Санкт–Петербургский государственный университет
Физический факультет
Первая физическая лаборатория

*Лабораторная работа N 18**

ИСССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Санкт–Петербург
2001г

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Оптическая система.

Под оптической системой понимают систему линз, зеркал, призм и т.п., служащую для изменения направления световых лучей. Оптическая система используется для различных целей. Она может дополнять глаз при рассматривании мелких или удаленных предметов, с её помощью можно получить изображение объекта на экране; она позволяет сконцентрировать световую энергию на малом участке поверхности или создать параллельный пучек лучей и т.д.

Большинство оптических систем состоит из сферических поверхностей, разделяющих однородные среды с различными показателями преломления. Если центры кривизны всех поверхностей лежат на одной прямой система называется *центрированной*. Прямая, на которой лежат все центры кривизны, является осью симметрии и называется *оптической осью* системы.

Оптическая система может быть очень простой (например, плоское зеркало или очковая линза), но может быть и весьма сложной, состоящей из многих элементов. Конечно, не каждый студент, оканчивающий физический факультет, будет в дальнейшем заниматься конструированием оптических приборов, но правильно рассчитать простейшую оптическую систему и эффективно её использовать должен уметь каждый грамотный физик.

Расчет оптических систем производится на основе *геометрической* или *лучевой* оптики. Геометрическая оптика использует представление о *световых лучах* – математических линиях, вдоль которых происходит распространение энергии световых волн. Пучки света рассматриваются как совокупности бесконечного числа лучей, удовлетворяющих законам прямолинейного распространения в однородной среде, отражения и преломления на границе двух сред.

Законы геометрической оптики можно получить из волновой оптики в предельном случае исчезающе малых длин волн, когда волновая природа света становится несущественной. Размеры элементов оптических систем (зеркал, линз, диафрагм и т.п.) как правило значительно (на несколько порядков) больше длины световой волны, поэтому геометрическая оптика оказывается хорошим приближением при описании оптических систем и позволяет простыми средствами решать широкий круг задач, связанных с образованием изображения, его освещенностью и т.п. Однако для решения более тонких вопросов, таких, как, например, разрешающая способность оптических инструментов требуется выход за рамки этого приближения и учет волновой природы света, которая проявляется в явлениях дифракции. Дифракция накладывает принципиальное ограничение на качество изображения – вместо точечного изображения точки получается дифракционная картина в виде концентрических темных и светлых колец, и изображение объекта размывается. В высококачественных приборах именно это ограничение преимущественно определяет разрешающую способность прибора.

Оптическое изображение.

Оптическое изображение – это картина, получаемая в результате прохождения через оптическую систему лучей, распространяющихся от объекта, и воспроизводящая его контуры и детали.

Каждой точке P светящегося объекта можно сопоставить расходящийся* пучок лучей (рис. 1). Если после всех преломлений и отражений в оптической системе лучи пересекутся в одной точке P', то она будет *изображением* точки P. Изображения делят на *действительные* и *мнимые*. Действительное изображение образуется сходящимся пучком лучей (рис. 1а) так, что если в месте их пересечения поставить экран, мы действительно можем увидеть изображение. Мнимое изображение получается, если из оптической системы выходит расходящийся пучок лучей (рис 1б), и пересекаются не сами лучи, а их продолжения, проведенные в направлении, противоположном направлению распространения света. Мнимое изображение нельзя непосредственно получить на экране, но оно может служить объектом для другой оптической системы. Например, мнимое изображение, полученное в плоском зеркале, служит объектом для оптической системы глаза, которая образует действительное изображение на сетчатке.

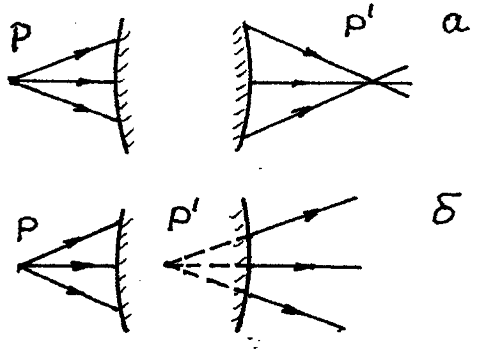


Рис. 1

В геометрической оптике действует *принцип обратимости*: если источник света поместить в точку P', то форма всех лучей останется без изменения, а их направление изменится на противоположное, и изображение окажется в точке P. Точки P и P' называются *сопряженными* точками оптической системы. Соответственные лучи и пучки также называются сопряженными.

Идеальная оптическая система.

Важнейшее назначение оптической системы – давать правильное изображение объекта, который в простейшем случае представляет собой плоскую картину, расположенную перпендикулярно оптической оси. С этой точки зрения *идеальная оптическая система* – такая, которая даёт точечное изображение точки, а изображение объекта геометрически подобно ему и тоже расположено в плоскости, перпендикулярной оптической оси.

Реальная оптическая система всегда вносит искажения (*аберрации*) в изображение (исключением является изображение в плоском зеркале). Чтобы всё же получить достаточно хорошее изображение, систему приходится усложнять, вводя вместо одной несколько линз, рассчитанных так, чтобы искажения, вносимые разными линзами, взаимно компенсировались, по крайней мере в той области, которая является рабочей для данной системы. При этом, конечно, система усложняется, и расчет её становится весьма сложной задачей. И даже идеальная с точки зрения геометрической оптики система, в которой устранены все аберрации, не может дать идеального изображения из-за дифракции. Таким образом, реальная оптическая система всегда более или менее отличается от идеальной.

Центрированная оптическая система является хорошим приближением к идеальной, а расчет её становится особенно простым, если рассматривать только *параксиальные* лучи, т.е. такие, которые составляют с оптической осью углы столь малые, что синус и тангенс угла можно приравнять самому углу (конечно, при этом нужно чтобы показатели преломления всех сред, через которые проходят лучи, не зависели от длины волны в той области спектра, которая используется при формировании изображения). Образование изображений параксиальными лучами было впервые систематически исследовано Гауссом в 1841г., поэтому теорию идеальных центрированных оптических систем обычно называют *гауссовой оптикой*.

В дальнейшем мы будем рассматривать только центрированные оптические системы и параксиальные лучи.

Матрицы преобразования лучей

Преобразование луча в оптической системе удобно описывать с помощью специальных матриц.

Введем общепринятую в современной оптике систему декартовых координат (Рис.2): ось Oz, совпадающую с оптической осью системы, а также с главным направлением, вдоль которого распространяются лучи света, направим слева направо; ось Oy будем считать расположенной в плоскости страницы и

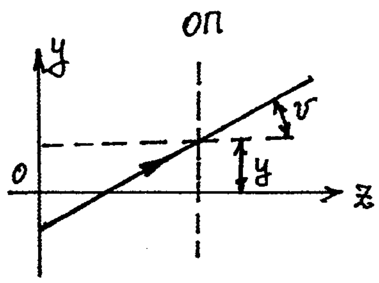


Рис. 2.

направленной вверх, а ось Ox – перпендикулярной этой плоскости и направленной от читателя. Мы будем рассматривать только меридиональные лучи, лежащие в плоскости yz в непосредственной близости к оси Oz.

Траектория луча, поскольку он проходит через различные преломляющие поверхности системы, будет состоять из последовательных отрезков прямых линий. Выберем заранее любую плоскость $z = const$, перпендикулярную оси Oz, и назовем её *опорной плоскостью* ($ОП$). Тогда луч можно определить по отношению к опорной плоскости двумя параметрами: высотой y, на которой этот луч пересекает опорную плоскость, и углом v, который он составляет с осью Oz. Параметр y считается положительным, если луч пересекает опорную плоскость выше оси z и отрицательным – если ниже.

Угол v измеряется в радианах и считается положительным, если он соответствует вращению против часовой стрелки от положительного направления оси z к направлению, в котором свет распространяется вдоль луча. Для проведения расчетов более удобно вместо угла v ввести параметр $V = nv$, где n – показатель преломления среды, в которой распространяется луч.

Любые расстояния, отмеряемые в горизонтальном направлении, тоже считаются величинами алгебраическими. Расстояние положительно, если оно отмеряется слева направо, т.е. в положительном направлении оси z, и отрицательно – в противоположном случае. В дальнейшем мы всегда будем указывать начальную и конечную точки любого отрезка, так что слова "расстояние AB" означают, что AB положительно, если точка B лежит правее, чем A, и отрицательно – если левее. Точно так же, если сказано, например, что "$AB = -6 см$", это означает, что отрезок AB должен быть отложен от точки A влево.

Хотя мы и могли бы попытаться описать все лучи, участвующие в вычислениях, по отношению к одной единственной опорной плоскости (например, $z = 0$), однако на практике оказывается гораздо более удобным на каждом этапе расчета выбирать новую $ОП$. Это означает, что параметры луча непрерывно переносятся с одной $ОП$ на другую по мере того, как мы рассматриваем различные элементы системы.

