

Санкт-Петербургский государственный университет

ИЗМЕРЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Описание лабораторной работы № 14

ПРОБНАЯ ВЕРСИЯ

Разработчики описания: Т.В. Белопольская,
Д.Ю. Иванов

Санкт-Петербург

2014

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Некоторые вопросы теории	4
1.1. Закон Ньютона	4
1.2. Движение тел в жидкости. Формула Стокса	5
1.3. Ламинарное движение. Число Рейнольдса	6
1.4. Зависимость вязкости жидкости от температуры	8
1.5. Падение шарика в жидкости.....	10
2. Методика проведения эксперимента	13
2.1. Описание экспериментальной установки	13
2.2. Диаметр шарика, вязкость жидкости и число Рейнольдса	15
2.3. Постановка эксперимента. Методика и техника измерений.....	17
3. Техника безопасности при работе с приборами	19
4. Порядок выполнения лабораторной работы.....	20
5. Обработка результатов эксперимента.....	22
6. Контрольные вопросы.....	23
Список литературы и справочные данные	24
Приложение	25

Введение

Идеальная жидкость – весьма приближенная модель, использующаяся для вывода простейших уравнений движения жидкостей, таких как закон Бернулли или формула Торричелли. Она несжимаема и не обладает вязкостью. Реальные жидкости в полной мере обладают обоими этими качествами. Проблемы описания жидкости очень сложны и не имеют полного теоретического решения до сих пор (см., например, [1, 2]). Сложность заключается в том, что жидкость, занимая промежуточное положение между газом и твёрдым телом, обладает свойствами и того, и другого в разной степени в зависимости от обстоятельств: температуры, давления, скорости движения и т. п. В то же время, знание таких свойств жидкости, как сжимаемость и вязкость, совершенно необходимо в практическом плане, в частности, при расчёте процессов, связанных с транспортированием жидкости по трубопроводам, теплообменом и фильтрацией, при протекании крови по сосудам, при использовании жидкостей в качестве смазки и т.п.

Первые исследования вязкости жидкости провёл И. Ньютон (1643–1727). В 1686 г. он предложил закон вязкого трения, устанавливающий линейную зависимость между касательным напряжением в плоскости соприкосновения слоёв жидкости и градиентом скорости по направлению нормали к их поверхности [3]. Коэффициент пропорциональности η в этом законе Ньютона (см. ниже формулу (1)) называется по-разному: коэффициентом *внутреннего трения*, коэффициентом *динамической вязкости*, или просто *вязкостью*. В технике, в частности, при расчёте гидроприводов и исследовании трения в узлах машин часто приходится иметь дело с т.н. *кинематической* вязкостью, ν : $\nu = \eta / \rho$, где ρ – плотность жидкости.

Среди методов измерения вязкости есть как абсолютные (метод Стокса, например), так и относительные (сравнительные). В этой лабораторной работе используется сравнительный метод, позволяющий проводить температурные измерения в широком диапазоне изменения вязкости с высокой точностью.

1. Некоторые вопросы теории

1.1. Закон Ньютона

Вязкость можно представить как трение, возникающее между слоями жидкости или газа при их движении друг относительно друга. Со стороны более быстрого слоя на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила, и наоборот, со стороны более медленного слоя на более быстрый действует замедляющая сила. Эти силы, носящие название *сил внутреннего трения*, направлены по касательной к поверхности слоев и вызывают сдвиг одного слоя относительно другого. Схема сдвига слоёв приведена на рис. 1, где пластина A – неподвижна, а подвижная пластина B перемещается с постоянной скоростью u_0 . Площадь каждой пластины S .

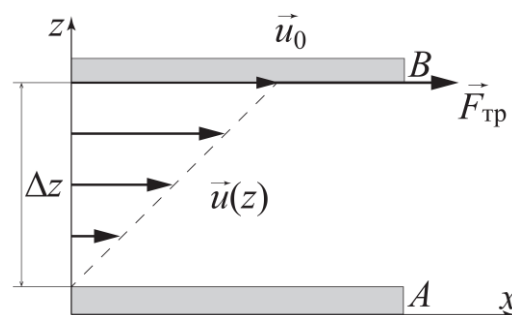


Рис. 1. Градиент скорости между слоями движущейся жидкости

Слои, непосредственно прилегающие к пластинам, удерживаются силами адгезии, действующими между молекулами жидкости и пластины¹. Поэтому верхний слой движется со скоростью u_0 , а нижний остается неподвижным. Неподвижный слой тормозит движение вышележащего слоя, тот – следующего и т.д. При этом скорость движения линейно меняется от 0 до u_0 . Быстрота изменения скорости от слоя к слою характеризуется отношением $\Delta u / \Delta z$, которое называют градиентом скорости. Закон вязкого течения, установленный Ньютоном, имеет следующий вид:

$$F = \eta |\Delta u / \Delta z| S. \quad (1)$$

Такая картина характерна и для газов, и для жидкостей. Однако, если коэффициент вязкости газов может быть достаточно просто рассчитан теоретиче-

¹ Возможно, сейчас роль адгезии кажется почти очевидной. Однако эта идея появилась лишь в 1846 г., когда Стокс на основе анализа экспериментальных данных пришёл к выводу о том, что условие прилипания на стенке следует брать в качестве граничного условия.

