



Санкт-Петербургский
государственный
университет

Научный парк



*Образовательный ресурсный центр по направлению физика
Первая физическая лаборатория*

Т.В. Белопольская, Д.Ю. Иванов

ПРОВЕРКА ЗАКОНА ОМА

**Учебно-методическое пособие
(описание лабораторной работы)**

№ 26

Санкт-Петербург

2014

УДК 537.311.2, 537.321

Рецензенты: к. ф.-м. наук, доцент И.Р. Крылов, к. ф.-м. наук, доцент Д.В. Татьяненко

Рекомендовано к печати Учебно-методической комиссией физического факультета СПбГУ (выписка из протокола № 10 от 17.06.2014 г.)

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов СПбГУ младших курсов естественно-научных направлений обучения, а также может быть полезно учащимся и преподавателям средних и средне-специальных учебных заведений.

Лабораторная работа выполняется на оборудовании Образовательного ресурсного центра по направлению физика Научного парка СПбГУ (<http://researchpark.spbu.ru>).

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Законы Ома и Джоуля–Ленца.....	8
1.1. Закон Ома для однородного участка цепи	8
1.2. Закон Ома для неоднородного участка цепи. ЭДС	11
1.3. Закон Джоуля–Ленца	13
2. Методика проведения эксперимента	15
2.1. Описание экспериментальной установки	15
2.2. Постановка эксперимента. Методика и техника измерений.....	16
2.2.1. Исследование выполнимости закона Ома для участка цепи	16
2.2.2. Исследование зависимости мощности и КПД источника тока от силы тока и сопротивления нагрузки	17
3. Техника безопасности по работе с приборами	21
4. Порядок выполнения лабораторной работы.....	22
5. Обработка результатов эксперимента, требования к оформлению отчёта	24
6. Контрольные вопросы.....	26
Список рекомендованной литературы и справочные данные	27
Приложение 1. Классическая электронная теория.....	28
Приложение 2. Особенности работы с мультиметром LD analog 20	34

Введение

Сейчас невозможно найти какую-либо область человеческой деятельности, где не использовались бы электрические устройства или электроизмерительные приборы. И все они, от лампочки накаливания до компьютера, при своём конструировании не могут обойтись без применения закона Ома. Можно себе представить, как сложно было в те времена, когда не было не только хороших источников тока и измеряющих его приборов, но даже и соответствующей терминологии, сделать подобное открытие. Будущим физикам будет, наверное, нелишне узнать, как это происходило.

Школьному преподавателю Георгу Симону Ому (1787–1854), несмотря на все сложности его жизни и научной карьеры в раздробленной и экономически отсталой полуфеодальной Германии тех лет¹, в смысле собственно науки очень повезло. Первая четверть XIX века в Европе изобиловала важнейшими научными открытиями, часть из которых Ом смог успешно использовать.

В 1800 г. один из основоположников учения об электричестве итальянский физик Алессандро Вольта сконструировал первый источник постоянного электрического тока, состоявший из соединённых между собой колец из цинка, меди и сукна, пропитанного кислотой, названный впоследствии «вольтовым столбом». Вольтов столб высотой в полметра создавал напряжение, чувствительное для человека. Характерно, что в сообщении президенту Лондонского Королевского общества о «некоторых поразительных результатах», полученных им, вместо привычного нам понятия «ток» (его тогда просто не было), Вольта употребляет термин «флюид» [1]. Это открытие произвело сенсацию не только в научном мире. Наполеон пригласил Вольта в Париж, лично присутствовал на демонстрации его опыта, после чего «прислал в Политехническую школу сумму денег, необходимую для устройства колоссального вольтова столба» [2].

Ому открытие Вольта принесло, правда, больше неприятностей,

¹ Уровень немецкой университетской науки был восстановлен примерно к 30–40-м годам XIX века.

чем пользы. Нестабильность тока этого химического элемента, который Ом применял в своих первых опытах в качестве источника тока, привела к ошибкам в его первой публикации (1825), что на начальном этапе сильно повредило научной репутации Ома.

Пришлось искать другой, более стабильный, источник тока. В 1822 г. немецкий физик Томас Иоганн Зеебек (1770–1831), медик по образованию, открыл термоэлектричество — явление возникновения тока в цепи из двух различных проводников, если спаи между ними имеют различные температуры. Ом в качестве источника тока использовал термоэлемент на основе висмута и меди, один из спаев которого находился в кипящей воде, а другой был помещён в смесь льда с водой. Как мы сейчас можем определить, один такой термоэлемент мог дать² около 8 мВ. Кроме кипящей воды Ом использовал воду и при других температурах, варьируя, тем самым, «электроскопическую» силу источника тока.

Для измерения силы тока³ Ом применил его магнитное действие, незадолго до того открытое Эрстедом (1777–1851). В чрезвычайно тонком и остроумном приборе Ома — своего рода крутильных весах (рис. 1), ток, протекавший по проводнику, вызывал поворот магнитной стрелки, подвешенной на упругой расплющенной золотой проволочке. Угол поворота магнитной стрелки и являлся мерилom силы тока.

В качестве проводников Ом использовал восемь отрезков медной проволоки одного и того же диаметра, но различной длины. В работе 1826 г., не содержащей уже прежних

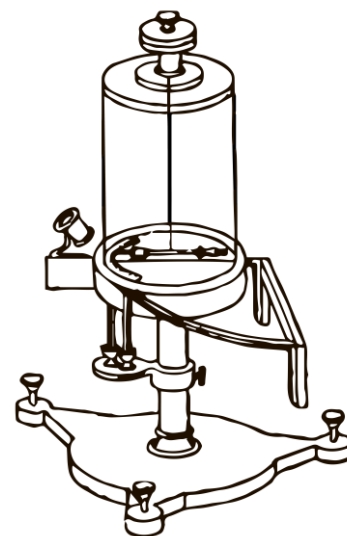


Рис. 1. Прибор Ома для определения зависимости между током и сопротивлением

² В различных справочниках приводятся значения термоэдс, различающиеся на 10÷15 %, что связано с заметным влиянием степени чистоты веществ на величину термоэдс.

³ Напомним, что самого понятия «ток» в то время ещё не существовало. Эрстед называет его то «наиболее скрытым состоянием электричества» (1812), то «электрическим конфликтом» (1820).

ошибок, он приходит к выводу, что результаты его экспериментов «могут быть выражены очень хорошо уравнением

$$X = \frac{a}{b+x}, \quad (1)$$

где X означает интенсивность магнитного действия проводника, длина которого x ; a и b — константы, зависящие соответственно от возбуждающей силы и от сопротивления остальной части цепи» [1].

В этом уравнении легко увидеть хорошо известную формулу закона Ома для полной электрической цепи (рис. 2):

$$I = \mathcal{E} / (r + R), \quad (2)$$

где I — сила тока в цепи, \mathcal{E} — электродвижущая сила (эдс) источника, внутреннее сопротивление которого r ; R — внешнее сопротивление.

Огромное влияние на теоретические воззрения Ома оказала вышедшая в 1822 г. «Аналитическая теория теплоты» французского математика и физика Ж. Фурье (1768–1830), о котором Ф. Араго

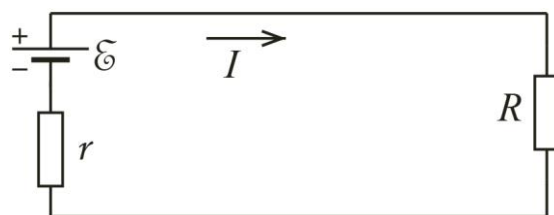


Рис. 2. Электрическая цепь, для которой справедливо уравнение (2).

(1786–1853) писал «что до него никто не изучал тепла, и что он один сделал более наблюдений, нежели все его предшественники; словом: он один начал и сразу кончил целую науку» [2].

В своём главном труде, который в переводе с немецкого назывался: «Гальваническая цепь, разработанная математически» (Берлин, 1827), Ом рассматривал электрический ток как течение некоего флюида, вызываемое перепадами «электроскопических сил», подобно тому, как поток тепла в теории теплопроводности Фурье вызывается разностями температур. Привлекал Ом для своих объяснений и аналогию между токами в проводниках и течением жидкости по трубам. В этой работе он не только вводит сами понятия электродвижущей («электроскопической») силы, электропроводности и силы тока, но и даёт им точные определения.