Преобразование параметров y и V луча при переходе от одной опорной плоскости $ОП_1$ к другой, $ОП_2$, будет линейным, т.е. для любой пары опорных плоскостей оно имеет вид

$$y_2 = Ay_1 + BV_1$$

$$V_2 = Cy_1 + DV_1$$

Это преобразование можно записать в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ V_1 \end{pmatrix}$$

или

$$\mathcal{K}_2 = \mathcal{M}\mathcal{K}_1,$$

где $\mathcal{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ – матрица преобразования, а $\mathcal{K}_1 = \begin{pmatrix} y_1 \\ V_1 \end{pmatrix}$ и $\mathcal{K}_2 = \begin{pmatrix} y_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$ – векторы луча до и после преобразования.

Для данной пары плоскостей $ОП_1$ и $ОП_2$ преобразование параметров любого параксиального луча описывается одной и той же матрицей, сопоставляемой промежутку между $ОП_1$ и $ОП_2$. Элементы этой матрицы A, B, C и D зависят от свойств промежутка, т.е. от того, какие преломляющие поверхности и какие среды находятся между $ОП_1$ и $ОП_2$. Мы увидим в дальнейшем, что матрица, описывающая преобразование лучей всей оптической системой, получается перемножением матриц, сопоставляемых отдельным промежуткам.

Для расчета хода лучей в любой системе достаточно рассмотреть только два основных процесса:

1) *Перемещение* между двумя преломляющими поверхностями. На таком участке пути луч просто проходит по прямой линии от одной преломляющей поверхности к другой. Область между поверхностями – *оптический промежуток* – характеризуется его толщиной t и показателем преломления n среды, через которую проходит луч.

2) *Преломление* на граничной поверхности между двумя областями с различными показателями преломления. Для того, чтобы определить величину отклонения прошедшего луча, необходимо знать радиус кривизны преломляющей поверхности и показатели преломления граничащих сред.

Матрица перемещения.

Пусть две опорные плоскости $ОП_1$ и $ОП_2$ ограничивают пространство с показателем преломления n, а расстояние между ними – t (рис.3). (Для ясности на рисунке углы даны в увеличенном масштабе; в действительности максимальное значение величины v для параксиальных лучей не

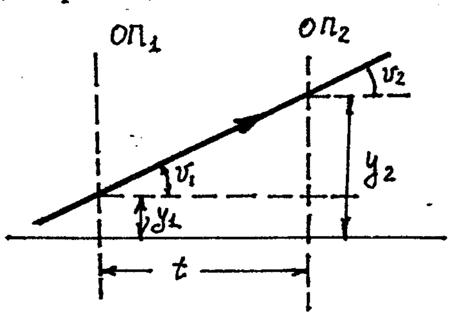


Рис. 3

должно превышать 0,1 радиан (или 6°). При этом погрешность вычислений в приближении параксиальной оптики оказывается менее 1%). Из рисунка видно:

$$y_2 = y_1 + tv_1$$
$$v_2 = v_1.$$

Здесь мы учли, что $tgv_1 = v_1$. Перейдя от угла v к параметру V и введя *приведенную толщину оптического промежутка* $T = t/n$, получим

$$y_2 = y_1 + TV_1$$
$$V_2 = V_1$$

или в матричной форме

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ V_1 \end{pmatrix}$$

Таким образом преобразование параметров луча описывается матрицей

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (1)$$

в которую в качестве матричного элемента входит приведенное расстояние T. Эта матрица называется *матрицей перемещения*. Определитель этой матрицы всегда равен единице.

Матрица преломления.

Пусть две области с показателями преломления среды n_1 и n_2 разделены поверхностью с радиусом кривизны r (рис. 4). Чтобы одни и те же формулы были справедливы и для выпуклой, и для вогнутой поверхности, радиус r считают положительным, если центр кривизны расположен справа от поверхности, и отрицательным, если он

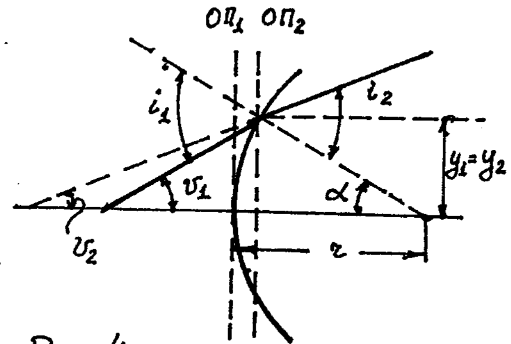


Рис.4.

лежит слева. На рис 4 изображена поверхность положительной кривизны.

Рассмотрим луч, падающий на преломляющую поверхность. Выберем две опорные плоскости в непосредственной близости к поверхности. Первая из них, $O\Pi_1$, проходит через точку пересечения преломляющей поверхности и оси системы, вторая, $O\Pi_2$ – через точку пересечения поверхности рассматриваемым лучем. Пусть на $O\Pi_1$ параметры луча y_1 и v_1. Расстояние между опорными плоскостями $r(1-cos\alpha)$ в параксиальном приближении пренебрежимо мало, следовательно, $y_2 = y_1$. Согласно закону преломления $n_1 sin i_1 = n_2 sin i_2$, или, в параксиальном приближении, $n_1 i_1 = n_2 i_2$. По теореме о внешнем угле треугольника

$$i_1 = v_1 + \alpha = v_1 + y_1/r,$$

$$i_2 = v_2 + \alpha = v_2 + y_1/r.$$

Умножая первое из этих равенств на n_1, а второе – на n_2 и применяя закон преломления получим

$$n_1(v_1 + y_1/r) = n_2(v_2 + y_1/r)$$

или

$$V_1 + n_1 y_1/r = V_2 + n_2 y_1/r.$$

Таким образом

$$V_2 = -\frac{(n_2 - n_1)}{r} y_1 + V_1.$$

Окончательно получаем формулу для преобразования луча в виде

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -(n_2 - n_1)/r & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ V_1 \end{pmatrix},$$

и матрица преломления имеет вид

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

где

$$p = (n_2 - n_1)/r \tag{3}$$

- *оптическая сила* поверхности.

На нашем рисунке $n_2 > n_1$ и все величины являются положительными. Однако матрица $\mathcal{R}$ правильно описывает преломление луча и в других случаях, например, если изменить знак кривизны поверхности или иметь отрицательные величины y и V.

Из формулы (2) видно, что определитель матрицы преломления всегда равен единице.

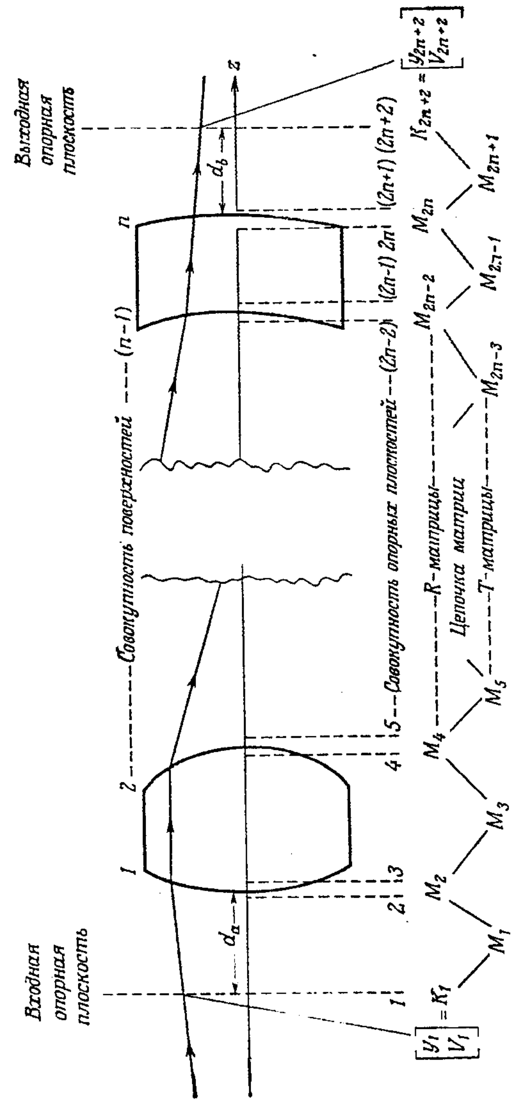
Матрица преобразования лучей для оптической системы.

Рассмотрим распространение параксиального луча через оптическую систему, состоящую из n преломляющих поверхностей, разделенных $n-1$ промежутками (рис.5). В качестве первой, *входной*, опорной плоскости удобно выбрать плоскость $O\Pi_1$, расположенную на некотором расстоянии d_a слева от первой преломляющей поверхности, следующие опорные плоскости $O\Pi_2$ и $O\Pi_3$ помещают непосредственно слева и справа от первой преломляющей поверхности, $O\Pi_4$ и $O\Pi_5$ – с обеих сторон от второй поверхности и т.д., до тех пор, пока мы не дойдём до плоскостей $O\Pi_{2n}$ и $O\Pi_{2n+1}$, расположенных по левую и правую стороны от n-ой поверхности. Конечную – *выходную* – опорную плоскость $O\Pi_{2n+2}$ помещаем на некотором расстоянии d_b справа от последней преломляющей поверхности.

