

Πανεπιστήμιο Κύπρου Τμήμα Μαθηματικών και Στατιστικής

Κεφάλαιο: Διαφορικές Εξισώσεις

Ασκήσεις

1. Να βρεθεί η γενική λύση των πιο κάτω διαφορικών εξισώσεων:

$$i. \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

ii.
$$\sqrt{1+x^2} \frac{dy}{dx} + x(1+y) = 0$$

iii.
$$\frac{dy}{dx} = 1 - y + x^2 - yx^2$$

iii.
$$\frac{dy}{dx} = 1 - y + x^2 - yx^2$$
 iv. $\cos^2 x \frac{dy}{dx} - \sin x \cdot e^{-y} = 0$

2. Να βρεθεί η γενική λύση των πιο κάτω διαφορικών εξισώσεων:

$$i. \quad \frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + y^3}{xy^2}$$

i.
$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + y^3}{xy^2}$$
 ii. $x \frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 - y^2}, \quad x > 0$

$$\text{iii. } \frac{dy}{dx} = \frac{x - 2y}{2x - y}$$

iii.
$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - 2y}{2x - y}$$
 iv.
$$xy^2 \frac{dy}{dx} = y^3 - 2x^3$$

3. Να βρεθεί η γενική λύση των πιο κάτω διαφορικών εξισώσεων:

$$i. \quad \frac{dy}{dx} + 3y = e^{-2x}$$

$$ii. \frac{dy}{dx} + y = \cos(e^x)$$

i.
$$\frac{dy}{dx} + 3y = e^{-2x}$$
 ii. $\frac{dy}{dx} + y = \cos(e^x)$ iii. $x \frac{dy}{dx} - y = x^2 \cos x$

4. Να βρεθεί η γενική λύση των πιο κάτω διαφορικών εξισώσεων:

i.
$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$
 ii. $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 0$

$$\text{ii. } \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 0$$

$$\text{iii.} \frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

iii.
$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$
 iv. $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 13y = 0$



Πανεπιστήμιο Κύπρου Τμήμα Μαθηματικών και Στατιστικής

Κεφάλαιο: Διαφορικές Εξισώσεις

5. Να βρεθεί η ειδική λύση των πιο κάτω διαφορικών εξισώσεων οι οποίες ικανοποιούν τις δοσμένες συνθήκες.

1.
$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$
, $y(0) = 1$, $y'(0) = 5$

ii.
$$\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} - 7y = 0$$
, $y(0) = 5$, $y'(0) = 3$

iii.
$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 5y = 0$$
, $y(0) = -3$, $y'(0) = 0$

iv.
$$\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 13y = 0$$
, $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$

6. Να βρεθεί η γενική λύση των πιο κάτω διαφορικών εξισώσεων:

$$\text{ii. } \frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x}$$

iii.
$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 9y = x^2 + 3x$$

7. Να βρεθεί η ειδική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$2y(1-x) + x(1+y)\frac{dy}{dx} = 0$$

η οποία ικανοποιεί τη συνθήκη y(1) = 1.