ΜΑΣ026 - Μαθηματικά για Μηγανικούς ΙΙ Εαρινό εξάμηνο 2021-2022

Ασκήσεις 1ου Κεφαλαίου

i) Μέσω απαλοιφής της παραμέτρου, να χαράξετε το γράφημα της καμπύλης που διαγράφει ένα σωματίδιο 1. για $0 \le t \le 5$ με παραμετρικές εξισώσεις κίνησης

$$x = t - 1, y = t + 1.$$

- ii) Σημειώστε στο σχήμα τον προσανατολισμό της κίνησης του σωματιδίου.
- iii) Κατασκευάστε πίνακα με τις (x, y)-συντεταγμένες του σωματιδίου για t = 0, 1, 2, 3, 4, 5.
- iv) Σημειώστε στο γράφημα τις παραπάνω θέσεις του σωματιδίου.
- 2. Χαράξτε το γράφημα με απαλοιφή της παραμέτρου για τις εξισώσεις:

$$x = 2\sin^2 t$$
, $y = 3\cos^2 t$ $(0 < t < \pi/2)$.

- 3. Βρείτε παραμετρικές εξισώσεις για τις παρακάτω καμπύλες.
 - Κύκλος με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα 5, δεξιόστροφος προσανατολισμός.
 - ii) Τμήμα της παραβολής $x=y^2$ από το (1,-1) στο (1,1), με προσανατολισμό προς τα πάνω.
- **4.** Έστω οι παραμετρικές εξισώσεις $x=\frac{1}{2}t^2+1,$ $y=\frac{1}{3}t^3-t.$ Να βρεθούν οι ποσότητες dy/dx και d^2y/dx^2 χωρίς απαλοιφή της παραμέτρου στο σημείο όπου t=2.
- i) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης $x=e^t,\ y=e^{-t},$ για t=1 χωρίς απαλοιφή της 5. παραμέτρου.
 - Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης του προηγούμενου ερωτήματος μέσω απαλοιφής της παραμέτρου.
- 6. Να βρεθεί το μήκος των παρακάτω καμπυλών.
 - i) $x = t^2$, $y = \frac{1}{3}t^3$ $(0 \le t \le 1)$.
 - ii) $x = \cos 3t, y = \sin 3t$ $(0 \le t \le \pi)$.
- 7. Χαράξτε τα παρακάτω σημεία σε πολικές συντεταγμένες.
- α) (3, $\pi/4$)

 β) (5, $2\pi/3$)

- γ) $(1, \pi/2)$
- 8. Βρείτε την καμπύλη που παριστάνουν οι παρακάτω εξισώσεις μετασχηματίζοντας σε καρτεσιανές συντεταγμένες.
 - i) r = 2
 - ii) $r \sin \theta = 4$

 - iii) $r = 3\cos\theta$ iv) $r = \frac{6}{3\cos\theta + 2\sin\theta}$
- 9. Να χαραχθούν οι καμπύλες που περιγράφουν οι παρακάτω εξισώσεις σε πολικές συντεταγμένες:
 - i) $\theta = \frac{\pi}{3}$,

- ii) r = 3.
- **10.** Να χαράξετε την παραβολή $x^2 = -8y$ προσδιορίζοντας την εστία και την διευθύνουσά της.
- 11. Να χαράξετε τις ελλείψεις προσδιορίζοντας τους άξονές τους.

i)
$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

ii)
$$9x^2 + y^2 = 9$$

12. Να χαράξετε τις υπερβολές προσδιορίζοντας τις κορυφές και τις ασύμπτωτές τους.

i)
$$9y^2 - x^2 = 36$$

ii)
$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

- 13. Να προσδιοριστεί η εξίσωση της κωνικής τομής.
 - i) Παραβολή με κορυφή (0,0) και διευθύνουσα $y=\frac{1}{4}.$
 - ii) Έλλειψη με άκρα μεγάλου άξονα $(\pm 3,0)$ και άκρα μικρού άκονα $(0,\pm 2)$.
 - iii) Υπερβολή με κορυφές $(0,\pm 2)$ και ασύμπτωτες $y=\pm \frac{2}{3}x$.

Αυτή η εργασία χορηγείται με άδεια Creative Commons Αναφορά δημιουργού-Μη εμπορική-Παρόμοια διανομή 4.0 International License.