

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФИЗИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Отчёт по лабораторной работе №1

**«Многократные прямые измерения физических величин
и обработка результатов наблюдений»**

Выполнил студент:

Евсеева Полина Валерьевна

группа: 23.C02-мм

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент

Кац Виктор Михайлович

Санкт-Петербург, 2025 г.

Содержание

1	Введение	2
1.1	Цель работы	2
1.2	Решаемые задачи	2
2	Основная часть	2
2.1	Теоретическая часть	2
2.2	Эксперимент	3
2.3	Обработка данных и обсуждение результатов	4
	Исходный код	4
	Таблицы	7
	Графики	9
3	Выводы	12

1 Введение

1.1 Цель работы

Цель данной лабораторной работы заключается в изучении методов многократных прямых измерений физических величин, а также в освоении процедур обработки полученных данных для повышения их точности и достоверности. Для достижения поставленной цели необходимо выполнить серию измерений одной и той же физической величины, обработать полученные результаты с помощью статистических методов и оценить погрешности измерений.

Методы исследования включают использование стандартных измерительных приборов, математическое моделирование процессов, а также статистическую обработку данных с применением соответствующих формул для оценки погрешностей и анализа результатов.

1.2 Решаемые задачи

1. Освоить методику использования измерительного прибора для многократного прямого измерения физической величины.
2. Выполнить простейшую статистическую обработку серии результатов наблюдений при прямых измерениях.

2 Основная часть

2.1 Теоретическая часть

В данной лабораторной работе используется метод многократных прямых измерений для регистрации данных с частотомера, который отображает временные диапазоны регистрации сигналов с генератора. Мы проводим серию измерений с целью определения средней величины, отклонений и оценки погрешностей, связанных с приборами.

Формула относительной погрешности прибора δT :

$$\delta T = \pm(0,05 + 0,05 \frac{T_k}{T_x})\% \quad (1)$$

Формула для нахождения среднего арифметического \bar{T} :

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} \quad (2)$$

где n - количество результатов отдельных наблюдений, T_i - результат измерения отдельного наблюдения.

Вычисление погрешности прибора $\Delta T_{\text{приб}}$ определяется следующей формулой:

$$\Delta T_{\text{приб}} = \frac{\delta T * \bar{T}}{100\%} \quad (3)$$

Среднеквадратичное отклонение σ :

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2} \quad (4)$$

Средняя квадратичная погрешность среднего ΔT :

$$\Delta T = \sigma_{\bar{T}} \approx \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

2.2 Эксперимент

От генератора сигналов Г5-2А на частотомер ЧЗ-32 подается последовательность трапецеидальных импульсов, диапазоны которых были заданы $0 - 10^6$ мс для грубой шкалы и $0 - 10^4$ мс для точной шкалы. Задаваемые импульсы многократно измерялись цифровым частотомером. Все данные в ходе эксперимента записывались в протокол наблюдения.

