

Санкт-Петербургский государственный университет

St Petersburg University

Математико-Механический факультет

Отчет по лабораторной работе №6

«Критические угловые скорости гибкого вращающегося вала»

Выполнили студенты 351 гр.:

Бобу Юлия,

Соболев Леонид,

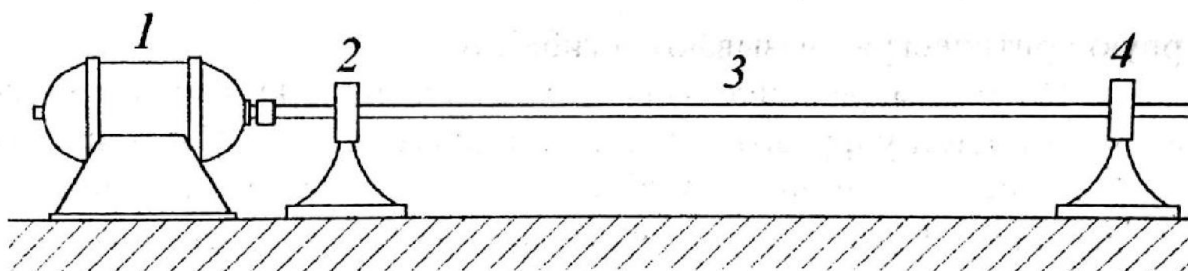
Теплова Татьяна,

Курбанов Нурлан,

Егоров Павел,

Пчельников Павел.

Схема установки



1 – электродвигатель; 2, 4 – сферические подшипники; 3 – гибкий деревянный вал.

Исходные данные

Диаметр вала $d = 1.8 \pm 0.005$ см

Длина вала $l = 185 \pm 0.2$ см

Плотность материала вала $\rho = 650$ кг/м³

Модуль упругости материала вала $E = 1.24 \cdot 10^{10}$ Па

Теоретический расчет

Уравнение изогнутой оси имеет вид:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = p \omega^2 y, \quad \text{где } p = \pi r^2 \rho, \quad I = \frac{\pi r^4}{4}$$

Общий интеграл этого уравнения имеет вид:

$$Y = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x} + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x, \quad \text{где } \alpha = \sqrt[4]{\frac{p \omega^2}{EI}}$$

Вал может вращаться в изогнутом состоянии при следующих значениях коэффициента α :

$$\alpha_n = \frac{\pi n}{l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Соответствующие значения критических угловых скоростей:

$$\omega_n = \frac{\pi^2 n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{p}} = \frac{\pi^2 n^2 r}{2 l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Определим относительную погрешность измерений:

$$\varepsilon_{\omega} = \frac{\Delta r}{r} + 2 \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{0,025}{0,9} + 2 \frac{0,2}{185} + 2 \frac{10^{-4}}{3,1416} = 0,03$$

Рассчитаем теоретические значения критических угловых скоростей:

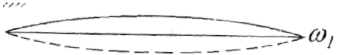

$$\omega_1 = \frac{\pi^2 \cdot 0,009}{2 \cdot 185^2} \sqrt{\frac{1,24 \cdot 10^{10}}{650}} = 56,679 \text{ с}^{-1}, \quad \Delta \omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0.009}{2 \cdot 185^2} \sqrt{\frac{1.24 \cdot 10^{10}}{650}} = 226.716 \text{ с}^{-1}, \quad \Delta\omega_2 = 7 \text{ с}^{-1}$$

Таким образом,

$$\omega_1 = 57 \pm 2 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_2 = 227 \pm 7 \text{ с}^{-1}$$

Экспериментальные значения

Сравнение теоретических и экспериментальных значений собственных частот, Гц		
Формы колебаний	Результат теоретического расчета	Результат эксперимента
 ω_1	9.1 ± 0.3	9
 ω_2	36.1 ± 1.1	32