

ΜΑΣ029 - Στοιχεία Γραμμικής Άλγεβρας

Ασκήσεις Σωστό-Λάθος

1. Κάθε ανηγμένος κλιμακωτός πίνακας είναι κλιμακωτός.
2. Κάθε πίνακας έχει μοναδική κλιμακωτή μορφή.
3. Τα ηγετικά 1 ενός πίνακα, εμφανίζονται πάντα σε διαφορετικές στήλες.
4. Οι στήλες ενός κλιμακωτού πίνακα που περιέχουν ηγετικό 1, έχουν όλα τα υπόλοιπα στοιχεία ίσα με 0.
5. Αν οι A, B είναι 2×2 πίνακες, τότε $AB = BA$.
6. Για κάθε πίνακα A , $(A^T)^T = A$.
7. Αν οι A, B, C είναι $n \times n$ πίνακες και $A - C = B - C$, τότε $A = B$.
8. Αν οι A, B, C είναι $n \times n$ πίνακες και $AC = BC$, τότε $A = B$.
9. Αν οι A, B, C είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $A(B + C) = AB + AC$.
10. Αν οι A, B, C είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.
11. Αν οι A, B είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$.
12. Αν οι A, B είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $(AB)^T = A^T B^T$.
13. Αν οι A, B είναι $n \times n$ πίνακες και $\lambda \in \mathbb{R}$, τότε $(\lambda A + B)^T = \lambda A^T + B^T$.
14. Ο ανάστροφος ενός άνω τριγωνικού πίνακα είναι άνω τριγωνικός.
15. Αν ένας πίνακας είναι συμμετρικός και άνω τριγωνικός, τότε είναι διαγώνιος.
16. Ένας τετραγωνικός πίνακας με μηδενική γραμμή ή στήλη δεν είναι αντιστρέψιμος.
17. Ένας ομογενές σύστημα με $n \times n$ πίνακά ο οποίος έχει r ηγετικά 1, έχει $n - r$ ελεύθερες μεταβλητές.
18. Ένα γραμμικό σύστημα με περισσότερες εξισώσεις από ότι μεταβλητές έχει άπειρες λύσεις.
19. Αν ο τετραγωνικός πίνακας A δεν είναι αντιστρέψιμος, τότε το ομογενές σύστημα $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ έχει άπειρες λύσεις.
20. Αν ο επαυξημένος πίνακας ενός γραμμικού συστήματος έχει μηδενική γραμμή, τότε το σύστημα έχει άπειρες λύσεις.
21. Δεν υπάρχει γραμμικό σύστημα με δύο ακριβώς λύσεις.
22. Η ορίζουσα κάτω τριγωνικού πίνακα είναι ήση με το άθροισμα των στοιχείων της κυρίας διαγωνίου.
23. Αν το άθροισμα δύο γραμμών ενός 6×6 πίνακα είναι ίσο με την τελευταία γραμμή, τότε η ορίζουσα του πίνακα είναι ίση με 0.
24. Αν A, B είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $\det(A + B) = \det A + \det B$.

25. Αν $\det A = 0$, τότε ο A έχει μηδενική γραμμή ή στήλη.
26. Αν ο A είναι 3×3 πίνακας, $\det(2A) = 2\det A$.
27. Αν A, B είναι $n \times n$ πίνακες, τότε $\det(A^{-1}BA) = \det B$.
28. Αν οι στήλες ενός $n \times n$ πίνακα A παράγουν τον \mathbb{R}^n , τότε οι στήλες του A είναι γραμμικά ανεξάρτητες.
29. Ο χώρος που παράγεται από ένα διάνυσμα τον \mathbb{R}^2 αντιστοιχεί σε μία ευθεία.
30. Αν δύο σύνολα διανυσμάτων παράγουν τον ίδιο χώρο, είναι ίσα.
31. Κάθε γραμμικά ανεξάρτητο σύνολο περιέχει το μηδενικό διάνυσμα.
32. Αν $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \in \mathbb{R}^3$ και το \mathbf{v}_1 δεν είναι πολλαπλάσιο του \mathbf{v}_2 , τότε το $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητο.
33. Αν $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \in \mathbb{R}^4$ και το $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητο, τότε το $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητο.
34. Αν $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \in \mathbb{R}^4$ και το $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητο, τότε το $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητο.
35. Αν $A \sim B$ τότε $\text{Col } A = \text{Col } B$.
36. Αν $A \sim B$ τότε $\text{rank } A = \text{rank } B$.
37. Αν ο A είναι 2×3 πίνακας, η απεικόνιση $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R}^2 .
38. Αν ο A είναι 3×2 πίνακας, η απεικόνιση $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ δεν μπορεί να είναι 1-1.
39. Αν ο A είναι 4×3 πίνακας, η απεικόνιση $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ δεν μπορεί να είναι επί.
40. Οι ιδιοτιμές ενός πίνακα είναι ίδιες με αυτές της κλιμακωτής μορφής του.
41. Αν το 0 είναι ιδιοτιμή ενός πίνακα, τότε οι στήλες του πίνακα είναι γραμμικά ανεξάρτητες.
42. Οι ιδιοτιμές ενός πίνακα είναι τα στοιχεία της κυρίας διαγωνίου του.
43. Ένας $n \times n$ πίνακας με λιγότερες από n διακριτές ιδιοτιμές δεν είναι διαγωνοποιήσιμος.
44. Αν ο $n \times n$ πίνακας A είναι διαγωνοποιήσιμος, τότε έχει n γραμμικά ανεξάρτητα ιδιοδιανύσματα.
45. Υπάρχει 5×5 πίνακας που δεν έχει πραγματικές ιδιοτιμές (αλλά μόνο μιγαδικές).