В 1829 году появляется его статья «Экспериментальное исследование ра-

боты электромагнитного мультипликатора», в которой были заложены основы теории электроизмерительных приборов.

Ом сделал блестящую работу. Он, конечно, не мог знать, что она впоследствии составит основу всех электротехнических расчётов, но безусловно мог надеяться, что она будет оценена по достоинству. Но, как это часто бывает, его исследования долгое время оставались незамеченными, а сам он столкнулся с нуждой и затруднениями в служебной карьере. И лишь десять лет спустя его выдающиеся работы постепенно начинают пользоваться заслуженным признанием в разных странах Европы, включая и Россию. Лондонское Королевское общество присуждает Ому свою высшую награду — медаль Копли (1841). Собственная страна, как водится, была последней: действительным членом Баварской академии наук его избирают только в 1845 году.

В 40-х годах XIX века начинает интенсивно развиваться электротехника, основанная, в том числе, и на законах Ома: был изобретён телеграф (П.Л. Шиллинг в России, 1832; В.Э. Вебер и К.Ф. Гаусс в Германии, 1833; С. Морзе в Америке, 1837). В 1858 г. — установлена трансатлантическая телеграфная связь, а в 1870 году — телеграфная связь Лондон–Бомбей. В сентябре 1881 года на Первом Международном конгрессе электриков в Париже, где были приняты основные электрические единицы измерения, к Ому приходит настоящее и окончательное признание — его имя начинают писать с маленькой буквы⁴: единицей сопротивления был признан «ом».

В этой лабораторной работе фактически предлагается повторить исследование самого Ома, но уже с помощью современных измерительных приборов, теория функционирования которых была им же и заложена.

⁴ Международное название ohm, символ Ω .

1. Законы Ома и Джоуля–Ленца

1.1. Закон Ома для однородного участка цепи

Интегральная форма закона Ома. Однородной электрической цепью (рис. 3) называется такая цепь, в пределах которой не действуют сторонние силы (отсутствуют эдс). Закон Ома для участка такой цепи имеет вид:

$$I = U / R, \quad (3)$$

где I — сила тока на участке цепи 1–2, измеряется в *амперах* (А); R — электрическое сопротивление того же участка цепи, измеряется в *омах* (Ом); U — разность потенциалов (напряжение)⁵ между точками 1 и 2, измеряется в *вольтах* (В).

Подчеркнём ещё раз, хотя и очевидное, но от того не менее важное обстоятельство: соотношение (3) выполняется только тогда, когда все входящие в него величины относятся действительно к одному и

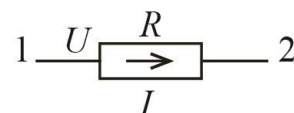


Рис. 3. Участок однородной электрической цепи.

тому же участку однородной цепи. Кроме того, анализируя работу той или иной электрической схемы по её условному изображению (как на рис. 2 или 3, например), полезно помнить, что все соединительные проводники считаются не имеющими электрического сопротивления, какова бы ни была их длина.

Дифференциальная форма закона Ома. Если свойства проводника меняются от точки к точке, или, скажем, нас интересует зависимость силы тока в конкретном месте проводника от состояния электрического поля в непосредственной близости от этого места, — во всех этих, или им подобных, случаях, следует вместо интегральной формы закона Ома (3) использовать его локальную формулировку. Для этого необходимо перейти от полного тока, протекающего через всё поперечное сечение проводника, к его локальной характеристике — *плотности тока* j :

$$j = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} \Rightarrow dI = j dS. \quad (4)$$

⁵ Понятия напряжения и разности потенциалов совпадают только при отсутствии эдс. Подробнее см. далее.

Плотность тока \vec{j} принято считать вектором, направление которого совпадает с направлением тока в данной точке проводника, а его величина равна заряду, переносимому в единицу времени через *единичную* площадку, перпендикулярную к току. При произвольном расположении площадки dS будет справедливо соотношение $dI = j_n dS$, где j_n — проекция вектора \vec{j} на внешнюю нормаль \vec{n} к dS (рис. 4).

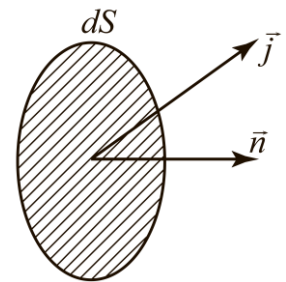


Рис. 4. Вектор плотности тока.

Воспользовавшись понятием плотности тока, можно перейти к формулировке закона Ома (3) в дифференциальной форме. Выделим внутри проводника бесконечно малый цилиндр (к концам которого приложено напряжение dU) с площадью сечения dS , перпендикулярного вектору плотности тока \vec{j} (рис. 5). Кроме того, учтём, что зависимость сопротивления однородного проводника от его геометрических размеров, экспериментально обнаруженная Омом, имеет вид:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S} = \rho \frac{4l}{\pi d^2}, \quad (5)$$

где l , S и d — длина, площадь поперечного сечения и диаметр проводника, соответственно; ρ и σ — удельные сопротивление и проводимость материала проводника.

Из электростатики известно, что вектор напряжённости электростатического поля \vec{E} связан с потенциалом ϕ этого же поля соотношением: $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} \phi$. Знак минус указывает на то, что вектор напряжённости поля направлен в сторону убывания потенциала. Так как движение положительных зарядов (ток) в проводнике происходит в том же направлении, то можно сказать, что $\vec{j} \uparrow \uparrow \vec{E}$.

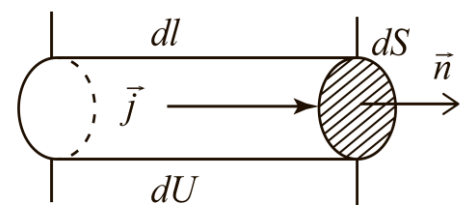


Рис. 5. К выводу уравнения (6).

В соответствии с определением градиента скалярной функции, для рассматриваемого случая $|\overrightarrow{\text{grad}} \phi| = dU / dl = E$. Учитывая, что ток, текущий через поперечное сечение выбранного цилиндра (рис. 5), в соответствии с (4) можно записать в ви-

де $j dS$, а величину обратную сопротивлению этого цилиндра в соответствии с (5), как $\sigma \cdot dS / dl = 1 / \rho \cdot dS / dl$, уравнению (3) можно придать форму

$$j dS = \sigma \frac{dS}{dl} dU \Rightarrow j = \sigma E = \frac{1}{\rho} E.$$

В силу указанной сонаправленности векторов \vec{j} и \vec{E} , полученное соотношение можно записать в векторном виде:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}. \quad (6)$$

Уравнение (6) и есть *дифференциальная форма закона Ома* (хотя в него и не входят производные). Точнее форму этого уравнения следовало бы, наверное, назвать *локальной*, т.к. все входящие в неё величины относятся к одной определённой точке проводника. Как оказалось, закон Ома применим к проводникам любой формы и любым (постоянным или переменным) «умеренным»⁶ электрическим полям.

Следует подчеркнуть, что закон Ома верен не только для проводников, он остаётся справедливым и для полупроводников, и диэлектриков [4]. Область его применимости простирается по крайней мере на 26 (!) порядков по возможному изменению удельного сопротивления: от $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м для меди до $\approx 10^{18}$ Ом·м для плавленого кварца. Тем самым, закон Ома является одним из основных уравнений не только электротехники, но и всей электродинамики, в целом [5]. Оказалось, что «закон Ома остаётся справедливым даже для провода толщиной только в четыре атома и в один атом высотой», как это утверждают исследователи, изучавшие возможность создания квантового компьютера, в своей статье [6], опубликованной в известном журнале Science.

Существуют, конечно, и случаи нарушения закона Ома, в частности, он не соблюдается в ионизованном газе при низком давлении, в сильных полях, в вакуумной электронике, при сверхпроводимости; контакт металл–полупроводник также может оказаться совершенно «не омическим» [7].

⁶ Смысл слова «умеренные» применительно к этому случаю будет определен в конце Приложения П.1.

