

# Аппроксимация многомерной функции перцептроном с двумя скрытыми слоями.

Баталов Семен

02.03.2021

## 1. Перцептрон

Для аппроксимации любой непрерывной вектор-функции достаточно использовать перцептрон с двумя скрытыми слоями. Это следует из теоремы Колмогорова.

При решении поставленной задачи использовался перцептрон с 2000 нейронами в первом и 40 нейронами во втором внутренних слоях (число нейронов во входном и выходном слоях варьировалось в зависимости от вида аппроксимируемой функции). В качестве активационной функции использовалась функция «**RELU**». В качестве функции ошибки использовалась «**MAE**» (Mean Absolute Error). Количество эпох при обучении составило 60.

## 2. Обучение и оценка

Сначала производилась подготовка данных для обучения. Она заключалась в создании в области определения функции сетки, размерность которой совпадала с размерностью области определения, далее в узлах сетки рассчитывались значения этой функции. Таким образом, получался датасет для обучения, то есть координаты узлов – входные данные, значения функции в них – выходные.

Далее из датасета случайно извлекалась обучающая и тестировочная выборки. Оценкой качества работы перцептрона был результат, возвращаемый функцией «**MAE**», примененной к тестировочной выборке. Для наглядности были также построены графики (и их приближения) некоторых одномерных функций.

## 3. Инструменты

Языком разработки был «**Python**». Для работы с нейросетью использовалась подбиблиотека «**Keras**» библиотеки «**TensorFlow**». Также для разделения датасета на обучающую и тестировочную выборки использовалась библиотека «**Sklearn**». Подробнее о программе можно узнать в папке «**source**» проекта.

## 4. Эксперименты и результаты

Здесь приведено описание некоторых функций, на которых проверялась корректность работы программы. Также изображены графики некоторых из них и прибли-

женно вычисленные значения.

#### 4.1. $f(x) = -x^2 + 5$

Непрерывная одномерная функция. Область аппроксимации:  $[-1, 1]$ ; шаг сетки: 0.01; размер обучающей выборки: 0.6 — 0.8.

Величина ошибки (MAE): 0.009 - 0.085.

#### 4.2. $f(x) = \sin(x) + 1$

Непрерывная одномерная функция. Область аппроксимации:  $[0, 6.5]$ ; шаг сетки: 0.01; размер обучающей выборки: 0.6 — 0.8.

Величина ошибки (MAE): 0.021 - 0.100.

#### 4.3. $f(x) = \sqrt{x}$

Непрерывная одномерная функция. Область аппроксимации:  $[0, 6.5]$ ; шаг сетки: 0.01; размер обучающей выборки: 0.6 — 0.8.

Величина ошибки (MAE): 0.006 - 0.015.

#### 4.4. $f(x, y) = x + y$

Непрерывная функция двух переменных. Область аппроксимации:  $[0, 2] \times [0, 2]$ ; шаг сетки: 0.1; размер обучающей выборки: 0.6 — 0.8.

Величина ошибки (MAE): 0.007 - 0.05.

#### 4.5. $f(x, y) = (x + y, x^2 \cdot y)$

Непрерывная функция двух переменных. Область аппроксимации:  $[0, 2] \times [0, 2]$ ; шаг сетки: 0.1; размер обучающей выборки: 0.6 — 0.8.

Величина ошибки (MAE): 0.029 - 0.036.

