

Санкт-Петербургский Государственный Университет
Saint-Petersburg State University

ЛАБОРАТОРИЯ ПРОЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ

ОТЧЕТ

По лабораторной работе 3

«Определение главных напряжений при совместном действии изгиба и
кручения»

По дисциплине

«Лабораторный практикум, лабораторная работа»

Выполнили:

Баталов С. А.
Хайретдинова Д. Д.

Санкт-Петербург
2021

1 Цель работы

Напряжения на площадке, проходящей через заданную точку нагруженного тела, зависят от ее ориентации. С поворотом площадки меняются в определенной зависимости и напряжения. Совокупность напряжений, возникающих на множестве площадок, проходящих через рассматриваемую точку, называется напряженным состоянием в точке. Напряженное состояние в точке характеризуется тензором напряжений, компоненты которого представляют собой проекции векторов напряжений, действующих на трех площадках, перпендикулярных координатным осям. Диагональные компоненты тензора представляют собой нормальные составляющие напряжений, недиагональные – касательные.

Тензор напряжений, ввиду отсутствия моментов сил, является симметричным, а это означает, что его можно диагонализировать. Оси тензора, в которых он имеет диагональный вид, называют главными осями. Соответствующие им взаимно перпендикулярные площадки называются главными площадками, а нормальные напряжения на них – главными напряжениями.

Цель работы заключается в экспериментальном определении посредством электротензометрии положения главных осей и значений главных напряжений при плоском напряженном состоянии и сравнение результатов эксперимента с теоретическими расчетами.

2 Теоретические исследования

При кручении тонкостенного полого стержня с одновременным изгибом, в точках сечения возникают нормальное и касательное напряжения, наибольшие значения которых определяются по формулам:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{4Fl}{\pi d^2 h} \quad (1)$$

$$\tau_{max} = \frac{M_k}{W_p} = \frac{2Fa}{\pi d^2 h} \quad (2)$$

Здесь M_x и M_k – изгибающий и крутящий моменты в сечении, W_x и W_p – моменты сопротивления сечения изгибу и кручению, F – сила, действующая на рычаг, a – длина рычага ($a = 300$ мм), l – расстояние от рычага до исследуемого сечения ($l = 260$ мм), d – средний диаметр сечения тонкостенного стержня ($d = 41$ мм), h – толщина стенки стержня ($h = 1$ мм).

Главные напряжения и угол наклона β одной из главных осей к оси стержня вычисляются по формулам:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_{max}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2}\right)^2 + \tau_{max}^2} \quad (3)$$

$$tg2\beta = \frac{2\tau}{\sigma} \quad (4)$$

Если же нам известны деформации в данной точке сечения в направлении трех осей (u, z, v), расположенных под углом 45° друг к другу, то главные деформации $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ и угол α между осью стержня и главными осями можно вычислить по формулам:

$$\varepsilon_{1,3} = \frac{\varepsilon_u + \varepsilon_v}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2}[(\varepsilon_u - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_v - \varepsilon_z)^2]} \quad (5)$$

$$tg2\beta = \frac{2\varepsilon_z - (\varepsilon_u + \varepsilon_v)}{\varepsilon_u - \varepsilon_v} \quad (6)$$

$$\alpha = 45^\circ - \beta \quad (7)$$

Значения главных напряжений в соответствии с законом Гука (связь тензора напряжений и тензора малых деформаций) будем вычислять по формулам:

$$\sigma_1 = E \cdot \frac{\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_3}{1 - \nu^2} \quad (8)$$

$$\sigma_3 = E \cdot \frac{\varepsilon_3 + \nu\varepsilon_1}{1 - \nu^2} \quad (9)$$

3 Экспериментальная установка

Установка (1) выполнена в настольном исполнении и состоит из опорных стоек 1 и 2, корпуса 3, ступенчатого вала (образца) 4, закрепленного центральным невыпадающим болтом 5 рукоятки 6, рычага 9 и подвески 13 с гирями 14. Для снятия показаний тензорезисторов 15, наклеенных на ступень большого диаметра образца 4, измеритель деформации ИДТЦ-01 подключается к разъему 16.

