

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ФИЗИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Отчёт по лабораторной работе №1

**«Многократные прямые измерения физических величин  
и обработка результатов наблюдений»**

Выполнил студент:

Самохин Павел Константинович  
группа: 23.Б12-мм

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент, профессор  
Морозов Виктор Александрович

Санкт-Петербург, 2025 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>2</b>
1.1	Цель работы . . . . .	2
1.2	Решаемые задачи . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Основная часть</b>	<b>2</b>
2.1	Теоретическая часть . . . . .	2
2.2	Эксперимент . . . . .	3
2.3	Обработка данных и обсуждение результатов . . . . .	4
	Исходный код . . . . .	4
	Таблицы . . . . .	7
	Графики . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Выводы</b>	<b>12</b>

# 1 Введение

## 1.1 Цель работы

Цель данной лабораторной работы заключается в изучении методов многократных прямых измерений физических величин, а также в освоении процедур обработки полученных данных для повышения их точности и достоверности. Для достижения поставленной цели необходимо выполнить серию измерений одной и той же физической величины, обработать полученные результаты с помощью статистических методов и оценить погрешности измерений.

Методы исследования включают использование стандартных измерительных приборов, математическое моделирование процессов, а также статистическую обработку данных с применением соответствующих формул для оценки погрешностей и анализа результатов.

## 1.2 Решаемые задачи

1. Освоение методики использования измерительного прибора для многократного прямого измерения физической величины.
2. Выполнение простейшей статистической обработки серии результатов наблюдений при прямых измерениях.

# 2 Основная часть

## 2.1 Теоретическая часть

В данной лабораторной работе используется метод многократных прямых измерений для регистрации данных с частотомера, который отображает временные диапазоны регистрации сигналов с генератора. Мы проводим серию измерений с целью определения средней величины, отклонений и оценки погрешностей, связанных с приборами.

Формула для нахождения среднего арифметического  $\bar{f}$ :

$$\bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n} \quad (1)$$

где  $n$  - количество результатов отдельных наблюдений,  $f_i$  - результат измерения отдельного наблюдения.

Вычисление погрешности прибора  $\Delta f_{\text{приб}}$  определяется следующей формулой:

$$\delta f = \pm \left( \gamma_0 + \frac{f_0}{f_x * 10^n} \right) * 100\% \quad (2)$$

Среднеквадратичное отклонение  $\sigma$ :

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2} \quad (3)$$

Средняя квадратичная погрешность среднего  $\Delta f$ :

$$\Delta f = \sigma_{\bar{f}} \approx \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

## 2.2 Эксперимент

От генератора сигналов на частотомер подается последовательность прямоугольных импульсов, диапазоны которых были заданы  $0 - 10^5$  кГц для грубой шкалы и  $0 - 10^4$  кГц для точной шкалы. Частота следования импульсов многократно измерялась с помощью частотомера на двух шкалах: грубой и точной. В качестве генератора импульсов использовался генератор Г5-2А, а в качестве частотомера – ЧЗ—32. Все данные в ходе эксперимента записывались в протокол наблюдения.

