

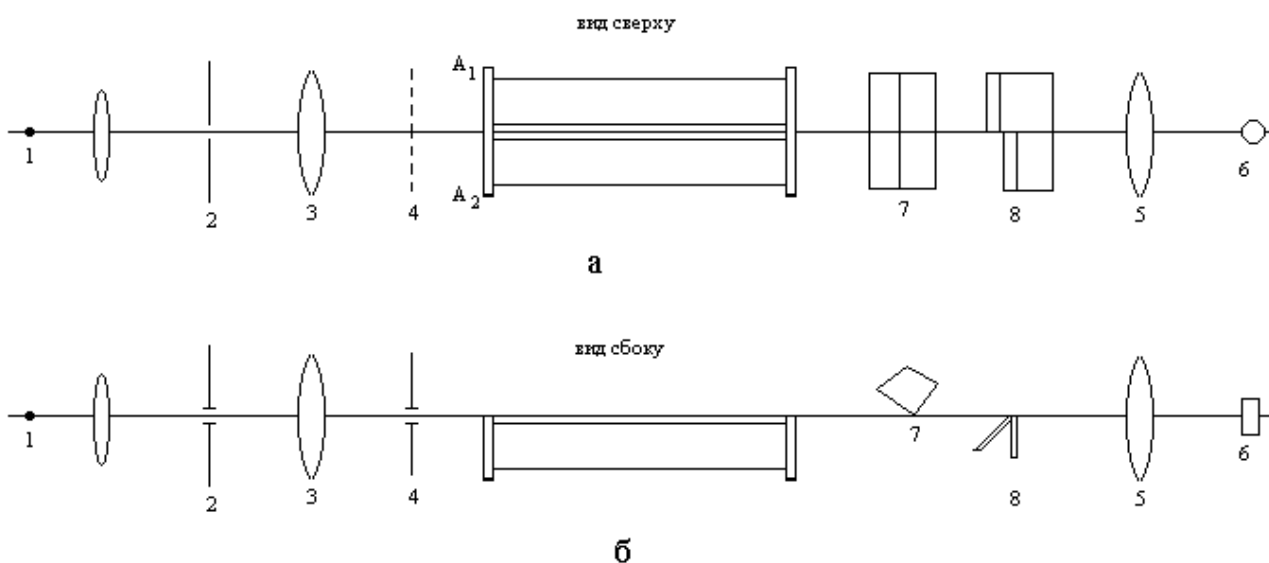
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

ИЗМЕРЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ГАЗОВ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРФЕРОМЕТРА РЭЛЕЯ

Поляков Даниил, 19.Б23-ФЗ

Цель работы: ознакомиться с принципом работы интерферометра Рэлея, исследовать зависимость показателя преломления воздуха от давления, оценить показатель преломления воздуха при нормальных условиях.

Схема установки



- 1 — источник света сплошного спектра;
- 2 — узкая щель;
- 3 — объектив;
- 4 — двойная щель, образующая интерференционные полосы;
- 5 — объектив;
- 6 — цилиндрическая линза;
- 7 — призма;
- 8 — компенсатор;
- A_1 — камера, открытая на атмосферу;
- A_2 — камера с переменным давлением.

Расчётные формулы

- Разность показателей преломления воздуха в кювете и в атмосфере:

$$\Delta n = \frac{N\lambda}{L}$$

N — количество периодов сдвига интерференционной картины;
 λ — длина волны наиболее яркой составляющей спектра лампы;
 L — длина кюветы.

- Разность давлений в кювете и в атмосфере:

$$\Delta p = \rho g (h_a - h_k)$$

ρ — плотность масла в манометре;
 g — ускорение свободного падения;
 h_a — высота плеча манометра, открытого на атмосферу;
 h_k — высота плеча манометра, связанного с кюветой.

- Закон Лоренц-Лорентца при $n \approx 1$:

$$n = 1 + \beta p$$

$$\Delta n = \beta \Delta p$$

n — показатель преломления газа;
 p — давление газа;
 β — постоянный коэффициент;
 Δn — разность показателей преломления воздуха в кювете и в атмосфере;
 Δp — разность давления в кювете и атмосферного давления.

