

Санкт-Петербургский государственный университет

St Petersburg University

Математико-Механический факультет

Отчет по лабораторной работе №5

«Поперечные колебания балки»

Выполнили студенты 351 гр.:

Бобу Юлия,

Соболев Леонид,

Теплова Татьяна,

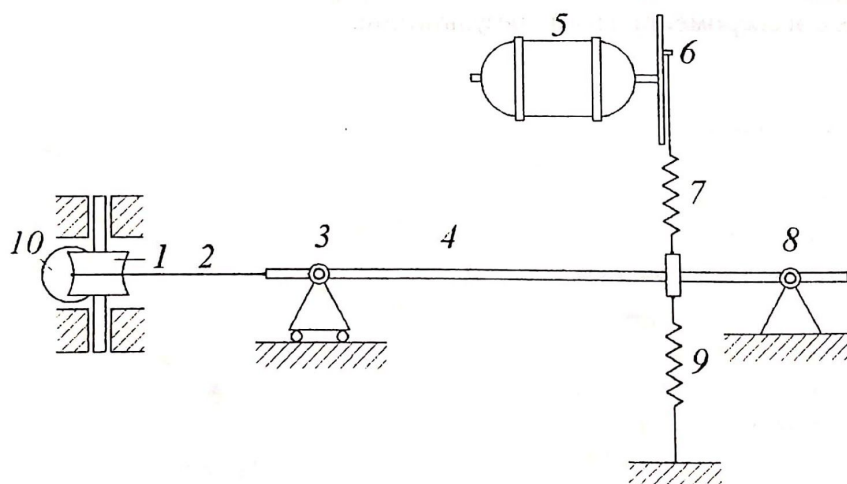
Курбанов Нурлан,

Егоров Павел,

Пчельников Павел.

Санкт-Петербург, 2020

### Схема установки



1 – ролик; 2 – трос; 4 – балка, шарнирно закрепленная на опорах 3 и 8;  
5 – мотор с эксцентриком 6; 7 и 9 – пружины; 10 – груз.

### Исходные данные

Длина балки  $l = 184 \pm 0,2$  см

Высота балки  $h = 4,9 \pm 0,05$  см

Ширина балки  $b = 0,5 \pm 0,005$  см

Модуль Юнга материала балки  $E = 0,7 \cdot 10^{11}$  Па

Плотность материала балки  $\rho = 2,85 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>

### Теоретический расчет

Уравнение поперечных колебаний балки:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + p \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad y(0, t) = y(l, t) = 0, \quad \frac{\partial^2 y(0, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y(l, t)}{\partial x^2} = 0$$

имеет решение вида:  $y = X(x)T(t)$ , где  $X_k(x) = C_4^{(k)} \sin \alpha_k x$

$$T_k(x) = A_k \cos \omega_k t + B_k \sin \omega_k t, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

где  $\omega_k$  – частота собственных колебаний, определяемая формулой:

$$\omega_k = \left( \frac{k\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{p}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$$I = \frac{b^3 h}{12}, \quad \text{то } \omega_k = \left( \frac{k\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{p}} = \left( \frac{k\pi}{l} \right)^2 b \sqrt{\frac{E}{12\rho}}$$

Определим относительную погрешность измерений:

$$\varepsilon_{\omega} = \frac{\Delta b}{b} + 2 \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} = \frac{0,025}{0,5} + 2 \frac{0,2}{184} + 2 \frac{10^{-4}}{3,1416} = 0,0522$$

Рассчитаем теоретические значения собственных частот:

$$\omega_1 = \left( \frac{3,1416}{1,84} \right)^2 5 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{0,7 \cdot 10^{11}}{12 \cdot 2,85 \cdot 10^3}} = 20,853 \text{ с}^{-1}; \quad \Delta \omega_1 \approx 1 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_2 = 4 \cdot \omega_1 = 83,412 \text{ с}^{-1}; \quad \Delta \omega_2 \approx 4 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_3 = 9 \cdot \omega_1 = 187,677 \text{ с}^{-1}; \quad \Delta \omega_3 \approx 10 \text{ с}^{-1}$$




Таким образом:

$$\omega_1 = 21 \pm 1 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_2 = 83 \pm 4 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_3 = 188 \pm 10 \text{ с}^{-1}$$

### Экспериментальные значения

Сравнение теоретических и экспериментальных значений собственных частот, Гц		
Формы колебаний	Результат теоретического расчета	Результат эксперимента
	$3,3 \pm 0,2$	3,52
	$13,2 \pm 0,6$	13,91
	$29,9 \pm 1,6$	29,89

Такая разница в значениях обусловлена погрешностью в экспериментальных измерениях критических угловых скоростей.

