

Приложение 1

РЕЗОНАНСНЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ

В большинстве лабораторных работ собственные частоты механических колебательных систем измеряются резонансным методом. Он заключается в том, что систему приводят в состояние резонанса под действием периодической возмущающей силы, частотой которой можно управлять. О наличии резонанса судят по максимальной амплитуде вынужденных колебаний (в системе с одной степенью свободы) или по наличию одной из главных форм колебаний (в системе с несколькими степенями свободы или в системе с распределенными параметрами). Частота возмущающей силы при резонансе считается равной собственной частоте колебательной системы. Этот метод приемлем для исследования колебательных систем с достаточно малой диссипацией энергии, в которых собственные частоты настолько близки к резонансным частотам, что различием между ними можно пренебречь.

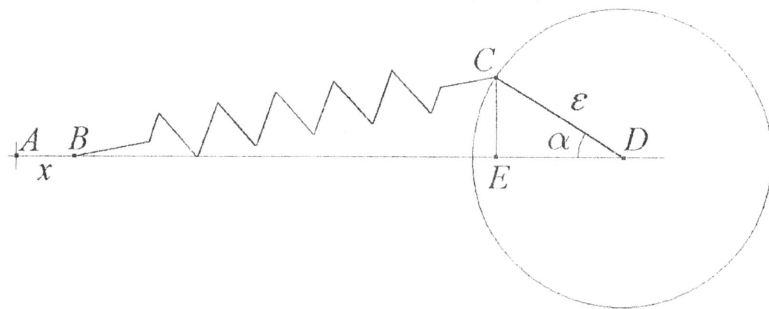


Рис. 31

Источником периодической возмущающей силы является электропривод, состоящий из электродвигателя, на валу которого укреплен кривошип CD (рис. 31). Кривошип связан с колебательной системой пружиной BC . Пружина прикреплена к одному из тел колебательной системы (например, к вибрационному столу в работе № 1) в точке B . Отрезок AB на рис. 31 представляет собой смещение точки закрепления пружины при отклонении колебательной системы от положения равновесия. Величина этого смеще-

ния обозначена как x . Угол поворота кривошипа α изменяется с угловой скоростью, равной угловой скорости ω вращения вала электродвигателя. При вращении кривошипа деформация пружины BC периодически изменяется. Сила упругости, возникающая при этом, прикладывается к системе и ее проекция на направление AD является возмущающей силой.

Определим зависимость возмущающей силы от времени. Считая для простоты, что $\alpha = \omega t$, получаем упругую силу, действующую в пружине, в виде

$$F_y = c \left(\sqrt{(l - x - \varepsilon \cos \omega t)^2 + \varepsilon^2 \sin^2 \omega t} - l_0 \right), \quad (1)$$

где c — жесткость пружины, l_0 — длина недеформированной пружины, l — расстояние AD от центра кривошипа до точки закрепления пружины при нулевой деформации колебательной системы. Предполагая, что величины ε и x малы по сравнению с l и l_0 , получаем приближенное выражение для силы упругости (1) в виде

$$F_y = c(l - l_0 - x - \varepsilon \cos \omega t). \quad (2)$$

Возмущающая сила, действующая на механическую систему, равна проекции силы упругости на направление AD . Вследствие малости эксцентриситета кривошипа ε и большой длины пружины BC можно считать, что $\angle CBD \approx 0$, и возмущающая сила совпадает с силой упругости (2). Постоянную составляющую $c(l - l_0)$ возмущающей силы (2) можно отбросить, так как ее наличие не влияет на резонансные частоты системы. В силу этих соображений можно считать, что горизонтальная проекция возмущающей силы, действующей на систему, имеет вид

$$F_x = -c \varepsilon \cos \omega t. \quad (3)$$

Частота возмущающей силы, как видно из этого выражения, равна частоте ω вращения вала электродвигателя. Эту частоту вращения можно регулировать в достаточно широких пределах, изменяя напряжение питания, подаваемого на электродвигатель.

В лабораторных работах электродвигатели питаются переменным током, напряжение питания электродвигателей регулируется с помощью автотрансформаторов. Поворачивая рукоятку автотрансформатора, мы меняем напряжение питания электродвигателя, меняя тем самым частоту вращения его вала.

Приложение 2

ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ ЦИФРОВОГО ТАХОМЕТРА

Для измерения частоты вращения вала электродвигателя используется цифровой тахометр. Цифровой тахометр состоит из тахометрического датчика, закрепленного на валу электродвигателя, и цифрового счетного устройства.

Тахометрический датчик является преобразователем вращательного движения вала электродвигателя в электрический сигнал. Электрический сигнал на выходе тахометрического датчика представляет собой последовательность импульсов напряжения прямоугольной формы (рис. 32), частота следования которых пропорциональна частоте вращения вала электродвигателя (обычно она в 10 или в 60 раз больше частоты вращения вала).

