

Применение алгоритма муравьиной колонии и метода имитации отжига к решению задачи Коммивояжера

Баталов Семен

09.03.2021

1. Постановка задачи

Основной задачей является разработка программ способных искать приближенное к оптимальному решение задачи Коммивояжера. Также требуется проверить работоспособность программ на тривиальных примерах и выявить некоторые зависимости, связанные с начальными данными и параметрами.

Языком разработки выбран «**Python**». Для реализации алгоритмов используются библиотеки «**satsp**» и «**neataco**». Подробнее о программе можно узнать в папке «**source**» проекта.

2. Задача Коммивояжера

Задача коммивояжёра (или TSP от англ. *Travelling salesman problem*) – одна из самых известных задач комбинаторной оптимизации, заключающаяся в поиске самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город. В условиях задачи указывается критерий выгодности маршрута. В нашем случае мы будем искать кратчайшие маршруты.

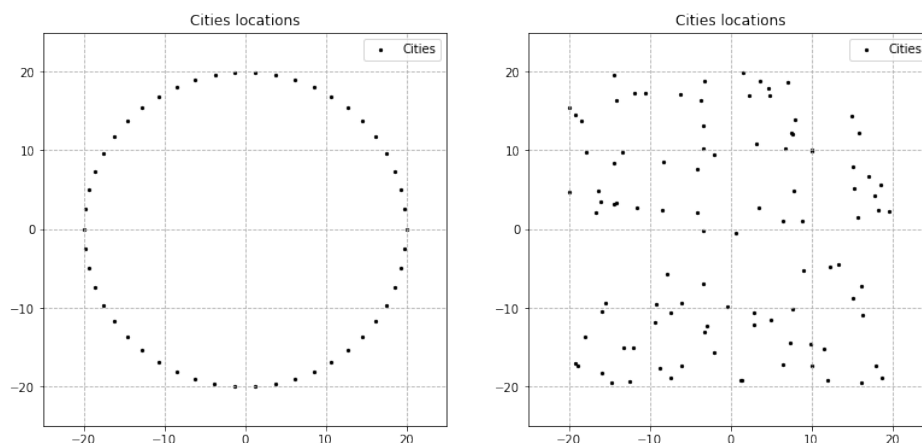


Рис. 1. Примеры расположения городов на плоскости.

Города будем изображать точками на плоскости. Для проверки алгоритмов будем использовать две карты (рис. 2.1). На левой 50 городов расположены по кругу, на правой 100 городов разбросаны по плоскости случайно. Пример слева является тривиальным, оптимальный маршрут обхода всех точек (по кругу) очевиден.

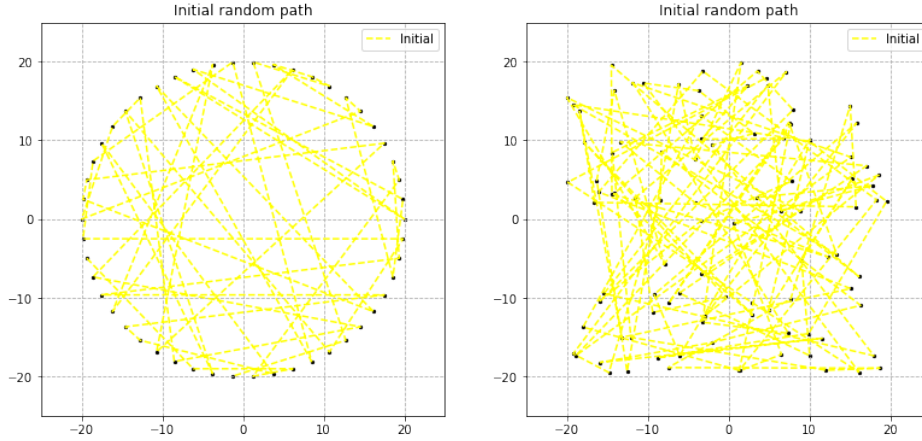


Рис. 2. Инициализация случайными маршрутами.

Изначально пути между городами проложены случайным образом (рис. 2.2). Такие конфигурации не являются оптимальными (длина маршрута для первой: 1230, для второй: 2220), и поэтому мы будем оптимизировать их методом имитации отжига и алгоритмом муравьиной колонии.

3. Алгоритм муравьиной колонии

Муравьиный алгоритм (алгоритм оптимизации подражанием муравьиной колонии, англ. *ant colony optimization*, АСО) – один из эффективных полиномиальных алгоритмов для нахождения приближённых решений задачи коммивояжёра, а также решения аналогичных задач поиска маршрутов на графах. Суть подхода заключается в анализе и использовании модели поведения муравьёв, ищущих пути от колонии к источнику питания, и представляет собой метаэвристическую оптимизацию.