Переходу от какой-либо опорной плоскости $O\Pi_s$ к следующей $O\Pi_{s+1}$ сопоставляем матрицу $\mathcal{M}_s$. Таким образом, мы получим ряд матриц $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, ..., \mathcal{M}_{2n+1}$. Если обозначить вектор луча, прошедшего через опорную плоскость s, как $\mathcal{K}_s$, то для преобразования параметров луча от $O\Pi_s$ к $O\Pi_{s+1}$ можно написать: $\mathcal{K}_{s+1} = \mathcal{M}_s \mathcal{K}_s$, а для всей оптической системы получим ряд уравнений

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{2n+2} &= \mathcal{M}_{2n+1}\mathcal{K}_{2n+1} \\ \mathcal{K}_{2n+1} &= \mathcal{M}_{2n}\mathcal{K}_{2n} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathcal{K}_3 &= \mathcal{M}_2\mathcal{K}_2 \\ \mathcal{K}_2 &= \mathcal{M}_1\mathcal{K}_1 \end{aligned}$$

Подставив значение $\mathcal{K}_2$ из последнего равенства в предпоследнее и используя ассоциативное свойство умножения матриц $\mathcal{A}(\mathcal{BC}) = (\mathcal{AB})\mathcal{C}$



$K_{2n+2} = (M_{2n+1}\, M_{2n}\, M_{2n-1} \dots M_3\, M_2\, M_1)\, K_1 = MK_1$,

где $M = (M_{2n+1}\, M_{2n}\, M_{2n-1} \dots M_3\, M_2\, M_1)$ —

произведение матриц, умноженных в обратном порядке

Рис. 5

получим $\mathcal{K}_3 = (\mathcal{M}_2\mathcal{M}_1)\mathcal{K}_1$. Продолжая аналогичные операции получим окончательно $\mathcal{K}_{2n+2} = \mathcal{M}\mathcal{K}_1$, где матрица

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_{2n+1}\mathcal{M}_{2n}...\mathcal{M}_2\mathcal{M}_1$$

описывает преобразование лучей, проходящих через оптическую систему. Как видно, она представляет собой произведение всех матриц, взятых в нисходящем порядке номеров. Полезно зрительно представить себе такой порядок как порядок, который видит наблюдатель, если он смотрит назад от выходной опорной плоскости по направлению к источнику света.

Так как все матрицы $\mathcal{M}_s$ – унимодулярные, то и определитель их произведения – матрицы системы – всегда равен единице. Следовательно, если $\mathcal{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$, то имеет место равенство

$$AD - BC = 1 \qquad (4)$$

и значит только три элемента матрицы независимы.

Формулы, полученные выше, можно распространить и на случай отражения. Для этого нужно для отраженного луча считать показатель преломления отрицательным. Так как отраженный луч распространяется в противоположную сторону по отношению к падающему лучу, то для него оптический промежуток также поменяет знак, а значит матрица перемещения сохранит свой вид. Подробнее см. /1/ и /2/.

Рассмотрим некоторые случаи часто встречающиеся на практике.

1. Линза. Пусть линза сделана из материала с показателем преломления n и находится в воздухе, показатель преломления которого считаем равным единице. Пусть первая (по ходу луча) поверхность линзы имеет радиус кривизны r_1, а вторая – r_2, а толщина линзы d. Оптические силы первой и второй поверхностей вычисляются по формуле (3) и равны соответственно

$$p_1 = (n-1)/r_1$$

и

$$p_2 = (1-n)/r_2.$$

Опорные плоскости расположим непосредственно перед первой и за второй поверхностями линзы.

Луч света сначала преломляется на первой поверхности, затем проходит между поверхностями и преломляется на второй поверхности. Матрица линзы вычислится как произведение двух матриц преломления типа (2) и одной матрицы перемещения типа (1), взятых в порядке, обратном следованию луча:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p_1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перемножив матрицы, получим

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 1 - p_1 d/n & d/n \\ -p_1 - p_2 + p_1 p_2 d/n & 1 - p_2 d/n \end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Оптическая сила линзы равна

$$p = p_1 + p_2 - p_1 p_2 d/n. \qquad (6)$$

Если $p > 0$ линза называется *собирающей*, если $p < 0$ – *рассеивающей*.

2. Тонкая линза. Линза называется *тонкой*, если можно считать $d = 0$. Для этого должны выполняться неравенства $|p_1 d/n| << 1$ и $|p_2 d/n| << 1$. Тогда матрица (5) примет вид

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -(p_1 + p_2) & 1 \end{pmatrix}.$$

Оптические силы обеих поверхностей просто складываются и линза действует как одна преломляющая поверхность с оптической силой $p = (n-1)(1/r_1 - 1/r_2)$.

3. Две тонкие линзы. Пусть две тонкие линзы α и β, оптические силы которых равны соответственно p_α и p_β, расположены на расстоянии L друг от друга. Матрица такой системы $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$ будет равна произведению

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p_\beta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p_\alpha & 1 \end{pmatrix}.$$

После перемножения получим формулу аналогичную (5):

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 - p_\alpha L & L \\ -(p_\alpha + p_\beta - p_\alpha p_\beta L) & 1 - p_\beta L \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Для более сложной оптической системы придется вычислять произведение многих матриц. Свойство ассоциативности матриц позволяет по-разному организовать такое вычисление. Если часть оптической системы может быть отделена от другой промежутком переменной длины (например объектив и окуляр зрительной трубы), то лучше всего рассчитать отдельно обе части, а затем получить общую матрицу всей системы, как для двух линз. Часто бывает удобно не получать общие формулы типа (5) или (7), а перемножать матрицы численно. При этом полезно время от времени проверять, равен ли единице определитель результирующей матрицы, полученной к данному моменту. Если он окажется не равным единице, это означает, что где-то в процессе вычислений была допущена ошибка.

Фокусы оптической системы. Фокальные плоскости.

Пусть преобразование лучей оптической системой имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ V_1 \end{pmatrix}. \qquad (8)$$

Численные значения элементов матрицы зависят не только от конструкции самой системы, но и от того, где расположены опорные плоскости $ОП_1$ и $ОП_2$. Будем сначала располагать опорные плоскости так, чтобы один из элементов матрицы оказался равным нулю и посмотрим, какой вид будут иметь в этом случае формулы преобразования лучей. Это позволит нам установить ряд важных свойств оптической системы.

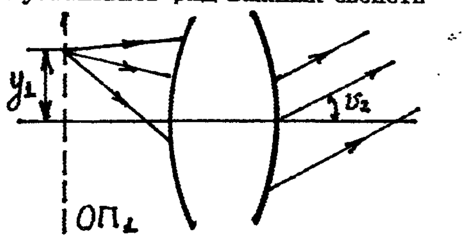


Рис. 6.

Если положение опорных плоскостей выбрано так, что $D = 0$, то $V_2 = Cy_1$ или $v_2 = Cy_1/n_2$. Это значит, что все лучи, выходящие из одной точки y_1 входной опорной плоскости выйдут из оптической системы под одним и тем же углом v_2 к оси системы независимо от того, под каким углом v_1 эти лучи входили в систему (Рис.6). Плоскость $ОП_1$ называется в этом случае *первой (передней) фокальной плоскостью* системы, а точка y_1 – *первым (передним) фокусом*. Точка пересечения передней фокальной плоскости осью системы ($y_1 = 0$) называется *передним главным фокусом*.

Все лучи, проходящие через передний главный фокус системы, выходят из неё параллельно оптической оси ($v_2 = 0$).

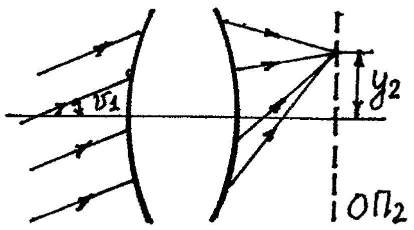


Рис. 7.

Если $A = 0$, то уравнение для y_2 записывается в виде $y_2 = BV_1$. Это значит, что лучи, входящие в систему под одним и тем же углом v_1, пройдут через одну и ту же точку y_2 на выходной опорной плоскости $ОП_2$ (рис. 7). Таким образом, система собирает пучек параллельных лучей в фокус в точках, расположенных на плоскости $ОП_2$, которая называется *второй (задней) фокальной плоскостью* оптической системы. Точка пересечения задней фокальной плоскости осью системы называется *главным задним фокусом*. В этой точке собираются лучи, входящие в систему параллельно оптической оси.

Телескопическая система. Угловое увеличение.

Пусть $C = 0$, тогда $V_2 = DV_1$. Все лучи, которые входят в систему параллельно друг другу (например, под углом v_1 к оптической оси) на выходе оптической системы образуют также параллельный пучек лучей, но относительно оси его угол наклона изменится и станет равным v_2 (рис.8). Такая система линз, которая преобразует параллельный пучек лучей в параллельный же, но распространяющийся под другим углом, называется *афокальной* или *телескопической* системой. В этом случае $v_2/v_1 = n_1 D/n_2$ представляет собой *угловое увеличение* оптической системы.

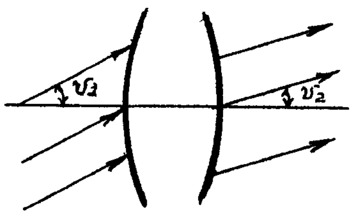


Рис. 8.