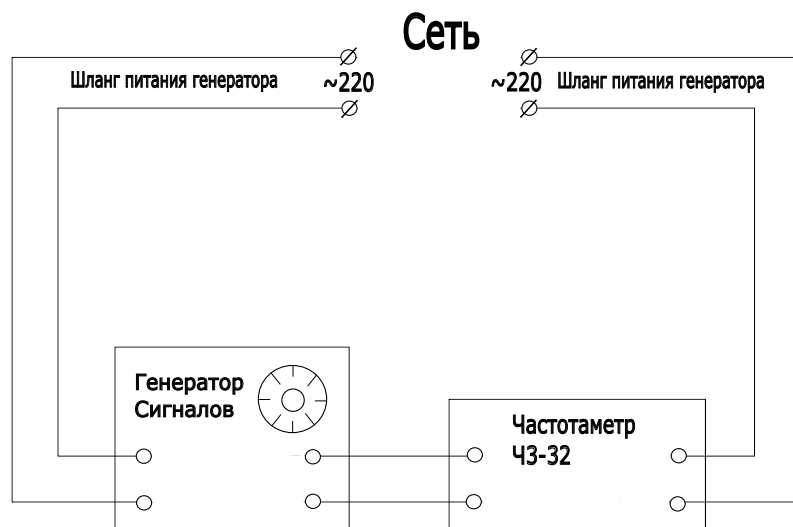


Рис. 1. Схема установки

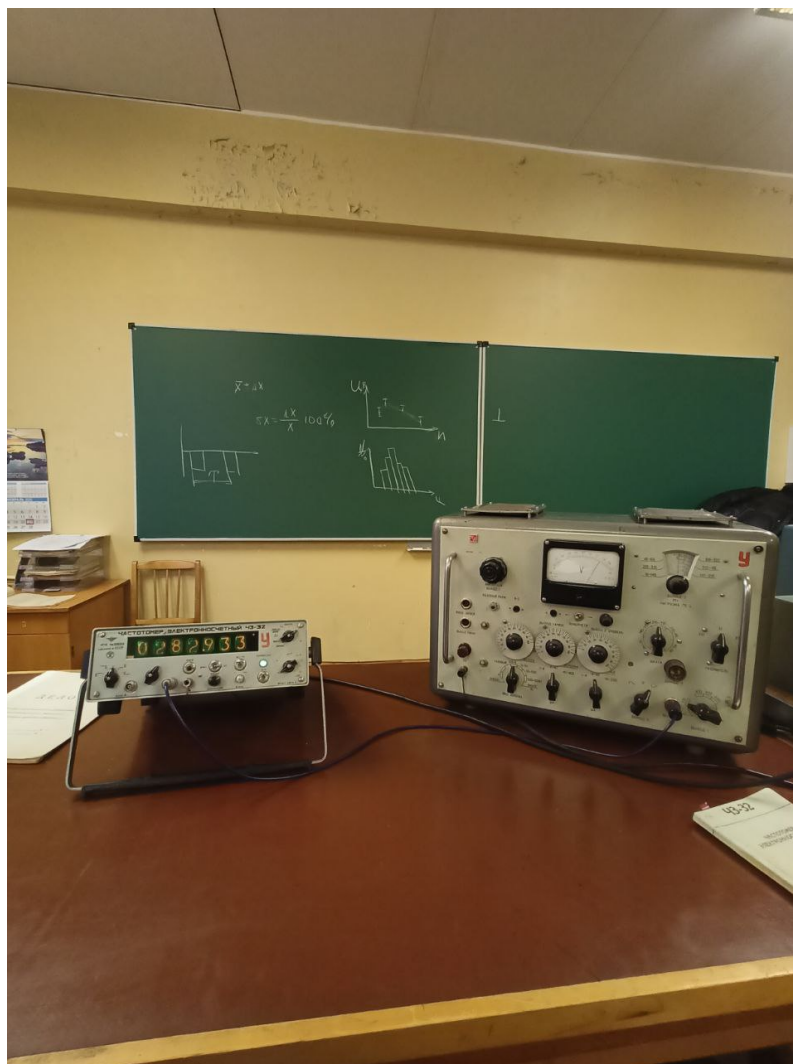


Рис. 2. Фотография установки

## 2.3 Обработка данных и обсуждение результатов

Для написания программы, вычисляющей все требуемые данные, используется язык C++; среда разработки - Visual Studio. Код полностью расположен в репозитории на GitHub.

### Исходный код

Программа выполняет обработку данных, считанных из файлов с точными и грубыми измерениями. Вначале открывается файл с точными значениями, и все строки с числами считываются в вектор. После этого вычисляется среднее значение для этих данных, и это значение используется для вычисления отклонений от среднего для каждого числа в векторе. Далее программа рассчитывает квадрат этих отклонений, что соответствует стандартному отклонению, и выводит результаты.

После вычисления стандартного отклонения программа вычисляет среднюю погрешность прибора, используя заранее определённые параметры. Далее, с ис-

пользованием функции, которая рассчитывает погрешности на основе значений времени и других параметров, программа выводит погрешности для каждого значения.

Аналогично проводятся измерения и для грубых, и для точных значений.