ски, то для определения вязкости жидкостей аналогичной теоретической базы не существует. Из формулы (1) следует, что $\eta = F / (\Delta u / \Delta z | S)$, т.е. коэффициент вязкости численно равен тангенциальной силе, действующей на единицу площади слоёв, при единичном градиенте скорости между ними. Он характеризует сопротивление смещению слоёв. В системе СГС единица вязкости² – пуаз (П). $1 \text{ П} = 1 \text{ г/см} \cdot \text{с}$. В системе СИ единицей вязкости является Па·с, $1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 10 \text{ П}$. Добавим к этому ещё одно полезное соотношение: $1 \text{ мПа} \cdot \text{с} = 1 \text{ сП}$ (сантипуаз). В частности, вязкость воды при комнатной температуре $\eta_{\text{H}_2\text{O}} \approx 1 \text{ сП}$ (см. Таблицу в Приложении).

1.2. Движение тел в жидкости. Формула Стокса

Джордж Габриель Стокс (*Sir George Gabriel Stokes*, 1819–1903) – выдающийся английский математик и физик, всю жизнь проработавший в Кембриджском университете, внёс значительный вклад в гидродинамику, оптику и математическую физику. Стоксом была выведена (1851) формула для силы сопротивления, действующей на шарик, движущийся в безграничной среде, при условии, что движение жидкости относительно шарика *ламинарное* [4]. Ламинарное³ течение – это такое течение, при котором слои жидкости можно считать параллельными как друг другу, так и направлению макроскопического движения жидкости. Такие условия практически выполняются лишь при достаточно малых скоростях движения маленького шарика (о критериях малости обоих параметров см. п. 1.3). Если эти условия не выполнены, то в жидкости образуются вихри, течение становится турбулентным,⁴ и тогда о вязкости как о свойстве вещества вообще говорить не приходится. Формула Стокса имеет вид⁵:

$$F = 3\pi d u \eta , \quad (2)$$

² Эта единица измерения названа в честь Ж. Пуазейля (1799–1869), французского физика и врача, исследовавшего проблемы кровообращения, что привело его к установлению гидродинамических закономерностей.

³ *lamina* (лат.) – пластина.

⁴ *turbulentus* (лат.) – беспорядочный.

⁵ Чаше формула Стокса записывается как $F = 6\pi r u \eta$. Для практических целей использование диаметра шарика, вместо его радиуса, удобнее.

где η – вязкость жидкости, d – диаметр шарика, u – скорость шарика. Справедливость этой формулы следует из простых соображений. Опыт подсказывает, что сила сопротивления зависит только от скорости движения шарика, его радиуса и вязкости жидкости. Из анализа размерностей немедленно следует, что возможна всего лишь одна комбинация, составленная из этих трёх величин – их произведение. В то же время Стоксу для получения полной зависимости (2) вместе с множителем 3π (для тел сферической формы) пришлось решать сложные гидродинамические уравнения [4].

Среды, для которых имеет место прямая пропорциональность между силой и скоростью (2), называются *ньютоновскими*, поскольку для них также справедлив и закон Ньютона (1). Хотя таких жидкостей большинство, имеются и те, чья вязкость сама так или иначе зависит от скорости деформации, они называются *неньютоновскими*. К ним, в частности, принадлежат некоторые суспензии (например, кровь), коллоидные растворы и растворы полимеров. Течение таких жидкостей изучает реология.

1.3. Ламинарное движение. Число Рейнольдса

Осборн Рейнольдс (1842–1912), английский физик и инженер, славу которому принесли его пионерские гидродинамические исследования и теория турбулентности, предложил (1883) безразмерную комбинацию физических величин (3), величина которой определяет для жидкости (или газа) режим течения [5–7]. Теперь эту комбинацию называют *числом Рейнольдса* (Re):

$$Re = \frac{\rho u l}{\eta} = \frac{u l}{\nu}, \quad (3)$$

где l – характерный размер тела⁶, движущегося в жидкости или обтекаемого ею. Физический смысл числа Рейнольдса состоит в том, что оно представляет соотношение между силами инерции, с которыми связаны плотность и скорость вещества, стоящие в числителе, с противостоящими им силами вязкого трения,

⁶ Для шара $l = d$, где d – диаметр шара.

представленными коэффициентом вязкости в знаменателе. Наличие в этой формуле комбинации η/ρ , означает, что число Рейнольдса, в конечном итоге, зависит не от динамической вязкости η , а от уже упоминавшейся кинематической $\nu = \eta/\rho$. В системе СГС её единица измерения названа в честь Дж.Г. Стокса: *стокс* (Ст). $1 \text{ Ст} = \text{см}^2/\text{с} = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$. В СИ единица измерения кинематической вязкости ($\text{м}^2/\text{с}$) специального названия не имеет.

Именно число Рейнольдса задаёт, в частности, условия перехода от ламинарного течения к турбулентному. Рейнольдс обнаружил, что для движения жидкости (или газа) в различных физических условиях (течение в трубах, обтекание тел различной формы и т.п.) существует критическое значение предложенного им числа – $Re_{кр}$, такое, что при $Re < Re_{кр}$ течение имеет ламинарный характер, а при его превышении – возможно возникновение турбулентности. Естественно, что при больших скоростях потока как жидкости, так и газа их движение может оказаться турбулентным. Но какие скорости можно считать *большими* применительно к газу и жидкости? Если и в том, и в другом случае число Рейнольдса одно и то же, то сразу (без необходимости решать сложные дифференциальные гидродинамические уравнения!) находим, что в газовом потоке при прочих равных условиях это произойдёт при скоростях в $10 \div 15$ раз бóльших, чем в жидкостях, по причине того, что именно во столько же раз кинематическая вязкость жидкостей превосходит кинематическую вязкость газов.