1.2. Закон Ома для неоднородного участка цепи. ЭДС

Дифференциальная форма закона Ома. До сих пор мы не интересовались характером того электрического поля, напряжённость которого фигурирует в законе Ома (6). Понятно, что существование постоянных токов несовместимо с действием *электростатических* полей, при которых заряды внутри проводника будут перераспределяться до тех пор, пока напряжённость поля в нём не станет равной нулю. Известно, что, если обкладки заряженного конденсатора соединить проводником, то по нему пойдёт ток. Но этот ток будет кратковременным и прекратится, как только конденсатор полностью разрядится. Другими словами, действие кулоновских сил внутри проводников приводит к устранению разности потенциалов на их концах, и, следовательно, эти силы не могут поддерживать постоянство тока в цепи. Важно, однако, подчеркнуть, что ток, текущий по цепи, подчиняется закону Ома и в этом случае.

Для протекания по цепи постоянного тока нужно непрерывно пополнять энергию источника тока (возмещать потери энергии, расходуемой на нагревание цепи) за счёт других видов энергии — причём, энергии *неэлектростатического* происхождения. Это может быть энергия, обусловленная механическими силами, электромагнитными полями, химическими реакциями, физической неоднородностью самих контактирующих проводников или различием условий (например, температуры) на их концах и т.д. Все электродвижущие силы такого, неэлектростатического, происхождения принято называть *сторонними*.

Всякая цепь, содержащая источник таких сторонних сил, считается *неоднородной* (рис. 6).

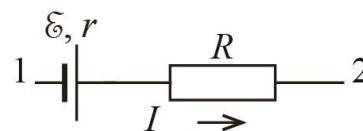


Рис. 6. Участок неоднородной электрической цепи.

Пока внутри проводника действует поле \vec{E} , для него выполняется закон Ома (6). Логично предположить, что, если к уже действующему полю \vec{E} добавится поле сторонних сил \vec{E}^* , то под совокупным действием обоих полей должен возникнуть соответствующий ток, плотность которого может быть записана аналогичным образом:

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}^*) = \frac{1}{\rho}(\vec{E} + \vec{E}^*). \quad (7)$$

Последнее уравнение и выражает дифференциальную форму закона Ома для неоднородного участка цепи.

Интегральная форма закона Ома. Будем считать, что на рис. 5 изображён фрагмент цепи, представленной на рис. 6. Будем рассматривать такие тонкие проводники, у которых во всех точках сечения dS (рис. 5) все значимые физические величины (\vec{j}, σ, \vec{E} и \vec{E}^*) можно считать постоянными. Рассматривая для определённости только первую часть уравнения (7), поделим обе его части на σ и помножим скалярно на элемент длины проводника $d\vec{l}$. Поскольку все векторы, входящие в (7), направлены вдоль оси проводника, то $\vec{j} \cdot d\vec{l} = jdl$; $\vec{E} \cdot d\vec{l} = Edl$; $\vec{E}^* \cdot d\vec{l} = E^* dl$.

Интегрируя так преобразованное уравнение (7) вдоль всей цепи от точки 1 до точки 2 (рис. 6), получим:

$$\int_1^2 \frac{jdl}{\sigma} = \int_1^2 Edl + \int_1^2 E^* dl. \quad (8)$$

Из электростатики известно, что $\int_1^2 Edl = \varphi_1 - \varphi_2$, а $\int_1^2 E^* dl = \mathcal{E}_{12}$. Так как левая часть уравнения (8) с учётом равенств (4) и (5) может быть преобразована в IR_{12} , то окончательно получаем закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме:

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}, \quad (9)$$

где R_{12} — полное сопротивление всего участка 1–2 неоднородной цепи (рис. 6), включая сюда и внутреннее сопротивление r источника эдс.

Рассмотрим частные случаи уравнения (9), которое можно считать обобщённым законом Ома в интегральной форме:

- $\mathcal{E}_{12} = 0$, тогда получаем уже известный закон Ома для однородной цепи в форме (3), где разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ заменена напряжением U ; второе слагаемое в (8) теперь можно представить как $\oint E^* dl = 0$. Условие

$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$ ⁷ является определяющим признаком потенциальности поля. Если же $\oint \vec{E} d\vec{l} \neq 0$, то поле не потенциальное, а вихревое, каким, например, является магнитное поле.

- $\varphi_1 = \varphi_2$ — цепь замкнута (точки 1 и 2 соединены). В этом случае приходим к уже известному уравнению $IR_{12} = \mathcal{E}_{12}$, изначально полученному самим Омом: $I = \mathcal{E} / (r + R)$. Равенство $\mathcal{E}_{12} = \oint E^* dl$ даёт возможность определить эдс как работу поля сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда по замкнутой цепи.

Уравнение (9) также позволяет уточнить понятие *напряжения* U . Так как $U_{12} = IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$, то по аналогии с только что приведённым определением эдс, напряжение (падение напряжения) на неоднородном участке цепи равно полной работе обоих полей — электростатического и сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда на этом участке цепи. Практически же его можно определить как произведение силы тока на полное сопротивление участка цепи: $U_{12} = IR_{12}$. Как видим, определение напряжения в такой форме не зависит от вида рассматриваемых цепей (см. рис. 3 и рис. 6).

1.3. Закон Джоуля–Ленца

Поскольку при исследовании работы источника тока в этой лабораторной работе, кроме законов Ома, предполагается использование ещё и закона Джоуля–Ленца, коротко рассмотрим и этот закон, экспериментально открытый в 1841 г. английским пивоваром и физиком Дж. Джоулем (1818–1889) и независимо от него годом позже российским физиком Э.Х. Ленцем⁸ (1804–1865).

Когда Ом выбирал способ измерения силы тока, он отказался от использо-

⁷ Криволинейные интегралы типа $\oint \vec{E} d\vec{l}$ носят название *циркуляции вектора* (в данном случае вектора \vec{E}).

Они находят широкое применение в векторном анализе, теории поля, в частности, в гидро- и электродинамике.

⁸ В 1863–65 гг. Ленц был ректором Петербургского университета; считается также, что обозначение индуктивности буквой “ L ” выбрано в его честь. Джоуль в 1854 году продаёт доставшийся ему от отца завод и всецело посвящает себя науке. Правда, все открытия, которые составили его славу, Джоуль сделал до 1854 г.

вания теплового действия тока в пользу магнитного. Тот факт, что ток нагревает проводник, по которому он течёт, был известен давно, что, конечно, не удивительно, поскольку это трудно было не заметить. Но количественно верный закон появился только к 1841 году. Имея в своём распоряжении оба закона Ома (2) и (3), мы легко получим закон Джоуля–Ленца непосредственно из этих уравнений.

Рассмотрим замкнутую электрическую цепь (рис. 2) и запишем для неё уравнение (2) $\mathcal{E} = I(R + r)$. Если теперь домножить обе части этого равенства на величину заряда q , проходящего по цепи за некоторое время t , то слева будем иметь работу сторонних сил: $q\mathcal{E}$, а справа, поскольку ток в этом случае не производит никакого другого действия, кроме нагревания, всё выделившееся в этой цепи количество теплоты Q : $A = q\mathcal{E} = Q = qI(R + r) = I^2 R t + I^2 r t$.

Отсюда легко заключить, что закон Джоуля–Ленца для участка цепи, показанного на рис. 3, может быть представлен любой из нижеприведённых формул (10):

$$Q = qU = IU t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t, \quad (10)$$

а мощность P постоянного тока, рассеиваемая на сопротивлении R , определится следующим образом:

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (11)$$

2. Методика проведения эксперимента

2.1. Описание экспериментальной установки

Работа состоит из двух частей. В первой части проверяется выполнение закона Ома, представленного уравнениями (3) и (5). На рисунках 7 и 8 показаны принципиальная схема экспериментальной установки и её практическая реализация. В качестве амперметра (A) и вольтметра (V) используются аналоговые мультиметры (LD analog 20), установленные на соответствующий предел и тип измерений. Универсальный источник питания (U) обеспечивает регулируемое выходное напряжение постоянного тока в пределах 0–12 В. В качестве внешнего сопротивления R используются 6 проводников одинаковой длины ($l = 1$ м), различного поперечного сечения и материала (5 проводников из константана и 1 проводник из латуни; их удельные сопротивления отличаются почти в 7 раз). Длину проводника, включённого в цепь, при необходимости можно менять, соединяя последовательно проводники одинакового сечения и материала (среди константа новых проволок имеются два проводника одного и того же диаметра $d = 0,7$ мм).