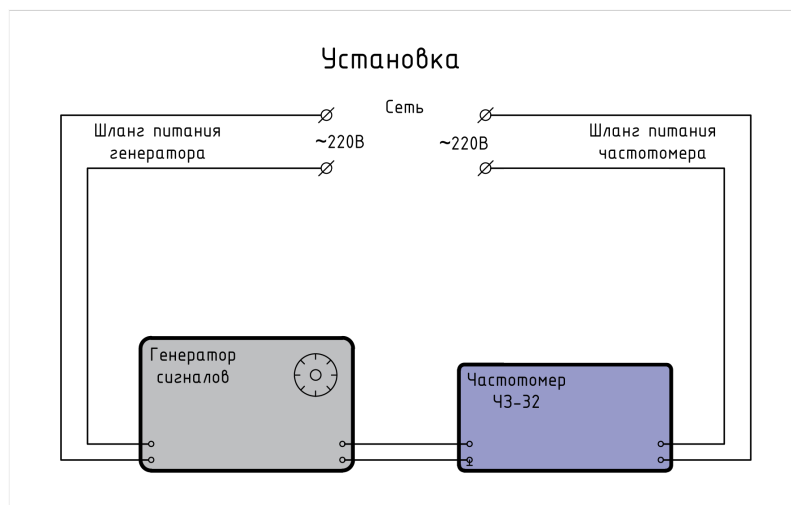


Рис. 1. Схема установки

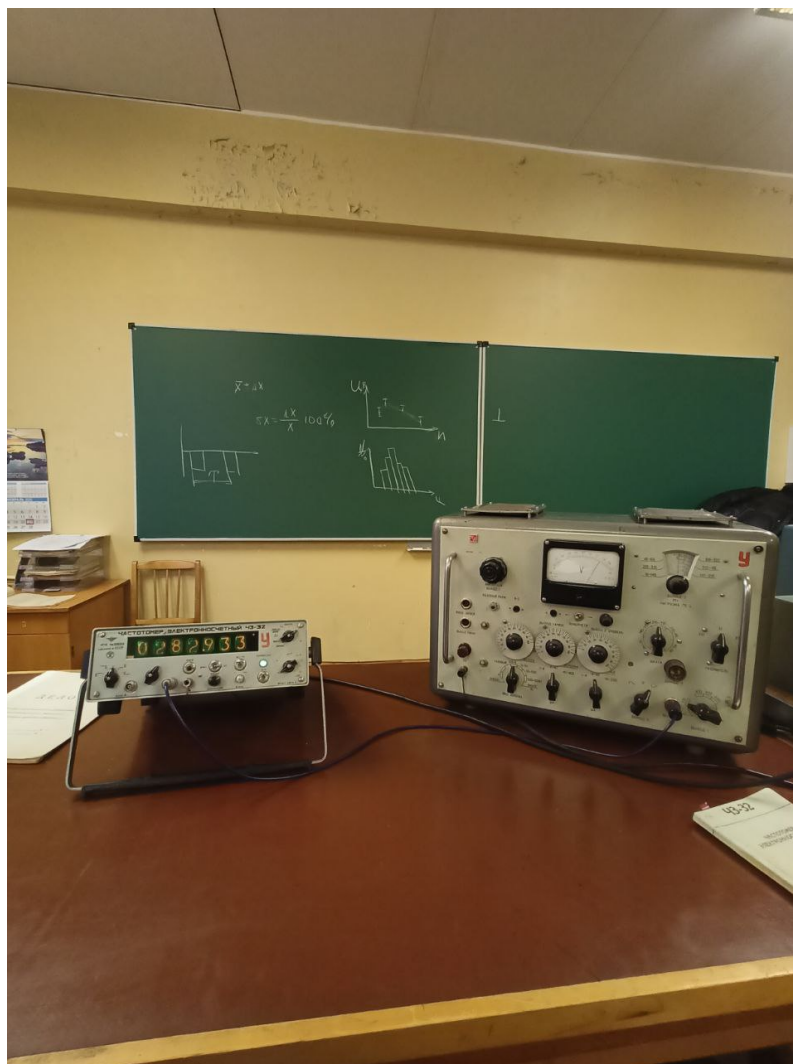


Рис. 2. Фотография установки

2.3 Обработка данных и обсуждение результатов

Для написания программы, вычисляющей все требуемые данные, используется язык C++; среда разработки - Visual Studio. Код полностью расположен в репозитории на GitHub.

Исходный код

Программа выполняет обработку данных, считанных из файлов с точными и грубыми измерениями. Вначале открывается файл с точными значениями, и все строки с числами считываются в вектор. После этого вычисляется среднее значение для этих данных, и это значение используется для вычисления отклонений от среднего для каждого числа в векторе. Далее программа рассчитывает квадрат этих отклонений, что соответствует стандартному отклонению, и выводит результаты.

После вычисления стандартного отклонения программа вычисляет среднюю погрешность прибора, используя заранее определённые параметры. Далее, с ис-

пользованием функции, которая рассчитывает погрешности на основе значений времени и других параметров, программа выводит погрешности для каждого значения.

Аналогично проводятся измерения и для грубых, и для точных значений.