Таким образом, на примере числа Рейнольдса можно увидеть, как удаётся при изучении сложных явлений сделать физическую картину более ясной. Для этого следует рассматривать процесс не как функцию отдельно взятых переменных (размер, скорость, вязкость и т.п.), которые сами по себе могут меняться в очень широких пределах, а как функцию их безразмерных комбинаций – т.н. *критериев подобия*. При таком подходе, который составляет основу *теории подобия*, можно получить результат, принимая во внимание всего лишь одну или несколько универсальных *безразмерных* обобщённых переменных (см., например, [8]).

Особенно эффективным этот подход оказался при рассмотрении таких сложных наук, лежащих на стыке физики и техники, как гидромеханика и теплопередача, а также при описании критических явлений, где его чаще называют *скейлингом* (см., например, [9]). Скейлинг не использует критериев подобия, но опирается на главную идею подобия – идею масштабной инвариантности, что приводит, в частности, к пониманию факта универсальности фазовых переходов второго рода и критических явлений.

1.4. Зависимость вязкости жидкости от температуры

Как показывает эксперимент, вязкость жидкостей существенно превышает вязкость газов и экспоненциально уменьшается с повышением температуры (см. ниже формулу (4)), тогда как для газов она с ростом температуры увеличивается [1, 2]. Согласно молекулярно-кинетической теории, вязкость газов является следствием теплового движения молекул, которое ведёт к обмену молекулами между движущимися относительно друг друга слоями. При этом осуществляется перенос импульса от слоя к слою, в результате чего медленные слои ускоряются, а быстрые – замедляются.

В жидкости расстояния между молекулами близки к расстояниям между частицами твёрдого тела. Они значительно меньше, чем в газах, поэтому на движение молекул в жидкости в первую очередь влияет межмолекулярное взаимодействие, ограничивающее их подвижность. Говорить о переносе и передаче импульса от слоя к слою, как в газе, здесь не приходится, поскольку в основном молекулы жидкости, как и частицы твёрдого тела, находятся в состоянии колебательного движения. Поэтому и вязкость жидкости, в основном, объясняется молекулярным взаимодействием. Возрастание температуры жидкости приводит к увеличению расстояния между молекулами и, следовательно, к уменьшению сил взаимодействия между ними. В результате вязкость жидкости уменьшается.

Рассматривая все эти процессы с другой точки зрения, можно сказать, что молекула жидкости может проникнуть в соседний слой, только если в нём есть

достаточная полость для перескакивающей молекулы. На образование такой полости расходуется т.н. *энергия активации* вязкого течения. Эта энергия уменьшается с ростом температуры, что также ведёт к уменьшению вязкости жидкости [1].

Совершенно очевидно, пишет Я.И. Френкель в своей хорошо известной книге [1], что текучесть жидкости, измеряемая величиной, обратной коэффициенту вязкости, должна быть пропорциональна *подвижности* μ образующих её частиц. Согласно соотношению Эйнштейна подвижность пропорциональна коэффициенту диффузии D : $\mu = D/kT$ (k – постоянная Больцмана⁷). Отсюда следует, что вязкость жидкостей в “твёрдоподобном” состоянии (т. е. вблизи температуры отвердевания⁸), в противоположность вязкости газов, должна быть не прямо пропорциональна коэффициенту диффузии, а, наоборот, обратно пропорциональна ему. Этим обстоятельством сразу же объясняется тот факт, что вязкость жидкостей уменьшается с повышением температуры, в то время как вязкость газов при этом увеличивается пропорционально \sqrt{T} . Так как коэффициент диффузии (самодиффузии) жидкостей пропорционален выражению $e^{-\frac{W}{kT}}$, то вязкость как функция температуры должна определяться формулой вида

$$\eta = Ae^{\frac{W}{kT}}, \quad (4)$$

где W – *энергия активации*, а коэффициент A можно считать приблизительно постоянным.

Несмотря на то, что на качественном уровне, как мы видим, температурное поведение вязкости понять несложно, отсутствие общей теории жидкого состояния не даёт возможности разработать точные, теоретически обоснованные методы расчёта зависимости вязкости жидкости от температуры. Это приводит к существованию, наряду с формулой (4), ещё и множества эмпирических закономерностей, лишь в большей или меньшей степени согласующихся с эксперимен-

⁷ $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

⁸ Добавим от себя: *вдали от критической точки*.

том (см., например, [10]). Их рассмотрение, однако, мы оставляем за рамками этого краткого теоретического описания.

1.5. Падение шарика в жидкости

Исследования Стокса, приведшие к установлению зависимости силы вязкого трения от скорости (2), позволяют предложить определение коэффициента вязкости жидкости *по методу падающего шарика* (см., например, стр. 218–219 в [11]).

Пусть шарик, имеющий массу m и диаметр d , падает в жидкости с плотностью $\rho_{\text{ж}}$ (рис. 2). Кроме силы тяжести mg на тело, движущееся в жидкости, действуют силы трения $F_{\text{тр}}$ и Архимеда $F_{\text{А}}$. На начальном этапе, до достижения шариком установившейся скорости u_{∞} (рис. 3), его движение будет иметь сложный характер. Можно показать, что скорость в этот период будет изменяться по закону⁹:

$$u = u_{\infty} (1 - e^{-\tau/\tau_0}), \quad (5)$$

где τ – время движения, а константа τ_0 , имеющая размерность времени, равна: $\tau_0 = m/3\pi d\eta$.

