

## ΜΑΣ026 - Μαθηματικά για Μηχανικούς II

### Εαρινό εξάμηνο 2020

#### Ασκήσεις 1ου Κεφαλαίου

1. i) Μέσω απαλοιφής της παραμέτρου, να χαράξετε το γράφημα της καμπύλης που διαγράφει ένα σωματίδιο για  $0 \leq t \leq 5$  με παραμετρικές εξισώσεις κίνησης

$$x = t - 1, \quad y = t + 1.$$

- ii) Σημειώστε στο σχήμα τον προσανατολισμό της κίνησης του σωματιδίου.  
iii) Κατασκευάστε πίνακα με τις  $(x, y)$ -συντεταγμένες του σωματιδίου για  $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ .  
iv) Σημειώστε στο γράφημα τις παραπάνω θέσεις του σωματιδίου.
2. Χαράξτε το γράφημα με απαλοιφή της παραμέτρου για τις εξισώσεις:

$$x = 2 \sin^2 t, \quad y = 3 \cos^2 t \quad (0 \leq t \leq \pi/2).$$

3. Βρείτε παραμετρικές εξισώσεις για τις παρακάτω καμπύλες.

- i) Κύκλος με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα 5, δεξιόστροφος προσανατολισμός.  
ii) Τμήμα της παραβολής  $x = y^2$  από το  $(1, -1)$  στο  $(1, 1)$ , με προσανατολισμό προς τα πάνω.

4. Έστω οι παραμετρικές εξισώσεις  $x = \frac{1}{2}t^2 + 1, y = \frac{1}{3}t^3 - t$ . Να βρεθούν οι ποσότητες  $dy/dx$  και  $d^2y/dx^2$  χωρίς απαλοιφή της παραμέτρου στο σημείο όπου  $t = 2$ .

5. i) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης  $x = e^t, y = e^{-t}$ , για  $t = 1$  χωρίς απαλοιφή της παραμέτρου.  
ii) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης του προηγούμενου ερωτήματος μέσω απαλοιφής της παραμέτρου.

6. Να βρεθεί το μήκος των παρακάτω καμπυλών.

- i)  $x = t^2, y = \frac{1}{3}t^3 \quad (0 \leq t \leq 1)$ .  
ii)  $x = \cos 3t, y = \sin 3t \quad (0 \leq t \leq \pi)$ .

7. Χαράξτε τα παρακάτω σημεία σε πολικές συντεταγμένες.

α)  $(3, \pi/4)$    β)  $(5, 2\pi/3)$    γ)  $(1, \pi/2)$

8. Βρείτε την καμπύλη που παριστάνουν οι παρακάτω εξισώσεις μετασχηματίζοντας σε καρτεσιανές συντεταγμένες.

- i)  $r = 2$   
ii)  $r \sin \theta = 4$   
iii)  $r = 3 \cos \theta$   
iv)  $r = \frac{6}{3 \cos \theta + 2 \sin \theta}$

9. Να χαραχθούν οι καμπύλες που περιγράφουν οι παρακάτω εξισώσεις σε πολικές συντεταγμένες:

i)  $\theta = \frac{\pi}{3}$ ,

ii)  $r = 3$ .

10. Να χαράξετε την παραβολή  $x^2 = -8y$  προσδιορίζοντας την εστία και την διευθύνουσά της.

11. Να χαράξετε τις ελλείψεις προσδιορίζοντας τους άξονές τους.

i)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

ii)  $9x^2 + y^2 = 9$

12. Να χαράξετε τις υπερβολές προσδιορίζοντας τις κορυφές και τις ασύμπτωτές τους.

i)  $9y^2 - x^2 = 36$

ii)  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

13. Να προσδιοριστεί η εξίσωση της κωνικής τομής.

i) Παραβολή με κορυφή  $(0, 0)$  και διευθύνουσα  $y = \frac{1}{4}$ .

ii) Έλλειψη με άκρα μεγάλου άξονα  $(\pm 3, 0)$  και άκρα μικρού άξονα  $(0, \pm 2)$ .

iii) Υπερβολή με κορυφές  $(0, \pm 2)$  και ασύμπτωτες  $y = \pm \frac{2}{3}x$ .