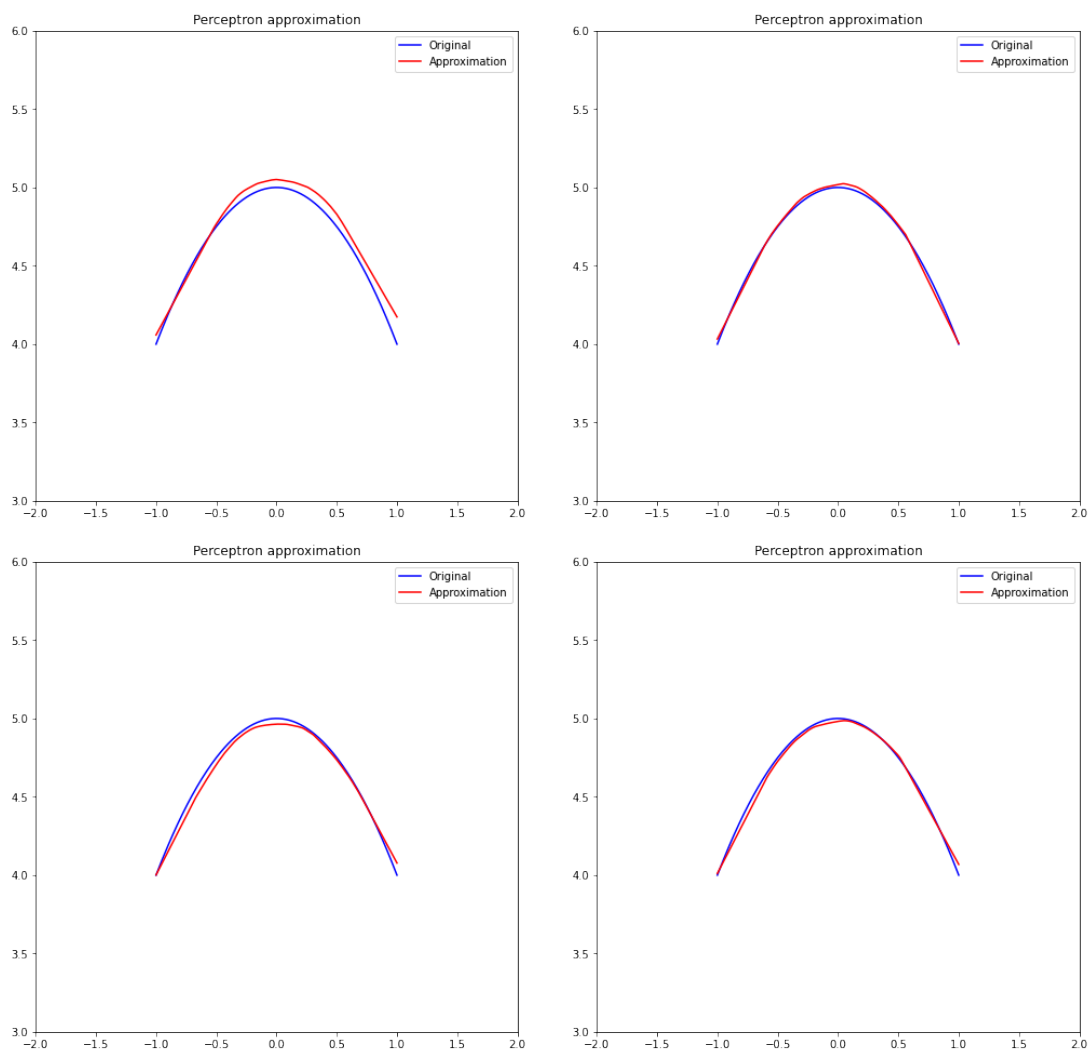


Рис. 1. Аппроксимация функции  $f(x) = -x^2 + 5$ .