Поскольку сила трения пропорциональна скорости движения, то, начиная с некоторого момента, сумма сил, действующих на тело, станет равной нулю, и шарик начнёт двигаться равномерно со скоростью u_{∞} . Нетрудно видеть, что это состояние ($\sum F_i = 0 \Rightarrow u_{\infty} = \text{const}$) будет устойчивым. Действительно, если по какой-либо причине скорость движения возрастёт (уменьшится), то и сила вязкого трения возрастёт (уменьшится), и равновесие восстановится.

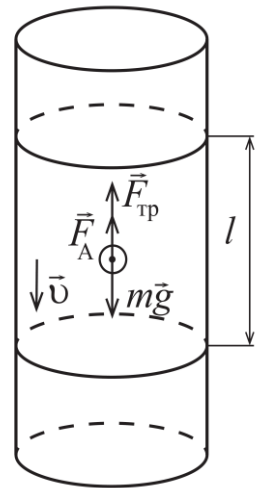


Рис 2. Силы, действующие на тело, падающее в жидкости

⁹ Выведите соотношение (5) самостоятельно.

Поскольку даже при малой вязкости жидкости переходный период (рис. 3) длится всего лишь доли секунды, дальнейшее рассмотрение проведём для равномерного движения шарика ($u_{\infty} = \text{const}$).

В скалярной форме динамическое уравнение установившегося движения будет иметь вид:

$$mg - F_A - F_{\text{тр}} = 0. \quad (6)$$

Величины, входящие в уравнение (6), можно представить следующим образом: $m = \rho_{\text{ш}} V$, $F_A = \rho_{\text{ж}} V g$, $F_{\text{тр}} = 3\pi\eta du_{\infty}$, где $\rho_{\text{ш}}$ – плотность материала шарика, $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости, $V = \pi d^3/6$ – объём шарика. При подстановке всех этих выражений в уравнение (6) получаем для коэффициента вязкости жидкости следующее соотношение:

$$\eta = \frac{d^2(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})g}{18u_{\infty}}. \quad (7)$$

Для вычисления скорости шарика служат две круговые метки (рис. 2), которые выделяют область равномерного движения, тогда: $u_{\infty} = l/\tau$, где τ – время прохождения шариком расстояния l между метками. По формуле (7) при заданных значениях плотностей $\rho_{\text{ш}}$ и $\rho_{\text{ж}}$, измеренном диаметре шарика и вычисленной скорости установившегося движения u_{∞} можно определить коэффициент вязкости жидкости.

При этом, однако, следует иметь в виду, что при выводе формулы (2) для упрощения гидродинамических уравнений Стоксу пришлось ограничиться столь малыми скоростями движения шарика, чтобы квадратом и следующими её степенями можно было пренебречь. По этой же причине радиус шарика также дол-

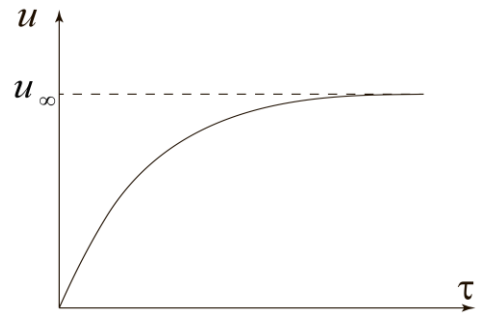


Рис. 3. Режим перехода к равномерному движению

жен был быть мал¹⁰. Таким образом, и формула (2), и все другие формулы, что на ней основаны, имеют ограниченную применимость. Заметим, что упомянутые выше ограничения на скорость и размер шарика могут быть учтены с помощью числа Рейнольдса: $Re \ll 1$.

Кроме того, Стокс предполагал, что жидкость смачивает материал, из которого изготовлен шарик (см. примечание на стр. 4), и его движение происходит в безграничной среде [12]. Отсюда следует, что задача измерения коэффициента вязкости методом падающего шарика в реальных условиях не так проста, как это могло бы показаться на первый взгляд, и в формулу (7) требуется вводить поправки. Поправки, учитывающие влияние границ, были установлены Рудольфом Ладенбургом (1882–1952) в его диссертации (1906, [13]), выполненной под руководством В.К. Рентгена (1845–1923) – первого в истории Нобелевского лауреата по физике:

$$\eta = \frac{d^2(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})g}{18\left(1 + \frac{2,4d}{D}\right) \cdot \left(1 + \frac{1,65d}{L}\right)u_{\infty}}, \quad (8)$$

где D и L – диаметр и длина сосуда, содержащего исследуемую жидкость.

¹⁰ Отметим, что несмотря на то, что до появления результатов Рейнольдса оставалось ещё больше 30 лет, Стокс, хотя и не в такой изящной форме, фактически заложил в решение условие ламинарности движения.