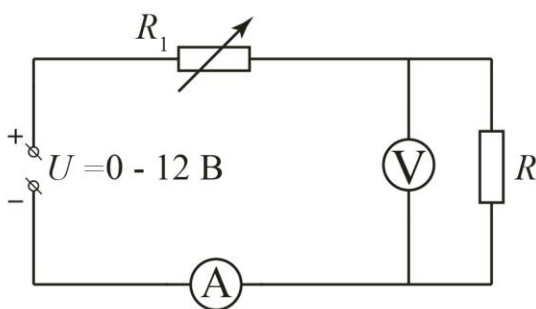


Рис. 7. Принципиальная электрическая схема к первой части работы.

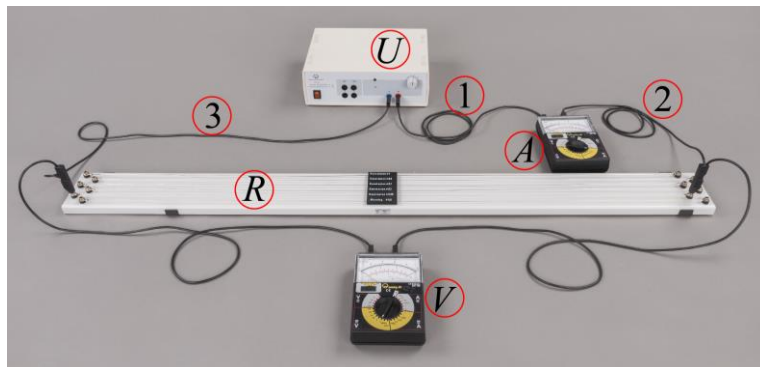


Рис. 8. Вид смонтированной установки (реостат не показан).

Целью этой части работы является исследование зависимостей:

- между током и напряжением (см. формулу (3)) на внешнем участке цепи с сопротивлением R (рис. 7 и 8), в качестве которого в цепь поочередно включаются все имеющиеся проводники (рис. 8);
- сопротивления проводника от его длины (см. формулу (5)). При этом сопро-

тивление R образуется двумя последовательно соединёнными константановыми проводниками диаметром $d = 0,7$ мм;

- сопротивления проводника от его поперечного сечения (см. формулу (5));
- сопротивления проводника от его удельного сопротивления (см. формулу (5)) с использованием латунного и константановых проводников.

Во второй части работы исследуется зависимость мощности источника тока (гальванический элемент типа Лекланше, более известный как *сухая батарея*) от силы тока и сопротивления нагрузки R и определяется его внутреннее сопротивление r . Принципиальная схема электрической цепи, предназначенная для этих целей, представлена на рис. 9. В эксперименте измеряемыми величинами также являются сила тока и напряжение, но, в отличие от схемы первой части работы (рис. 7), вольтметр здесь (рис. 9) одновременно измеряет напряжение на зажимах исследуемого источника тока и на сопротивлении нагрузки, которую формируют последовательно соединённые реостат R_1 с общим сопротивлением 10 Ом и амперметр с сопротивлением R_A , как это показано на рис. 9 и 10.

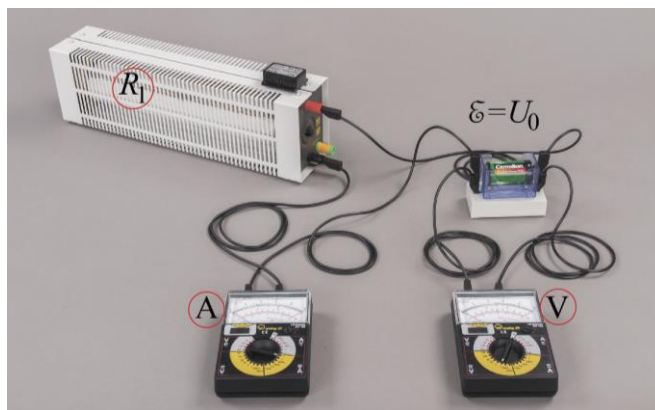
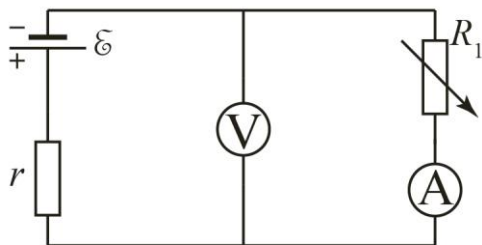


Рис. 9. Принципиальная электрическая схема ко второй части работы

Рис. 10. Вид смонтированной установки

2.2. Постановка эксперимента. Методика и техника измерений

2.2.1. Исследование выполнимости закона Ома для участка цепи

Эксперимент проводится в соответствии со схемой, приведённой на рис. 7. Сила тока в цепи может изменяться как с помощью регулятора источника питания, максимальное напряжение которого составляет 12 В, так и с помощью рео-

стата. Реостат, не показанный на рис. 8, включается так, как показано на принципиальной схеме (рис. 7), т.е. в «разрыв» любого из проводов 1–3 (рис. 8). Мультиметр (LD analog 20), используемый в качестве амперметра, не рассчитан на токи больше 3-х ампер, а все исследуемые проводники (рис. 8) имеют сопротивление, не гарантирующее выполнение этого ограничения. С другой стороны, сила тока, текущего по любому из 6-ти проводников (R , рис. 8), должна быть такой, чтобы он не перегревался этим током. При этом плавную и точную установку силы тока более удобно осуществлять не с помощью реостата, а регулятором источника питания.

Поэтому предлагается предварительно установить такое сопротивление реостата, чтобы сила тока в цепи ни в коем случае не превосходила 3-х ампер при **максимальном** выходном напряжении источника питания. Затем, оставив выходное напряжение неизменным, следует изменять силу тока реостатом с целью найти **максимально возможное** её значение для каждого из исследуемых проводников (R , рис. 8). Можно считать, что величина тока найдена, если проводник не перегревается проходящим по нему током (его сопротивление при этом не меняется, или сила тока остаётся постоянной) в течение некоторого времени (скажем, 30-ти секунд). Описанную, или аналогичную, процедуру следует повторять при переходе от исследования одного проводника к другому. В результате, для всех образцов будет найден максимально широкий возможный диапазон изменения сил токов.

2.2.2. Исследование зависимости мощности и КПД источника тока от силы тока и сопротивления нагрузки

Зависимость от силы тока. Представим формулу закона Ома для всей цепи (2) в форме удобной для проведения исследования:

$$U = IR = U_0 - Ir, \quad (12)$$

где U_0 — эдс исследуемой батареи. Это уравнение показывает, что, изменяя с помощью реостата R_1 силу тока I в цепи и, тем самым, падение напряжения U на зажимах источника тока (рис. 9 и 10), мы должны получить линейную

зависимость между силой тока и напряжением. В координатах $U-I$ эта прямая $U = f(I)$ позволит найти внутреннее сопротивление r исследуемой батареи, её эдс U_0 и ток короткого замыкания ($R = 0$) $I_{\text{кз}} = U_0/r$.

Пересечение полученной прямой с осью абсцисс даст значение $I_{\text{кз}}$, а с осью ординат — U_0 . Кроме того, эдс U_0 может быть также найдена ещё и как напряжение U , измеренное экспериментально на зажимах разомкнутого источника (при отключённой внешней цепи, $I = 0$). Внутреннее сопротивление r может быть также найдено двумя путями: как тангенс угла наклона прямой $U = f(I)$ к оси абсцисс или вычислено по формуле: $r = U_0/I_{\text{кз}}$.

