

Обработка экспериментальных данных

ПОГРЕШНОСТЬ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Абсолютная погрешность Δx - погрешность, выраженная в единицах измеряемой величины x .
2. Относительная погрешность $\delta x = (\Delta x / x) \cdot 100\%$ - отношение абсолютной погрешности к окончательному результату измерения (используется для сравнения точности измерения двух различных величин; например, чтобы сравнить погрешности силы тока и напряжения).
3. Погрешности прямых измерений. Предположим 10 раз повторили измерения одной и той же точки ($n = 10$). И так для всех точек. То есть для каждой точки имеется набор из 10 данных.

(1). Из каждого набора выкидывают очевидные промахи.

(2). погрешность = случайные погрешности (стандартная неопределенность типа A) + приборная погрешность (стандартная неопределенность типа B):

$x = \bar{x} \pm \Delta x$ - измеренная величина

$\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$ - среднее значение измеренной величины

$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_A)^2 + (\Delta x_B)^2}$ - погрешность измеренной величины

(3). $\Delta x_A = t(\alpha, n) \cdot \sigma_{\bar{x}}$ - случайная погрешность

$t(\alpha, n)$ - коэффициенты Стьюдента (зависят от полного количества измерений n и доверительного интервала α):

n	$t(\alpha = 0.68, n)$
2	2.0
3	1.4
4	1.3
5	1.2
6	1.2
7	1.1
8	1.1
9	1.1
10	1.1

$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$ - среднее квадратичное отклонение

(4). Δx_B - приборная погрешность:

1) если стрелочный, тогда $\Delta x_B = \theta / 3$, θ - максимально возможная погрешность прибора (θ указывается в паспорте прибора или на нем указан класс точности, записываемый в виде числа, например, 0.05 или 4.0; это число дает максимально возможную погрешность прибора, выраженную в процентах от наибольшего значения величины, измеряемой в данном диапазоне прибора; то есть для вольтметра, работающего в диапазоне измерений 0 - 30 В с классом точности 1.0, погрешность в любом месте шкалы не превышает 0.3 В, следовательно, $\Delta x_B = 0.3 / 3 = 0.1$ В);

2) стрелочный (или любой другой со шкалой) без паспорта и класса точности: Δx_B = половина цены наименьшего деления;

3) цифровой прибор: с помощью паспортных данных (где указана формула расчета), либо Δx_B = единица наименьшего разряда цифрового индикатора (пример: при наблюдаемой частоте 161.2 кГц погрешность прибора оценивают как 0.1 кГц).

Таким образом, окончательный результат для каждой точки **при нескольких измерениях** имеет вид:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x$$

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$$

$$\Delta x = \sqrt{t^2(\alpha, n) \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)} + (\Delta x_B)^2}$$

4. Когда можно выполнять **однократные измерения**, то есть **n=1**?

(1). Если $(x_{\max} - x_{\min}) / 2 \leq \theta$, где x_{\max} и x_{\min} - наибольшее и наименьшее значения измеряемой величины, а θ — как и раньше, максимально возможная погрешность прибора, то повышение точности многократного измерения в таком случае невозможно.

(2). Если случайная погрешность заведомо много меньше приборной.

В этих случаях производится однократное измерение каждой точки, а погрешностью Δx будет сумма: предельно допустимая приборная погрешность ($\frac{\theta}{3}$ - для стрелочных приборов с паспортом или классом точности; либо половина цены деления l) и погрешность считывания, связанная с возможностью экспериментатора определить положение указателя прибора $\frac{l}{\sqrt{3}}$, l — половина цены деления: $\Delta x = \frac{\theta}{3} + \frac{l}{\sqrt{3}}$.

Если прибор цифровой, то погрешность считывания не нужна, а приборная, как и раньше, равна единице последнего разряда цифрового индикатора.

