



Πανεπιστήμιο Κύπρου
Τμήμα Μαθηματικών
και Στατιστικής

ΜΑΣ 002 - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ

ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

17 Μαρτίου 2019

Εαρινό Εξάμηνο 2018-19

ΟΝΟΜΑ: ΕΠΩΝΥΜΟ:

Α.Φ.Τ.: ΕΤΟΣ:

Διδάσκοντες: Δρ. Π. Μπατακίδης, Δρ. Ζ. Κουντουριώτης

Διάρκεια εξέτασης: 120 λεπτά.

- Η χρήση σημειώσεων, βιβλίων, υπολογιστικών αριθμομηχανών και κινητών τηλεφώνων δεν επιτρέπεται.
- Η αποχώρηση από την αίθουσα επιτρέπεται μόνο μετά την παράδοση του γραπτού ή μετά από άδεια.
- Καλή Επιτυχία!

Άσκηση	1	2	3	4	Βαθμός
Μονάδες (MAX)	6	6	6	7	25

ΘΕΜΑ 1^ο [2+3]

(A) Να βρεθεί η ακτίνα και το διάστημα σύγκλισής της δυναμοσειράς

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-3)^k}{2^n n}$$

(B) Δίνονται οι πιο κάτω σειρές Maclaurin:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$$

Με χρήση των πιο πάνω δυναμοσειρών ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, βρείτε το πολυώνυμο Maclaurin 3ου βαθμού για τις πιο κάτω συναρτήσεις

(1) $\ln\left(\frac{1+2x}{1-2x}\right)$

(2) $e^{\sin x} - e^{-x}$

ΘΕΜΑ 2^ο [Μονάδες 2+2+3]

(Α) Να βρεθεί η ειδική λύση της πιο κάτω διαφορικής εξίσωσης που ικανοποιεί την δοθείσα συνθήκη

$$x \frac{dy}{dx} - 4y = x^5(e^x - 2x), \quad y(1) = 0, \quad x > 0$$

(Β) Να βρεθεί η γενική λύση της πιο κάτω ομγεγούς διαφορικής εξίσωσης

$$(x^2 + 3xy + y^2) - x^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

(Γ) Να βρεθεί η γενική λύση της πιο κάτω μη ομογενής διαφορικής εξίσωσης

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = e^x + 4$$

ΘΕΜΑ 3^ο [Μονάδες 1+1+2+2]

Έστω το γραμμικό σύστημα

$$x + y + az = 1$$

$$x + ay + z = 1$$

$$ax + y + z = 1$$

με αγνώστους $x, y, z \in \mathbb{R}$.

(A) Για ποιες τιμές της παραμέτρου $a \in \mathbb{R}$ το σύστημα έχει μοναδική λύση και ποία είναι αυτή η λύση;

(B) Για ποιες τιμές της παραμέτρου $a \in \mathbb{R}$ το σύστημα έχει άπειρες λύσεις και ποία μορφή έχουν αυτές οι λύσεις;

(Γ) Για ποιες τιμές της παραμέτρου $a \in \mathbb{R}$ το σύστημα δεν έχει λύση;

ΘΕΜΑ 4^ο [Μονάδες 1+1+1+2+2]

(Α) Χρησιμοποιώντας ισοδυναμία πινάκων, να βρεθεί ο αντίστροφος του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \\ 3 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

(Β) Χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο αντίστροφο πίνακα, να λυθεί το γραμμικό σύστημα

$$-2y + 5z = 3$$

$$x - 3z = -1$$

$$3x - 4y = 2$$

(Β) Έστω \mathbf{B} , $\mathbf{\Gamma}$ και $\mathbf{\Delta}$ τετραγωνικοί πίνακες 2×2 για τους οποίους ισχύει η σχέση $\mathbf{B}\mathbf{\Gamma}\mathbf{\Delta} = \mathbf{I}$ να δείξετε ότι

(1) $\mathbf{\Gamma}^{-1} = \mathbf{\Delta} \mathbf{B}$.

(2) Να βρείτε το πίνακα $\mathbf{\Gamma}$ αν $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ και $\mathbf{\Delta} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$