Листинг 1. Вычисление среднего

```
1 / Функции для вычислений
2 double avarage(const vector<double>& data)
3 {
4     double sum = 0.0;
5     for (double u : data)
6     {
7         sum += u;
8     }
9     return sum / data.size();
10 }
11
12 vector<double> standartDeviation(vector<double>& randDevAr)
13 {
14     vector<double> standAr;
15     for (int i = 0; i < randDevAr.size(); i++)
16     {
17         double t = randDevAr[i];
18         standAr.push_back(t * t);
19     }
20     return standAr;
21 }
22
23 vector<double> randomDeviation(const vector<double>& data, double
    avarage)
24 {
25     vector<double> randDevAr;
26     for (int i = 0; i < data.size(); i++)
27     {
28         randDevAr.push_back(data[i] - avarage);
29     }
30
31     return randDevAr;
32 }
33
34 vector<double> calculateDeltaT(const vector<double>& Tx_values, double
    gamma0, double T0, double T_avg)
35 {
36     vector<double> deltaT_results;
37     for (double Tx : Tx_values)
38     {
39         double gamma_T = gamma0 + (T0 / Tx);
40         deltaT_results.push_back(gamma_T * T_avg);
41     }
42     return deltaT_results;
43 }
```

```

44
45
46 // Вычисление среднего значения
47 double mean = average(values);
48 cout << "Среднее значение точные(): " << mean << endl;
49
50 // Вычисление отклонений от среднего для каждого значения
51 cout << "Отклонения от среднего: " << endl;
52
53 vector<double> ar1 = randomDeviation(values, mean);
54
55 for (int i = 0; i < ar1.size(); i++)
56 {
57     cout << ar1[i] << "\n";
58 }
59 cout << endl;
60
61 // Вычисление стандартного отклонения
62
63 cout << "Стандартное отклонение: " << endl;
64
65 vector<double> ar2 = standartDeviation(ar1);
66 for (int i = 0; i < ar2.size(); i++)
67 {
68     cout << ar2[i] << "\n";
69 }
70 cout << endl;
71
72 // Вычисление средней погрешности прибора
73 cout << "Средняя погрешность прибора: " << endl;
74
75 cout << (gamma0 + (T0 / mean)) * mean << "\n";
76 cout << endl;
77
78 // Вычисление погрешностей
79 cout << "Погрешности точные(): " << endl;
80
81 vector<double> delta_T1 = calculateDeltaT(values, gamma0, T0, mean
82 );
83 for (int i = 0; i < delta_T1.size(); i++)
84 {
85     cout << delta_T1[i] << "\n";
86 }
87 cout << endl;
88 }

```

Таблицы

Таблица 1. Результаты грубых измерений

№ п.п.	Диапазон показаний использованной шка- лы прибора	Результаты отдельных наблюдений (T_i)	Погрешность прибо- ра на данной шкале ($\Delta T_{\text{приб}}$)
	мс	мс	мс
1	$0 - 10^6$	282.7	0.000240974
2	$0 - 10^6$	281.7	0.000241329
3	$0 - 10^6$	282.5	0.000241045
4	$0 - 10^6$	282.0	0.000241222
5	$0 - 10^6$	282.0	0.000241222
6	$0 - 10^6$	282.9	0.000240904
7	$0 - 10^6$	281.8	0.000241293
8	$0 - 10^6$	282.6	0.00024101
9	$0 - 10^6$	282.1	0.000241187
10	$0 - 10^6$	282.3	0.000241116

Таблица 2. Результаты точных измерений

№ п.п.	Результаты отдельных наблюдений (T_i)	Случайные откло- нения от среднего $d_i = T_i - \bar{T}$	$d_i^2 = (T_i - \bar{T})^2$
	мс	мс	мс
1	282.926	0.4746	0.225245
2	281.803	-0.6484	0.420423
3	282.582	0.1306	0.0170564
4	282.693	0.2416	0.0583706
5	281.794	-0.6574	0.432175
6	282.524	0.0726	0.00527076
7	282.220	-0.2314	0.053546
8	282.786	0.3346	0.111957
9	281.807	-0.6444	0.415251
10	282.256	-0.1954	0.0381812
11	282.973	0.5216	0.272067
12	282.224	-0.2074	0.0430148
13	281.997	-0.4544	0.206479
14	282.622	0.1706	0.0291044
15	282.770	0.3186	0.101506