2. Методика проведения эксперимента

2.1. Описание экспериментальной установки

В этой лабораторной работе исследование зависимости вязкости жидкости проводится на вискозиметре Гепплера (рис. 4 и 5). Циркуляционный термостат (1) (рис. 4), позволяет устанавливать и поддерживать температуру исследуемой жидкости (дистиллированная вода) с точностью $\pm 0,03^\circ\text{C}$. Вискозиметр (2) укомплектован аксессуарами (поршень (6) и щётка (5)) для поддержания его в рабочем состоянии и набором шариков разных размеров (3), изготовленных из различных материалов. Полный набор шариков позволяет перекрывать огромный диапазон вязкостей: $\eta = (0,6 \div 7,5 \cdot 10^4)$ сП. Так же имеются пинцет (7) для работы с шариками (чтобы не трогать их пальцами) и секундомер (4).



Рис. 4. Вискозиметр Гепплера: 1 – термостат; 2 – вискозиметр; 3 – набор шариков разного размера; 4 – секундомер; 5 – щётка; 6 – поршень; 7 – пинцет.

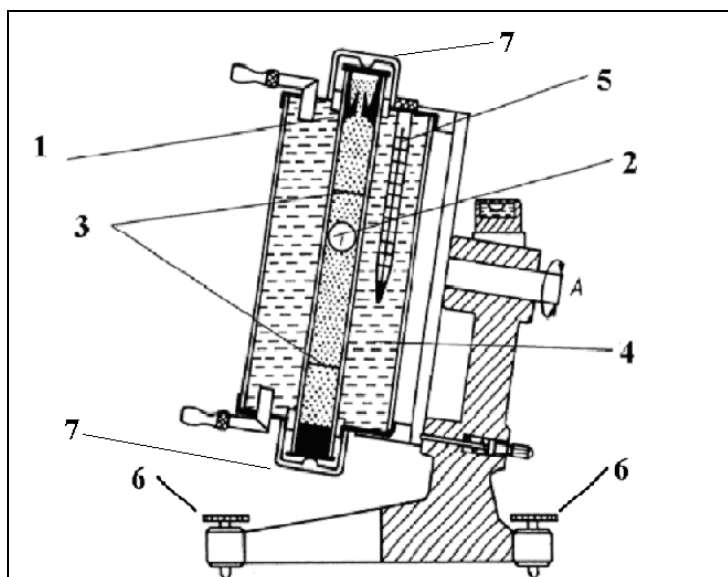


Рис. 5. Функциональные элементы вискозиметра: 1 – стеклянная трубка; 2 – шарик; 3. – метки, между которыми измеряется время падения шарика; 4. вода, поступающая из циркуляционного термостата; 5. термометр; 6. регулировочные ножки вискозиметра; 7. крышки.

Практическая реализация метода падающего шарика с последующим применением формулы (7) требует большого количества исследуемой жидкости (порядка литра), что затрудняет её термостатирование, не устраняя, в то же время, необходимости введения поправок в соответствии с формулой (8) Специальные вискозиметры, использующие метод сравнения (см. раздел 2.3.), не только позволяют избежать введения поправок, связанных с фор-

мулой (7), но и требуют малого количества жидкости (порядка нескольких десятков миллилитров), позволяют проводить измерения в широком диапазоне температур и давлений и легко поддаются автоматизации. Реализация этого метода в данной лабораторной работе осуществляется с помощью вискозиметра Гепплера (рис. 4 и 5). Метод сравнения предполагает необходимость градуировки прибора для каждого шарика из набора, после чего расчётные формулы существенно упрощаются, и дополнительное введение поправок уже не требуется.

В 1932 году немецкий инженер Ф. Гепплер (Fritz Höppler, 1897–1955) получил патент на вискозиметр с падающим шариком. Принцип действия вискозиметра Гепплера состоит в том, что **по наклонной** цилиндрической трубке, заполненной исследуемой жидкостью, под действием силы тяжести **скатывается** шарик, имеющий **диаметр, близкий к диаметру трубки**. При этом считается, что здесь также может быть применён закон Стокса и определение вязкости сводится к определению времени, в течение которого шарик проходит строго фиксированное расстояние. Отметим, что вискозиметры, работающие на этом прин-

ципе, благодаря простоте¹¹ их использования и точности получаемых результатов, широко применяются не только для рутинных измерений в пищевой, фармацевтической и других отраслях промышленности, но и в научных лабораториях (см., например, [14]).

При том, что истечение жидкости в этом вискозиметре происходит через узкий серповидный зазор, образующийся между катящимся шаром и наклонной трубкой, возникает естественный вопрос: какое отношение к этому случаю может иметь закон Стокса с его требованиями к размерам среды и шариков? Казалось бы здесь следует применять *теорию пограничного слоя* или *теорию смазки*, но не формулу Стокса для безграничной среды (7), пусть даже и поправленную (8).

Дело в том, что, **если число Рейнольдса мало**, то, в соответствии с его определением, это означает, что в потоке преобладают силы вязкости. А тогда, как показывает и эксперимент, и формулы типа (7) или (8), время движения не только шара, но и тела любой другой формы, будет пропорционально коэффициенту вязкости исследуемой жидкости (см., например, [15]).

2.2. Диаметр шарика, вязкость жидкости и число Рейнольдса

Выясним, как будет формироваться число Рейнольдса, когда шарик имеет диаметр, близкий к диаметру трубки. Турбулентное движение возникает не только в трубах и каналах, но также и в пограничных слоях. Исследования показывают, что жидкость, обладающая малым трением, при движениях с большими числами Рейнольдса ведёт себя вдали от стенок совершенно так же, как жидкость, лишённая трения [15]. Однако вблизи стенок она образует вследствие трения тонкий *пограничный слой*, в котором скорость изменяется от значения, соответствующего движению без трения, до значения, соответствующего условию прилипания. Пограничный слой тем тоньше, чем меньше вязкость. Формула, приведённая в книге

¹¹ При том, что физика явлений, лежащих в основе их действия, отнюдь не проста.

