

Санкт-Петербургский государственный университет

St Petersburg University

Математико-Механический факультет

Отчет по лабораторной работе №3

«Колебания связанных маятников»

Выполнили студенты 351 гр.:

Бобу Юлия,

Соболев Леонид,

Теплова Татьяна,

Курбанов Нурлан,

Егоров Павел,

Пчельников Павел.

Исходные данные для теоретического расчета

- $m = 0.37$ кг – масса маятника
- $l_1 = 0.38$ м – длина 1 маятника
- $l_2 = 0.375$ м – длина 2 маятника
- $h = 0.105$ м – расстояние от точек подвеса до точек крепления пружин
- $c = 4.78 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ – жесткости крайних пружин
- $c^* = 8.9 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ – жесткость средней пружины

Замечание: Жесткости измерены по формуле $c = \frac{mg}{x}$, где x – удлинение пружины, m – масса груза, подвешенного к пружине.

Теоретический расчет

Для вычисления значения собственных частот использовались следующие формулы:

$$k_1 = \left(\frac{1}{2} \left((a_{11} + a_{22}) - \sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 - 4(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \right) \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$k_2 = \left(\frac{1}{2} \left((a_{11} + a_{22}) + \sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 - 4(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \right) \right)^{\frac{1}{2}},$$

где $a_{11} = \frac{g}{l_1} + \frac{h^2}{ml_1^2}(c + c^*)$, $a_{22} = \frac{g}{l_2} + \frac{h^2}{ml_2^2}(c + c^*)$, $a_{12} = \frac{c^*h^2}{ml_1^2}$, $a_{21} = \frac{c^*h^2}{ml_2^2}$

$$k_1 = 5.2 \text{ Гц}$$

$$k_2 = 5.54 \text{ Гц}$$

Главные формы колебаний системы:

$$\text{Для } k_1: \frac{A_1}{A_2} = \frac{a_{12}}{a_{11} - k_1^2} = 1.11,$$

$$\text{Для } k_2: \frac{A_1}{A_2} = \frac{a_{12}}{a_{11} - k_2^2} = -0.88.$$

Также был посчитан период биений: $T_b = \frac{2\pi}{k_2 - k_1} = 18.47 \text{ с}$.

Сравнение теоретических и экспериментальных результатов

В ходе проведения эксперимента были получены следующие значения собственных частот:

$$k_1 = 5,1 \text{ Гц},$$

$$k_2 = 5,47 \text{ Гц}.$$

А также период биений:

$$T_b = 18,2 \text{ с}.$$

Найденные экспериментально значения собственных частот и форм близки к теоретическим результатам. Расхождения обусловлены погрешностью экспериментальных измерений.