Сопряженные точки. Линейное увеличение.

Пусть положение опорных плоскостей выбрано так, что в матрице преобразования лучей $B = 0$. Тогда $y_2 = Ay_1$. Это значит, что все лучи, проходящие через какую либо точку P_1 с координатой y_1 на плоскости $ОП_1$, пройдут через одну и ту же точку Q с координатой y_2 на плоскости $ОП_2$ (рис.9). Следовательно, точки P и Q являются соответственно точкой-объектом и точкой-изображением, а плоскости $ОП_1$ и $ОП_2$ будут сопряженными плоскостями.

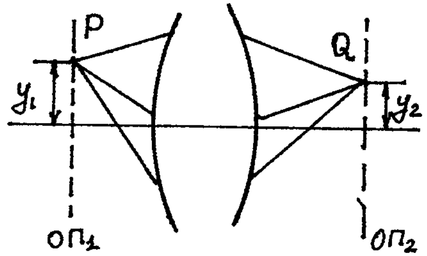


Рис. 9.

Чтобы найти положение изображения какой-либо точки, нужно поместить первую опорную плоскость на месте объекта, вторую – на некотором расстоянии от оптической системы, найти матрицу такой конфигурации и в полученной матрице положить $B = 0$.

Отношение линейных размеров изображения и предмета называется *линейным* или *поперечным увеличением*. Если матрица системы такая, что $B = 0$, то элемент $A = y_2/y_1$ даёт линейное увеличение γ, а элемент $D = 1/A$ равен обратной величине от увеличения $D = 1/\gamma$. Увеличение может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знаков y_1 и y_2.

Пусть, например, предмет находится на расстоянии a от тонкой линзы с оптической силой p. Поместим вторую опорную плоскость на расстоянии b от линзы справа от неё. Матрица преобразования лучей будет

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

или

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 1 - bp & a + b - abp \\ -p & 1 - ap \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Условия $a + b - abp = 0$ и $\gamma = 1 - bp$ дают

$$1/a + 1/b = 1/f, \tag{10a}$$

$$\gamma = -b/a, \tag{10b}$$

где обозначено $f = 1/p$. Мы получили известные вам из школьного курса формулы для тонкой линзы с фокусным расстоянием f.

Главные точки. Главные плоскости. Фокусные расстояния.

Расположим теперь опорные плоскости произвольным образом. Например, поместим $O\Pi_1$ перед оптической ситстемой, а $O\Pi_2$ – за ней (так чертеж будет проще). Пусть n_1 и n_2 – показатели преломления сред, находящихся соответственно слева и справа от оптической системы.

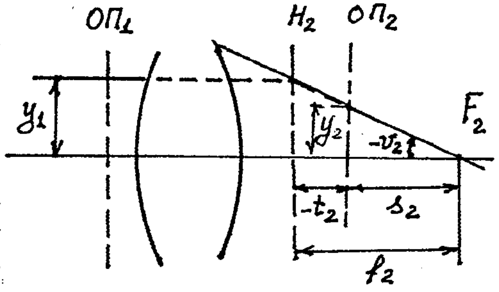


Рис. 10.

Рассмотрим луч, входящий в оптическую систему параллельно оси на высоте y_1 (рис. 10). После преломления в оптической системе этот луч (или его продолжение) пересечет ось Oz в точке F_2, которая согласно сказанному выше является вторым главным фокусом системы. Пусть s_2 – расстояние от $O\Pi_2$ до F_2. Из рисунка видно:

$$s_2 = y_2/(-v_2) = -(y_2/V_2)n_2,$$

но, так как $V_1 = 0$, то из (8) имеем

$$y_2 = Ay_1$$

$$V_2 = Cy_1. \tag{11}$$

Подставив эти выражения в s_2 получим окончательно

$$s_2 = -n_2(A/C). \tag{12}$$

Продолжим оба луча – входящий в систему и выходящий из неё – и найдем точку их пересечения. Плоскость H_2, проведенная через эту точку перпендикулярно оси называется *второй (задней) главной плоскостью* оптической системы, а точка пересечения её осью называется *второй (задней) главной точкой*. Расстояние f_2 от второй главной точки до второго фокуса называется *вторым (задним) фокусным расстоянием*. Из чертежа видно:

$$f_2 = y_1/(-v_2) = -n_2y_1/V_2.$$

Подставив значение V_2 из (11) получим

$$f_2 = -n_2/C. \tag{13}$$

Расстояние от $O\Pi_2$ до второй главной плоскости равно $t_2 = s_2 - f_2$. Подставив сюда значения s_2 и f_2 из(12) и (13) будем иметь

$$t_2 = -n_2(A-1)/C. \tag{14}$$

Рассмотрим теперь луч, который проходит через первый главный фокус F_1 и падает на первую опорную плоскость под углом v_1 (рис.11). Этот луч выходит из оптической системы параллельно оси и следовательно для него $v_2 = 0$ и можно написать

$$V_2 = Cy_1 + Dn_1v_1 = 0$$

откуда

$$y_1 = -Dn_1v_1/C. \tag{15}$$

Расстояние s_1 первого фокуса от первой опорной плоскости $O\Pi_1$ дается выражением $s_1 = -y_1/v_1$. Подставив значение y_1 из (15), получим

$$s_1 = n_1D/C. \tag{16}$$

Так определяется положение переднего фокуса относительно первой опорной плоскости.

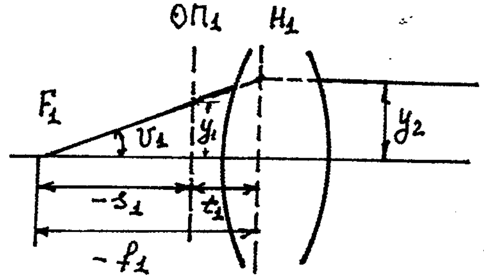


Рис. 11.

Продолжим оба луча (входящий в систему и выходящий из неё) и найдем точку их пересечения. Плоскость H_1, проведенная через эту точку перпендикулярно оптической оси называется *первой (передней) главной плоскостью*, а точка пересечения её с осью – *первой главной точкой* ситемы. Расстояние f_1 от первой главной точки до первого главного фокуса называется *первым (передним) фокусным расстоянием* системы. Из рисунка видно:

$f_1 = -y_2/v_1$, но $y_2 = Ay_1 + Bn_1v_1$, а y_1 определяется из (15). Подставив всё это в формулу для f_1, получим

$$f_1 = DAn_1/C - Bn_1 = n_1(AD - BC)/C.$$

Учтя (4) окончательно получаем выражение для первого фокусного расстояния в виде

$$f_1 = n_1/C. \qquad (17)$$

Величина $t_1 = s_1 - f_1$ представляет собой расстояние первой главной плоскости H_1 от опорной плоскости $ОП_1$. Подставив в последнее выражение значения s_1 и f_1 по (16) и (17) получим

$$t_1 = n_1(D-1)/C \qquad (18)$$

Элемент матрицы (8), взятый с обратным знаком, называется *оптической силой* системы p: $p = -C$.

Если оптическая система находится в воздухе $n_1 = n_2 = 1$, то все формулы упрощаются. В частности, в этом случае первое и второе фокусные расстояния одинаковы по величине (но противоположны по знаку), и $f_2 = 1/p$.

Названия "передний" и "задний" в обозначении главных и фокальных точек до некоторой степени условны. Если систему повернуть на 180° вокруг вертикальной оси, а направление распространения света оставить прежним, то передняя и задняя поверхности поменяются местами. Реальная оптическая система обычно рассчитана на определенное направление лучей, этим и определяется какая из кардинальных точек будет передней, какая – задней.

Чтобы яснее представить себе смысл главных плоскостей получим матрицу преобразования лучей между главными плоскостями. Цепочка матриц для такого преобразования будет $\mathcal{M}_H = \mathcal{T}_2 * \mathcal{M} * \mathcal{T}_1$, где $\mathcal{T}_1$ – матрица перемещения для оптического промежутка толщиной $-t_1$ от H_1 до $ОП_1$, $\mathcal{T}_2$ – матрица перемещения для оптического промежутка толщиной t_2 от $ОП_2$ до H_2 и $\mathcal{M}$ – матрица преобразования между первой и последней поверхностями системы. Положив в формулах (18) и (14) $n_1 = n_2 = 1$ получим $\mathcal{M}_H =$

$$\begin{pmatrix} 1 & -(A-1)/C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -(D-1)/C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C & 1 \end{pmatrix}. \qquad (19)$$

(При вычислении использовалось равенство (4). Таким образом, матрица $\mathcal{M}_H$ преобразования между двумя главными плоскостями произвольной центрированной системы совпадает с матрицей тонкой линзы, имеющей такую же оптическую силу.

Можно сказать и по-другому. Так как в матрице $\mathcal{M}_H$ правый верхний элемент равен нулю, а левый верхной элемент равен единице, то следовательно H_1 и H_2 – взаимно-сопряженные плоскости, соответствующие увеличению равному единице. Пучек лучей, вышедших из любой точки y_1 на плоскости H_1 соберется в точку на плоскости H_2 на той же высоте: $y_2 = y_1$.