В основе алгоритма лежит поведение муравьиной колонии – маркировка более удачных путей большим количеством феромона. Работа начинается с размещения муравьёв в вершинах графа (городах), затем начинается движение муравьёв – направление определяется вероятностным методом, на основании формулы (1).

$$P_i = \frac{l_i^q \cdot f_i^p}{\sum_{k=0}^N l_k^q \cdot f_k^p} \quad (1)$$

В дальнейшем нам пригодятся величины p и q . Они характеризуют «жадность» и «стадность» алгоритма. Одним из важных параметров является количество муравьёв K (количество запусков итераций алгоритма), а так же «скорость испарения феромона».

Проверим работоспособность алгоритма на тривиальном примере (рис. 2.1 слева). Количество итераций $K = 200$, $p = 1$, $q = 2$. Результат работы представлен на рис. 3.3 слева.

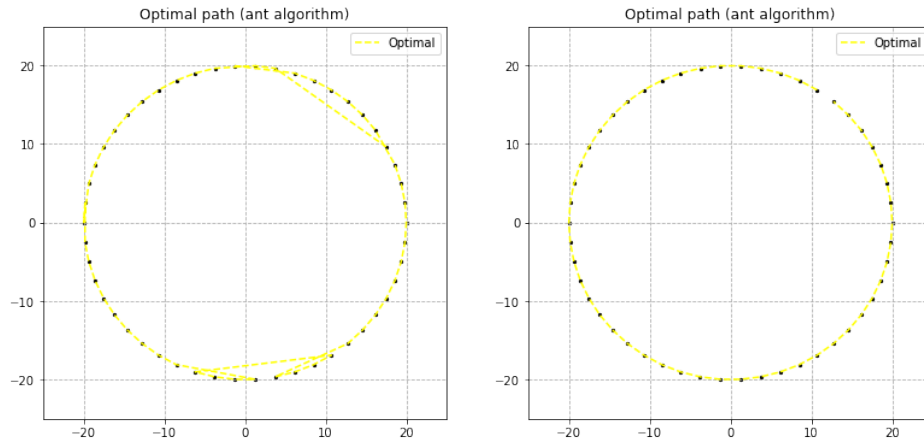


Рис. 3. Оптимизация муравьиным алгоритмом для $q = 2$ слева и $q = 5$ справа.

Видно, что решение не является оптимальным. Теперь увеличим значение q до 5 (рис. 3.3 справа). Получили искомое решение тривиальной задачи Коммивояжера. Алгоритм работает корректно.

Теперь рассмотрим более сложный пример (рис. 2.1 справа). Запустим алгоритм с теми же параметрами (рис. 3.4 слева). Длина маршрута составит 399.9.

Теперь будем считать, что $q = 7, K = 500$ (рис. 3.4 справа). Получим уже другой маршрут, но он ближе к оптимальному, т.к. его длина равна 365.3.

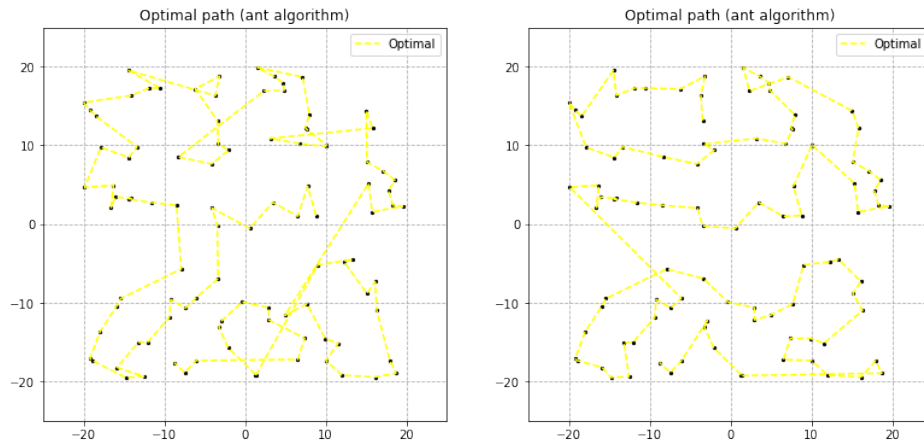


Рис. 4. Оптимизация муравьиным алгоритмом для $q = 5, K = 200$ слева и $q = 7, K = 500$ справа.

То есть имеет смысл менять начальные параметры алгоритма, это позволяет улучшить результат.

