## ΜΑΣ026 - Μαθηματικά για Μηγανικούς ΙΙ Χειμερινό εξάμηνο 2021-2022

## Ασκήσεις 1ου Κεφαλαίου

i) Μέσω απαλοιφής της παραμέτρου, να χαράξετε το γράφημα της καμπύλης που διαγράφει ένα σωματίδιο 1. για  $0 \le t \le 5$  με παραμετρικές εξισώσεις κίνησης

$$x = t - 1, y = t + 1.$$

- ii) Σημειώστε στο σχήμα τον προσανατολισμό της κίνησης του σωματιδίου.
- iii) Κατασκευάστε πίνακα με τις (x, y)-συντεταγμένες του σωματιδίου για t = 0, 1, 2, 3, 4, 5.
- iv) Σημειώστε στο γράφημα τις παραπάνω θέσεις του σωματιδίου.
- 2. Χαράξτε το γράφημα με απαλοιφή της παραμέτρου για τις εξισώσεις:

$$x = 2\sin^2 t$$
,  $y = 3\cos^2 t$   $(0 < t < \pi/2)$ .

- 3. Βρείτε παραμετρικές εξισώσεις για τις παρακάτω καμπύλες.
  - Κύκλος με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα 5, δεξιόστροφος προσανατολισμός.
  - ii) Τμήμα της παραβολής  $x=y^2$  από το (1,-1) στο (1,1), με προσανατολισμό προς τα πάνω.
- **4.** Έστω οι παραμετρικές εξισώσεις  $x=\frac{1}{2}t^2+1,$   $y=\frac{1}{3}t^3-t.$  Να βρεθούν οι ποσότητες dy/dx και  $d^2y/dx^2$  χωρίς απαλοιφή της παραμέτρου στο σημείο όπου t=2.
- i) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης  $x=e^t,\ y=e^{-t},$  για t=1 χωρίς απαλοιφή της 5. παραμέτρου.
  - Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης του προηγούμενου ερωτήματος μέσω απαλοιφής της παραμέτρου.
- 6. Να βρεθεί το μήκος των παρακάτω καμπυλών.
  - i)  $x = t^2$ ,  $y = \frac{1}{3}t^3$   $(0 \le t \le 1)$ .
  - ii)  $x = \cos 3t, y = \sin 3t$   $(0 \le t \le \pi)$ .
- 7. Χαράξτε τα παρακάτω σημεία σε πολικές συντεταγμένες.
- $\alpha$ ) (3,  $\pi/4$ )

 $\beta$ ) (5,  $2\pi/3$ )

- $\gamma$ )  $(1, \pi/2)$
- 8. Βρείτε την καμπύλη που παριστάνουν οι παρακάτω εξισώσεις μετασχηματίζοντας σε καρτεσιανές συντεταγμένες.
  - i) r = 2
  - ii)  $r \sin \theta = 4$

  - iii)  $r = 3\cos\theta$ iv)  $r = \frac{6}{3\cos\theta + 2\sin\theta}$
- 9. Να χαραχθούν οι καμπύλες που περιγράφουν οι παρακάτω εξισώσεις σε πολικές συντεταγμένες:
  - i)  $\theta = \frac{\pi}{3}$ ,

- ii) r = 3.
- **10.** Να χαράξετε την παραβολή  $x^2 = -8y$  προσδιορίζοντας την εστία και την διευθύνουσά της.
- 11. Να χαράξετε τις ελλείψεις προσδιορίζοντας τους άξονές τους.

i) 
$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

ii) 
$$9x^2 + y^2 = 9$$

12. Να χαράξετε τις υπερβολές προσδιορίζοντας τις κορυφές και τις ασύμπτωτές τους.

i) 
$$9y^2 - x^2 = 36$$

ii) 
$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

- 13. Να προσδιοριστεί η εξίσωση της κωνικής τομής.
  - i) Παραβολή με κορυφή (0,0) και διευθύνουσα  $y=\frac{1}{4}.$
  - ii) Έλλειψη με άκρα μεγάλου άξονα  $(\pm 3,0)$  και άκρα μικρού άκονα  $(0,\pm 2)$ .
  - iii) Υπερβολή με κορυφές  $(0,\pm 2)$  και ασύμπτωτες  $y=\pm \frac{2}{3}x$ .

Αυτή η εργασία χορηγείται με άδεια Creative Commons Αναφορά δημιουργού-Μη εμπορική-Παρόμοια διανομή 4.0 International License.