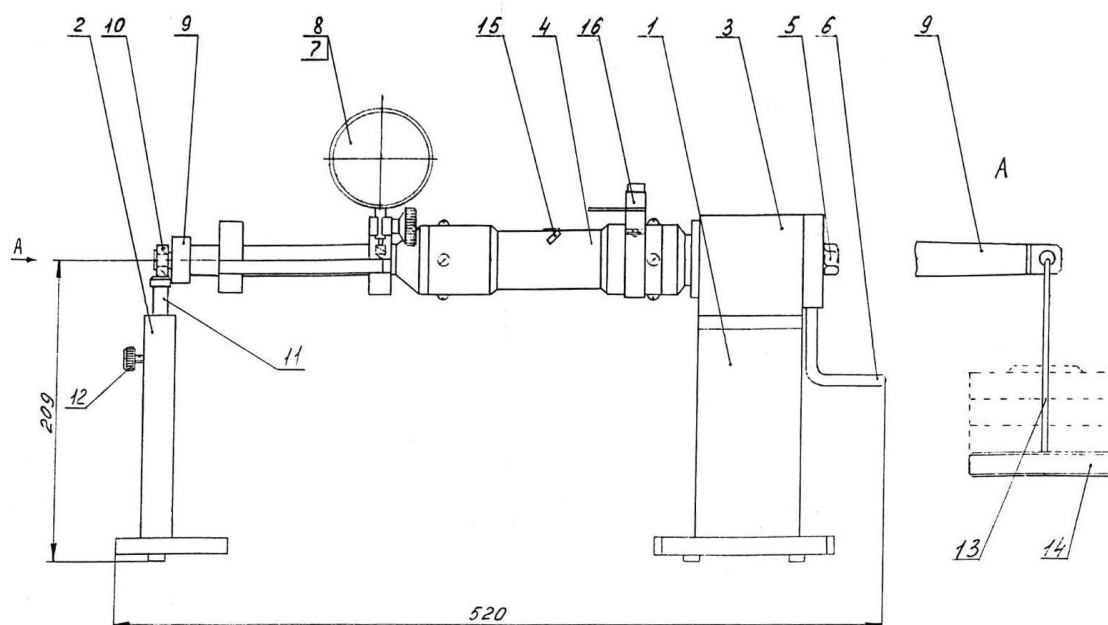


Рис. 1: Схема установки.

Для работы используется образец большого диаметра с наклеенными в среднем сечении тремя тензорезисторами (один вдоль оси, а два других под углом 45° к ней). Для создания в сечении образца совместного кручения и изгиба необходимо опустить упор 11 стойки 2 так, чтобы он не касался подшипника 10. Положение упора фиксируется винтом 12.

4 Эксперимент

В данной работе при плоском напряженном состоянии проводится определение главных осей тензоров напряжений и деформаций посредством электротензометрии, также определяются соответствующие главные напряжения. Важно отметить, что все вычисления и построения производились с помощью пакета Matlab, с исходным кодом программы можно ознакомиться отдельно. Начальные данные представлены в таблице 1.

Величина	Значение	Размерность
a	300	мм
l	260	
d	41	
h	1	
E	$0.7 \cdot 10^5$	МПа
ν	0.33	—

Таблица 1: Начальные данные.

Усреднили показания прибора для 4 измерений и рассчитали изменение деформаций для каждого тездатчика по формулам:

$$\varepsilon_z = K \times \Delta n_z, \quad \varepsilon_u = K \times \Delta n_u, \quad \varepsilon_v = K \times \Delta n_v \quad (10)$$

где $K = 6.4 \cdot 10^{-7}$ – цена единицы дискретности измерителя деформаций.

Погрешность измерений вычислили как погрешность среднего для 4 измерений с доверительной вероятностью 90% и погрешности прибора $\Delta\varepsilon = 0.16 \cdot 10^{-5}$

Выполнили теоретический расчет главных напряжений и угла наклона β одной из главных осей к оси стержня по формулам (1) – (4) и экспериментальный расчет в соответствии с законом Гука по формулам (5)–(9) и рассчитали относительную погрешность измерений.

№	F	n_z	n_u	n_v
	H	дел.		
	0	966	824	851
1	10	995	847	835
	20	1026	865	816
	30	1053	885	800
	40	1082	904	780
2	10	995	845	834
	20	1025	863	815
	30	1052	883	799
	40	1081	903	779
3	10	994	843	835
	20	1024	862	815
	30	1053	883	798
	40	1080	902	781
4	10	996	844	834
	20	1023	863	815
	30	1053	881	797
	40	1080	902	851

Таблица 2: Показания ИД при 4 измерениях.

5 Выводы

В данной работе проводили одновременное кручение с изгибом тонкостенного полого стержня, измеряя деформации с помощью тензодатчиков сопротивления и измерителя деформации. Научились находить значения главных напряжений и угол наклона одной из главных осей к оси стержня для возникающего в стержне плоского напряженного состояния теоретическим и экспериментальным путем. Рассчитали погрешности и сравнили полученные значения.

F	n_z	n_u	n_v
Н	дел.		
0	966	824	851
10	995	845	835
20	1025	863	815
30	1053	883	799
40	1081	903	780

Таблица 3: Средние значения показаний ИД.

Нагрузка	Изменение деформации ТД		
	1	2	3
F	ε_z	ε_u	ε_v
H	$\cdot 10^{-5}$		
10	1.86	1.34	-1.02
20	1.94	1.15	-1.28
30	1.79	1.28	-1.024
40	1.79	1.28	-1.216
$\Delta F =$ 10 Н	1.84	1.26	-1.14

Таблица 4: Изменение деформаций в зависимости от приложенной нагрузки.

	σ_1	σ_3	$tg2\beta$	β
	МПа		–	°
Теор. расчет	2.49	-0.52	1.15	24.54
Эксперимент	1.19	-1.06	1.48	27.94
Погрешность эксперимента	23%	36%	22%	10%

Таблица 5: Экспериментальные и расчетные данные.