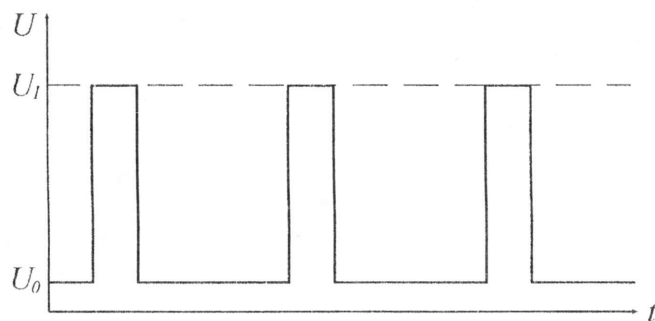


Рис. 32

Сигнал с тахометрического датчика поступает на вход цифрового счетного устройства. Оно подсчитывает количество поступающих на его вход импульсов напряжения за определенный интервал времени и выдает результат счета на табло. Так как количество поступивших импульсов пропорционально частоте их следования, то показания тахометра пропорциональны этой частоте.

В лабораторных работах используются оптоэлектронные тахометрические датчики. Такой датчик представляет собой диск 3 с десятью прорезями (рис. 33), укрепленный на валу электродвигателя 4. При вращении вала электродвигателя эти прорези пробегает между оптической парой, состоящей из источника инфракрасного излучения 1 и инфракрасного фотоприемника 2.

Фотоприемник преобразует интенсивность поступающего на него инфракрасного излучения в электрический сигнал, который затем подается на вход цифрового счетного устройства. При открытом оптическом канале излучение попадает на фотоприемник 2 практически без ослабления и на его выходе устанавливается высокий уровень напряжения, соответствующий логической единице.

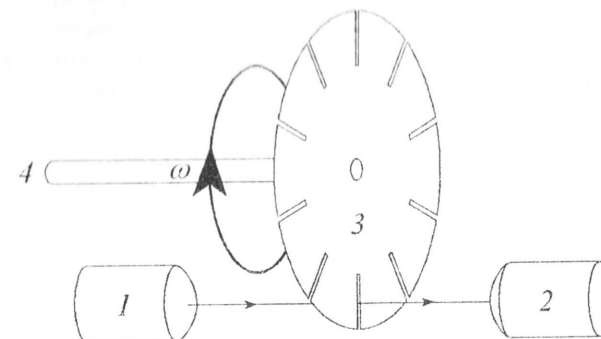


Рис. 33

Когда диск перекрывает оптический канал, на выходе фотоприемника образуется низкий уровень напряжения, соответствующий логическому нулю. За один полный оборот вала диск тахометрического датчика десять раз открывает и закрывает оптический канал, поэтому при вращении вала электродвигателя на выходе фотоприемника образуется последовательность импульсов напряжения, частота следования которых в десять раз больше частоты вращения вала, а их приблизительный вид показан на рис. 32.

Так как цифровое счетное устройство подсчитывает количество импульсов, поступающих на его вход за одну секунду, то показания цифрового тахометра равны частоте вращения вала электродвигателя, умноженной на десять. Для удобства отсчета частоты по табло тахометра на него нанесена десятичная точка, отделяющая последнюю цифру, соответствующую десятым долям герца.

Приложение 3

ОПТОЭЛЕКТРОННЫЙ ДАТЧИК ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

Для анализа колебаний механических систем электронными средствами на них устанавливаются датчики перемещения, которые преобразуют перемещение системы в электрический сигнал. Обычно используется линейное преобразование, при котором напряжение сигнала пропорционально перемещению системы. Датчики перемещения бывают различных конструкций. В лабораторных работах используется оптоэлектронный датчик, сконструированный выпускником кафедры теоретической и прикладной механики С.О. Засухиным.

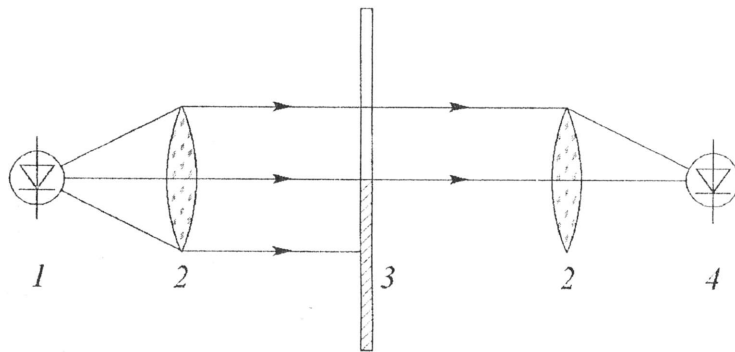


Рис. 34

Принципиальная схема оптоэлектронного датчика перемещения показана на рис. 34. Свет от источника 1 (электрической лампы или светоизлучающего диода) поступает на первую линзу 2, формирующую параллельный пучок света, который затем фокусируется второй линзой 2 на фотоприемнике 4. В оптическом канале установлена заслонка 3, соединенная с колебательной системой (в лабораторной работе №1 эта заслонка укреплена на вибрационном столе). При перемещении заслонки 3 в оптическом канале изменяется световой поток, поступающий на фотоприемник 4. Фотоприемник преобразует поступающий световой поток в напряжение электрического сигнала, поэтому при перемещении системы изменяется напряжение электрического сигнала, вырабатываемого оптоэлектронным датчиком.