Кардинальные точки оптической системы.

Главные и фокальные точки называются ***кардинальными точками*** оптической системы. Такое название они получили потому, что зная расположение кардинальных точек и положение объекта относительно них можно найти положение и величину изображения, и при этом совершенно не нужно знать, из каких элементов состоит оптическая система, как идут лучи внутри неё и даже – как она расположена относительно своих кардинальных точек. Действительно, так как матрица преобразования лучей между главными плоскостями (19) аналогична матрице тонкой линзы, то положение изображения, даваемого оптической системой, можно найти по формулам (10) как и для тонкой линзы, причем расстояния a и b нужно отсчитывать не от поверхностей системы, а от её главных плоскостей. Получается, что эти расстояния не зависят от расположения самой системы.

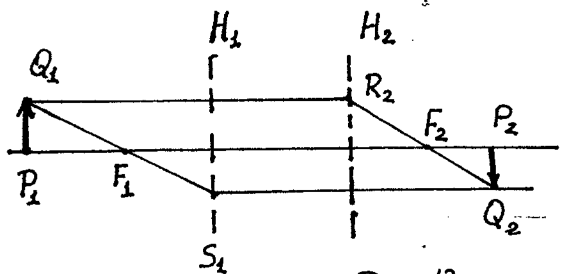


Рис. 12.

Положение изображения можно найти и геометрическим построением. Пусть для оптической системы задано положение главных плоскостей H_1 и H_2 и главных фокусов F_1 и F_2 (рис. 12). Найдем изображение отрезка P_1Q_1 перпендикулярного оптической оси. Для этого проведем луч из точки Q_1 параллельно оптической оси до его пересечения со второй главной плоскостью в точке R_2. По выходе из системы этот луч должен пройти через точку F_2, т.е. он пойдет по направлению R_2F_2. Второй луч проведем через точки Q_1 и F_1 и продолжим его до пересечения с первой главной плоскостью в точке S_1. По выходе из системы этот луч будет параллелен оси. Продолжим оба луча до их пересечения в точке Q_2. Эта точка и будет изображением точки Q_1, а отрезок P_2Q_2, перпендикулярный оси, будет изображением отрезка P_1Q_1.

В практических задачах мы чаще всего определяем положение объекта и изображения не по отношению к главным плоскостям, с которыми не связана никакая материальная среда отсчета, а расстоянием от первой (для объекта) и от последней (для изображения) поверхностей системы. Поэтому и кардинальные точки необходимо "привязать" к крайним поверхностям оптической системы. Таким образом чтобы полностью охарактеризовать идеальную оптическую систему находящуюся в воздухе ($n_1 = n_2 = 1$) достаточно четырех величин. Нужно указать оптическую силу, передний и задний фокальные отрезки и толщину системы, т.е. расстояние от передней до задней поверхности. Эти величины мы будем в дальнейшем именовать *параметрами* системы. Вместо оптической силы можно использовать заднее фокусное расстояние, а вместо фокальных отрезков – расстояния от первой и последней поверхности системы до соответствующей главной плоскости.

Систему можно охарактеризовать и с помощью матрицы. В этом случае нужно расположить опорные плоскости так, чтобы $OП_1$ совпадала с передней, а $OП_2$ – с задней поверхностями системы. Тогда величины s_2,t_2,s_1,и t_1 в формулах (12),(14),(16) и (18) будут иметь смысл расстояний главных и фокальных точек от соответствующих крайних поверхностей системы. Кроме того необходимо знать расстояние между опорными плоскостями. Таким образом, здесь тоже указываются четыре величины (напомним, что матрица оптической системы имеет три независимых элемента).

Оба способа описания системы – с помощью указания параметров или матрицей – эквивалентны .

Если оптическая система находится не в воздухе, а в среде с показателем преломления n_1 (до первой поверхности) и n_2 (после последней поверхности) то необходимо указать ещё значения показателей преломления.

В таблице 1 приведены формулы, описывающие связь между параметрами оптической системы и элементами её матрицы для случая, когда система находится в воздухе. Пользуясь таблицей легко рассчитать параметры системы, если известны элементы её матрицы.

Таблица 1

описываемый параметр системы	измеряется от	до	выражение через матричные элементы
Первый фокальный отрезок	O_1	F_1	$s_1 = D/C$
Первое фокусное расстояние	H_1	F_1	$f_1 = 1/C$
Первая главная точка	O_1	H_1	$t_1 = (D-1)/C$
Второй фокальный отрезок	O_2	F_2	$s_2 = -A/C$
Второе фокусное расстояние	H_2	F_2	$f_2 = -1/C$
Вторая главная точка	O_2	H_2	$t_2 = -(A-1)/C$

Для примера на рисунке (13) показано расположение главных плоскостей некоторых типичных линз. Главные плоскости тонкой линзы сливаются в одну и совпадают с поверхностями линзы.

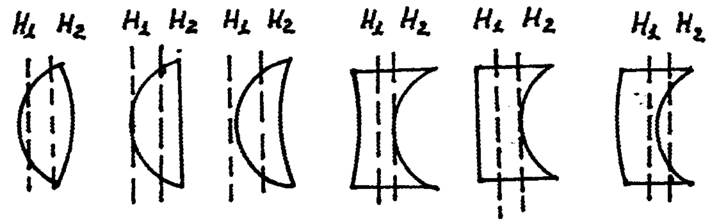


Рис. 13.

Содержание лабораторной работы

Цель работы – ознакомиться с основными понятиями и законами геометрической оптики на примере оптической системы, состоящей из двух линз.

В работе требуется:

1) измерить параметры и определить элементы матрицы каждой из двух линз;

2) составить из этих линз оптическую систему, поместив их на определённом расстоянии друг от друга;

3) рассчитать параметры и матрицу полученной оптической системы;

4) измерить параметры и элементы матрицы системы и сравнить их с расчетом.

Работа рассчитана на два занятия. На первом занятии измерьте параметры линз, составьте из них оптическую систему, измерьте расстояния между линзами. Во время домашней подготовки ко второму занятию проведите расчет оптической системы пользуясь экспериментальными данными, полученными в ходе выполнения заданий 1) и 2). На втором занятии измерьте переметры оптической системы.

Экспериментальное определение параметров оптической системы.

Пусть нам дана некоторая оптическая система и нужно определить её параметры. Для этого будем помещать какой-либо предмет на разных расстояниях от системы, наблюдать положение его изображения и измерять линейное увеличение γ. Введем опорные плоскости: первую (входную) расположим непосредственно перед первой поверхностью системы, вторую (выходную) – сразу за последней поверхностью. Пусть $\mathcal{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ – матрица системы. Если a – расстояние от предмета до $O\Pi_1$ и b – расстояние от $O\Pi_2$ до изображения, то матрица преобразования лучей от предмета к изображению будет

$$\mathcal{M}_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A + bC & aA + bD + abC + B \\ C & D + aC \end{pmatrix}$$

Левый верхний элемент матрицы $\mathcal{M}_{ab}$ равен линейному увеличению γ:

$$\gamma = A + bC, \tag{20}$$

а правый нижний – величине обратной увеличению:

$$1/\gamma = D + aC. \tag{21}$$

Положение предмета и изображения будем измерять отсчитывая расстояния от какой-либо фиксированной точки, связанной с системой. Удобно за такую точку взять вершину последней (выходной) поверхности, т.е. точку пересечения второй опорной плоскости осью системы. Тогда, если u – расстояние от $O\Pi_2$ до предмета, то $a = -(L+u)$, где L – толщина системы, равная расстоянию от $O\Pi_1$ до $O\Pi_2$. Подставив значение a в (21), получим

$$1/\gamma = E - Cu, \tag{22}$$

где

$$E = D - LC. \tag{23}$$

Изобразим полученные результаты на графике (рис. 14). По оси абсцисс отложим расстояния b и u, по оси ординат – увеличение γ и обратную величину $1/\gamma$. Экспериментальные точки должны лечь на прямые типа (20) и (22). Прямая (20) проходит через задний главный фокус системы F_2 и отсекает на оси ординат отрезок, равный A. Тангенс угла наклона прямой равен C, а проекция точки прямой, соответствующей $\gamma = 1$, на ось абсцисс является второй главной точкой H_2. Прямая (22) проходит через передний главный фокус системы F_1 и отсекает на оси ординат отрезок $E = D - LC$. Тангенс угла наклона прямой равен $(-C)$, а проекция на ось абсцисс точки прямой, соответствующей $1/\gamma = 1$, является первой главной точкой H_1.

Таким образом, из результатов выполненных измерений мы сможем определить элементы A и C матрицы системы и величину $D - LC$, найти фокусные расстояния и положение всех четырех кардинальных точек системы относительно её второй (выходной) поверхности.