### Листинг 1. Вычисление среднего

```
1 / Функции для вычислений
2 double avarage(const vector<double>& data)
3 {
4     double sum = 0.0;
5     for (double u : data)
6     {
7         sum += u;
8     }
9     return sum / data.size();
10 }
11
12 vector<double> standartDeviation(vector<double>& randDevAr)
13 {
14     vector<double> standAr;
15     for (int i = 0; i < randDevAr.size(); i++)
16     {
17         double t = randDevAr[i];
18         standAr.push_back(t * t);
19     }
20     return standAr;
21 }
22
23 vector<double> randomDeviation(const vector<double>& data, double
    avarage)
24 {
25     vector<double> randDevAr;
26     for (int i = 0; i < data.size(); i++)
27     {
28         randDevAr.push_back(data[i] - avarage);
29     }
30
31     return randDevAr;
32 }
33
34 vector<double> calculateDeltaf(const vector<double>& fx_values, double
    gamma0, double f0, double f_avg)
35 {
36     vector<double> deltaf_results;
37     for (double fx : fx_values)
38     {
39         double gamma_f = gamma0 + (f0 / fx);
40         deltaf_results.push_back(gamma_f * f_avg);
41     }
42     return deltaf_results;
43 }
```

```

44
45
46 // Вычисление среднего значения
47 double mean = average(values);
48 cout << "Среднее значение точные(): " << mean << endl;
49
50 // Вычисление отклонений от среднего для каждого значения
51 cout << "Отклонения от среднего: " << endl;
52
53 vector<double> ar1 = randomDeviation(values, mean);
54
55 for (int i = 0; i < ar1.size(); i++)
56 {
57     cout << ar1[i] << "\n";
58 }
59 cout << endl;
60
61 // Вычисление стандартного отклонения
62
63 cout << "Стандартное отклонение: " << endl;
64
65 vector<double> ar2 = standartDeviation(ar1);
66 for (int i = 0; i < ar2.size(); i++)
67 {
68     cout << ar2[i] << "\n";
69 }
70 cout << endl;
71
72 // Вычисление средней погрешности прибора
73 cout << "Средняя погрешность прибора: " << endl;
74
75 cout << (gamma0 + (f0 / mean)) * mean << "\n";
76 cout << endl;
77
78 // Вычисление погрешностей
79 cout << "Погрешности точные(): " << endl;
80
81 vector<double> delta_f1 = calculateDeltaf(values, gamma0, f0, mean
);
82 for (int i = 0; i < delta_f1.size(); i++)
83 {
84     cout << delta_f1[i] << "\n";
85 }
86 cout << endl;
87 }

```

## Таблицы

Таблица 1. Результаты грубых измерений

№ п.п.	Диапазон показаний использованной шка- лы прибора	Результаты отдельных наблюдений ( $f_i$ )	Погрешность прибо- ра на данной шкале ( $\Delta f_{\text{приб}}$ )
	кГц	кГц	кГц
1	$0 - 10^5$	4,52	0.01
2	$0 - 10^5$	4,52	0.01
3	$0 - 10^5$	4,54	0.01
4	$0 - 10^5$	4,52	0.01
5	$0 - 10^5$	4,50	0.01
6	$0 - 10^5$	4,52	0.01
7	$0 - 10^5$	4,52	0.01
8	$0 - 10^5$	4,52	0.01
9	$0 - 10^5$	4,50	0.01
10	$0 - 10^5$	4,52	0.01

Таблица 2. Результаты точных измерений

№ п.п.	Результаты отдельных наблюдений ( $f_i$ )	Случайные откло- нения от среднего $d_i = f_i - \bar{f}$	$d_i^2 = (f_i - \bar{f})^2$
	кГц	кГц	кГц
1	4,524	0,002	$2,496 * 10^{-7}$
2	4,514	-0,008	$7,090 * 10^{-6}$
3	4,509	-0,013	$1,801 * 10^{-5}$
4	4,514	-0,008	$7,090 * 10^{-6}$
5	4,512	-0,010	$1,086 * 10^{-5}$
6	4,504	-0,018	$3,393 * 10^{-5}$
7	4,496	-0,026	$6,980 * 10^{-5}$
8	4,490	-0,032	$1,051 * 10^{-4}$
9	4,498	-0,024	$5,963 * 10^{-5}$
10	4,497	-0,025	$6,462 * 10^{-5}$
11	4,491	-0,031	$9,872 * 10^{-5}$
12	4,508	-0,014	$2,079 * 10^{-5}$
13	4,502	-0,020	$4,170 * 10^{-5}$
14	4,530	0,008	$5,746 * 10^{-6}$
15	4,538	0,016	$2,427 * 10^{-5}$



