

ΜΑΣ026 - Μαθηματικά για Μηχανικούς II

Εαρινό εξάμηνο 2020

Ασκήσεις 2ου Κεφαλαίου

- Να δειχθεί ότι τα $(4, 5, 2)$, $(1, 7, 3)$ και $(2, 4, 5)$ είναι κορυφές ισόπλευρου τριγώνου.
- Να βρείτε την εξίσωση της σφαίρας στις παρακάτω περιπτώσεις.
 - κέντρο $(7, 1, 1)$, ακτίνα 4,
 - κέντρο $(1, 0, -1)$, διάμετρος 8,
 - κέντρο $(-1, 3, 2)$, διέρχεται από την αρχή των αξόνων,
 - κέντρο $(2, -1, -3)$, εφάπτεται στο xy -επίπεδο.
- Περιγράψτε την επιφάνεια με εξίσωση $x^2 + y^2 + z^2 + 10x + 4y + 2z - 19 = 0$.
- Δώστε ένα πρόχειρο σχήμα για τις παρακάτω επιφάνειες στον χώρο.
 - $x^2 + y^2 = 25$
 - $y^2 + z^2 = 25$
 - $x^2 + z^2 = 25$
- Βρείτε μια εξίσωση που περιγράφει τις παρακάτω επιφάνειες στον χώρο.
 - Επίπεδο που περιλαμβάνει τον άξονα x και το σημείο $(0, 1, 2)$.
 - Επίπεδο που περιλαμβάνει τον άξονα y και το σημείο $(1, 0, 2)$.
 - Ορθός κύλινδρος με ακτίνα 1 και άξονα την ευθεία που είναι παράλληλη στον άξονα z και διέρχεται από το $(1, 1, 0)$.
 - Ορθός κύλινδρος με ακτίνα 1 και άξονα την ευθεία που είναι παράλληλη στον άξονα y και διέρχεται από το $(1, 0, 1)$.
- Ένα έντομο περπατάει στην σφαίρα με εξίσωση $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 3 = 0$. Ποια είναι η πιο κοντινή και η πιο μακρινή απόσταση που μπορεί να έχει από την αρχή των αξόνων;
- Να σχεδιάσετε τα διανύσματα.
 - $(1, -2, 2)$
 - $(2, 2, -1)$
 - $-i + 2j + 3k$
 - $2i + 3j - k$
- Βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{P_1P_2}$.
 - $P_1(3, 5), P_2(2, 8)$,
 - $P_1(5, -2, 1), P_2(2, 4, 2)$.
- Έστω $\vec{u} = 3i - k$, $\vec{v} = i - j + 2k$, $\vec{w} = 3j$. Να γίνουν οι πράξεις.
 - $\vec{w} - \vec{v}$
 - $6\vec{u} + 4\vec{w}$
 - $-\vec{v} - 2\vec{w}$
 - $4(3\vec{u} + \vec{v})$
 - $-8(\vec{v} + \vec{w}) + 2\vec{u}$
 - $3\vec{w} - (-\vec{v} - \vec{w})$

10. Να βρεθεί η νόρμα του \vec{v} .
- $\vec{v} = (1, -1)$
 - $\vec{v} = (-1, 2, 4)$
 - $\vec{v} = -3i + 2j + k$
11. Να χαρακτηριστεί η κάθε πρόταση ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) και να αιτιολογηθεί η απάντησή σας.
- Το μέτρο του αθροίσματος δύο διανυσμάτων είναι ίσο με το άθροισμα των μέτρων των δύο διανυσμάτων.
 - Υπάρχουν ακριβώς δύο μοναδιαία διανύσματα που είναι παράλληλα σε ένα δοσμένο μη μηδενικό διάνυσμα.
12. Να βρεθεί μοναδιαίο διάνυσμα που ικανοποιεί την δοσμένη συνθήκη.
- Αντίθετη κατεύθυνση από το $\vec{v} = (3, -4)$ και μέτρο το μισό του μέτρου του \vec{v} .
 - Μήκος $\sqrt{17}$ και κατεύθυνση ίδια με το $\vec{v} = (7, 0, -6)$.
13. Να βρεθεί διάνυσμα \vec{v} στο καρτεσιανό επίπεδο που ικανοποιεί τις δοσμένες συνθήκες. Με θ συμβολίζουμε τη γωνία του διανύσματος με τον άξονα Ox .
- $\|\vec{v}\| = 3, \theta = \pi/4$
 - $\|\vec{v}\| = 2, \theta = 90^\circ$
14. Να βρεθούν δύο μοναδιαία διανύσματα στο καρτεσιανό επίπεδο που ικανοποιούν τη δοσμένη συνθήκη.
- Παράλληλα στην ευθεία $y = 3x + 2$.
 - Παράλληλα στην ευθεία $x + y = 4$.
 - Κάθετα στην ευθεία $y = -5x + 1$.
15. Έστω $\vec{r} = (x, y, z)$ ένα τυχαίο διάνυσμα. Περιγράψτε το σύνολο των σημείων (x, y, z) που ικανοποιούν την δοσμένη εξίσωση.
- $\|\vec{r}\| = 1$
 - $\|\vec{r}\| \leq 1$
 - $\|\vec{r}\| > 1$
16. Βρείτε αν τα διανύσματα σχηματίζουν οξεία, ορθή ή αμβλεία γωνία.
- $\vec{u} = 7i + 3j + 5k, \vec{v} = -8i + 4j + 2k$
 - $\vec{u} = 6i + j + 3k, \vec{v} = 4i - 6k$
 - $\vec{u} = (4, 1, 6), \vec{v} = (-3, 0, 2)$
17. Χρησιμοποιώντας διανύσματα να δείξετε ότι το τρίγωνο με κορυφές $A(2, -1, 1), B(3, 2, -1)$ και $C(7, 0, -2)$ είναι ορθογώνιο και να βρείτε σε ποια κορυφή βρίσκεται η ορθή γωνία.
18. Να δείξετε ότι $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 + \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 2\|\vec{u}\|^2 + 2\|\vec{v}\|^2$ και να δώσετε γεωμετρική ερμηνεία του αποτελέσματος.