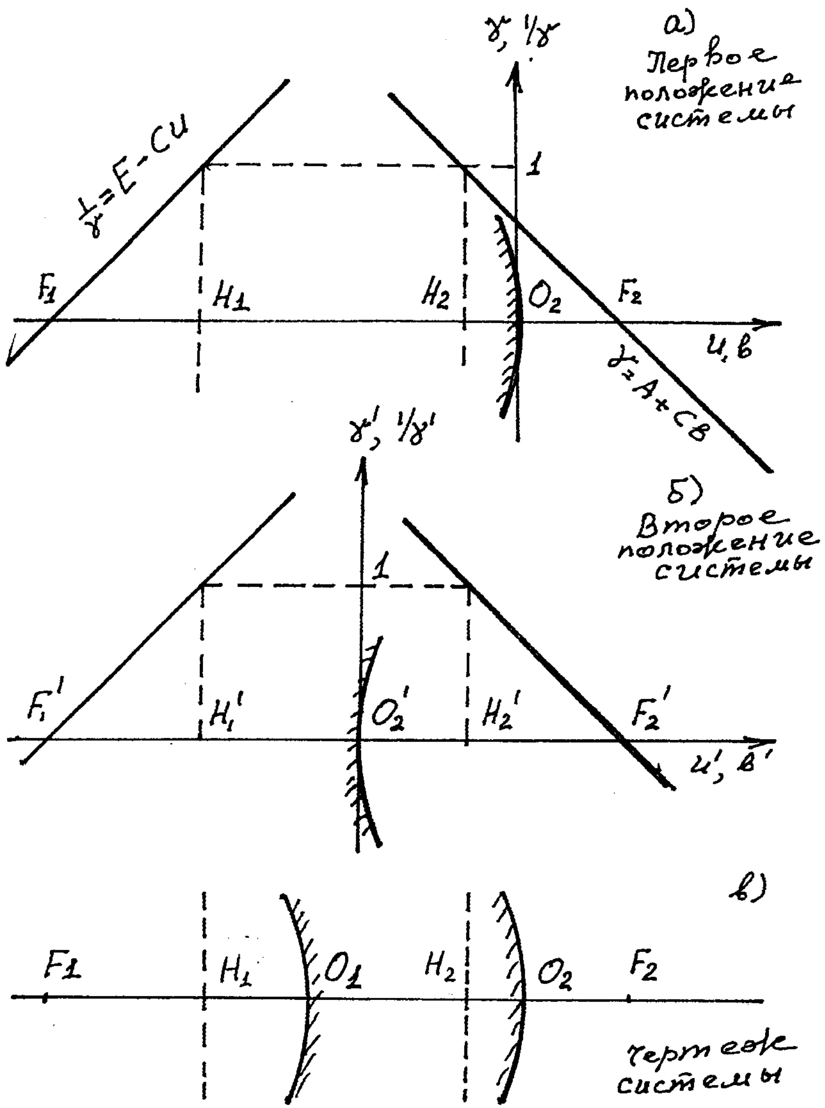


Рис.14.

Величину D нам не удастся определить из этих измерений, так как мы не знаем толщины L. Однако, как мы увидим в дальнейшем, в некоторых случаях этих сведений оказывается достаточно. Если же необходимо определить также величины D и L, то нужно провести вторую серию измерений.

Повернем оптическую систему на 180° вокруг вертикальной оси так, чтобы передняя и задняя поверхности поменялись местами и проделаем такие же измерения. Найдем матрицу преобразования "повернутой" системы $\mathcal{M}' = \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix}$. При повороте системы на 180° её оптическая сила и толщина не изменятся, а положение переднего и заднего фокусов поменяются местами. Значит $C' = C$, $L' = L$, $D' = A$ и $A' = D$. Проведя измерения с "повернутой" системой мы получим величины A' и $E' = D' - C'L$. Отсюда сможем определить D и L:

$$D = A', \qquad\qquad (24)$$
$$L = (A + A' - E - E')/2C.$$

Кроме того мы получим ещё два значения элемента C, и усреднив все четыре значения найдем окончательную оценку для C.

Итак, последовательность операций будет такой:

1. Устанавливаем систему в каком-то положении, которое в дальнейшем будем называть "прямым".

2. Располагаем предмет на разных расстояниях от системы и измеряем u, b, γ, $1/\gamma$.

3. Чертим графики γ от b и $1/\gamma$ от u:

$$\gamma = A + Cb$$
$$1/\gamma = E - Cu$$

где $E = D - CL$. (Обе прямые на одном графике !) Проверяем: углы наклона прямых должны быть одинаковыми по абсолютной величине с (точностью до ошибок измерений) и обратными по знаку. Обозначаем на графике точки F_1, F_2, H_1, H_2.

4. Находим (графически или методом наименьших квадратов) величины A,C и E. Вычисляем фокусное расстояние f_2.

5. Повертываем систему на 180° вокруг вертикальной оси поставив её в "обратное" положение.

6. Располагаем предмет на разных расстояниях от системы и измеряем величины u', b', γ', $1/\gamma'$.

7. Чертим графики γ' от b' и $1/\gamma'$ от u':

$$\gamma' = A' + C'b'$$
$$1/\gamma' = E' - C'u'$$

где $E' = D' - C'L'$. Проверяем правильность построения как сказано в пункте 3. Обозначаем на графике точки F_1', F_2',H_1', H_2'.

8. Сравнивая графики п.3 и п.7 проверяем качество измерений и правильность построения: расстояния H_1H_2 и F_1F_2 на графике п.3 должны равняться расстояниям $H_1'H_2'$ и $F_1'F_2'$ на графике п.7.

9. Находим A',C',E' и f_2'.

10. Вычисляем окончательные оценки для элементов матрицы системы: A получено в п.4; C – усредняем все четыре значения; $D = A'$ определено в п.9; L находим из условия (24) или по графику.

11. Вычисляем по таблице (стр.21) или находим из графиков параметры системы: фокусное расстояние и фокальные отрезки.

12. Результатом измерений будет матрица системы, значения f_2',s_1, s_2,L и чертеж системы, на котором нужно изобразить её крайние поверхности и кардинальные точки.

Предостережение: При определении величин γ, A, E, C не забудьте, что это – алгебраические величины, т.е. обратите внимание на их знаки! Например, часто мы получаем перевернутое изображение предмета, тогда линейное увеличение будет отрицательным.

Упражнение: попробуйте построить прямые типа (20) и (22) для тонкой линзы с положительной оптической силой и для тонкой линзы с отрицательной оптической силой. Как изменится расположение прямых, если линза будет не тонкая?

Расчет оптической системы.

Рассмотрим подробно расчет оптической системы, состоящей из двух линз, не обязательно тонких. Будем считать, что параметры этих линз определены нами экспериментально как описано выше. Мы увидим в дальнейшем, что если две линзы составляют одну оптическую систему, то для её расчета не нужно знать всех четырёх

параметров каждой линзы, достаточно знать положение главных плоскостей относительно одной поверхности линзы, той, которая является крайней поверхностью системы, и толщину системы. Поэтому при определении параметров линз можно ограничиться одной серией измерений.

Расчет системы удобно проводить используя матрицу преобразования лучей между главными плоскостями. Чертеж системы показан на рис. 15.

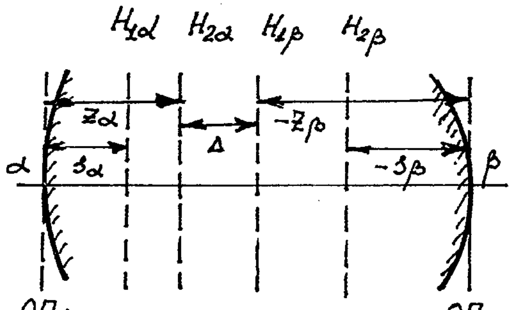


Рис.15.

Здесь обозначено : α – первая поверхность системы, β – последняя поверхность; $H_{1\alpha}$ и $H_{2\alpha}$ – главные плоскости первой линзы, расстояния их от поверхности α равны s_α и z_α; $H_{1\beta}$ и $H_{2\beta}$ – главные плоскости второй линзы. Расстояния их от поверхности β равны z_β и s_β. $ОП_1$ и $ОП_2$ – опорные плоскости для матрицы системы; они совпадают с передней опорной плоскостью первой линзы и с задней опорной плоскостью второй линзы. Расстояние между этими опорными плоскостями – L – толщина оптической системы; Δ – расстояние от задней главной плоскости первой линзы до передней главной плоскости второй линзы. Из чертежа видно: $\Delta = L - z_\alpha + z_\beta$.

Матрица системы M равна произведению $\mathcal{M} = \mathcal{M}_5\mathcal{M}_4\mathcal{M}_3\mathcal{M}_2\mathcal{M}_1$. Здесь

$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} 1 & s_\alpha \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица перемещения от первой поверхности системы до главной плоскости первой линзы $H_{1\alpha}$;

$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p_a & 1 \end{pmatrix}$ – матрица преобразования луча между главными плоскостями первой линзы;

$\mathcal{M}_3 = \begin{pmatrix} 1 & \Delta \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица перемещения от второй главной плоскости первой линзы до первой главной плоскости второй линзы;

$\mathcal{M}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p_\beta & 1 \end{pmatrix}$ – матрица преобразования луча между главными плоскостями второй линзы;

$\mathcal{M}_5 = \begin{pmatrix} 1 & -s_\beta \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица перемещения от второй главной плоскости второй линзы до последней поверхности системы.