Таблица 3. Результаты точных измерений

№ п.п.	Результаты отдельных наблюдений (T_i)	Случайные откло- нения от среднего $d_i = T_i - \bar{T}$	$d_i^2 = (T_i - \bar{T})^2$
	мс	мс	мс
16	283.136	0.6846	0.468677
17	282.735	0.2836	0.080429
18	282.340	-0.1114	0.01241
19	282.339	-0.1124	0.0126338
20	282.128	-0.3234	0.104588
21	282.258	-0.1934	0.0374036
22	282.489	0.0376	0.00141376
23	282.505	0.0536	0.00287296
24	282.958	0.5066	0.256644
25	282.638	0.1866	0.0348196
26	282.345	-0.1064	0.11321
27	281.898	-0.5534	0.306252
28	282.345	-0.1064	0.011321
29	282.684	0.2326	0.0541028
30	283.159	0.7076	0.500698
31	282.816	0.3646	0.132933
32	281.950	-0.5014	0.251402
33	282.197	-0.2544	0.0647194
34	282.422	-0.0294	0.00086436
35	282.430	-0.0214	0.00045796
36	282.642	0.1906	0.0363284
37	282.971	0.5196	0.269984
38	282.580	0.1286	0.016538
39	282.115	-0.3364	0.113165
40	281.863	-0.5884	0.346215
41	282.017	-0.4344	0.188703
42	282.424	-0.0274	0.00075076
43	282.675	0.2236	0.049997
44	283.157	0.7056	0.497871
45	282.442	-0.0094	0.00008836
46	281.895	-0.5564	0.309581
47	281.993	-0.4584	0.210131
48	282.236	-0.2154	0.0463972
49	282.728	0.2766	0.0765076
50	283.063	0.6116	0.374055

Таблица 4. Таблица для построения гистограммы и кривой распределения

№ ин- тер- ва- ла	Границы интервалов (ширина интервала $\Delta h = 0.1814$)	Число случаев (Δn), когда результат на- блюдения попадает в данный интервал	Доля (часть) полного числа результатов, по- падающих в данный интервал ($\delta n = \frac{\Delta n}{n}$)
1	281.345	1	0.02
2	281.526	2	0.04
3	281.708	3	0.06
4	281.890	4	0.08
5	282.071	9	0.18
6	282.252	7	0.14
7	282.433	8	0.16
8	282.615	8	0.16
9	282.796	5	0.10
10	282.977	3	0.06