Таблица 3. Результаты точных измерений

№ п.п.	Результаты отдельных наблюдений ( $f_i$ )	Случайные откло- нения от среднего $d_i = f_i - \bar{f}$	$d_i^2 = (f_i - \bar{f})^2$
	кГц	кГц	кГц
16	4,548	0,026	$6,543 * 10^{-5}$
17	4,544	0,022	$4,657 * 10^{-5}$
18	4,542	0,020	$3,834 * 10^{-5}$
19	4,532	0,010	$9,178 * 10^{-6}$
20	4,528	0,006	$3,114 * 10^{-6}$
21	4,526	0,004	$1,282 * 10^{-6}$
22	4,520	-0,002	$5,856 * 10^{-7}$
23	4,512	-0,010	$1,086 * 10^{-5}$
24	4,516	-0,006	$4,122 * 10^{-6}$
25	4,524	0,002	$2,496 * 10^{-7}$
26	4,518	-0,004	$1,954 * 10^{-6}$
27	4,520	-0,002	$5,856 * 10^{-7}$
28	4,514	-0,008	$7,090 * 10^{-6}$
29	4,516	-0,006	$4,122 * 10^{-6}$
30	4,514	-0,008	$7,090 * 10^{-6}$
31	4,524	0,002	$2,496 * 10^{-7}$
32	4,536	0,014	$1,844 * 10^{-5}$
33	4,540	0,018	$3,091 * 10^{-5}$
34	4,532	0,010	$9,178 * 10^{-6}$
35	4,538	0,016	$2,427 * 10^{-5}$
36	4,538	0,016	$2,427 * 10^{-5}$
37	4,530	0,008	$5,746 * 10^{-6}$
38	4,536	0,014	$1,844 * 10^{-5}$
39	4,530	0,008	$5,746 * 10^{-6}$
40	4,524	0,002	$2,496 * 10^{-7}$
41	4,522	-0,001	$1,764 * 10^{-8}$
42	4,524	0,002	$2,496 * 10^{-7}$
43	4,534	0,012	$1,341 * 10^{-4}$
44	4,534	0,012	$1,341 * 10^{-4}$
45	4,534	0,012	$1,341 * 10^{-4}$
46	4,530	0,008	$5,746 * 10^{-6}$
47	4,530	0,008	$5,746 * 10^{-6}$
48	4,530	0,008	$5,746 * 10^{-6}$
49	4,528	0,006	$3,114 * 10^{-6}$
50	4,526	0,004	$1,282 * 10^{-6}$

Таблица 4. Таблица для построения гистограммы и кривой распределения

№ ин- тер- ва- ла	Границы интервалов (ширина интервала $\Delta h = 0.01$ )	Число случаев ( $\Delta n$ ), когда результат на- блюдения попадает в данный интервал	Доля (часть) полного числа результатов, по- падающих в данный интервал ( $\delta n = \frac{\Delta n}{n}$ )
1	4.490 - 4.500	5	0.083
2	4.500 - 4.510	6	0.100
3	4.510 - 4.520	9	0.150
4	4.520 - 4.530	19	0.317
5	4.530 - 4.540	16	0.267
6	4.540 - 4.550	5	0.083