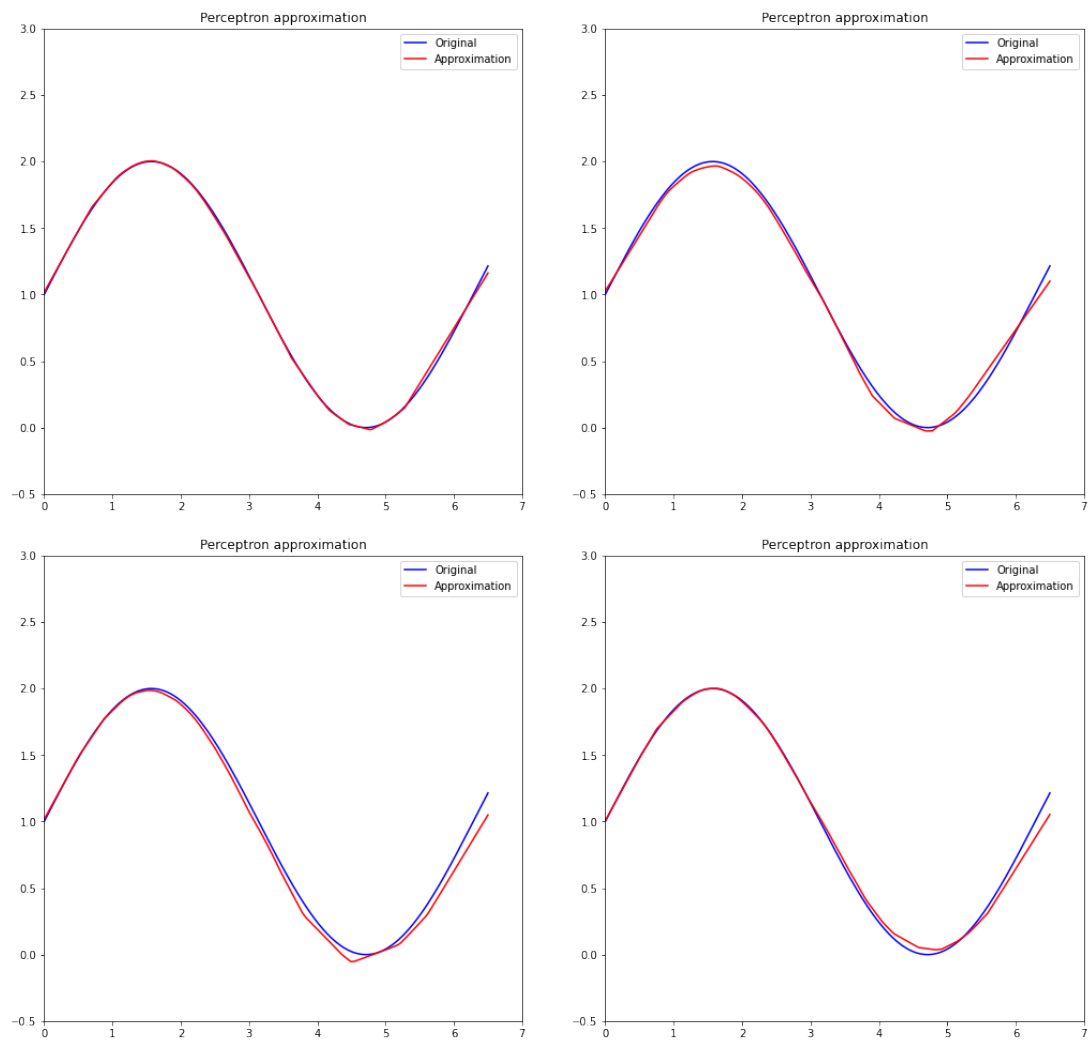


Рис. 2. Аппроксимация функции  $f(x) = \sin(x) + 1$ .

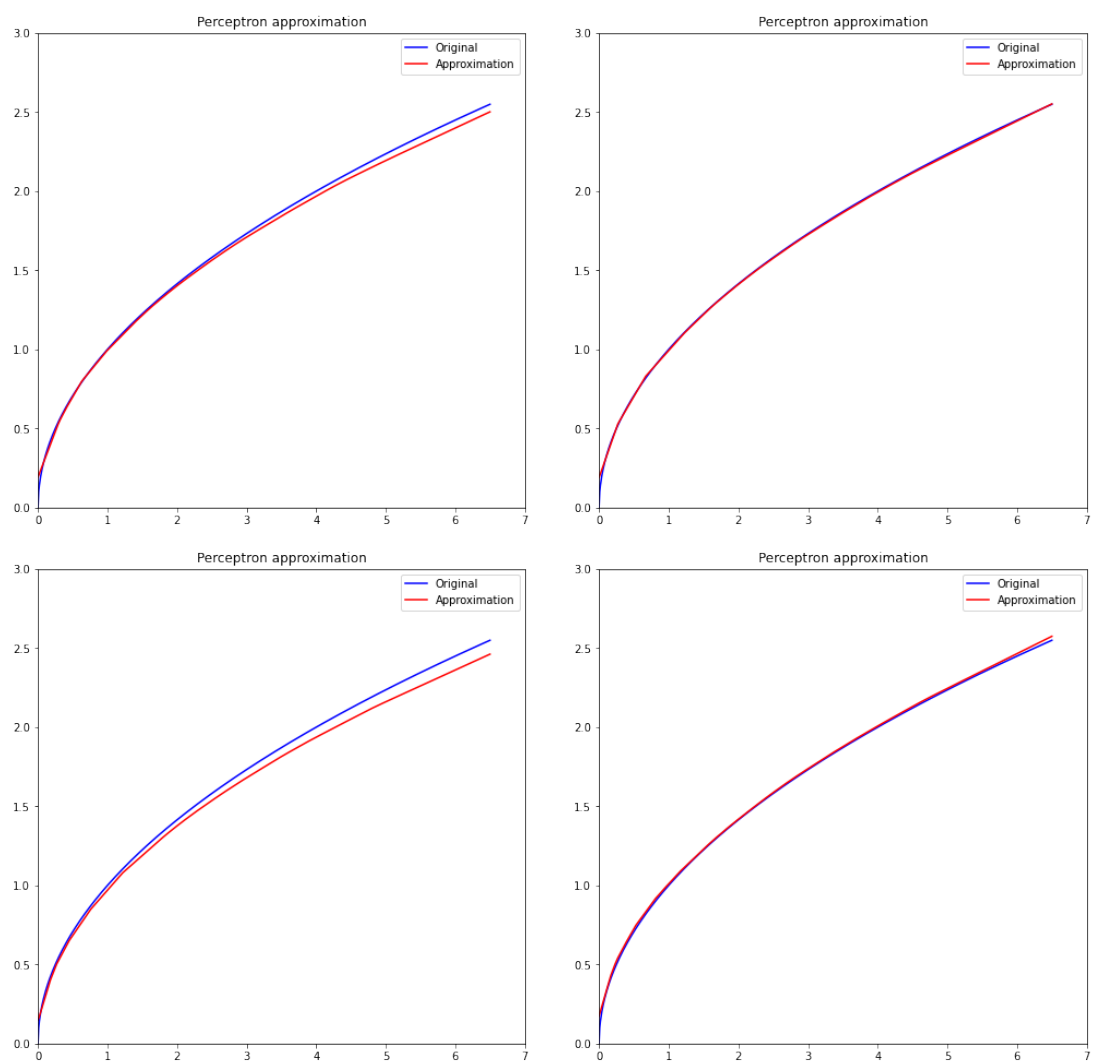


Рис. 3. Аппроксимация функции  $f(x) = \sqrt{x}$ .