Сигнал, вырабатываемый оптоэлектронным датчиком перемещения, может исследоваться такими электронными приборами, как самописец, осциллограф, электронный вольтметр, частотомер, анализатор спектра и др. В лабораторных работах сигналы с оптоэлектронных датчиков перемещения поступают на автоматизированную систему сбора и обработки измерительной информации, управляемую персональным компьютером.

Приложение 4

СБОР И АНАЛИЗ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ СРЕДСТВАМИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

В настоящее время довольно широко используются автоматизированные системы сбора и обработки измерительной информации, управляемые персональными компьютерами. Обычно такая система представляет собой персональный компьютер, на материнской плате которого установлена так называемая плата сбора данных.

Плата сбора данных представляет собой интерфейс между электрическим сигналом и системной шиной компьютера (обычно плата сбора данных подключается к шине PCI (или ISA) в один из разъемов материнской платы). На вход платы сбора данных поступает один или несколько электрических сигналов. Плата сбора данных периодически, с определенным периодом измеряет напряжение выбранного сигнала и выдает результат измерения на шину данных компьютера, вырабатывая одновременно сигнал прерывания. Получив сигнал прерывания, центральный процессор компьютера приостанавливает исполняемую в данный момент времени программу, считывает результат измерения, выполненного платой сбора данных, и обрабатывает его в соответствии с установленной процедурой обработки прерывания от платы сбора данных. После этого процессор возвращается к исполнению прерванной программы.

Процессор может не только считывать результаты измерения, но и записывать в регистры платы сбора данных кодовые слова, определенные для настройки режима работы платы сбора данных. При настройке можно выбирать для измерения один из сигналов, поступающих на вход платы сбора данных: чувствительность измерительного устройства, частоту, с которой производятся измерения, и прочие параметры.

Благодаря этим свойствам персональный компьютер с платой сбора данных оказывается очень гибкой, легко настраиваемой системой сбора и анализа результатов измерения. При установке соответствующего программного обеспечения компьютер может функционировать как самописец, осциллограф, анализатор спектра, вольтметр, частотомер и любой другой электроизмерительный прибор.

В нашем случае используется простейший вариант подобной измерительной системы, в котором компьютер только записывает результаты последовательных измерений напряжения сигнала в файл на диске. Так как сигнал $u(t)$ представляет зависимость $q(t)$ одной из обобщенных координат колебательной системы от времени, то файл, записанный компьютером, является табличным представлением закона движения $q(t)$ на сетке равноотстоящих значений времени. Данный файл можно использовать для анализа характеристик колебательной системы методом интегральных преобразований Лапласа и Фурье.

Этот метод основан на следующем факте: если выполнить преобразование Лапласа над осциллограммой свободных колебаний системы с начальными условиями $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = A_0$, то полученное изображение $x(s)$ при $s = i\omega$ является комплексной амплитудно-частотной характеристикой вынужденных колебаний системы, находящейся под воздействием возмущения с амплитудой A_0 и частотой ω . Величина $|x(i\omega)|$ представляет собой амплитудно-частотную характеристику системы, а величина $\arg(x(i\omega))$ — ее фазо-частотную характеристику. Амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики системы позволяют определить собственную частоту колебаний системы и коэффициент затухания: максимум амплитуды вынужденных колебаний наблюдается на частоте $\omega_* = \sqrt{\omega_0^2 - 2n^2}$, которую можно определить по амплитудно-частотной характеристике, собственной частоте ω_0 соответствует нулевое значение $\arg(x(i\omega))$ на фазо-частотной характеристике, а коэффициент затухания n определяется по этим двум частотам.

Начальные условия $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = A_0$ характерны для неподвижной системы, получившей в начальный момент времени удар с импульсом mA_0 . Поэтому, записав осциллограмму свободных колебаний вибрационного стола, возникших под воздействием ударной нагрузки, и выполнив над этой осциллограммой преобразование Лапласа, мы получим амплитудно-частотную характеристику колебаний стола, собственную частоту и коэффициент затухания.

В лабораторной работе № 4 собственные частоты колебаний системы двух связанных маятников можно определить, исследуя спектр свободных колебаний системы. Действительно, колебания каждого из маятников представляют собой, вообще говоря, линейную комбинацию двух гармонических колебаний с двумя разными частотами, которые являются собственными частотами колебаний системы. Поэтому, анализируя спектр колебаний любого из маятников, можно определить собственные частоты колебаний системы.

Для спектрального анализа колебаний маятники оснащены оптоэлектронными датчиками угла отклонения, сигнал с которых поступает на плату сбора данных. Компьютер записывает осциллограмму свободных колебаний маятника в файл на диске таким же образом, как и в лабораторной работе № 1. Данные, содержащиеся в этом файле, используются для получения спектрограммы колебаний методом дискретного преобразования Фурье. Частоты, на которых наблюдаются максимумы в спектрограмме, являются собственными частотами колебаний маятников.