Л. Прандтля [15], позволяет оценить толщину пограничного слоя: $\delta \sim \sqrt{\frac{\nu d}{u}}$ ¹². В этом случае для составления числа Рейнольдса, определяющего характер движения, вместо диаметра трубы, следует использовать толщину пограничного слоя δ , т.е: $Re = u\delta / \nu$ [15]. При движении шарика, диаметр которого $d \approx 15$ мм, со скоростями порядка $u_{\text{макс}} \leq 1$ см/с в воде формируется пограничный слой толщиной $\delta \approx 1,2$ мм, что значительно превышает толщину зазора между шариком и трубкой ($D = 15,94$ мм). Следовательно, в этом случае $\delta \approx \frac{D-d}{2}$ (знак \approx связан с неравномерностью толщины зазора серповидной формы) Таким образом, число Рейнольдса в этом случае можно оценить как $Re = \frac{u\delta}{\nu} \approx \frac{u}{\nu} \cdot \frac{D-d}{2}$, после чего следует потребовать, чтобы $Re \ll 1$.

Для осознанного выбора шарика из имеющихся в комплекте вискозиметра проведём оценку числа Рейнольдса для двух шариков с мало отличающимися диаметрами: $d_1 = (15,81 \pm 0,01)$ мм и $d_2 = (15,64 \pm 0,05)$ мм, изготовленных из боросиликатного стекла. Предварительный эксперимент, проведённый со вторым шариком показал, что скорость его движения (скатывания) при этих условиях порядка 1 см/с. Проведя расчёт в системе СГС, получаем для безразмерного числа Рейнольдса следующую оценку: $Re \approx \frac{1}{10^{-2}} \cdot \frac{1,594 - 1,564}{2} = 1,5$ (!) Первый шарик в этих же условиях движется примерно на порядок медленнее и для него $Re \approx 0,07 \ll 1$. Тогда становится ясно, почему именно он предназначен для диапазона вязкостей $(0,6 \div 10)$ сП, а для второго – этот интервал: $(7 \div 130)$ сП.

Таким образом, повторим: главное условие, которое должно быть выполнено – **число Рейнольдса должно быть малым**. Именно по этой причине вискозиметры типа Гепплера всегда комплектуются не одним, а несколькими калиброванными шариками, каждый из которых может обеспечить необходимое

¹² Кинематическая вязкость воды ($[\nu] = \text{сСт}$) численно совпадает с её динамической вязкостью ($[\eta] \text{ сП}$) в широком интервале температур (см. таблицу в Приложении, где эти величины приведены в системе СГС).

значение числа Рейнольдса лишь в достаточно узком диапазоне значений вязкости.

Что же касается применения наклонного, а не вертикального положения трубки вискозиметра, то это, во-первых, приводит к уменьшению скорости скачивания, что, в свою очередь, уменьшает и число Рейнольдса¹³. Во-вторых, опыт показывает, что при свободном падении шарика в вертикальном сосуде возможно его отклонение от прямолинейного движения. Траектория движения в этом случае оказывается зигзагообразной, что приводит к искажению результатов измерений. Поэтому более широкое распространение получили вискозиметры с шариком, катящимся в наклонном цилиндре [14].

Возвращаясь к поставленному вопросу о том, какое отношение к рассматриваемому случаю имеет закон Стокса, заметим, что все усилия Стокса были направлены на полное теоретическое решение задачи о движении тела в вязкой среде и, как следствие, на получение правильного коэффициента в формуле (2). Однако сложность задачи потребовала замены многих реальных характеристик идеализированными (безграничная среда, малые скорости, маленькие шарики и т.п.). В итоге и формула (2), и все остальные формулы, полученные на её основе, применительно к реальным условиям эксперимента оказались неточными, требующими введения поправок. В противоположность этому, идея сравнительного метода, заключающаяся в том, что измерение вязкости **в геометрически подобных условиях при малых числах Рейнольдса**, в конечном счёте, можно свести к измерению времени, – эта идея остаётся справедливой безотносительно не только к существованию каких-либо поправок к формуле Стокса, но и к применимости самой формулы Стокса.

2.3. Постановка эксперимента. Методика и техника измерений

Как уже говорилось, время движения шарика в жидкости в случае лами-

¹³ Существуют вискозиметры этого типа с возможностью не одного, а нескольких углов наклона трубки. Тогда, изменяя угол наклона, можно изменять градиент скорости и тем самым узнать, является ли жидкость ньютоновской.

нарного движения пропорционально коэффициенту вязкости. Поэтому любую из формул (7) или (8) можно записать в эквивалентном виде:

$$\eta = K(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})\tau, \quad (9)$$

где приборная константа K определяется градуировкой.

