



Πανεπιστήμιο Κύπρου
Τμήμα Μαθηματικών
και Στατιστικής

ΜΑΣ 002 - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ

ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

16 Φεβρουαρίου 2019

Εαρινό Εξάμηνο 2018-19

ΟΝΟΜΑ: ΕΠΩΝΥΜΟ:

Α.Φ.Τ.: ΕΤΟΣ:

Διδάσκοντες: Δρ. Π. Μπατακίδης, Δρ. Ζ. Κουντουριώτης

Διάρκεια εξέτασης: 120 λεπτά.

- Η χρήση σημειώσεων, βιβλίων, υπολογιστικών αριθμομηχανών και κινητών τηλεφώνων δεν επιτρέπεται.
- Η αποχώρηση από την αίθουσα επιτρέπεται μόνο μετά την παράδοση του γραπτού ή μετά από άδεια.
- Καλή Επιτυχία!

Άσκηση	1	2	3	4	Βαθμός
Μονάδες (MAX)	6	6	6	7	25

ΘΕΜΑ 1^ο [2+2+2]

- (1) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περιεκλείεται από την $y = \sin x$, την $y = \cos x$ και τις ευθείες $x = \pi$ και $x = 2\pi$. (Δίνεται ότι $\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$).
- (2) Να βρεθεί ο όγκος του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες $y = x^2$ και $x = y^2$ γύρω από τον άξονα τον yy' .
- (3) Να βρεθεί το εμβαδόν της επιφάνειας που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του τόξου της καμπύλης $y = \sqrt{1-x^2}$ από το $x = 0$ έως το $x = \frac{1}{2}$ γύρω από τον άξονα τον xx' .

ΘΕΜΑ 2^ο [Μονάδες 2+2+1+1]

(A) Να υπολογιστούν τα πιο κάτω γενικευμένα ολοκληρώματα.

(1) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx,$

(2) $\int_{-1}^1 x^{-1/3} dx,$

(B) Να υπολογιστούν τα πιο κάτω όρια.

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 - 2x}{e^x + 3x},$

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \cdot (2 - x^2),$

ΘΕΜΑ 3^ο [Μονάδες 1+1+2+2]

Να εξεταστεί αν οι πιο κάτω ακολουθίες είναι μόνοτονες και φραγμένες (να αναφέρεται εάν είναι κάτω ή/και άνω φραγμένη). Στην συνέχεια να εξεταστεί αν είναι συγκλίνουσες.

(1) $a_n = (-1)^n(-n + 2), \quad n \geq 1$

(2) $a_n = n - n^2, \quad n \geq 1$

(3) $a_n = \frac{5^n}{2^{(n^2)}}, \quad n \geq 1$

(4) $a_n = \frac{3n^2 - 1}{n^2}, \quad n \geq 1$

ΘΕΜΑ 4^ο [Μονάδες 1+1+1+2+2]

(Α) Να εξεταστούν ως προς την σύγκλιση οι παρακάτω σειρές με την χρήση του δοσμένου κριτηρίου.

(1) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\sqrt{k}}{k+4}$ (κριτήριο οριακής σύγκρισης).

(2) $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{e^{4n}}{(n-3)!}$ (κριτήριο λόγου).

(3) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k}{5^k}\right)^k$ (κριτήριο της ρίζας).

(4) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+3}{k+2}$ (κριτήριο ολοκλήρωσης).

(Β) Να αποδειχθεί το πιο κάτω

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{6 \cdot 5^k - 5}{6^k} = 29.$$