- Формулы для вычисления погрешностей:

- Абсолютная погрешность косвенных измерений:

$$\Delta_{f(x_1, x_2, \dots)} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \Delta_{x_2}\right)^2 + \dots}$$

- Δ_N

Сдвиг интерференционной картины на один период выполняется на глаз, из-за чего у N имеется некоторая погрешность. Более того, после каждого сдвига картины выполняется его возвращение в исходное положение вращением компенсатора, и таким образом возникает накопление абсолютной погрешности с увеличением N . Предположим, что погрешность одиночного сдвига равна $\Delta_{N=1}$. Значение N является суммой сдвигов, поэтому его погрешность находится следующим образом:

$$\Delta_N = \sqrt{\sum_{N=1}^{|N|} \Delta_{N=1}^2} = \sqrt{|N|} \Delta_{N=1}$$

$$\begin{aligned} \circ \Delta_{\Delta n} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta n}{\partial N} \cdot \Delta_N\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta n}{\partial \lambda} \cdot \Delta_\lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta n}{\partial L} \cdot \Delta_L\right)^2} = |\Delta n| \sqrt{\left(\frac{\Delta_N}{N}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_L}{L}\right)^2} \\ \circ \Delta_{\Delta p} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta p}{\partial \rho} \cdot \Delta_\rho\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta p}{\partial g} \cdot \Delta_g\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta p}{\partial h_a} \cdot \Delta_{h_a}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta p}{\partial h_k} \cdot \Delta_{h_k}\right)^2} = \\ &= |\Delta p| \sqrt{\left(\frac{\Delta_\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_g}{g}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta_h}{h_a - h_k}\right)^2} \\ \circ \Delta_n &= \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial \beta} \cdot \Delta_\beta\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial p} \cdot \Delta_p\right)^2} = \sqrt{(p \cdot \Delta_\beta)^2 + (\beta \cdot \Delta_p)^2} \end{aligned}$$

Порядок измерений

1. Устанавливаем давление в кювете равным атмосферному, т. е. выравниваем высоту столбиков масляного манометра. Вращаем барабанчик компенсатора и совмещаем максимумы интенсивностей верхней и нижней интерференционных картин, наблюдаемых через окуляр.
2. Изменяем давление в кювете так, чтобы интерференционные картины сместились друг относительно друга на одну полосу. С помощью компенсатора возвращаем интерференционные картины в исходное положение, т. е. снова совмещаем максимумы интенсивностей. Делаем это после каждого смещения интерференционной картины.
3. Снимаем значения высоты h_a плеча манометра, открытого на атмосферу, и высоты h_k плеча, связанного с кюветой. В случае, когда $h_k < h_a$, давление в кювете больше атмосферного, $p_k > p_a$. В таком случае сдвиг картины N считаем положительным, чтобы коэффициент пропорциональности зависимости $\Delta n(\Delta p)$ был положительным. Тогда в противоположном случае, при $h_k > h_a$, сдвиг картины считаем отрицательным.
4. Продолжаем изменять давление кюветы, пока не достигнем максимального и минимального значений давления, записывая суммарный сдвиг картины N и значения высоты плеч манометра h_a и h_k . Выполним серию измерений 2 раза.
5. В конце измерений снимаем с барометра значение давления p в комнате.

Результаты

Примечание: построение графика и аппроксимация зависимости выполнена с помощью ПО MATLAB. Погрешность коэффициента аппроксимации рассчитана с доверительной вероятностью $P = 95\%$.

Перечислим известные параметры экспериментальной установки:

- Длина волны наиболее яркой составляющей спектра лампы:

$$\lambda = 555 \pm 10 \text{ нм}$$

Точное значение данной величины зависит от спектральной чувствительности зрения конкретного человека, в связи с чем и выбрана такая погрешность. Тем не менее, она влияет только на определение конкретной величины показателя преломления, но не должна влиять на форму зависимости $\Delta n(\Delta P)$, если закон Лоренц-Лорентца справедлив.

- Длина кюветы:

$$L = 1 \pm 0.001 \text{ м}$$

- Плотность масла в манометре:

$$\rho = 864 \pm 5 \text{ кг/м}^3$$

- Ускорение свободного падения:

$$g = 9.819 \pm 0.001 \text{ м/с}^2$$

- Погрешность отсчёта высоты оценим как цену деления шкалы манометра:

$$\Delta_h = 1 \text{ мм}$$

- Давление в лаборатории:

$$p = 102.3 \pm 0.1 \text{ кПа}$$

Оценим погрешность одиночного сдвига $\Delta_{N=1}$. После каждого сдвига интерференционной картины производился её возврат в начальное положение с помощью компенсатора, у которого имеется своя шкала. Теоретически, каждое значение сдвига N должно однозначно соответствовать значению на этой шкале. В ходе измерений снимались показания этой шкалы, и хотя в работе они не требуются, их можно использовать для оценки погрешности Δ_N . При компенсации интерференционной картины в начальном положении, когда $N = 0$, в 1-ой серии измерений отсчёт шкалы компенсатора $k_{N=0} = 19.82$. При компенсации после 18-го сдвига отсчёт составил $k_{N=18} = 10.35$. Таким образом, сдвиг картины на 18 полос повлечёт собой вращение компенсатора на $\Delta k_{N=18} = 10.35 - 19.82 = -9.47$. Во 2-ой серии измерений соответствующие отсчёты компенсатора изменились: $k_{N=0} = 19.80$, $k_{N=18} = 10.46$, $\Delta k_{N=18} = -9.34$. Значение $\Delta k_{N=18}$ изменилось. Его среднеквадратичное отклонение по результатам двух измерений: $\sigma_{\Delta k_{N=18}} = 0.09$, т. е. 1%. Таким образом, будем считать, что погрешность 18 сдвигов равна 1% ($\Delta_{N=18} = 0.18$). Отсюда оцениваем погрешность одного сдвига:

$$\Delta_{N=1} = \frac{\Delta_{N=18}}{\sqrt{18}} = 0.042$$

Таблица. Зависимость изменения показателя преломления воздуха от изменения давления

| N | $\Delta n, \times 10^{-6}$ | Серия №1 | | | Серия №2 | | |
|------------------|----------------------------|------------|------------|-----------------------|------------|------------|-----------------------|
| | | h_a , мм | h_k , мм | Δp , кПа | h_a , мм | h_k , мм | Δp , кПа |
| -9 ± 0.12 | -5.00 ± 0.11 | 198 | 415 | -1.84 ± 0.02 | 197 | 413 | -1.83 ± 0.02 |
| -8 ± 0.12 | -4.44 ± 0.10 | 210 | 402 | -1.63 ± 0.02 | 210 | 400 | -1.61 ± 0.02 |
| -7 ± 0.11 | -3.89 ± 0.09 | 223 | 390 | -1.417 ± 0.015 | 222 | 387 | -1.400 ± 0.014 |
| -6 ± 0.10 | -3.33 ± 0.08 | 235 | 376 | -1.196 ± 0.014 | 234 | 375 | -1.196 ± 0.014 |
| -5 ± 0.09 | -2.77 ± 0.07 | 247 | 364 | -0.993 ± 0.013 | 245 | 363 | -1.001 ± 0.013 |
| -4 ± 0.08 | -2.22 ± 0.06 | 260 | 352 | -0.780 ± 0.013 | 256 | 352 | -0.814 ± 0.013 |
| -3 ± 0.07 | -1.67 ± 0.05 | 271 | 340 | -0.585 ± 0.012 | 267 | 340 | -0.619 ± 0.013 |
| -2 ± 0.06 | -1.11 ± 0.04 | 283 | 328 | -0.382 ± 0.012 | 279 | 328 | -0.416 ± 0.012 |
| -1 ± 0.04 | -0.55 ± 0.03 | 295 | 315 | -0.170 ± 0.012 | 290 | 315 | -0.212 ± 0.012 |

| N | $\Delta n, \times 10^{-6}$ | Серия №1 | | | Серия №2 | | |
|------------------|----------------------------|------------|------------|----------------------|------------|------------|----------------------|
| | | h_a , мм | h_k , мм | Δp , кПа | h_a , мм | h_k , мм | Δp , кПа |
| 0 | 0 | 303 | 303 | 0.000 ± 0.012 | 303 | 303 | 0.000 ± 0.012 |
| 1 ± 0.04 | 0.55 ± 0.03 | 316 | 292 | 0.204 ± 0.012 | 315 | 291 | 0.204 ± 0.012 |
| 2 ± 0.06 | 1.11 ± 0.04 | 327 | 287 | 0.339 ± 0.012 | 326 | 280 | 0.390 ± 0.012 |
| 3 ± 0.07 | 1.67 ± 0.05 | 340 | 268 | 0.611 ± 0.013 | 338 | 268 | 0.594 ± 0.012 |
| 4 ± 0.08 | 2.22 ± 0.06 | 350 | 256 | 0.797 ± 0.013 | 349 | 257 | 0.780 ± 0.013 |
| 5 ± 0.09 | 2.77 ± 0.07 | 361 | 245 | 0.984 ± 0.013 | 361 | 244 | 0.993 ± 0.013 |
| 6 ± 0.10 | 3.33 ± 0.08 | 373 | 232 | 1.196 ± 0.014 | 373 | 231 | 1.205 ± 0.014 |
| 7 ± 0.11 | 3.89 ± 0.09 | 385 | 220 | 1.400 ± 0.014 | 384 | 220 | 1.391 ± 0.014 |
| 8 ± 0.12 | 4.44 ± 0.10 | 398 | 206 | 1.63 ± 0.02 | 396 | 207 | 1.60 ± 0.02 |
| 9 ± 0.12 | 4.99 ± 0.11 | 409 | 194 | 1.82 ± 0.02 | 408 | 195 | 1.81 ± 0.02 |
| 10 ± 0.13 | 5.55 ± 0.12 | 420 | 184 | 2.00 ± 0.02 | 420 | 184 | 2.00 ± 0.02 |
| 11 ± 0.14 | 6.11 ± 0.13 | 433 | 170 | 2.23 ± 0.02 | 431 | 171 | 2.21 ± 0.02 |
| 12 ± 0.14 | 6.66 ± 0.14 | 445 | 158 | 2.43 ± 0.02 | 442 | 160 | 2.39 ± 0.02 |
| 13 ± 0.15 | 7.2 ± 0.2 | 456 | 146 | 2.63 ± 0.02 | 450 | 147 | 2.57 ± 0.02 |
| 14 ± 0.2 | 7.8 ± 0.2 | 469 | 133 | 2.85 ± 0.02 | 467 | 135 | 2.82 ± 0.02 |
| 15 ± 0.2 | 8.3 ± 0.2 | 482 | 120 | 3.07 ± 0.02 | 479 | 122 | 3.03 ± 0.02 |
| 16 ± 0.2 | 8.9 ± 0.2 | 494 | 107 | 3.28 ± 0.02 | 491 | 109 | 3.24 ± 0.02 |
| 17 ± 0.2 | 9.4 ± 0.2 | 506 | 94 | 3.50 ± 0.02 | 502 | 98 | 3.43 ± 0.02 |
| 18 ± 0.2 | 10.0 ± 0.2 | 517 | 83 | 3.68 ± 0.02 | 514 | 85 | 3.64 ± 0.02 |