Градуировочная константа K в уравнении (9) рассчитывается для каждого шарика, входящего в комплект вискозиметра, по формуле (10)

$$K = \frac{\eta_{\text{эт}}}{(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{эт}})\tau_{\text{эт}}} \quad (10)$$

после проведения измерений с эталонной жидкостью, вязкость $\eta_{\text{эт}}$ и плотность $\rho_{\text{эт}}$ которой известны из независимых источников (или экспериментов). Затем эту константу при соблюдении условия малости числа Рейнольдса можно использовать для определения вязкости любых других жидкостей:

$$\eta = K(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})\tau = \eta_{\text{эт}} \frac{(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})\tau}{(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{эт}})\tau_{\text{эт}}}. \quad (11)$$

3. Техника безопасности при работе с приборами

Для реализации той точности, которую, в принципе, может обеспечить вискозиметр, необходимо:

- следить за тем, чтобы соприкасающиеся поверхности стеклянного цилиндра вискозиметра и шарика были идеально чистыми. Это особенно важно, когда проводятся измерения с шариком № 1, диаметр которого наиболее близок к внутреннему диаметру трубки;

- применять официально откалиброванный термометр, который позволяет считывать температуру с точностью $\pm 0,02^{\circ}\text{C}$.

Примечание. Хотя «Инструкция», прилагаемая к прибору утверждает:

Please note: Even when using balls with different diameters for newtonian liquids identical viscosity values will be obtained¹⁴. Мы ещё раз напоминаем, что это возможно только при условии $Re \ll 1$! (см. п. 2.2.)

В остальном следует соблюдать стандартные условия техники безопасности, имея ввиду, в том числе, и предосторожности, необходимые при работе с электроприборами и горячими жидкостями.

¹⁴ Пожалуйста, обратите внимание: для ньютоновских жидкостей даже при использовании шариков различных диаметров будут получены идентичные значения вязкости.

4. Порядок выполнения лабораторной работы

1. Заполните трубку вискозиметра дистиллированной водой и с помощью прилагаемого к прибору специального пинцета аккуратно опустите в неё шарик № 1 (стеклянный, бóльшего диаметра). Вставьте в трубку заглушку (1, рис. 6).

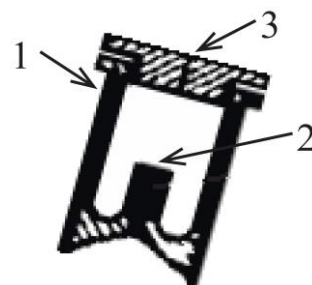


Рис. 6. Верхняя заглушка стеклянной трубки 1 (см. рис. 5)

- Добавьте воды так, чтобы в трубке не было пузырьков воздуха, а уровень жидкости доходил только до верха капилляра (2, рис. 6). Поставьте на место резиновую крышку (3, рис. 6). Закрутите металлическую крышку (7, рис. 5).
2. С помощью регулировочных ножек (6, рис. 5) установите основание прибора **строго горизонтально** (по пузырьковому уровню, встроенному в основание вискозиметра).
 3. Установите на табло термостата (рис. 6) одну из двух температур: 20 или 25°C (выберите ту из них, которая будет несколько выше комнатной) и запустите термостат (**в нём должно быть достаточное количество дистиллированной воды**).
 4. Поверните трубку вискозиметра, зафиксировав её наклон, и наблюдайте падение шарика. Измерьте время τ , в течение которого он пройдёт расстояние между двумя метками¹⁵. Повернув трубку вискозиметра на 180° повторите измерение. Проведите эксперимент 3 раза. Время и температура, измеренные в этом опыте, будут в дальнейшем считаться «*эталонными*»: $\tau_{\text{эт}}$ и $T_{\text{эт}}$.
 5. Повторите действия по п. 4 для всех остальных температур, устанавливая каждую новую температуру с помощью циркуляционного термостата (рис. 6), **с шагом, предложенным преподавателем**. Максимальная температура не должна превосходить (55÷60)°C. Так как на табло термостата

¹⁵ Это время удобно фиксировать по пересечению экваториальной плоскостью шарика каждой круговой метки.

отображается температура **циркулирующей жидкости** необходимо подождать около 5 минут для того, чтобы вода во внутренней трубке вискозиметра прогрелась до заданной температуры. Это необходимо делать после выставления каждого нового значения температуры.

6. Все полученные экспериментальные данные (температуру и время) занесите в таблицу, форму которой предложите самостоятельно.
7. Для первичной проверки самосогласованности полученных данных после каждого цикла измерений при постоянной температуре вычисляйте константу K^* по формуле:

$$K^* = \frac{\eta}{\tau_{\text{ср}}}, \quad (12)$$

где η – коэффициент вязкости берётся из таблицы (см. Приложение), а $\tau_{\text{ср}}$ – среднее время падения шарика. Результаты расчёта заносите в 3-ю колонку Вашей таблицы. Постоянство величины K^* будет свидетельствовать об успешности эксперимента.

5. Обработка результатов эксперимента

1. В этом исследовании дистиллированная вода служит одновременно и эталонным, и рабочим объектом. Поэтому рассчитайте градуировочную константу K по формуле (10) для первой из установленных температур с использованием определенного в опыте среднего значения времени падения шарика при этой температуре, а также плотности и вязкости воды (см. Приложение). Плотность материала шарика: $\rho_{\text{ш}} = 2,217 \text{ г/см}^3$.
2. Пересчитайте значения средних времён падения шарика в значения вязкости по формуле (9) с использованием градуировочной константы K , рассчитанной в п. 1, и плотности воды при всех температурах эксперимента. Рассчитанные значения вязкости занесите в 4-ю колонку таблицы.
3. Постройте на одном графике зависимости экспериментальных и табличных значений вязкости воды от температуры.
4. Постройте график зависимости $\ln(\eta/\eta_{\text{эт}})$ от $1/T$ для воды. Должна получиться прямая линия, соответствующая формуле (13), которая, в свою очередь, есть результат применения формулы (4) для двух температур, одна из которых «эталонная»:

$$\ln\left(\frac{\eta}{\eta_{\text{эт}}}\right) = -\frac{W}{kT_{\text{эт}}} + \frac{W}{k} \cdot \frac{1}{T}. \quad (13)$$

