

### Α. Συστήματα συντεταγμένων

Μετατροπή	Τύποι	Περιορισμοί
Πολικές σε καρτεσιανές $(r, \theta) \rightarrow (x, y)$	$x = r \cos \theta$ $y = r \sin \theta$	$r \geq 0,$
Καρτεσιανές σε πολικές $(x, y) \rightarrow (r, \theta)$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\tan \theta = \frac{y}{x}$	$0 \leq \theta \leq 2\pi$

Μετατροπή	Τύποι			Περιορισμοί
Κυλινδρικές σε Καρτεσιανές $(r, \theta, z) \rightarrow (x, y, z)$	$x = r \cos \theta$	$y = r \sin \theta$	$z = z$	$r \geq 0$
Καρτεσιανές σε Κυλινδρικές $(r, \theta, z) \rightarrow (x, y, z)$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\tan \theta = \frac{y}{x}$	$z = z$	$\rho \geq 0$
Σφαιρικές σε Καρτεσιανές $(\rho, \theta, \phi) \rightarrow (x, y, z)$	$x = \rho \cos \theta \sin \phi$	$y = \rho \sin \theta \sin \phi$	$z = \rho \cos \phi$	$0 \leq \theta \leq 2\pi$
Καρτεσιανές σε Σφαιρικές $(x, y, z) \rightarrow (\rho, \theta, \phi)$	$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	$\tan \theta = \frac{y}{x}$	$\cos \phi = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$	$0 \leq \phi \leq \pi$

### Β. Κωνικές Τομές

Κύκλος	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$	κέντρο $(x_0, y_0)$ , ακτίνα $r$
Παραβολή $(p > 0)$	$y^2 = \pm 4px$ $x^2 = \pm 4py$	ανοίγει στην $\pm x$ κατεύθυνση ανοίγει στην $\pm y$ κατεύθυνση
Έλλειψη $(a > b > 0)$	$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ $x^2/b^2 + y^2/a^2 = 1$	μεγάλος άξονας στην $x$ κατεύθυνση μεγάλος άξονας στην $y$ κατεύθυνση
Υπερβολή $(a > 0, b > 0)$	$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ $y^2/a^2 - x^2/b^2 = 1$	ανοίγει στην $x$ κατεύθυνση ανοίγει στην $y$ κατεύθυνση

### Γ. Τετραγωνικές επιφάνειες

Σφαίρα με κέντρο  $(x_0, y_0, z_0)$  και ακτίνα  $r$ :  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$

Εξίσωση	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$	$\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$z^2 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$	$z - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$	$z - \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = 0$
Ταξινόμηση	Ελλειψοειδές	Μονόχωνο υπερβολοειδές	Δίχωνο υπερβολοειδές	Ελλειπτικός κώνος	Ελλειπτικό παραβολοειδές	Υπερβολικό παραβολοειδές

### Δ. Παραμετρικές εξισώσεις ευθειών και επιπέδων στον $\mathbb{R}^3$

Δ1. Ευθεία που διέρχεται από το σημείο  $P(x_0, y_0, z_0)$  και είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{u} = (a, b, c)$ .

Διανυσματική εξίσωση	$\vec{r} = \vec{OP} + t\vec{u}, t \in \mathbb{R}$
Παραμετρικές εξισώσεις	$x = x_0 + at, y = y_0 + bt, z = z_0 + ct, t \in \mathbb{R}$
Συμμετρικές εξισώσεις	$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$

Δ2. Επίπεδο που διέρχεται από το σημείο  $P(x_0, y_0, z_0)$  και είναι κάθετο στο διάνυσμα  $\vec{n} = (a, b, c)$

Διανυσματική εξίσωση	$\vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{OP}) = 0$
Καρτεσιανή εξίσωση	$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$ ή $ax + by + cz + d = 0$

Απόσταση σημείου  $P(x_0, y_0, z_0)$  από επίπεδο  $ax + by + cz + d = 0$ .

$$D = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$