλών του A , $\text{Col}(A)$, είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^m .

Παράδειγμα

Το σύνολο λύσεων ενός ομογενούς γραμμικού συστήματος $Ax = \mathbb{0}$ είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^n . Δηλαδή, αν ο A είναι $m \times n$ πίνακας, τότε ο μηδενικός χώρος του A , $\text{Nul}(A)$, είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^n .