

## 1.2 Πολικές συντεταγμένες

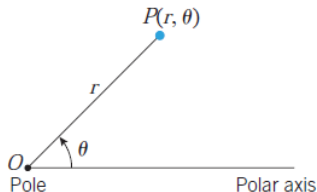
Ένα πολικό σύστημα συντεταγμένων αποτελείται από:

- ένα σημείο  $O$  (πόλος)
- μια ημιευθεία με αρχή το  $O$  (πολικός άξονας)

Ένα σημείο  $P$  προσδιορίζεται από τις πολικές συντεταγμένες  $(r, \theta)$  όπου

- $r$  είναι η απόσταση του σημείου από το  $O$
- $\theta$  είναι η γωνία από το πολικό άξονα προς το

Το ζεύγος  $(0, \theta)$  περιγράφει τον πόλο για οποιοδήποτε  $\theta$ .



Ένα σημείο να εκφραστεί σε πολικές συντεταγμένες και με αρνητικό  $r$ .

### Παράδειγμα

$(3, 5\pi/4)$

Το ίδιο σημείο μπορεί να εκφραστεί με διαφορετικές πολικές συντεταγμένες.

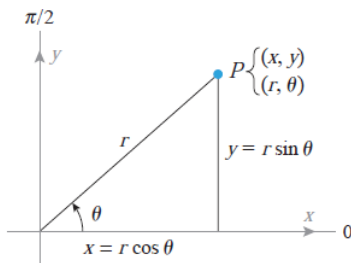
### Παράδειγμα

$$(1, 7\pi/4), (1, -\pi/4)$$

Όταν οι εφαρμογές επιβάλλουν να έχουμε μοναδικό ζεύγος πολικών συντεταγμένων για κάθε σημείο τότε θα θεωρήσουμε ότι:

- $r \geq 0$
- $0 \leq \theta \leq 2\pi$

Για να βρούμε τη σχέση πολικών και καρτεσιανών συντεταγμένων θεωρούμε ένα σύστημα αξόνων  $Ox$ ,  $Oy$  έτσι ώστε το  $Ox$  να συμπίπτει με τον πολικό άξονα.



Πολικές σε καρτεσιανές	$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$
Καρτεσιανές σε πολικές	$r^2 = x^2 + y^2, \tan \theta = \frac{y}{x}$

## Παράδειγμα

Να βρεθούν οι καρτεσιανές συντεταγμένες του πολικού σημείου  $P(6, \pi/3)$

## Παράδειγμα

Να βρεθούν οι πολικές συντεταγμένες του καρτεσιανού σημείου  
 $P(-2, -2\sqrt{3})$

Μία από τις χρήσεις των πολικών συντεταγμένων είναι για να απλοποιηθεί η εξίσωση κάποιων γνωστών καμπυλών.

### Παράδειγμα

Να γράψουμε της πολικής εξίσωσης  $r = 1$ .

## Παράδειγμα

Να βρεθεί το γράφημα της πολικής εξίσωσης  $\theta = \pi/4$ .



## Παράδειγμα

Να βρεθεί το γράφημα της πολικής εξίσωσης  $r = \theta$ .

## Παράδειγμα

Να βρεθεί το γράφημα της πολικής εξίσωσης  $r = \sin \theta$ .

## Παράδειγμα

Να βρεθεί το γράφημα της πολικής εξίσωσης  $r = \cos \theta$ .

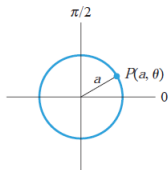
## Γενικά:

$r = a \leftrightarrow$  κύκλος με κέντρο  $(0, 0)$  και ακτίνα  $a$

$\theta = a \leftrightarrow$  ευθεία που διέρχεται από το  $(0, 0)$  με γωνία  $\theta$   
(ημιευθεία αν θεωρήσουμε ότι  $r \geq 0$ )

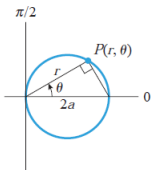
$r = 2a \cos \theta \leftrightarrow$  κύκλος με κέντρο  $(a, 0)$  και ακτίνα  $a$

$r = 2a \sin \theta \leftrightarrow$  κύκλος με κέντρο  $(0, a)$  και ακτίνα  $a$



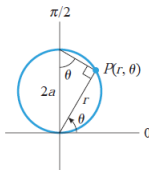
$$r = a$$

(a)



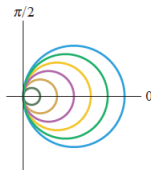
$$r = 2a \cos \theta$$

(b)



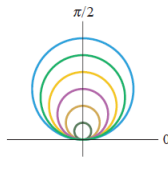
$$r = 2a \sin \theta$$

(c)



$$r = 2a \cos \theta$$

(d)



$$r = 2a \sin \theta$$

(e)

## Παράδειγμα

Να βρείτε τις πολικές εξισώσεις των παρακάτω σχημάτων.