Совокупность полученных значений I и U позволяет исследовать зависимости мощности и КПД источника от силы тока в цепи. Мощность, развиваемая батареей, выделяется как во внешней P_1 , так и во внутренней части электрической цепи (на сопротивлении r); их сумма составляет полную мощность P_2 , а отношение полезной мощности P_1 к полной определяет КПД источника тока: $\eta = P_1/P_2$. Все перечисленные физические величины как функции силы тока I с учётом (11) можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned} P_1 &= IU = I(U_0 - Ir) = IU_0 - I^2 r, & a \\ P_2 &= IU_0, & б \\ \eta &= P_1/P_2 = U/U_0 = 1 - I/I_{\text{кз}}. & в \end{aligned} \quad (13)$$

Из этих уравнений видно, что полезная мощность P_1 представляет собой обращённую вниз параболу (13а), а полная мощность (13б) и КПД (13в) зависят от тока линейно. Если ввести новую безразмерную переменную $I^* \equiv I/I_{\text{кз}}$ и поделить первые два уравнения (13а и 13б) на $P_{2\text{max}} = I_{\text{кз}} U_0$, то все зависимости (13) предстанут (см., рис. 11) в безразмерном виде:

$$\begin{cases} P_1^* = I^* - (I^*)^2 \\ P_2^* = I^* \\ \eta = 1 - I^* \end{cases}, \quad (14)$$

где $P_1^* \equiv P_1/P_{2\max}$, $P_2^* \equiv P_2/P_{2\max}$.

Зависимость от сопротивления нагрузки. Зависимости всех этих же величин от сопротивления внешней цепи $R = R_1 + R_A$ имеют более сложную форму, чем от силы тока:

$$\begin{aligned} P_1 &= IU = I^2 R = U_0^2 \cdot R / (R + r)^2, & a \\ P_2 &= IU_0 = U_0^2 / (R + r), & б \\ \eta &= P_1 / P_2 = U / U_0 = R / (R + r). & в \end{aligned} \quad (15)$$

Если ввести новую безразмерную переменную $\beta = R/r$ и поделить первые два уравнения (15, а и б) на $P_{2\max} = I_{\text{кз}} U_0$, то все зависимости можно будет представить (см. рис. 12, где для наглядности использован полулогарифмический масштаб) в безразмерном виде:

$$\begin{cases} P_1^* = \beta / (1 + \beta)^2 \\ P_2^* = 1 / (1 + \beta) \\ \eta = \beta / (1 + \beta) \end{cases} \quad (16)$$

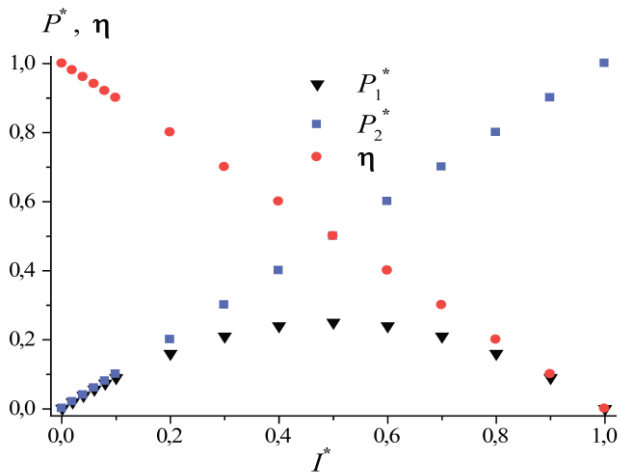


Рис. 11. Зависимости приведенных значений полезной P_1^* , полной P_2^* мощности и кпд η источника тока от силы тока I^* в безразмерной форме.

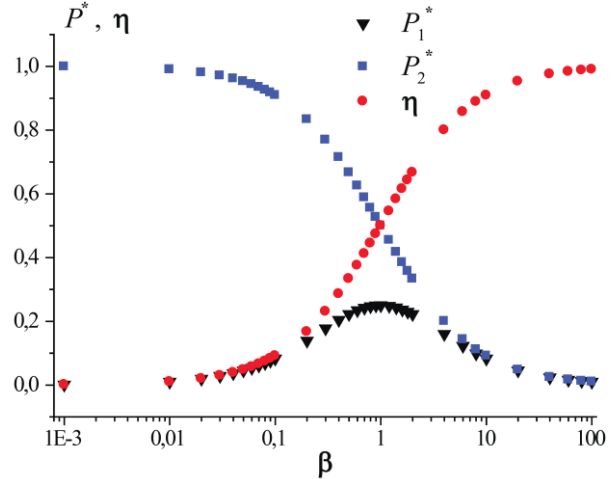


Рис. 12. Зависимости приведенных значений полезной P_1^* , полной P_2^* мощности и кпд η источника тока от сопротивления нагрузки β в безразмерной форме.

Используя системы уравнений (13)–(16) можно показать, что:

- полная мощность максимальна, когда источник работает сам на себя:

$P_2 = P_{2\max}$ при $R = 0 \Rightarrow I = I_{\text{кз}}$. При этом полезная мощность равна нулю;

- полезная мощность P_1 имеет максимальное значение ($P_1 = P_{1max}$) при равенстве внешнего и внутреннего сопротивлений: $R = r \Rightarrow \beta = 1$;
- при условии, что $R = r \Rightarrow \beta = 1$, $P_{1max} = P_{2max} / 4 \Rightarrow (P_1^*)_{max} = 1/4$;
 $P_2 = 0,5P_{2max} \Rightarrow (P_2^*)_{max} = 0,5$; ток в цепи равен половине тока короткого замыкания $I = 0,5I_{кз} \Rightarrow I^* = 0,5$; $\eta = 0,5$ (рис. 11 и рис. 12);
- поскольку полезная мощность имеет пологий максимум (видно, что P_1^* мало меняется при изменении силы тока в пределах $0,4 \leq I^* \leq 0,6$, рис. 11), то, если есть возможность такого выбора, следует предпочесть работу вблизи максимума со стороны меньших токов, т.к. при этом батарея будет работать с большим кпд (рис. 11 и рис. 12).

3. Техника безопасности по работе с приборами

1. источник питания подключается к исследуемой цепи в **последнюю** очередь и первым отключается от неё;
2. реостат первоначально должен быть выставлен на максимальное сопротивление;
3. при работе с мультиметром (LD analog 20), как и при использовании любого многопредельного прибора, следует начинать измерения с наиболее грубого предела, с последующим постепенным и последовательным увеличением его чувствительности. Подробно особенности работы с мультиметром LD analog 20 изложены в Приложении 2.

4. Порядок выполнения лабораторной работы

Исследование зависимости сопротивления проводника в соответствии с формулой (5): от его длины l , площади поперечного сечения S (или его диаметра d) и удельного сопротивления ρ материала, из которого он изготовлен.

Для этого:

1. собрать экспериментальную установку в соответствии с принципиальной (рис. 7) и монтажной (рис. 8) электрическими схемами, включив в качестве исследуемого сопротивления R константановую проволоку с наибольшим диаметром $d = 1,0$ мм (рис. 8);
2. провести процедуру определения максимально возможной силы тока (I_{\max}) при максимальном выходном напряжении (U_{\max}) источника питания для этого проводника (см. п. 2.2.);
3. произвести измерения напряжения на сопротивлении R при всех значениях силы тока в цепи от нуля до I_{\max} через каждые 0,2 А. Данные занести в таблицу 1;

Таблица 1.

Связь между силой тока и напряжением для различных проводников.

Константан										Латунь	
$d=1,0$ мм $l=1$ м		$d=0,7$ мм $l=1$ м		$d=0,5$ мм $l=1$ м		$d=0,35$ мм $l=1$ м		$d=0,7$ мм $l=2$ м		$d=0,5$ мм $l=1$ м	
I , А	U , В	I , А	U , В	I , А	U , В	I , А	U , В	I , А	U , В	I , А	U , В
0											
0,2											
...											

4. повторить п. 1–3 для остальных константановых проволок ($d = 0,7$; 0,5 и 0,35 мм) и одного латунного образца ($d = 0,5$ мм). Данные занести в таблицу 1;
5. с помощью имеющихся соединительных проводов объединить две одинаковых константановых проволоки с $d = 0,7$ так, чтобы образовался проводник длиной 2 метра, и включить его в исследуемую электрическую цепь. Произвести измерения по п. 1–3. Данные занести в таблицу 1.