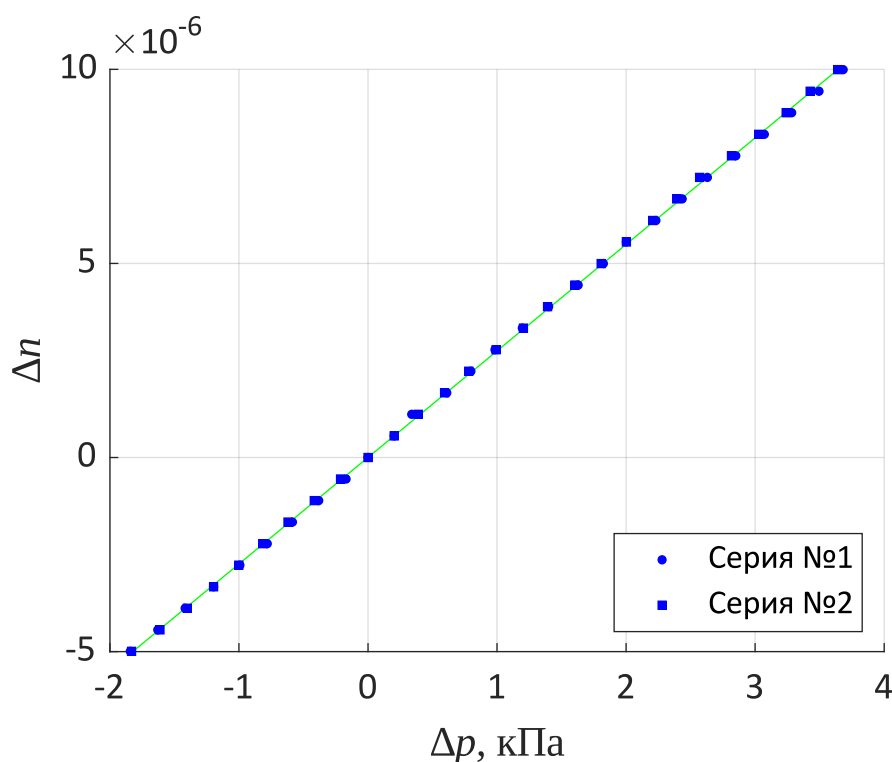


График. *Зависимость изменения показателя преломления воздуха от изменения давления*

Зависимость хорошо аппроксимируется прямой. Таким образом, закон Лоренц-Лорентца справедлив в условиях данной работы.

Значение коэффициента пропорциональности:

$$\beta = (2.744 \pm 0.009) \cdot 10^{-6} \text{ кПа}^{-1}$$

Стоит отметить, что здесь указана дисперсия коэффициента, а не его реальная погрешность. Основной вклад в погрешность вносит систематическая погрешность установки, которая составляет порядка 2%.

Воспользовавшись полученным значением коэффициента пропорциональности и измеренным значением давления в лаборатории, оценим значение показателя преломления воздуха в лаборатории:

$$n = 1.000281(6)$$

Выводы

В ходе работы проведено ознакомление с принципом работы интерферометра Рэлея. Успешно проведена проверка закона Лоренц-Лорентца при $n \approx 1$.

Точность измерения Δn и Δp на данной лабораторной установке ограничена. Для $N = 10$ погрешность измерения Δn составляет порядка 2%, а Δp — порядка 1%.

Полученное значение показателя преломления воздуха в лаборатории:

$$n = 1.000281(6)$$