

## ΜΑΣ029 - Στοιχεία Γραμμικής Άλγεβρας

### Ασκήσεις Σωστό-Λάθος

1. Κάθε ανηγμένος κλιμακωτός πίνακας είναι κλιμακωτός.

**Απάντηση:** Σωστό

2. Κάθε πίνακας έχει μοναδική κλιμακωτή μορφή.

**Απάντηση:** Λάθος

3. Τα ηγετικά 1 ενός πίνακα, εμφανίζονται πάντα σε διαφορετικές στήλες.

**Απάντηση:** Σωστό

4. Οι στήλες ενός κλιμακωτού πίνακα που περιέχουν ηγετικό 1, έχουν όλα τα υπόλοιπα στοιχεία ίσα με 0.

**Απάντηση:** Λάθος

5. Αν οι  $A, B$  είναι  $2 \times 2$  πίνακες, τότε  $AB = BA$ .

**Απάντηση:** Λάθος

6. Για κάθε πίνακα  $A$ ,  $(A^T)^T = A$ .

**Απάντηση:** Σωστό

7. Αν οι  $A, B, C$  είναι  $n \times n$  πίνακες και  $A - C = B - C$ , τότε  $A = B$ .

**Απάντηση:** Σωστό

8. Αν οι  $A, B, C$  είναι  $n \times n$  πίνακες και  $AC = BC$ , τότε  $A = B$ .

**Απάντηση:** Λάθος

9. Αν οι  $A, B, C$  είναι  $n \times n$  πίνακες, τότε  $A(B + C) = AB + AC$ .

**Απάντηση:** Σωστό

10. Αν οι  $A, B, C$  είναι  $n \times n$  πίνακες, τότε  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ .

**Απάντηση:** Λάθος

11. Αν οι  $A, B$  είναι  $n \times n$  πίνακες, τότε  $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ .

**Απάντηση:** Λάθος

12. Αν οι  $A, B$  είναι  $n \times n$  πίνακες, τότε  $(AB)^T = A^T B^T$ .

**Απάντηση:** Λάθος

13. Αν οι  $A, B$  είναι  $n \times n$  πίνακες και  $\lambda \in \mathbb{R}$ , τότε  $(\lambda A + B)^T = \lambda A^T + B^T$ .

**Απάντηση:** Σωστό

14. Ο ανάστροφος ενός άνω τριγωνικού πίνακα είναι άνω τριγωνικός.

**Απάντηση:** Λάθος

15. Αν ένας πίνακας είναι συμμετρικός και άνω τριγωνικός, τότε είναι διαγώνιος.

**Απάντηση:** Σωστό

16. Ένας τετραγωνικός πίνακας με μηδενική γραμμή ή στήλη δεν είναι αντιστρέψιμος.

**Απάντηση:** Σωστό

17. Ένας ομογενές σύστημα με  $n \times n$  πίνακά ο οποίος έχει  $r$  ηγετικά 1, έχει  $n - r$  ελεύθερες μεταβλητές.

**Απάντηση:** Σωστό

18. Ένα γραμμικό σύστημα με περισσότερες εξισώσεις από ότι μεταβλητές έχει άπειρες λύσεις.

**Απάντηση:** Λάθος

19. Αν ο τετραγωνικός πίνακας  $A$  δεν είναι αντιστρέψιμος, τότε το ομογενές σύστημα  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$  έχει άπειρες λύσεις.

**Απάντηση:** Σωστό

20. Αν ο επαυξημένος πίνακας ενός γραμμικού συστήματος έχει μηδενική γραμμή, τότε το σύστημα έχει άπειρες λύσεις.

**Απάντηση:** Λάθος

21. Δεν υπάρχει γραμμικό σύστημα με δύο ακριβώς λύσεις.

**Απάντηση:** Σωστο

22. Η ορίζουσα κάτω τριγωνικού πίνακα είναι ήση με το άθροισμα των στοιχείων της κυρίας διαγωνίου.

**Απάντηση:** Λάθος

23. Αν το άθροισμα δύο γραμμών ενός  $6 \times 6$  πίνακα είναι ίσο με την τελευταία γραμμή, τότε η ορίζουσα του πίνακα είναι ίση με 0.