Исследование зависимости мощности источника тока от силы тока и сопротивления нагрузки:

1. измерить напряжение на зажимах не включённого в электрическую цепь (разомкнутого) источника питания. Поскольку сопротивление мультиметра (LD analog 20) в режиме вольтметра 10 МОм, то измеренное таким образом напряжение U_0 и есть эдс источника E ;
2. собрать экспериментальную установку в соответствии с принципиальной (рис. 9) и монтажной (рис. 10) электрическими схемами;
3. изменяя с помощью реостата силу тока I в цепи от нуля до $I \leq 3\text{А}$, измерять соответствующее ему напряжение. Данные занести в первые два столбца таблицы 2.

Таблица 2.

Зависимость электрических параметров батареи от сопротивления нагрузки.

$I, \text{А}$	$U, \text{В}$	$R, \text{Ом}/\beta$	$P_1, \text{Вт}/P_2^*$	$P_2, \text{Вт}/P_2^*$	$r, \text{Ом}$	η
0						
0,2						

5. Обработка результатов эксперимента, требования к оформлению отчёта

Исследование зависимости сопротивления проводника:

- для всех исследованных проводников (кроме константана $d = 0,7$ мм; $l = 2$ м) по данным таблицы 1 построить на одном графике зависимости $U = f(I)$;
- убедиться, что закон Ома выполняется для всех проводников, т.е. каждую зависимость этого графика можно аппроксимировать прямой линией;
- определить сопротивление каждого проводника из константана и латуни как котангенс угла наклона соответствующих прямых к оси абсцисс;
- используя данные о геометрии проводников (d и l), найти удельное сопротивление для 4-х проводников константана и для одного проводника из латуни. Данные занести в таблицу 2;
- построить график зависимости $U = f(I)$ для двух проводников константана с одним и тем же диаметром $d = 0,7$ мм и длинами: $l = 1$ м и $l = 2$ м (обе зависимости изображаются на одном и том же графике);
- увеличить все напряжения в колонке, отвечающей константану $d = 0,7$ мм; $l = 1$ м, в 2 раза, и построить тот же график, что и в предыдущем пункте. Убедиться, что обе зависимости можно аппроксимировать одной и той же прямой линией, доказав, тем самым, что сопротивление проводника пропорционально его длине⁹;
- рассчитать сопротивление, а затем и удельное сопротивление, проводника с длиной в 2 м. Данные занести в таблицу 2;
- рассчитать среднее значение удельного сопротивления константана и его погрешность, рассматривая полученные результаты как прямые измерения. Сравнить полученное значение с табличным (см., например, [8]);
- рассчитать значение удельного сопротивления латуни и его погрешность

⁹ Факт такой пропорциональности можно, конечно, доказать, и анализируя предыдущий график. Но здесь картина будет более наглядной.

по методу косвенных измерений¹⁰. Сравнить полученное значение с табличным (см., например, [8])

- по данным таблицы 3 построить график зависимости $R = f(d^{-2})$ или $R = f(S^{-1})$ для четырёх проводников одной и той же длины ($l = 1\text{ м}$) из константана. Убедиться, что зависимость можно аппроксимировать прямой линией, доказав, тем самым, что сопротивление проводника обратно пропорционально квадрату его диаметра (или поперечному сечению);
- на основе анализа результатов выполненного эксперимента сделать выводы о выполнимости закона Ома для участка цепи.

Таблица 3.

Зависимость сопротивления константанового проводника от его диаметра (сечения).

R , Ом	d , мм	S , мм ²	l , м	ρ , Ом·мм ² /м

Исследование зависимости мощности источника:

- построить график зависимости $U = f(I)$ и убедиться, что экспериментальные точки лежат на прямой линии, подтверждая тем самым закон Ома (12);
- найти точки пересечения полученной прямой с осями координат и определить значения U_0 , r и $I_{\text{кз}}$;
- используя формулы (3), (11) и (13), заполнить все графы табл. 1, построить графики зависимостей приведённых полезной P_1^* и полной P_2^* мощностей и КПД η от приведённой силы тока I^* по типу графика на рис. 11;
- построить в полулогарифмическом масштабе графики зависимостей тех же величин от приведённого значения сопротивления нагрузки $\beta = (R/r)$ по типу графика, изображённого на рис. 12;
- на основе анализа результатов выполненного эксперимента сделать выводы о выполнимости закона Ома для всей цепи и о соответствии эксперимента теории, согласно которой при $\beta = 1 \Rightarrow (P_1^*)_{\text{max}} = 1/4$; $(P_2^*)_{\text{max}} = 0,5$; ток в цепи равен половине тока короткого замыкания $I^* = 0,5$ и $\eta = 0,5$.

¹⁰ Для этого нужно знать погрешности измерения длины и диаметра латунного проводника. Определите их самостоятельно с помощью микрометра (для диаметра) и металлической линейки (для длины) [13].

6. Контрольные вопросы

1. Покажите связь между интегральной и дифференциальной формами закона Ома.
2. Как связаны между собой напряжённость и разность потенциалов электростатического поля?
3. Как зависит сопротивление от характеристик проводника?
4. Что такое однородная и неоднородная электрические цепи?
5. Дайте определение понятия «эдс»?
6. Запишите закон Ома для неоднородного участка цепи.
7. Дайте определение понятия «напряжение». Рассмотрите возможные частные случаи.
8. Сформулируйте закон Ома для замкнутой цепи, содержащей источник тока.
9. Сформулируйте закон Джоуля–Ленца и поясните его физическую природу.
10. С помощью схемы (рис. 9) можно определить сопротивление участка цепи по т.н. «методу вольтметра–амперметра» ($R = U/I$). Предложите варианты этой схемы для случаев: $R \approx R_A$ и $R \approx R_V$.
11. Какова роль реостата R_l в схемах (рис. 7 и рис. 9)?
12. При каком условии вольтметр, подключённый к зажимам источника тока, показывает его эдс? Какова точность такого способа её определения?
13. Что такое полезная и полная мощности источника тока, его КПД? Какими уравнениями в зависимости от силы тока и сопротивления нагрузки их можно описать?
14. Как перейти к безразмерной форме этих уравнений (см. предыдущий вопрос)? В чём состоит преимущество безразмерной формы уравнений?
15. Покажите, что, если $\beta = 1$, то $(P_1^*)_{\max} = 0,25$; $(P_2^*)_{\max} = 0,5$; ток в цепи равен половине тока короткого замыкания $I^* = 0,5$, а КПД $\eta = 0,5$, как это видно из рис. 11 и 12.

Список рекомендованной литературы и справочные данные

1. Льюис М. *История физики*. М.: Мир. 1970. 464 с.
2. Араго Ф. *Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров*. Т. I — 493 с; Т. II, III — 463 с. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2000. (первое издание СПб., 1860)
3. Липсон Г. *Великие эксперименты в физике*. М.: Мир. 1972. 216 с.
4. Сканиви Г.И. *Физика диэлектриков (Область слабых полей)*. М — Л.: ГИТТЛ. 1949. 500 с.
5. Тамм И.Е. *Основы теории электричества*. М.: Наука. 1966. 624 с.
6. Weber B. et al. Ohm's Law Survives to the Atomic Scale // Science 2012.V. 335. P. 64–67.
7. Парселл Э. Берклевский курс физики. Т. 2. *Электричество и магнетизм*: Пер. с англ./Под ред. А.И. Шальникова и А.О. Вайсенберга — 3-е изд. — М.: Наука. 1983. 416 с.
8. Субботина Е.П. *Сборник физических констант и параметров*. Л.: Изд-во: ЛГУ. 1967. 148 с.
9. Сивухин Д.В. *Общий курс физики / Том III. Электричество*. М.: Наука. 1983. 688 с.
10. Сивухин Д.В. *Общий курс физики / Том II. Термодинамика и молекулярная физика*. М.: Наука. 1979. 592 с.
11. Киттель Ч. *Введение в физику твёрдого тела*. М.: Физматгиз. 1962. 696 с.
12. Займан Дж. *Принципы теории твёрдого тела*. М.: Мир. 1974. 472 с.
13. Соловьев В.А., Яхонтова В.Е. *Руководство к лабораторным работам по физике: Учебное пособие*. — 2-е изд., доп. и перераб. — СПб: Изд-во С.-Петербургского университета, 1997. 340 с.

