## ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΣ026

### Α. Συστήματα συντεταγμένων

| Μετατροπή | Τύποι | Περιορισμοί |
|---|---|---|
| Πολικές σε καρτεσιανές $(r,\theta) \to (x,y)$ | $x = r\cos\theta \quad y = r\sin\theta$ | $r \geq 0$, |
| Καρτεσιανές σε πολικές $(x,y) \to (r,\theta)$ | $r = \sqrt{x^2+y^2} \quad \tan\theta = \dfrac{y}{x}$ | $0 \leq \theta \leq 2\pi$ |

| Μετατροπή | Τύποι | | | Περιορισμοί |
|---|---|---|---|---|
| Κυλινδρικές σε Καρτεσιανές $(r,\theta,z) \to (x,y,z)$ | $x = r\cos\theta$ | $y = r\sin\theta$ | $z = z$ | $r \geq 0$ |
| Καρτεσιανές σε Κυλινδρικές $(x,y,z) \to (r,\theta,z)$ | $r = \sqrt{x^2+y^2}$ | $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$ | $z = z$ | $\rho \geq 0$ |
| Σφαιρικές σε Καρτεσιανές $(\rho,\theta,\phi) \to (x,y,z)$ | $x = \rho\cos\theta\sin\phi$ | $y = \rho\sin\theta\sin\phi$ | $z = \rho\cos\phi$ | $0 \leq \theta \leq 2\pi$ |
| Καρτεσιανές σε Σφαιρικές $(x,y,z) \to (\rho,\theta,\phi)$ | $\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ | $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$ | $\cos\phi = \dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ | $0 \leq \phi \leq \pi$ |

### Β. Κωνικές Τομές

| Κύκλος | $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ | κέντρο $(x_0,y_0)$, ακτίνα $r$ |
|---|---|---|
| Παραβολή | $y^2 = \pm 4px$ | ανοίγει στην $\pm x$ κατεύθυνση |
| $(p>0)$ | $x^2 = \pm 4py$ | ανοίγει στην $\pm y$ κατεύθυνση |
| Έλλειψη | $x^2/a^2+y^2/b^2=1$ | μεγάλος άξονας στην $x$ κατεύθυνση |
| $(a>b>0)$ | $x^2/b^2+y^2/a^2=1$ | μεγάλος άξονας στην $y$ κατεύθυνση |
| Υπερβολή | $x^2/a^2-y^2/b^2=1$ | ανοίγει στην $x$ κατεύθυνση |
| $(a>0, b>0)$ | $y^2/a^2-x^2/b^2=1$ | ανοίγει στην $y$ κατεύθυνση |

### Γ. Τετραγωνικές επιφάνειες

Σφαίρα με κέντρο $(x_0,y_0,z_0)$ και ακτίνα $r$: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$

| Εξίσωση | $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ | $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ | $\frac{z^2}{c^2}-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ | $z^2-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$ | $z-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$ | $z-\frac{y^2}{b^2}+\frac{x^2}{a^2}=0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ταξινόμηση | Ελλειψοειδές | Μονόχωνο υπερβολοειδές | Δίχωνο υπερβολοειδές | Ελλειπτικός κώνος | Ελλειπτικό παραβολοειδές | Υπερβολικό παραβολοειδές |

### Δ. Ευθείες και επίπεδα στον $\mathbb{R}^3$

Δ1. Ευθεία που διέρχεται από το σημείο $P(x_0,y_0,z_0)$ και είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{u}=(a,b,c)$.

| Διανυσματική εξίσωση | $\vec{r} = \vec{OP} + t\vec{u},\ t \in \mathbb{R}$ |
|---|---|
| Παραμετρικές εξισώσεις | $x = x_0+at, y=y_0+bt, z=z_0+ct,\ t\in\mathbb{R}$ |
| Συμμετρικές εξισώσεις | $\dfrac{x-x_0}{a} = \dfrac{y-y_0}{b} = \dfrac{z-z_0}{c}$ |

Δ2. Επίπεδο που διέρχεται από το σημείο $P(x_0,y_0,z_0)$ και είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{n}=(a,b,c)$

| Διανυσματική εξίσωση | $\vec{n}\cdot(\vec{r}-\vec{OP})=0$ |
|---|---|
| Καρτεσιανή εξίσωση | $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$ |
| | ή $\quad ax+by+cz+d=0$ |

Δ3. Απόσταση σημείου $P(x_0,y_0,z_0)$ από επίπεδο $ax+by+cz+d=0$.

$$D = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

Δ4. Εφαπτόμενο επίπεδο επιφάνειας σε σημείο $(x_0, y_0, z_0)$

| Είδος επιφάνειας | Εξίσωση εφαπτόμενου επιπέδου |
|---|---|
| Γράφημα συνάρτησης $z = f(x, y)$ | $z = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0) + f(x_0, y_0)$ |
| Επιφάνεια $F(x, y, z) = c$ | $F_x(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) + F_y(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + F_z(x_0, y_0, z_0)(z - z_0) = 0$ |