Перемножив матрицы получим

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 1 - p_\alpha\Delta + s_\beta p & (s_\alpha + \Delta - s_\beta) + s_\alpha s_\beta p - (s_\alpha p_\alpha - s_\beta p_\beta)\Delta \\ -p & 1 - p_\beta\Delta - s_\alpha p \end{pmatrix}. \tag{25}$$

Здесь $p = p_\alpha + p_\beta - p_\alpha p_\beta \Delta$ – оптическая сила системы.

Если обе линзы тонкие, то $s_\alpha = s_\beta = 0, \Delta = L$, и мы получаем формулу, аналогичную (7):

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 1 - p_\alpha L & L \\ -(p_\alpha + p_\beta - p_\alpha p_\beta L & 1 - p_\beta L \end{pmatrix}. \tag{26}$$

Зная матрицу системы можем определить её параметры пользуясь таблицей 1.

Нужно отметить, что в различных оптических системах кардинальные точки могут располагаться очень по-разному. С другой стороны, одному и тому же расположению кардинальных точек могут соответствовать разные системы. На рис. 16 показаны три оптические системы, каждая из которых составлена из двух тонких линз с фокусными расстояниями f_α и f_β, помещенными на расстоянии d друг от друга. На рисунке показано положение главных плоскостей и фокусов системы. Линзы подобраны так, что фокусное расстояние для всех трех систем одинаково и равно единице.

Обратите внимание: на рис. 16а вторая главная плоскость оказалась *перед* первой главной плоскостью; на рис 16b и 16с расположение кардинальных точек одинаковое, а системы – разные.

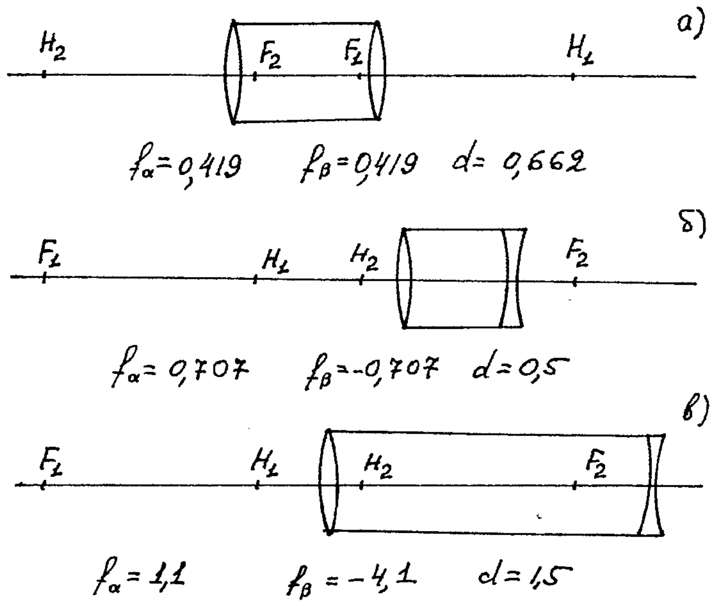


Рис. 16.

Экспериментальная установка и измерения.

В лаборатории имеется набор разных линз, вставленных в специальные оправки, на каждой указан номер линзы. Чтобы изготовить оптическую систему оправки с линзами вставляются в трубку (рис.17), тем самым фиксируется расстояние между линзами. Спросите у преподавателя, какую систему Вам изготовить.Рекомендуется исследовать одну из следующих систем:

номера линз	Длина трубки, мм
1 и 4	100 – 200
1 и 5	150 – 200
2 и 4	100 – 200
3 и 4	150
3 и 5	200

Составив систему из двух линз, измерьте расстояние между наружными плоскостями оправок d. Толщина системы L равна

$$L = d - l_\alpha - l_\beta,$$

где l_α и l_β – поправки "на углубление линзы". Величина поправки указана на каждой линзе – написана на внутренней поверхности оправки. Запишите номера ваших линз и поправки для них.

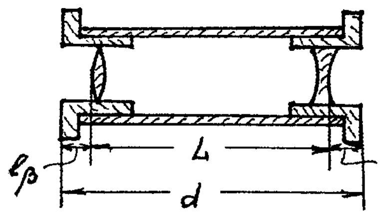


Рис. 17.

Прежде чем приступить к измерениям, постарайтесь грубо, на глаз, определить положение фокусов системы и линз, направляя их на удаленный светящийся объект (лампочку в другом конце комнаты). Это послужит ориентиром в последующей работе.

Все измерения ведутся на *оптической скамье*. Это специальный рельс, по которому могут перемещаться рейтеры с укрепленными на них приборами и приспособлениями. На рельсе устанавливаются: объект – стеклянная пластинка с нанесенными на ней штрихами, образующими сетку, исследуемая система и микроскоп, в который рассматривают изображение. В случае необходимости (см. ниже) на скамье устанавливается также дополнительная линза.

Позади объекта располагается осветитель, который должен обеспечить освещение сетки ярким монохроматическим светом. Осветителем служит ртутная лампа. Она питается от сети переменного тока. После включения лампа должна некоторое время прогреваться, только после этого она начинает гореть с полной яркостью. Выключать лампу при кратковременных перерывах в работе не следует, так как разогретая лампа не зажигается. Лампа смонтирована в металлическом кожухе для защиты установки от лишнего света, а экспериментатора – от ультрафиолетового излучения. **Ультрафиолетовые лучи спектра ртутной лампы опасны для глаза.** Они вызывают ожог и воспаление сетчатки. Окошко в защитном кожухе, через которое выходит свет, закрыто защитной стеклянной пластинкой, не пропускающей ультрафиолетовые лучи. **Работайте так, чтобы прямой (не проходящий через защитное стекло) свет ртутной лампы не мог попасть в глаз.**

В процессе работы Вам нужно будет перемещать приборы вдоль рельса, получать изображение сетки и рассматривать его в микроскоп. Для того, чтобы при этих перемещениях световой пучок не уводился в сторону и изображение не смещалось в поле зрения микроскопа, необходима тщательная юстировка всех приборов: нужно, чтобы их оси совпадали и были параллельны ребру рельса. Для удобства юстировки все приборы укреплены на салазках, позволяющих перемещать прибор вверх – вниз и вправо–влево перпендикулярно оптической оси, а также вращать его вокруг вертикальной оси. Оптическая система из двух линз крепится на специальном столике, предусматривающем, кроме указанных движений, ещё и вращение вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной ребру рельса, т.е. наклон столика.

Юстировка приборов.

Юстировка производится в следующем порядке:

1. Установка сетки и рельса. Движением вправо–влево установите сетку на салазках в среднее положение. Поместите рейтер с сеткой возможно ближе к ртутной лампе. Отрегулируйте сетку по высоте – она должна располагаться против окна кожуха лампы. Проследите, чтобы плоскость сетки была перпендикулярна ребру рельса. На противоположном конце рельса поставьте рейтер с оправкой от микроскопа (без микроскопа), установив предварительно оправку в среднее положение на салазках. Глядя от дальнего от лампы конца рельса через оправку, установите рельс так, чтобы совместить центр окна кожуха, центр сетки и центр оправки с осевой линией лампы и чтобы всё это располагалось вдоль прямой, проходящей над серединой рельса.

2. Установка микроскопа. Вставьте микроскоп в оправку, придвиньте его к сетке и поймайте изображение сетки в микроскоп. Установите микроскоп так, чтобы в середине поля зрения микроскопа было изображение центра сетки (не забудьте закрепить рейтер с микроскопом на рельсе винтом). Проверьте – ось микроскопа должна быть параллельна ребру рельса, поле зрения должно быть освещено равномерно или интенсивность должна симметрично уменьшаться к краям. Если поле зрения освещено однобоко или край окошка кожуха "режет" изображение, нужно повтроить установку рельса и сетки.

Теперь микроскоп установлен, и менять его положение относительно рейтера не следует, можно только передвигать рейтер вдоль рельса, при этом линия центр сетки – центр поля зрения микроскопа сохраняется и остается параллельной ребру рельса. Эта линия будет оптической осью для всех устанавливаемых на рельсе приборов.

3. Установка линзы. Вставьте линзу в держатель салазок и закрепите её специальным кольцом. Поместите рейтер с линзой между микроскопом и сеткой, повернув линзу так, чтобы к микроскопу была обращена та поверхность линзы, которая в дальнейшем будет играть роль крайней поверхности оптической системы. Линзу нужно отъюстировать так, чтобы её оптическая ось совпадала с осью установки. При этом изображение сетки окажется в центре поля зрения микроскопа. Установить линзу можно тем точнее, чем больше расстояние между линзой и микроскопом, а значит чем больше увеличение; но при большом увеличении поймать изображение сетки в микроскоп трудно, поэтому сначала найдите уменьшенное изображение. Для этого с помощью листка белой бумаги найдите место, где получается четкое изображение, а затем подведите под него микроскоп. Отрегулируйте положение линзы так, чтобы изображение попадало на центр объектива микроскопа, следите, чтобы плоскость

поверхности линзы была перпендикулярна оси микроскопа. Отведите немного микроскоп от плоскости изображения (на величину, равную фокуному расстоянию оккуляра) и получите четкое изображение сетки, видимое в микроскоп.Изображение должно быть в центре поля зрения микроскопа. Если это не так, то поправьте положение линзы. Затем передвигайте линзу к сетке маленькими шажками, чтобы не потерять изображение, и одновременно передвигайте микроскоп, фокусируя его на изображение. Если нужно, поправляйте положение линзы, чтобы изображение всё время находилось в центре поля зрения. Передвигайте линзу, пока сможете это делать (позволяет длина рельса). Достигнув крайнего положения приборов окончательно отрегулируйте линзу, а затем передвгая линзу в обратном направолении проверьте, что изображение не смещается.