5. Рассчитайте энергию активации W по величинам свободного члена: $-W/kT_{\text{эт}}$ и углового коэффициента: W/k , полученным из графика линейной зависимости (13). При расчёте вместо постоянной Больцмана k следует взять универсальную газовую постоянную $R = 8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$ с тем, чтобы выразить энергию активации W в Дж/моль.
6. Сравните оба полученных значения энергии активации как между собой, так и с теплотами парообразования воды L (для $T_{\text{эт}}$) и плавления льда λ . Выскажите свои соображения по результатам этого сравнения.
7. Оцените и проанализируйте погрешность проведённых измерений. Оцените число Рейнольдса для граничных температур выполненного эксперимента.

6. Контрольные вопросы

1. Объясните на основе молекулярно-кинетической теории природу внутреннего трения в газах и жидкостях.
2. Какой физический смысл имеет коэффициент вязкости? В каких единицах он измеряется? Каково соотношение между единицами СИ и СГС для динамической и кинематической вязкости?
3. Что такое градиент скорости? Объясните природу возникновения градиента скорости при движении тела в вязкой среде.
4. Что такое ньютоновские и неньютоновские жидкости? Какие жидкости не подчиняются закону Ньютона?
5. Как кинематическая вязкость связана с динамической?
6. При каких условиях выполняется формула Стокса?
7. Что учитывают поправки Ладенбурга к формуле Стокса?
8. Запишите динамическое уравнение движения тела в вязкой среде.
9. Выведите формулу (5).
10. Задав коэффициент вязкости жидкости (η) и параметры (m и d) падающего в ней шарика, сосчитайте, воспользовавшись формулой (5), время выхода на стационарный режим падения шарика ($u_{\infty} = \text{const}$).
11. Что такое число Рейнольдса? Каковы его физический смысл и роль при проведении измерения вязкости методом падающего шарика?
12. Чем отличается ламинарное движение от турбулентного?
13. На каком принципе основана работа вискозиметра Гепплера? Каков критерий выбора шарика для измерения вязкости той или иной жидкости?
14. Известно, что сила аэродинамического (гидродинамического) сопротивления движению в вязкой среде пропорциональна площади сечения тела. Несмотря на то, что крупные шарики имеют большее поперечное сечение, чем мелкие, они падают в такой среде быстрее мелких (материал шариков один и тот же). Объясните этот факт.

Список литературы и справочные данные

1. Френкель Я.И. *Кинетическая теория жидкостей*. Л.: Наука. 1975. 301 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Т. VI. *Гидродинамика*. М.: Наука. 1987. 736 с.
3. Ньютон И. *Математические начала натуральной философии*. М.: Наука. 1989.
4. *Stokes G.G. On the effect of internal friction of fluids on the motion of pendulums* // Trans. Cambridge Phil. Soc. 1851.V. 9. P. 8-106.
5. *Reynolds O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels* // Phil. Trans. Roy. Soc., London, 1883. V.174. P. 935-982.
6. Кикоин И.К., Кикоин А.К. *Молекулярная физика*. М.: Наука. 1976. 478 с.
7. Сивухин Д.В. *Общий курс физики*. / Том I. *Механика*. М.: Наука. 1989. 576 с.
8. Гухман А.А. *Введение в теорию подобия*. Изд. 2-е, доп. и перераб. М.: Высшая школа. 1973. 296 с.
9. Стенли Г. *Фазовые переходы и критические явления*. М.: Мир, 1973. 419 с.
10. Бретшнайдер С. *Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчёта*. Изд-во «Химия». 1966. 536с.
11. Савельев И.В. *Курс общей физики*. / Том I. М.: Наука. 1970. 512 с.
12. *Фабелинский, И.Л. О макроскопической и молекулярной сдвиговой вязкости* // УФН. 1997. Т. 167. С. 721–733.
13. *Ladenburg, R. Über die innere Reibung zäher Flüssigkeiten und ihre Abhängigkeit vom Druck*. // Ann. d. Physik 1907. V. 22. P. 287–309.
14. Малкин А.Я., Чалых А.Е. *Диффузия и вязкость полимеров. Методы измерения*. М.: Химия. 1979. 304 с.
15. *Прандтль Л. Гидроаэромеханика*. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. 576 с.
16. Субботина Е.П. *Сборник физических констант и параметров*. Л.: Изд-во: ЛГУ, 1967. 148 с.

Приложение

Таблица.

Вязкость и плотность воды при различных температурах [16]

$t, ^\circ\text{C}$	20	25	30	35	40	45	50	55	60
η , сП, (мПа·с)	1,005	0,8929	0,8000	0,7215	0,6551	0,5985	0,5492	0,5064	0,4683
ν , сСт, ($10^{-6}\text{м}^2\cdot\text{с}^{-1}$)	1,007	0,8955	0,8035	0,7258	0,6602	0,6044	0,5558	0,5137	0,4763
ρ , $\text{г}\cdot\text{см}^{-3}$, ($10^3\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$)	0,9982	0,9974	0,9956	0,9940	0,9922	0,9902	0,9880	0,9857	0,9832