## Графики

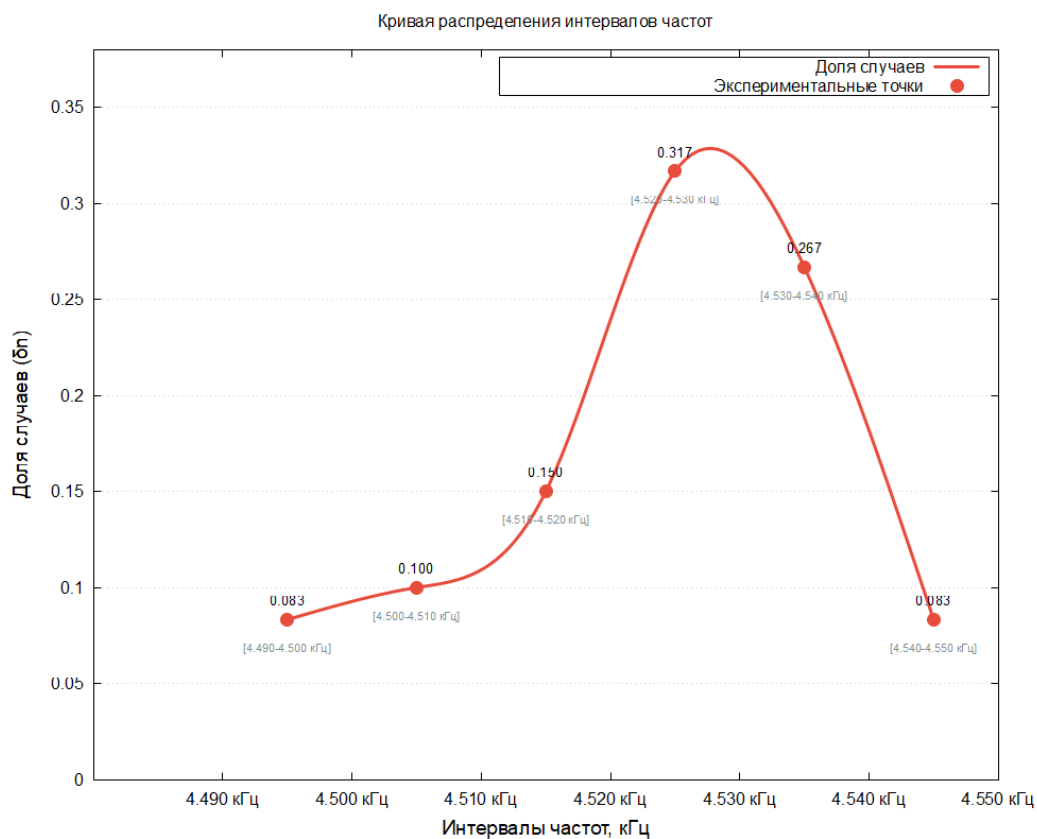


Рис. 3. Плотность распределения

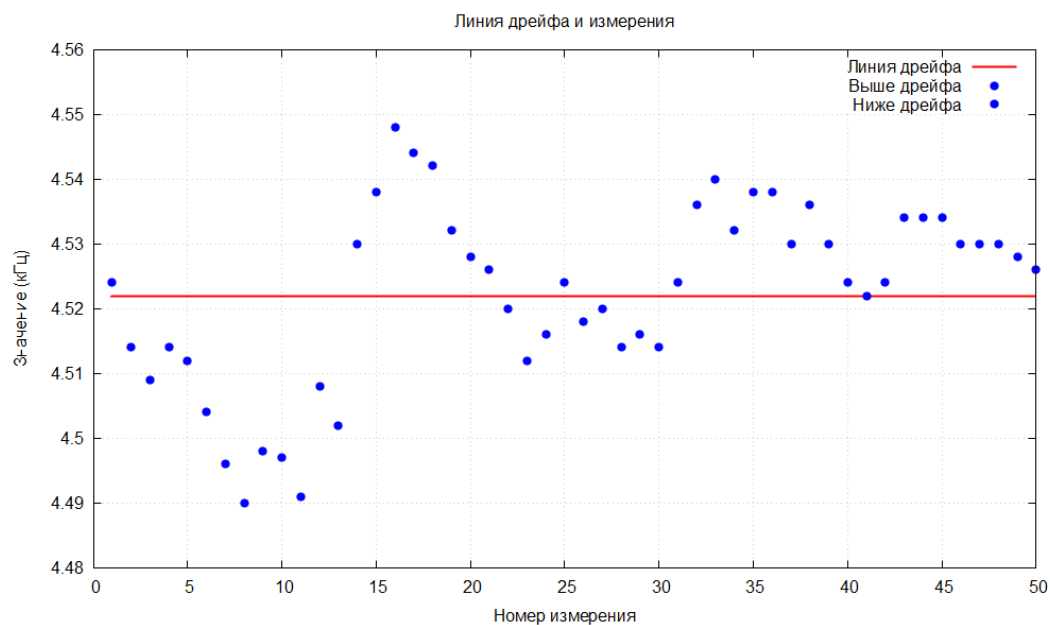


Рис. 4. Зависимость измерений от времени

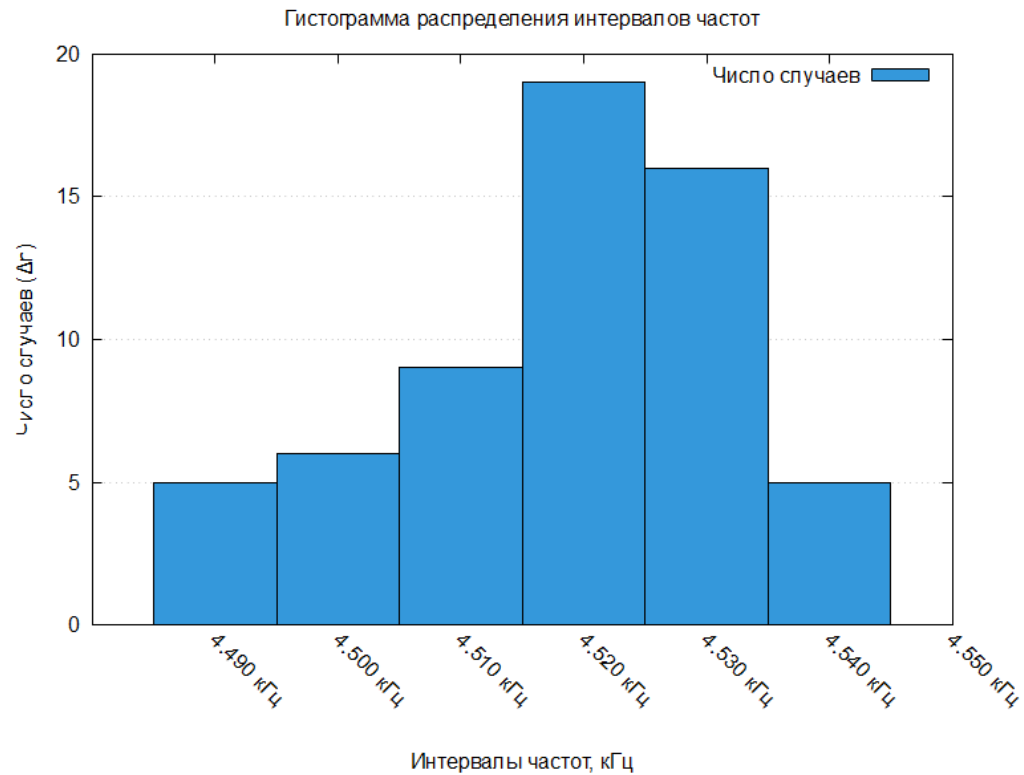


Рис. 5. Гистограмма

Среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2}{n-1}} = 1,405 \cdot 10^{-2} \quad (5)$$

Дисперсия:

$$\sigma^2 = 1,975 \cdot 10^{-4} \quad (6)$$

Средняя квадратичная погрешность среднего:

$$\Delta f \approx \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,987 \cdot 10^{-3} \text{ кГц} \quad (7)$$

Погрешность прибора на грубой шкале:

$$\Delta f_{\text{приб}} = \pm 0.01 \text{ кГц} \quad (8)$$

Погрешность прибора на точной шкале:

$$\Delta f_{\text{приб}} = \pm 0.001 \text{ кГц} \quad (9)$$

Ищем суммарную погрешность (случай одинакового порядка средней квадратичной погрешности и погрешности прибора):

Максимальное значение суммарной погрешности:

$$\Delta f_{\text{сум}}^{\text{макс}} = 3 \cdot \Delta f + \Delta f_{\text{приб}} = 3 \cdot 1.987 \cdot 10^{-3} + 0.001 = 0.007 \text{ кГц} \quad (10)$$

Минимальное значение суммарной погрешности:

$$\Delta f_{\text{сум}}^{\text{мин}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta f_{\text{приб}}}{3}\right)^2 + \Delta f^2} = 0.002 \text{ кГц} \quad (11)$$

Окончательный результат:

$$f = f_{\text{ср}} \pm \Delta f_{\text{сум}}^{\text{макс}} = 4.522 \pm 0.007 \text{ кГц} \quad (12)$$

### 3 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы были достигнуты поставленные цели по изучению методов многократных прямых измерений физических величин и освоению процедур статистической обработки экспериментальных данных.

Экспериментальная часть исследования включала сбор и систематизацию данных, их визуализацию в виде таблиц, гистограмм и диаграмм с использованием специализированного программного обеспечения.

Непосредственная работа с лабораторными установками значительно углубила понимание изучаемых процессов, обеспечив наглядность и практическую подтверждаемость теоретических положений.

Полученные навыки работы с измерительными приборами и обработки экспериментальных данных имеют важное значение для дальнейшей научно-исследовательской деятельности.

### Список литературы

- [1] [https://github.com/st117168/2025-4sem-Measurement\\_methods/tree/main/Workshop1](https://github.com/st117168/2025-4sem-Measurement_methods/tree/main/Workshop1)