Графики

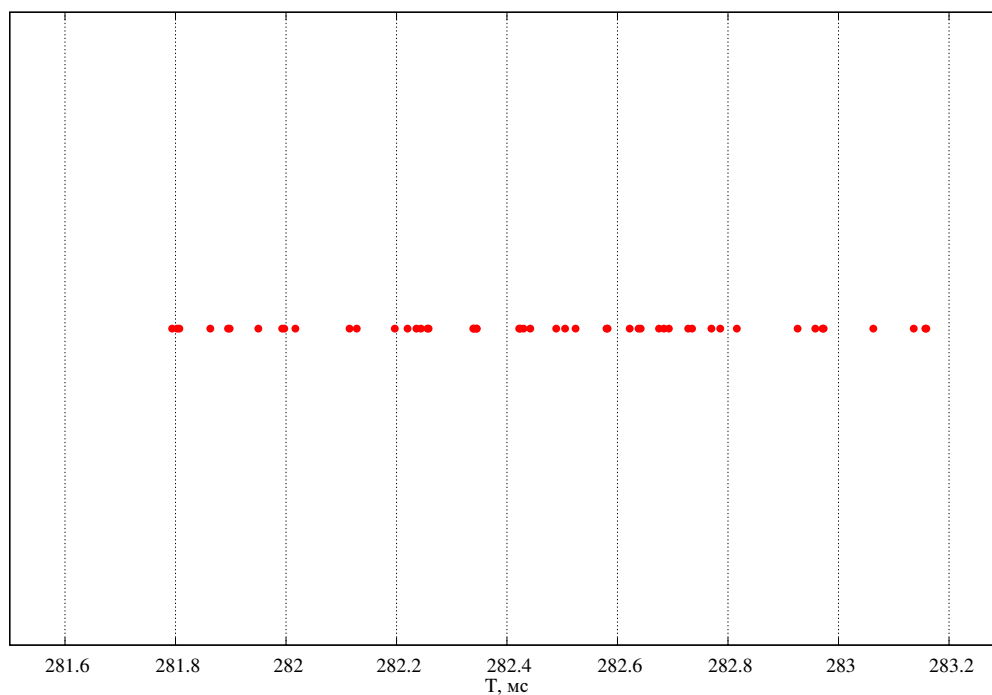


Рис. 3. Зависимость измерений от времени

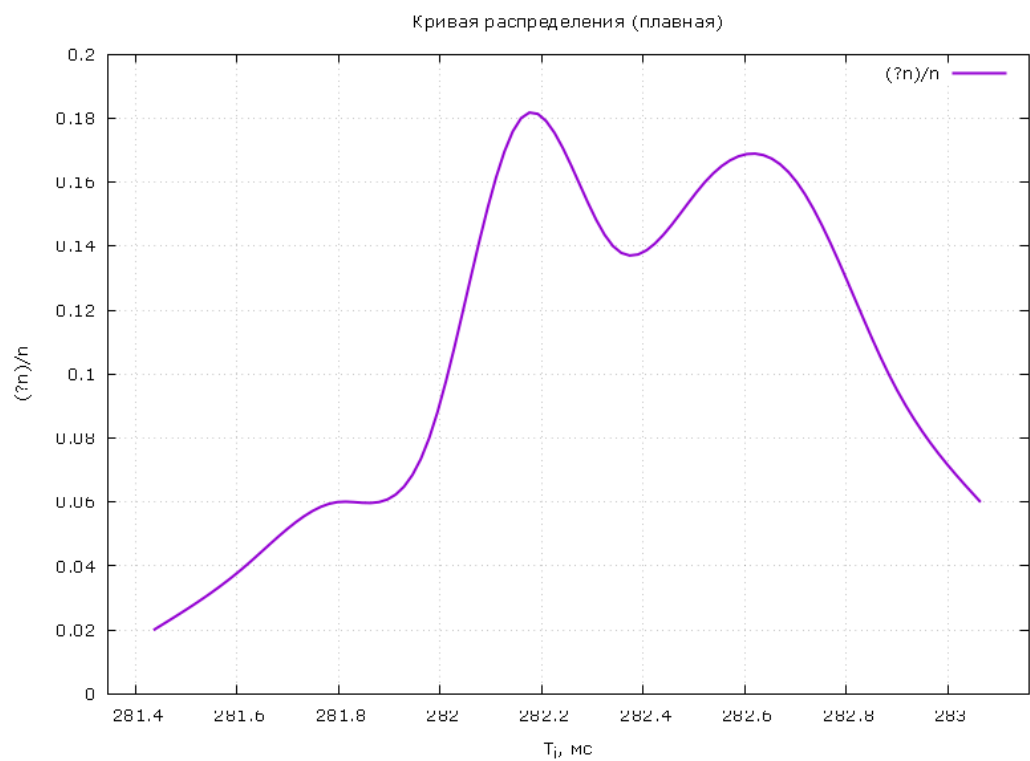


Рис. 4. Плотность распределения

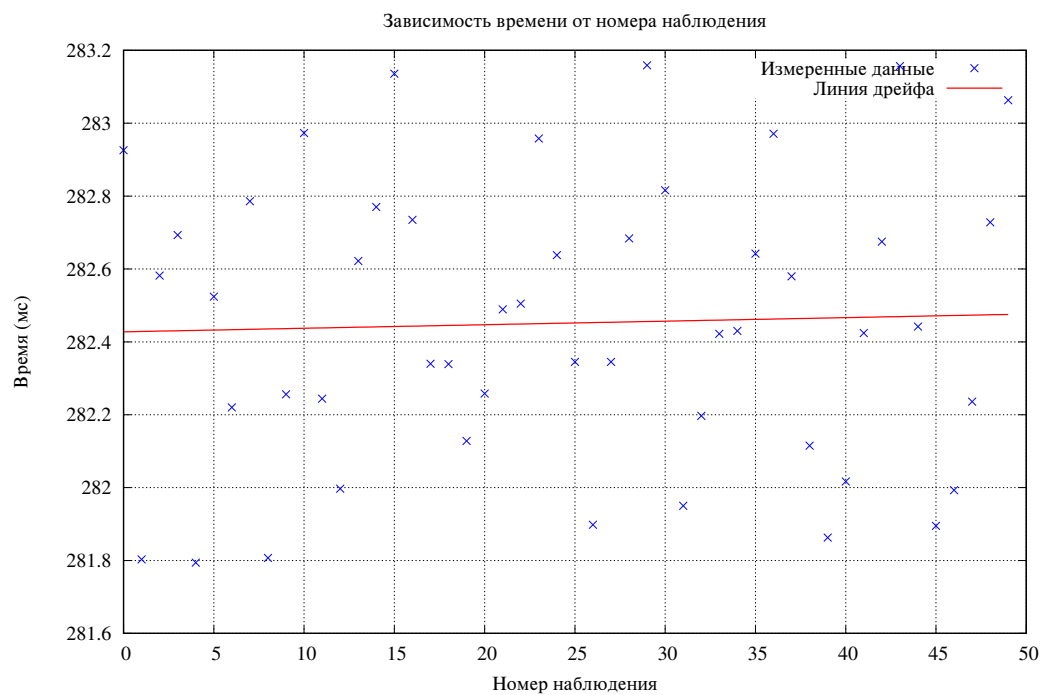


Рис. 5. Зависимость измерений от времени

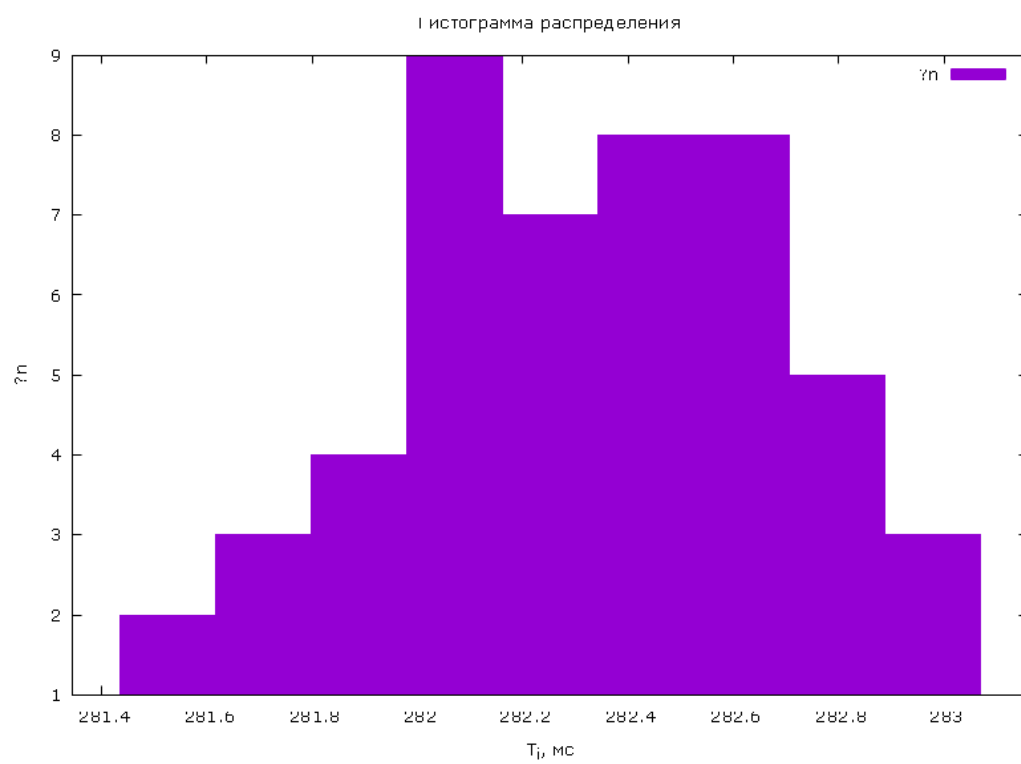


Рис. 6. Гистограмма

3 Выводы

В ходе выполнения работы я приобрела навыки использования измерительных приборов для многократных прямых измерений физических величин. Научилась работать с частотомером и разобралась в методах статистической обработки результатов, включая расчет дисперсии и среднеквадратичного отклонения. Попробовала работать в среде gnuplot для реализации графиков..

Список литературы

[1] <https://github.com/st106773/Workshop1.git>