ПОГРЕШНОСТЬ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Пусть мы измерили величины x и y , а теперь хотим вычислить величину f , которая есть функция от x и y : $f = f(x, y)$

Результат вычислений должен иметь вид: $f = \bar{f} + \Delta f$

\bar{f} — среднее значение, которое вычисляется из средних значений x и y : $\bar{f} = \bar{f}(\bar{x}, \bar{y})$,

Δf — погрешность косвенного измерения:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \cdot (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \cdot (\Delta y)^2}$$

Пример. Эксперимент по измерению ускорения свободного падения g .

Экспериментальные данные: $t = (2.43 \pm 0.11)$ с, $h = (28.8 \pm 0.2)$ м.

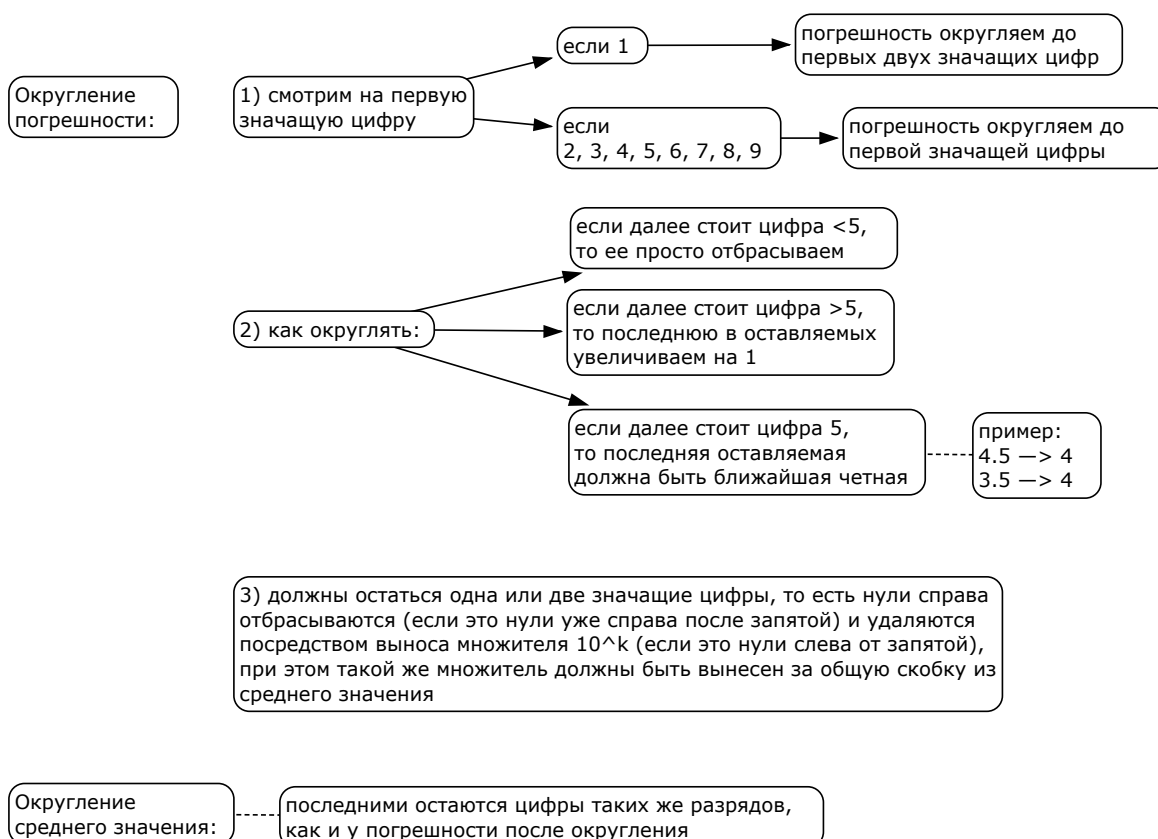
Рабочая формула для определения g имеет вид $g = \frac{2h}{t^2}$.

Следовательно, $\bar{g} = \frac{2 \cdot 28.8}{2.43^2} \approx 9.75$ м/с².