4. Юстировка оптической системы. Сначала проведем предварительную установку системы. Сразу за сеткой расположим оптическую систему, а дальше – микроскоп. Используя все четыре степени свободы столика (параллельное перемещение вверх-вниз и вправо-влево, вращение вокруг вертикальной и горизонтальной осей) отрегулируем положение оптической системы так, чтобы первая её линза была против сетки, а вторая – против объектива микроскопа. Чем тщательнее выполнена эта предварительная процедура, тем легче будет юстировать дальше.

Более тонкую юстировку проводим по смещению изображения. Сначала юстируем систему по высоте. Выберем два положения рейтера с оптической системой – 1 и 2. Порядок юстировки такой:

а) поставив систему в положение 1 поймаем изображение сетки в микроскоп и, перемещая столик вверх или вниз выведем изображение на середину поля зрения по высоте;

б) поставим систему в положение 2, найдем изображение. Вращением столика вокруг горизонтальной оси выведем изображение на середину поля зрения. Повторяем процедуры а) и б). Если с каждым этапом юстировки смещение изображения уменьшается, продолжаем процесс, пока изображение не перестанет смещаться при перемещении системы вдоль рельса. Если с каждым этапом юстировки смещение увеличивается, изменим последовательность операций – в положении 1 корректировку будем проводить наклоном столика, а в положении 2 – его параллельным перемещением. Если же юстировка на приводит ни к какому результату – смещение изображения не изменяется – нужно изменить положение системы относительно осей вращения, прердвинув трубку с линзами вперед или назад, или выбрать другие два положения системы на рельсе.

Далее юстируем систему в горизонтальной плоскости. Эта юстировка проводится аналогично юстировке по высоте. Столик смещаем вправо-влево в одном положении системы и вращаем вокруг вертикальной оси – в другом.

При выборе двух положений системы учтите: чем больше будет разница в увеличениях, тем быстрее пойдет юстировка; но изображение должно быть таким, чтобы видны были деления сетки, а микроскоп и систему лучше располагать не очень далеко друг от друга так, чтобы смотря в микроскоп можно было дотянуться рукой до винтов столика. Эти два положения не обязательно фиксировать и повторять точно. Вполне достаточно, если Вы будете просто передвигать систему по рельсу вперед и назад, ставя её примерно на старое место.

Закончив юстировку, покажите результат преподавателю!.

Измерения.

Порядок измерений следующий.

1. Наводим микроскоп на объект (сетку) и записываем отсчет p, соответствующий этому положению микроскопа.(Все отсчеты положения микроскопа ведутся по шкале, укрепленной на рельсе.Фиксируется положение любой точки, жестко связанной с микроскопом, например конца рейтера.) Пользуясь шкалой микроскопа, измеряем расстояние между штрихами изображения сетки – "размер объекта" y.

2. Устанавливаем на скамье исследуемую линзу (систему) и фокусируем микроскоп на изображение. Делаем отсчет положения изображения r и измеряем "размер изображения" $\tilde{y}$ – расстояние между штрихами изображения сетки. Не забудьте отметить, прямое изображение или перевернутое.

3. Не сдвигая исследуемую линзу фокусируем микроскоп на её заднюю поверхность (для удобства можно осветить поверхность сбоку светом настольной лампы. На поверхности всегда имеются мелкие

пылинки и царапинки, на которые и фокусируют микроскоп). Производим отсчет q положения микроскопа.

Расстояние u до предмета от задней поверхности линзы равно разности первого и третьего отсчетов: $u = p - q$. Расстояние b от задней поверхности линзы до изображения – раности второго и третьего: $b = r - q$. Увеличение $\gamma = \tilde{y}/y$. Не забудьте – увеличение положительно, если изображение прямое, и отрицательно – если обратное.

При измерениях старайтесь избегать слишком больших увеличений $\gamma > 3$ и слишком маленьких $\gamma < 1/3$, так как точность наводки в этих случаях будет мала.

4. Передвигаем линзу и повторяем все измерения за исключением положения и величины объекта, если последний не сдвигался с места.

Так получаем серию измерений.

При исследовании линзы достаточно получить одну серию измерений. Если исследуется система из двух линз – закончив одну серию поворачиваем систему на 180° вокруг вертикальной оси и повторяем измерения.

Измерение парметров рассеивающей линзы или линзы с большим фокусным расстоянием.

Обратите внимание:

Для того, чтобы измерения вообще можно было провести, необходимо чтобы световые лучи проходили через исследуемую систему. Если источник света находится по одну сторону от системы (например, слева), то микроскоп должен перемещаться по другую сторону от системы (справа). Расстояние объект - изображение должно быть не больше длины оптической скамьи. Эти условия не всегда могут быть выполнены. Так, если исследуем рассеивающую линзу и пустим на неё расходящийся пучек лучей от объекта, расположенного, например, слева, то изображение (мнимое) будет расположено тоже слева от линзы, и его не удастся наблюдать в микроскоп, стоящий справа. Если исследуется собирающая линза с большим фокусным расстоянием (больше четверти длины оптической скамьи), то на длине скамьи не удастся поместить и объект и его действительное изображение. Во всех таких случаях приходится пользоваться дополнительными линзами.

Пусть объект находится у левого конца скамьи в точке s_0 (рис. 18). Поставим дополнительную линзу L_1, дающую действительное изображение объекта в точке s. Между линзой L_1 и изображением s поместим исследуемую систему L_2, для неё точка s будет служить объектом. Этот объект будет мнимым, так как реальные лучи в точку s не попадают. Получим изображение $\tilde{s}$.

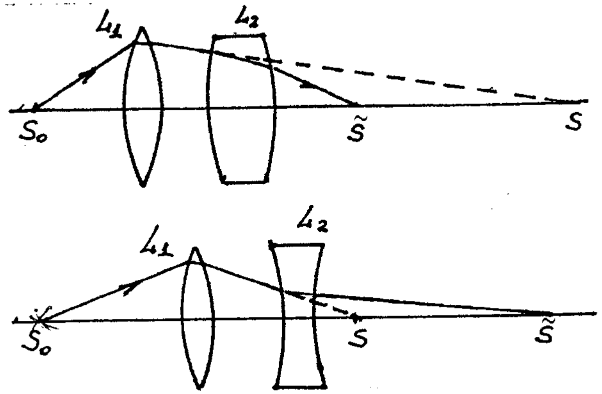


Рис. 18

Если исследуется собирающая линза (рис. 18а), то изображение $\tilde{s}$ окажется левее, чем s. Поэтому дополнительную линзу выгодно установить так, чтобы "мнимый объект" s оказался около правого конца скамьи. Если исследуется рассеивающая линза (рис.18б), то изображение $\tilde{s}$ получается справа от s, поэтому "мнимый объект" s нужно расположить не у самого конца скамьи, а, например, в середине, чтобы на оставшемся конце уместилось изображение.

Измерения проводим как обычно. Сначала, убрав исследуемую линзу фиксируем микроскоп на "мнимый объект" s, делаем отсчет p положения объекта и определяем его размер y. Затем устанавливаем исследуемую линзу, наводим микроскоп последовательно на изображение $\tilde{s}$ и на поверхность линзы, делаем отсчеты r и q и определяем размер изображения $\tilde{y}$. Передвигая исследуемую линзу (не сдвигая с места дополнительную линзу L_1) получаем серию измерений.

В качестве дополнительной линзы используйте линзы из имеющегося у вас набора: одну из линз используйте в качестве дополнительной при исследовании другой линзы.

Обработка результатов.

Обработка результатов проводится как сказано в разделе "Экспериментальное определение параметров оптической системы". Определив параметры линз установите, можно ли их считать тонкими. В зависимости от этого расчет системы проводите по формуле (25) или (26).

Требования к отчету.

В отчете должны быть приведены:

1. После первого занятия:

– экспериментальные данные исследования двух линз;

– графики, представляющие эти данные;

– определение элементов матрицы и параметров линз из экспериментальных данных;

– расчет оптической системы, составленной из исследованных линз;

– чертеж оптической ситемы с указанием рассчитанного положения главных плоскостей и фокальных точек для каждой линзы и для всей системы.

2. После второго занятия:

– экспериментальные данные исследования системы;

– графики, представляющие эти данные;

– определение элементов матрицы системы и её параметров из экспериментальных данных;

– сравнение измеренных и вычисленных значений параметров оптической системы;

– выводы по работе.

Литература.

1. Е.И.Бутиков. Оптика. М 1986.
2. Ф.Джерард, Дж.М.Бёрч. Введение в матричную оптику. М 1978.