Приложение 1. Классическая электронная теория

Металлы одновременно обладают хорошей тепло- и электропроводностью. И это не случайно (недаром, ведь, теории Ома и Фурье во многом подобны друг другу), а связано с тем, что и в том, и в другом процессе определяющую роль играют электроны. Идея о том, что электричество состоит из отдельных частиц, была высказана Бенджамином Франклином¹¹ (1706–1790) ещё в 1749 г. Но электрон был открыт только через полтора столетия. В 1897 г. английский физик Дж. Дж. Томсон (1856–1940), планомерно изучая отклонение т.н. катодных лучей в электрическом и магнитном полях, доказал, что все частицы, образующие эти лучи, материальны, тождественны друг другу и входят в состав вещества. В 1906 году Дж. Дж. Томсон за открытие электрона был удостоен Нобелевской премии по физике.

Простейшая теория электропроводности металлов была предложена немецким физиком П. Друде (1863–1906) почти сразу же после открытия электрона — в 1900 году. Она была построена по типу кинетической теории газов. В металле таким газом предполагался газ электронов — электронный газ. Кинетическая теория электропроводности металлов основывается на гипотезе, что электроны перемещаются свободно между атомами или ионами кристаллической решетки. В обоснование этой гипотезы обычно приводят результаты разнообразных экспериментов, однако, поскольку большинство из них были выполнены много позднее (см., например, [9]), то скорее здесь следует говорить не об «обосновании», а о подтверждении этой гипотезы.

Друде предположил, что электроны в металле так же, как и молекулы в молекулярно-кинетической теории, не взаимодействуют друг с другом, находятся в непрерывном тепловом хаотическом движении, изредка (время столкновения \ll времени свободного пробега) сталкиваясь с положительно заряженными ионами, находящимися в узлах кристаллической решётки. Несмотря на «редкость» этих событий, именно столкновения электронов с ионами решётки обеспечивают поддержание теплового равновесия всей системы, выполнение законов Ома и Джоуля–Ленца.

Что касается возможных столкновений электронов между собой, то, поскольку они происходят по законам упругого удара одинаковых шаров, они не влияют на среднюю скорость упорядоченного движения электронов, и, значит, их можно не принимать во внимание.

Как могут не взаимодействовать друг с другом нейтральные молекулы идеального газа, понять можно. Но как таким же образом могут вести себя заряженные частицы? Друде предположил, что поле положительно заряженных неподвижных ионов компенсирует поле

¹¹ Именно его портрет с 1928 г находится на стодолларовой купюре федеральной резервной системы США.

противоположного знака, создаваемое электронным газом, так, что в среднем электрическое поле внутри металла отсутствует, и электроны могут перемещаться свободно. Во времена Друде не было ясно, как в металле появляются свободные электроны и положительно заряженные ионы. Последовательный ответ на этот вопрос, как известно, смогла дать только квантовая теория твёрдого тела. Однако, для простоты, можно считать, что электронный газ составляют отделяющиеся от атомов в процессе формирования кристаллической решётки внешние валентные электроны, которые в металлах, как правило, слабо связаны с ядром. Атомы, оставшиеся без своих валентных электронов, превращаются в положительные ионы.

При наложении внешнего электрического поля (при подключении эдс) на хаотическое тепловое движение заряженных частиц накладывается их упорядоченное движение по направлению этого поля¹². Подобную картину каждый из нас мог наблюдать, глядя летним вечером на танцующий рой мошкеры. В безветренную погоду при безостановочных хаотических перемещениях насекомых внутри роя, сам рой остаётся на месте. При слабом ветре рой, как целое, начинает смещаться — дрейфовать — по ветру. При этом внутри роя никаких кардинальных изменений не происходит, в то же время, сильный ветер может катастрофически вмешаться в происходящее. Следует заметить, что при очень сильных электрических полях модель Друде тоже перестаёт работать.

В соответствии с определением (4), выражению для вектора плотности тока можно придать другой вид. Пусть, например, в каждой единице выделенного объёма проводника (рис. 5) находится N_0 носителей положительного заряда e , которые под действием поля приобретают одну и ту же скорость упорядоченного движения v_E . Тогда полный заряд q всех частиц в этом объёме, которые пройдут через его правое сечение за время dt будет равен: $q = N_0 e dl dS = N_0 e v_E dt dS$, а заряд, переносимый в единицу времени через единичную площадку: $j = \frac{dq}{dt dS} = N_0 e v_E$. Если теперь учесть векторный характер плотности тока и тот факт, что не все заряженные частицы приобретут под действием поля одну и ту же скорость, окончательно можно записать:

$$\vec{j} = N_0 e \langle \vec{v}_E \rangle, \quad (17)$$

где угловые скобки означают усреднение.

Подставив уравнение (17) в (6), можно заметить, что $\langle \vec{v}_E \rangle \sim \vec{E}$, т.е. силе пропорциональна скорость равномерного движения, а не ускорение, как того требует второй закон

¹² В силу исторических причин, считается, что ток — это направленное движение положительно заряженных частиц. Электроны движутся против поля. Это обстоятельство никоим образом не влияет на суть дела.

Ньютона! В действительности, это не какое-то исключение, а обычная форма закона движения при наличии внутреннего трения: движение твёрдого тела в газе или жидкости, обладающих вязкостью, всегда сопровождается появлением силы трения, пропорциональной его средней скорости. При этом суммарная сила, действующая на тело, равна нулю, что и предопределяет равномерный характер движения.

Объяснение именно этой феноменологической связи между этими величинами ($\langle \vec{v}_E \rangle \sim \vec{E}$) и было целью теории П. Друде — микроскопической теории такого своеобразного трения — электрического сопротивления металлов.

Перед тем, как обратиться непосредственно к теории Друде, полезно сосчитать максимальную скорость электронов в проводниках, приобретаемую под действием электрического поля. Как видно из формулы (17), для этого нужно знать величины j_{\max} и плотности электронов N_0 для выбранного металла. Для наиболее употребительных медных проводов экспериментально показано, что $j_{\max} \leq 10^7 \text{ А/м}^2$, так как больший ток приводит уже к плавлению провода (закон Ома справедлив и для расплавленных металлов, но здесь мы рассматриваем металлический провод). N_0 для меди можно рассчитать, исходя из того, что при формировании кристаллической решётки от каждого атома меди отделяется один валентный электрон. Тогда плотность числа электронов N_0 должна совпадать с плотностью числа атомов (ионов). Это даёт возможность записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} m_0 N_0 = \rho_m \\ m_0 N_A = A \end{cases} \Rightarrow N_0 = N_A \frac{\rho_m}{A}, \quad (18)$$

где m_0 , ρ_m и A — масса атома (иона), плотность и атомная масса меди, соответственно; N_A — число Авогадро. При подстановке табличных констант в результирующее уравнение системы (18) для меди получим $N_0 \approx 0,8 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$. N_0 для всех металлов лежит в диапазоне $(10^{28} \div 10^{29}) \text{ м}^{-3}$. Теперь уравнение (17) позволяет сосчитать максимальную скорость электронов в медных проводах: $(v_E)_{\max} \approx 0,8 \text{ мм/с (!)}$.

Важно также понять, как это значение соотносится с величинами скоростей теплового движения электронов в металле. Кинетическая теория утверждает, что скорость теплового движения молекул газа обратно пропорциональна корню из массы частицы (см., например, [10] и формулу (25) ниже по тексту). Поскольку нас интересует только порядок величины этой скорости, уместно прибегнуть к оценочному расчёту. Известно, что скорость звука в газе по порядку величины совпадает со скоростью его молекул. Скорость звука в воздухе при комнатной температуре $\approx 330 \text{ м/с}$. Масса электрона приблизительно в 4000 раз меньше массы молекулы водорода, а та, в свою очередь, в 14 раз меньше массы молекулы азота, ос-

новой составляющей воздуха.

Таким образом, согласно кинетической теории газов, скорость теплового движения v_T электронов в металле¹³: $v_T \approx 330 \cdot \sqrt{14 \cdot 4000} \approx 10^5$ м/с. Отсюда видно, что v_E несоизмеримо меньше, чем v_T , и её (v_E), по праву, обычно называют *дрейфовой* скоростью. Современная теория электропроводности металлов приводит к ещё большему значению $v_T \approx 10^6$ м/с [11, 12].