4. Метод имитации отжига

Алгоритм имитации отжига (англ. *Simulated annealing*) – общий алгоритмический метод решения задачи глобальной оптимизации, особенно дискретной и комбинаторной оптимизации. Алгоритм основывается на имитации физического процесса, который происходит при кристаллизации вещества, в том числе при отжиге металлов.

Проверим работоспособность алгоритма на тривиальном примере (рис. 2.1 слева). Считаем $t_0 = 100, t_1 = 1, \alpha = 0.95$. Результат работы представлен на рис. 4.5 слева.

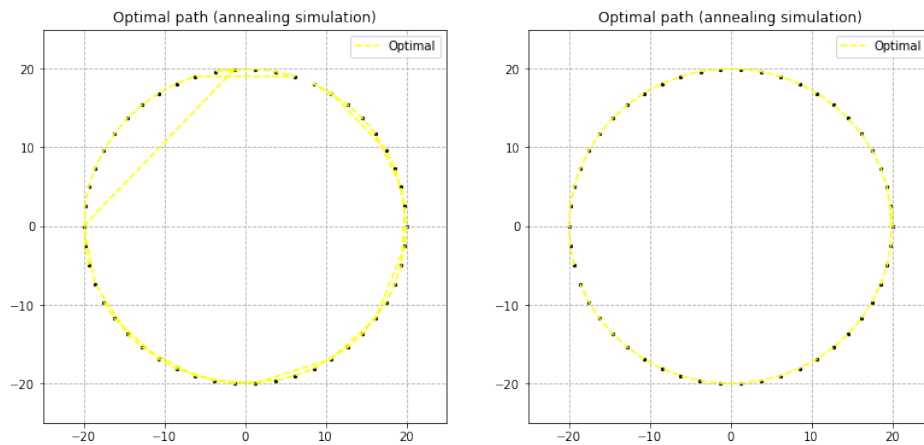


Рис. 5. Оптимизация методом имитации отжига для $\alpha = 0.95$ слева и $\alpha = 0.98$ справа.

Видно, что решение не является оптимальным. Теперь увеличим значение α до 0.98 (рис. 4.5 справа). Получили искомое решение тривиальной задачи Коммивояжера. Алгоритм работает корректно.

Теперь рассмотрим второй пример (рис. 2.1 справа). Запустим алгоритм с теми же параметрами (рис. 4.6 слева). Длина маршрута составит 489.

Далее будем считать, что $\alpha = 0.99, t_0 = 150$ (рис. 4.6 справа). Получим уже другой маршрут, но он ближе к оптимальному, т.к. его длина равна 395.3.

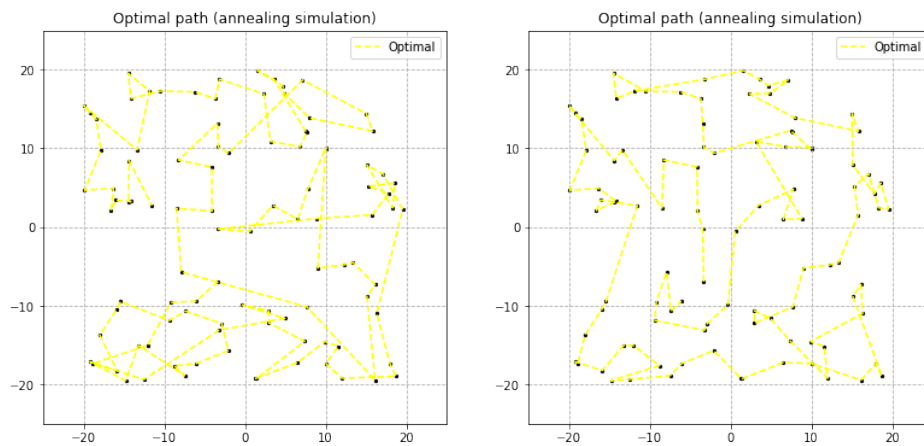


Рис. 6. Оптимизация методом имитации отжига для $\alpha = 0.98, t_0 = 100$ слева и $\alpha = 0.99, t_0 = 150$ справа.

То есть имеет смысл менять начальные параметры алгоритма, это позволяет улучшить результат.

5. Выводы

Нетрудно заметить, что во всех случаях маршрут, который строит муравьиный алгоритм оказывается оптимальней того, который получается в методе имитации отжига. Более того последний справляется с задачей намного медленнее первого. Поэтому можно сказать, что для решения задачи Коммивояжера лучше подходит алгоритм муравьиной колонии (хотя у каждого метода есть свои преимущества и недостатки).