ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE
FAKULTA RIADENIA A INFORMATIKY

PROJEKTOVÁ VÝUČBA

Projekt 1

Študijný odbor: **Informačné systémy - Aplikovaná informatika**

Štefan Mrázik

Riešenie úlohy obchodného cestujúceho s časovými oknami

Vedúci: **doc. RNDr. Štefan Peško, CSc.**
Mgr. Michal Kaukič, CSc.

Novemmber 2014

Abstrakt

ŠTEFAN MRÁZIK *Riešenie úlohy obchodného cestujúceho s časovými oknami* [Práca projektovej výučby]
Žilinská Univerzita v Žiline, Fakulta riadenia a informatiky, Katedra matematických metód.
Vedúci: doc. RNDr. Štefan Peško, CSc., Mgr. Michal Kaukič, CSc.
Stupeň odbornej kvalifikácie: Inžinier v odbore Informačné systémy - Aplikovaná informatika
Žilina.
FRI ŽU v Žiline, 2014 — 2016

Obsahom práce je poskytnutie riešenia problému smerovania vozidiel obsluhy z množiny obslužných miest k zákazníkom, ktorí majú špecifikované časové okno, v ktorom z nim má prijsť vozidlo a obslúžiť ich požiadavky. Každé obslužné miesto ma vlastný autopark s daným počtom vozidiel a tieto sa používajú na obsluhovanie zákazníkov, pričom kritéria smerovania sú dodržiavanie časových okien zákazníkov a minimálny počet najazdených kilometrov.

Prehlásenie

Prehlasujem, že som túto prácu napísal samostatne a že som uviedol všetky použité pramene a literatúru, z ktorých som čerpal.

V Žiline, dňa 25.11.2014 Štefan Mrázik

Úvod

Definícia základného problému

Základný problém sa dá špecifikovať ako viacnásobný problém obchodného cestujúceho s časovými oknami (multiple traveling salesman problem with timed windows (m-TSPTW)). Tento problém je definovaný nasledovne:
Problémom je zistenie trás ktoré začínajú v jednom zdroji obsluhy a pokrývajú množinu ciest z ktorých každá začína v danom časovom okne. Tieto cesty sú brané ako cesty k zákazníkom. Neexistujú tu kapacitné podmienky pre vozidlá, pretože kapacita vozidiel pokrýva požiadavky zákazníkov.

Úprava základného problému

Oproti základnému problému (m-TSPTW) sa riešený problém líši v tom, že nepracuje len s jedným zdrojom obsluhy, ale s množinou zdrojov, ktorá má pre každý svoj prvok definovaný počet vozidiel, ktoré môžu zákazníkov obsluhovať.

Kapitola 1

Matematický model

Problém možno riešiť ako nasledujúcu úlohu matematického programovania:

$$\sum_{i,j \in V} c_{ij} \cdot x_{ij} \to \min \tag{1.1}$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = p_j, \qquad j \in V_Z, \tag{1.2}$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1, \qquad j \in V_K, \tag{1.3}$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = p_i, \qquad i \in V_Z, \tag{1.4}$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1, \qquad i \in V_K, \tag{1.5}$$

$$u_i - u_j + (\tau + c_{ij}) \cdot x_{ij} \leq \tau, \forall (i,j) \in V \times V_K, \tag{1.6}$$

$$u_i = 0, \qquad i \in V_Z \tag{1.7}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad i \in V, j \in V, \tag{1.8}$$

$$u_i \geq 0 \qquad i \in V \tag{1.9}$$

Jednotkové hodnoty premenných x_{ij} zodpovedajú použitiu hrany z vrcholu i do vrcholu j v ceste obchodného cestujúceho. Nezáporné premenné u_i zodpovedajú doposiaľ uplynutý čas na ceste v bode i.

V cieľovej funkcii (1.1) je hodnota premennej c_{ij} rovná času potrebného na prejdenie cesty medzi vrcholom i a j a zároveň aj doba potrebná na obslúženie zákazníka vo vrchole j.

Podmienky (1.2) a (1.4) zabezpečujú, že z miesta obsluhy v bode j vyjde a vráti sa do neho práve p_j vozidiel. Podmienky (1.3) a (1.5) zabezpečujú, že každého klienta obslúži práve jedno vozidlo. Podmienka (1.6) zabezpečí dodržanie časového okna pre všetky obslužné cesty. Podmienka (1.7) zabezpečí dodržanie začiatočný čas obsluhy (hodnotou 0) pre všetky zdroje obsluhy. Obmedzenia premených (1.8) a (1.9) sú obligatorné.

Kapitola 2

Matematický mode s časovými oknamil

Problém možno riešiť ako nasledujúcu úlohu matematického programovania:

Popis symbolov:

Vrcholy:

- V množina všetkých vrcholov cestnej siete
- V_Z množina zdrojov obsluhy cestnej siete
- V_K množina obsluhovaných vrcholov cestnej siete

Z hore uvedeného vyplýva: $V = V_Z \cup V_K$

Čas:

- τ doba potrebná na obsluhu
- τ_{max} maximálna dĺžka jazdy
- τ_i^{start} začiatok časového okna v uzle i
- τ_i^{end} koniec časového okna v uzle i

p_i kapacita autoparku v zdroji obsluhy i

c_{ij} čas potrebný na prejdenie z vrcholu i do vrcholu j

Premenné:

- x_{ij} bivalentná premenná, hodnota 1 charakterizuje použitie hrany medzi vrcholmi i a j v okružnej jazde, 0 inak
- u_i celočíselná nezáporná premenná, hodnota reprezentuje doposiaľ využitý čas v okružnej jazde

$$\sum_{i,j \in V} c_{ij} \cdot x_{ij} \to \min \tag{2.1}$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = p_j, \qquad j \in V_Z, \tag{2.2}$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = p_i, \qquad i \in V_Z, \tag{2.3}$$

$$\sum_{i \in V, i \neq j} x_{ij} = 1, \qquad j \in V_K, \tag{2.4}$$

$$\sum_{j \in V, i \neq j} x_{ij} = 1, \qquad i \in V_K, \tag{2.5}$$

$$u_i - u_j + (\tau_{max} + \tau + c_{ij}) \cdot x_{ij} \leq \tau_{max}, \forall (i,j) \in V \times V_K, i \neq j, \tag{2.6}$$

$$c_{ij} \cdot x_{ij} + u_i + \tau \leq \tau_{max}, \qquad \forall (i,j) \in V_K \times V_Z, \tag{2.7}$$

$$u_i \geq \tau_i^{start}, \qquad i \in V_K \tag{2.8}$$

$$u_i \leq \tau_i^{end}, \qquad i \in V_K \tag{2.9}$$

$$u_i = 0, \qquad i \in V_Z \tag{2.10}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad i \in V, j \in V, \tag{2.11}$$

$$u_i \geq 0 \qquad i \in V \tag{2.12}$$

Podmienky (2.2) a (2.3) zabezpečujú, že z miesta obsluhy vo vrchole i vyjde a vráti sa do neho práve p_i vozidiel. Podmienky (2.4) a (2.5) zabezpečujú, že každého klienta obslúži práve jedno vozidlo. Podmienka (2.6) zabezpečí dodržanie maximálnej časovej dĺžky okružnej jazdy, nezapočíta však posledný presun z posledne obsluhovaného vrcholu do zdroja obsluhy. Podmienka (2.7) zabezpečí splnenie maximálnej časovej dĺžky okružnej jazdy pre cestu z posledne obsluhovaného vrcholu do zdroja obsluhy. Podmienky (2.8) a (2.9) zabezpečujú dodržanie časov začiatku a konca časového okna pre príchod obsluhy do vrcholu i Podmienka (2.10) zabezpečí dodržanie začiatočný čas obsluhy (hodnotou 0) pre všetky zdroje obsluhy. Obmedzenia premených (2.11) a (2.12) sú obligatorné.

Kapitola 3

Popis heuristického algoritmu

Význam symbolov:

- V_Z: zdroje obsluhy, V_K: obsluhované vrcholy, V: všetky vrcholy ($V = V_Z \cup V_K$)
- c_{ij} cena hrany i, j
- τ_{max} maximálna dĺžka časového okna

Postup algoritmu:

1. Pre každý vrchol $v \in V_K$ priraď vrcholu v množinu vrcholov V_O z množiny V_Z ktoré ho môžu obsluhovať kyvadlovou jazdou, čiže platí $\forall u \in V_O : 2 \cdot c_{vu} \leq \tau_{max} \wedge u \in V_Z$
2. Vytvor zoznam hrán H s ich dĺžkami medzi obsluhovanými vrcholmi, $H = (u, v, c_{uv}) : u, v \in V_K \times V_K$ a utrieď ho podľa dĺžky hrany
3. Vyber hranu $h = (u, v, c_{uv})$ zo zoznamu hrán H
4. Zisti množinu spoločných obslužných vrcholov V_S pre vrcholy u, v, čiže $V_S = V_{Ou} \cap V_{Ov}$
5. Pre všetky obslužné vrcholy z v množiny V_S vypočítaj úsporu trasy $s = c_{zu} + c_{zv} - c_{uv}$ a ulož ich do zoznamu úspor S
6. Vyber najmenšiu nezápornú úsporu zo zoznamu úspor S a priraď s ňou spojený obslužný vrchol z ako novú množinu V_O pre vrcholy u a v a definuj pre vrchol 2 značky reprezentujúce s ním 2 incidentné vrcholy. Obe nastav na vrchol z.
7. Ak sú v zozname hrán H hrany, pokračuj krokom 3

8. Vytvor zoznam hrán H s ich dĺžkami medzi obsluhovanými vrcholmi, $H = (u, v, c_{uv}) : u, v \in V_K \times V_K$ a utrieď ho podľa dĺžky hrany
9. Pokiaľ je zoznam hrán H neprázdny, vyber hranu $h = (u, v, c_{uv})$ zo zoznamu hrán H, inak pokračuj krokom 12
10. Pokiaľ majú vrcholy u, v spoločnú aspoň jednu značku ktorá je zároveň obslužným vrcholom je možné ich spojiť výmenou tejto značky za značku vrcholov u a v. Inak pokračuj krokom 9
11. Over či zmenou značiek nedôjde k odpojeniu vrcholu obsluhy z od obslužnej cesty a či nová cesta spĺňa kritérium maximálneho časového okna τ_{max}. Pokiaľ sú obe podmienky splnené, zameň značky a pokračuj krokom 9
12. Na základe značiek vytvor výsledný graf

Literatúra

[1] M. Desrochers, J.K. Lenstra, M.W.P. Savelsbergh, F. Soumis *Vehicle Routing with Time Windows: Optimalization and Approximation*, Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 1988