Скорости электронов в отсутствие электрического поля соответствуют распределению Максвелла (см., например, [9, 10]), однако, для простоты допустим, вслед за Друде, что все электроны имеют одну и ту же скорость и одну и ту же длину свободного пробега λ . Тогда время τ между двумя последовательными столкновениями определится соотношением

$$\tau = \frac{\lambda}{v_T}, \quad (19)$$

где v_T — скорость теплового движения электронов. Это соотношение, конечно, будет справедливо только до тех пор, пока скорость движения v_E под действием электрического поля \vec{E} остаётся малой по сравнению с v_T .

Под действием постоянного электрического поля \vec{E} за время свободного пробега электроны получают ускорение, величина которого может быть определена по второму закону Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}. \quad (20)$$

Следовательно, к скорости теплового хаотического движения v_T добавляется вызванная действием электрического поля скорость v_E , максимальное значение которой задаётся соотношением

$$(v_E)_{\max} = \frac{eE}{m} \tau. \quad (21)$$

В момент столкновения с ионом электрон, согласно гипотезе Друде, отдаёт всю приобретённую за счёт поля энергию решётке, что и приводит к повышению её температуры и объясняет закон Джоуля–Ленца. После каждого такого столкновения процесс повторяется. Средняя величина этой приобретённой добавочной скорости $\langle v_E \rangle$, как и всегда при равнопеременном движении, равна половине её максимального значения $(v_E)_{\max}$

¹³ Конечно, эту скорость можно было получить по готовой формуле гораздо быстрее. Но такие оценочные расчёты очень полезны, и физики, и инженеры пользуются ими очень часто.

$$\langle v_E \rangle = \frac{eE}{2m} \tau = \frac{eE}{2mv_T} \lambda. \quad (22)$$

Таким образом, сложное движение электрона под действием поля: разгон–остановка, снова разгон–остановка, и т.д. классическая¹⁴ электронная теория заменяет эквивалентным ему равномерным движением со средней скоростью (22).

Хотя электрон в промежутке между столкновениями имеет обе скорости и v_T , и v_E , в расчёт удельной проводимости входит только скорость v_E , обусловленная действием поля, так как тепловое движение в силу его хаотичности в среднем никак не влияет на направленный перенос электрических зарядов. Подставив эту скорость в уравнение (17), придём к следующему выражению для плотности электрического тока:

$$j = N_0 e \langle v_E \rangle = \frac{e^2 N_0 \lambda}{2mv_T} E, \quad (23)$$

откуда видно, что и вектор плотности тока \vec{j} будет пропорционален вектору напряжённости электрического поля \vec{E} . Из сравнения с законом Ома в дифференциальной форме $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, для удельной проводимости получим выражение

$$\sigma = \frac{e^2 N_0 \lambda}{2mv_T}. \quad (24)$$

Благодаря столкновениям электронов с ионами решётки вся система, как уже было отмечено, находится в состоянии теплового равновесия. Применив к равновесному электронному газу закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы, из кинетической теории газов получаем [10]:

$$\frac{1}{2} m v_T^2 = \frac{3}{2} k T. \quad (25)$$

С учётом (25) закон изменения удельной проводимости в зависимости от температуры можно записать в виде

$$\sigma = \frac{e^2 N_0 \lambda}{2\sqrt{3kmT}}. \quad (26)$$

К сожалению, эта зависимость фиксирует первый недостаток теории Друде: $\sigma \sim T^{-1/2}$, тогда как эксперимент показывает, что $\sigma \sim T^{-1}$ (если не брать низкие температуры и не превышать температуру плавления). Есть у этой модели, конечно, и другие недостатки, главный из которых — отсутствие у электронного газа собственной теплоёмкости. В 1819 г. французские исследователи Дюлонг и Пти обнаружили, что вдали от низких температур все твёрдые тела — и металлы, имеющие электронный газ, и диэлектрики, его не имеющие, демонстри-

¹⁴ «Классическая» имеет смысл — не квантовая.

руют одну и ту же зависимость молярной теплоёмкости от температуры. Этот факт показал, что попытки дальнейшего улучшения модели Друде бесперспективны. Необходимо было искать новые принципы. И они были найдены в рамках квантовой механики и квантовой статистики (см., например, [11, 12]).

При этом оказалось, что если не использовать уравнения (19) и (22), ну и, естественно, (25) и (26), то для проводимости получим выражение $\sigma = \frac{e^2 N_0 \tau}{m}$, которое полностью совпадает с тем, что даёт современная зонная (квантовая) теория металлов [11]. Конечно, это немного напоминает часы с кукушкой, которые, как и электронный хронометр, могут показывать одно и то же время. Тем не менее, как это и ни удивительно, модель Друде, оперируя газом электронов, плотность которых N_0 в несколько тысяч раз больше плотности частиц N_0^* идеального газа¹⁵, и применяя почти без изменений методы кинетической теории нейтральных разреженных газов, многие свойства металлов смогла описать почти правильно.

Теперь есть возможность дать понятию «умеренное» поле количественную оценку. Закон Ома будет выполняться до тех пор, пока будет соблюдаться условие $v_E \ll v_T$, откуда легко получаем: $E \ll m v_T / e \tau$. Выбрав медь в качестве примера, найдём

$$\text{для } \tau = m \sigma / e^2 N_0 = m / \rho e^2 N_0 \Rightarrow \tau = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{1,7 \cdot 10^{-8} (1,6 \cdot 10^{-19})^2 8 \cdot 10^{28}} \approx 2,6 \cdot 10^{-14} \text{ с.}$$

Так как скорость электронов в металле $v_T \approx 10^6$ м/с, будем иметь: $E \ll (m v_T / e \tau) \ll 10^8$ В/м. Такие поля создали бы ток такой силы ($j \approx 10^{15}$ А/м²), что металл мгновенно превратился бы в пар. Таким образом, видно, что в металлах закон Ома выполняется при любых практически достижимых полях.

¹⁵ При нормальных условиях $N_0^* \approx 2,68 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ — т.н. число Лошмидта.

Приложение 2. Особенности работы с мультиметром LD analog 20

- Прибор должен использоваться исключительно в горизонтальном положении;
- ни в коем случае не следует применять прибор для измерения токов, больших чем 3 А, и напряжений, больших чем 300 В. Мультиметр снабжён плавким предохранителем на 3,15 А;
- поскольку рукоятка выбора типа измерения и его предела не имеет ограничителей вращения, особое внимание следует уделить тому, чтобы при её вращении случайно не сменить тип прибора. При работе мультиметра в качестве вольтметра случайная смена режима на амперметр может иметь для прибора фатальные последствия;
- внутреннее сопротивление прибора в режиме вольтметра на всех пределах 10 МОм;
- падение напряжения на мультиметре на всех пределах в режиме амперметра 55 мВ;
- точность измерений на постоянном токе $\pm 2\%$ от всей шкалы. Это означает, что для уменьшения погрешности желательно выбирать такой предел измерения, чтобы стрелка прибора находилась во второй трети его шкалы;
- мультиметр позволяет иметь шкалу с нулём слева (чёрная шкала) и посередине (красная шкала). Положение нуля чёрной шкалы корректируется механически поворотом винта, расположенного несколько выше центра задней крышки прибора. При выполнении этой процедуры прибор следует держать горизонтально;
- положение нуля в середине шкалы регулируется механически поворотом кнопки, находящейся в правой верхней части передней панели прибора;
- выбор между чёрной и красной шкалами с различным положением нуля осуществляется скользящим контактом на 3 положения. Крайнее левое (OFF) — выключает прибор. Два других позволяют выбрать желаемое положение нуля шкалы. Без особой надобности использовать шкалу с нулём посередине нецелесообразно, т.к. уменьшение длины шкалы вдвое отрицательно скажется на точности отсчёта долей деления на глаз;
- зеркальная шкала, как обычно, обеспечивает измерения без параллакса. Для этого необходимо смотреть на стрелку прибора так, чтобы она совпадала со своим изображением в зеркале;
- следует иметь в виду, что примерно через 45 минут непрерывной работы прибор автоматически выключается. Для возобновления измерений его следует механически выключить, переведя переключатель в положение «OFF» и затем включить повторно;
- после окончания измерений прибор должен быть поставлен на самый грубый предел измерений, после чего — выключен.