Поскольку производные вычисляются как $\frac{\partial g}{\partial h} = \frac{2}{t^2}$, $\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{4h}{t^3}$,

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2}\right)^2 \cdot (\Delta h)^2 + \left(-\frac{4h}{t^3}\right)^2 \cdot (\Delta t)^2}$$

Значение цифры - это все кроме нуля.



ТАБЛИЦЫ

1. Таблицы принято нумеровать в порядке их использования. Кроме того, каждой таблице дают краткое название, соответствующее помещенным в нее данным.
2. Единицы измерения приводят в системе СИ.

Таблица 1.1

Температурная зависимость удельного сопротивления платиновой проволоки

Номер измерения	I, мА	V, мВ	T, К	ρ , 10^{-7} Ом•м
1	1,0	2,78	0	1,02
2	1,0	2,83	0,20	1,04

ГРАФИКИ

1. Желательно, чтобы цена наименьшего деления каждой шкалы примерно равнялась соответствующей погрешности.
2. Одной клетке должно соответствовать кратное 10 количество единиц откладываемой физической величины: 10^n , $2 \cdot 10^n$ или $5 \cdot 10^n$, где n — любое целое число, положительное или отрицательное. Так, числа 2; 0.5; 100; 0.02 — подходят, а числа 3; 7; 0.15 — не подходят для этой цели.
3. Оси подписывают: ось абсцисс — справа внизу, ось ординат — слева вверху. Против каждой оси указывают название или символ откладываемой по оси величины, а через запятую — единицы ее измерения в системе СИ.
4. Масштабные риски проставляют по осям на одинаковом расстоянии друг от друга, чтобы они выходили на поле графика. По оси абсцисс цифры числового масштаба пишут под рисками, по оси ординат — слева от рисунка.
5. Экспериментальные точки с помощью карандаша соединяют плавной кривой, чтобы они в среднем были одинаково расположены по обе стороны от проведенной кривой. Нет смысла стремиться провести кривую через каждую экспериментальную точку. Если так сделать, то скорее всего получится ломанная кривая, которая не имеет ничего общего с истинной физической зависимостью! Это следует из того, что форма полученной линии не будет воспроизводиться при повторных измерениях.
6. Для отображения погрешности на графиках существуют два способа. Первый: выбрать цену деления на осях, равной погрешности величины, откладываемой по данной оси. Второй: прямое отображение погрешности на поле графика — вокруг проставленной экспериментальной точки строят два отрезка, параллельные осям; длина каждого отрезка равна удвоенной погрешности величины; центр отрезка должен приходиться на экспериментальную точку. Второй способ чаще всего используют, когда погрешности меняются от измерения к измерению.

7. График нумеруют, ему дают название, кратко отражающее содержание построенной зависимости. Все графические символы, используемые при построении, поясняют в подписи к графику, которую располагают под графиком или на не занятой кривой части поля.

РАБОТА С ГРАФИКОМ

1. Считывание точек с градуировочного графика и т.д. Координата точки, определяемая из графика, имеет погрешность, сопоставимую с ценой наименьшего масштабного деления.
2. Если экспериментальные данные дают экстремум с координатой x_n , то его настоящую координату определяют по координатам двух соседних точек: $x = (x_{n+1} + x_{n-1})/2$, а за оценку погрешности принимают величину: $\Delta x = (x_{n+1} - x_{n-1})/2$. Если такая погрешность оказывается меньше погрешности измерения величины x , то именно погрешность измерения следует принимать за погрешность Δx .
3. Проверка теоретических выводов. Графическую проверку осуществляют на основе сравнения экспериментальной и теоретической кривых, совместно построенных на одном графике. С этой целью на графике по обе стороны от нее проводят дополнительные кривые, симметричные относительно экспериментальной кривой. Выполняя построение дополнительных кривых, необходимо исходить из того, что между ними должна оказаться примерно половина всех экспериментальных точек. Теоретическая кривая, если она соответствует полученным данным, располагается в промежутке между дополнительными кривыми.