ΜΑΣ029 - Στοιχεία Γραμμικής Άλγεβρας

Ασκήσεις Σωστό-Λάθος

1. Κάθε ανηγμένος κλιμακωτός πίνακας είναι κλιμακωτός.

2. Κάθε πίνακας έχει μοναδική κλιμακωτή μορφή.

3. Τα ηγετικά 1 ενός πίνακα, εμφανίζονται πάντα σε διαφορετικές στήλες.

4. Οι στήλες ενός κλιμακωτού πίνακα που περιέχουν ηγετικό 1, έχουν όλα τα υπόλοιπα στοιχεία ίσα με 0.

5. Αν οι A, B είναι 2×2 πίνακες, τότε $AB = BA$.

6. Για κάθε πίνακα A, $(A^T)^T = A$.

7. Αν οι A, B, C είναι $n \times n$ πίνακες και $A - C = B - C$, τότε $A = B$.

8. Αν οι A, B, C είναι $n \times n$ πίνακες και $AC = BC$, τότε $A = B$.

9. Αν οι A, B, C είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $A(B + C) = AB + AC$.

10. Αν οι A, B, C είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

11. Αν οι A, B είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$.

12. Αν οι A, B είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $(AB)^T = A^T B^T$.

13. Αν οι A, B είναι $n \times n$ είναι πίνακες και $\lambda \in \mathbb{R}$, τότε $(\lambda A + B)^T = \lambda A^T + B^T$.

14. Ο ανάστροφος ενός άνω τριγωνικού πίνακα είναι άνω τριγωνικός.

15. Αν ένας πίνακας είναι συμμετρικός και άνω τριγωνικός, τότε είναι διαγώνιος.

16. Ένας τετραγωνικός πίνακας με μηδενική γραμμή ή στήλη δεν είναι αντιστρέψιμος.

17. Ένας ομογενές σύστημα με $n \times n$ πίνακά ο οποίος έχει r ηγετικά 1, έχει $n - r$ ελεύθερες μεταβλητές.

18. Ένα γραμμικό σύστημα με περισσότερες εξισώσεις από ότι μεταβλητές έχει άπειρες λύσεις.

19. Αν ο τετραγωνικός πίνακας A δεν είναι αντιστρέψιμος, τότε το ομογενές σύστημα $A\mathbf{x} = \mathbb{O}$ έχει άπειρες λύσεις.

20. Αν ο επαυξημένος πίνακας ενός γραμμικού συστήματος έχει μηδενική γραμμή, τότε το σύστημα έχει άπειρες λύσεις.

21. Δεν υπάρχει γραμμικό σύστημα με δύο ακριβώς λύσεις.

22. Η ορίζουσα κάτω τριγωνικού πίνακα είναι ήση με το άθροισμα των στοιχείων της κυρίας διαγωνίου.

23. Αν το άθροισμα δύο γραμμών ενός 6×6 πίνακα είναι ίσο με την τελευταία γραμμή, τότε η ορίζουσα του πίνακα είναι ίση με 0.

24. Αν A, B είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $det(A + B) = detA + detB$.

25. Αν $detA = 0$, τότε ο A έχει μηδενική γραμμή ή στήλη.

26. Αν ο A είναι 3×3 πίνακας, $det(2A) = 2detA$.

27. Αν A, B είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $det(A^{-1}BA) = detB$.

28. Αν οι στήλες ενός $n \times n$ πίνακα A παράγουν τον $\mathbb{R}^n$, τότε οι στήλες του A είναι γραμμικά ανεξάρτητες.

29. Ο χώρος που παράγεται από ένα διάνυσμα τον $\mathbb{R}^2$ αντιστοιχεία σε μία ευθεία.

30. Αν δύο σύνολα διανυσμάτων παράγουν τον ίδιο χώρο, είναι ίσα.

31. Κάθε γραμμικά ανεξάρτητο σύνολο περιέχει το μηδενικό διάνυσμα.

32. Αν $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \in \mathbb{R}^3$ και το $\mathbf{v}_1$ δεν είναι πολλαπλάσιο του $\mathbf{v}_2$, τότε το $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητο.

33. Αν $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \in \mathbb{R}^4$ και το $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητο, τότε το $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητο.

34. Αν $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \in \mathbb{R}^4$ και το $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητο, τότε το $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητο.

35. Αν $A \sim B$ τότε $\mathrm{Col}\, A = \mathrm{Col}\, B$.

36. Αν $A \sim B$ τότε $\mathrm{rank}\, A = \mathrm{rank}\, B$.

37. Αν ο A είναι 2×3 πίνακας, η απεικόνιση $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}^2$.

38. Αν ο A είναι 3×2 πίνακας, η απεικόνιση $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ δεν μπορεί να είναι 1-1.

39. Αν ο A είναι 4×3 πίνακας, η απεικόνιση $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ δεν μπορεί να είναι επί.

40. Οι ιδιοτιμές ενός πίνακας είναι ίδιες με αυτές της κλιμακωτής μορφής του.

41. Αν το 0 είναι ιδιοτιμή ενός πίνακας, τότε οι στήλες του πίνακα είναι γραμμικά ανεξάρτητες.

42. Οι ιδιοτιμές ενός πίνακα είναι τα στοιχεία της κυρίας διαγωνίου του.

43. Ένας $n \times n$ πίνακας με λιγότερες από n διακριτές ιδιοτιμές δεν είναι διαγωνοποιήσιμος.

44. Αν ο $n \times n$ πίνακας A είναι διαγωνοποιήσιμος, τότε έχει n γραμμικά ανεξάρτητα ιδιοδιανύσματα.

45. Υπάρχει 5×5 πίνακας που δεν έχει πραγματικές ιδιοτιμές (αλλά μόνο μιγαδικές).