**Απάντηση:** Σωστό

24. Αν  $A, B$  είναι  $n \times n$  πίνακες, τότε  $\det(A + B) = \det A + \det B$ .

**Απάντηση:** Λάθος

25. Αν  $\det A = 0$ , τότε ο  $A$  έχει μηδενική γραμμή ή στήλη.

**Απάντηση:** Λάθος

26. Αν ο  $A$  είναι  $3 \times 3$  πίνακας,  $\det(2A) = 2\det A$ .

**Απάντηση:** Λάθος

27. Αν  $A, B$  είναι  $n \times n$  πίνακες, τότε  $\det(A^{-1}BA) = \det B$ .

**Απάντηση:** Σωστό

28. Αν οι στήλες ενός  $n \times n$  πίνακα  $A$  παράγουν τον  $\mathbb{R}^n$ , τότε οι στήλες του  $A$  είναι γραμμικά ανεξάρτητες.

**Απάντηση:** Σωστό

29. Ο χώρος που παράγεται από ένα διάνυσμα τον  $\mathbb{R}^2$  αντιστοιχεί σε μία ευθεία.

**Απάντηση:** Σωστό

30. Αν δύο σύνολα διανυσμάτων παράγουν τον ίδιο χώρο, είναι ίσα.

**Απάντηση:** Λάθος

31. Κάθε γραμμικά ανεξάρτητο σύνολο περιέχει το μηδενικό διάνυσμα.

**Απάντηση:** Λάθος

32. Αν  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \in \mathbb{R}^3$  και το  $\mathbf{v}_1$  δεν είναι πολλαπλάσιο του  $\mathbf{v}_2$ , τότε το  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$  είναι γραμμικά ανεξάρτητο.

**Απάντηση:** Σωστό

33. Αν  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \in \mathbb{R}^4$  και το  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$  είναι γραμμικά ανεξάρτητο, τότε το  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$  είναι γραμμικά ανεξάρτητο.

**Απάντηση:** Λάθος

34. Αν  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \in \mathbb{R}^4$  και το  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$  είναι γραμμικά ανεξάρτητο, τότε το  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$  είναι γραμμικά ανεξάρτητο.

**Απάντηση:** Σωστό

35. Αν  $A \sim B$  τότε  $\text{Col } A = \text{Col } B$ .

**Απάντηση:** Λάθος

36. Αν  $A \sim B$  τότε  $\text{rank } A = \text{rank } B$ .

**Απάντηση:** Σωστό

37. Αν ο  $A$  είναι  $2 \times 3$  πίνακας, η απεικόνιση  $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  έχει πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}^2$ .

**Απάντηση:** Λάθος

38. Αν ο  $A$  είναι  $3 \times 2$  πίνακας, η απεικόνιση  $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  δεν μπορεί να είναι 1-1.

**Απάντηση:** Λάθος

39. Αν ο  $A$  είναι  $4 \times 3$  πίνακας, η απεικόνιση  $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  δεν μπορεί να είναι επί.

**Απάντηση:** Σωστό

40. Οι ιδιοτιμές ενός πίνακας είναι ίδιες με αυτές της κλιμακωτής μορφής του.

**Απάντηση:** Λάθος

**41.** Αν το 0 είναι ιδιοτιμή ενός πίνακα, τότε οι στήλες του πίνακα είναι γραμμικά ανεξάρτητες.

**Απάντηση:** Λάθος

**42.** Οι ιδιοτιμές ενός πίνακα είναι τα στοιχεία της κυρίας διαγωνίου του.

**Απάντηση:** Λάθος

**43.** Ένας  $n \times n$  πίνακας με λιγότερες από  $n$  διακριτές ιδιοτιμές δεν είναι διαγωνοποιήσιμος.

**Απάντηση:** Λάθος

**44.** Αν ο  $n \times n$  πίνακας  $A$  είναι διαγωνοποιήσιμος, τότε έχει  $n$  γραμμικά ανεξάρτητα ιδιοδιανύσματα.

**Απάντηση:** Σωστό

**45.** Υπάρχει  $5 \times 5$  πίνακας που δεν έχει πραγματικές ιδιοτιμές (αλλά μόνο μιγαδικές).

**Απάντηση:** Λάθος

