

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФИЗИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Отчёт по лабораторной работе №1(г)

**«Многократные прямые измерения физических величин
и обработка результатов наблюдения»**

Выполнил студент:

Белобородов Дмитрий Александрович
группа: 23.C02-мм

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент
Кац Виктор Михайлович

Санкт-Петербург, 2025 г.

Содержание

1	Введение	2
1.1	Задачи работы	2
2	Основная часть	2
2.1	Теоретическая часть	2
2.2	Эксперимент	3
2.3	Обработка данных и обсуждение результатов	5
	Исходный код	7
	Графики	7
3	Выводы	10

1 Введение

Во время различных научных экспериментов часто возникает задача определить некоторую физическую величину при помощи измерительных приборов. При измерении невозможно получить ее абсолютно точное значение, так как не существует идеальных измерительных инструментов и методов.

По этой причине, после произведённого измерения физической величины, нужно указать погрешность измерения.

На значение конкретного измерения влияют систематические и случайные погрешности. Их источниками могут являться сами измерительные приборы. Кроме того, погрешность может возникать из-за несовершенства методики измерения и промахов самого экспериментатора.

1.1 Задачи работы

Таким образом, задачами данной работы являются:

1. Освоить методику использования измерительного прибора для многократного прямого измерения физической величины.
2. Выполнить простейшую статистическую обработку серии результатов наблюдений при прямых измерениях.

2 Основная часть

2.1 Теоретическая часть

Для оценки погрешности измерения физическую величину необходимо измерить несколько раз. Таким образом, будет получена соответствующая выборка:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \quad (1)$$

Значения из выборки отличаются от истинного значения измеряемой физической величины. Это вызвано влиянием погрешностей на каждое единичное измерение.

Необходимо определить, что целесообразнее всего считать результатом измерения. В качестве оптимального значения измеряемой величины (то есть результата измерения) принимается среднее арифметическое.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2)$$

Приняв, что измеряемая величина равна среднему значению, можно производить дальнейший анализ полученных данных. Стоит убедиться в отсутствии

дрейфа - изменением значений с течением времени. Дальнейший анализ полученной выборки состоит в рассмотрении распределения результатов наблюдения с помощью гистограммы, графика зависимости или наблюдении результатов на числовой оси.

С помощью графика зависимости можно определить дисперсию распределения (среднюю квадратическую погрешность отдельного наблюдения). Кроме того, дисперсию можно найти по приближенной формуле (6):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1} (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

Средняя квадратичная погрешность среднего связана с дисперсией следующей формулой:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (4)$$

где n - число измерений. Интервал, внутрь которого с заданной вероятностью попадает истинное значение задаётся следующим выражением:

$$x = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}, \quad (5)$$

2.2 Эксперимент

Лабораторная работа заключается в измерении электронным частотомером ЧЗ-32 частоты следования импульсов.

От генератора сигналов на частотомер подается последовательность прямоугольных импульсов, заданных параметров. Частота следования импульсов измеряется с помощью частотомера на двух шкалах: грубой и точной. В качестве генератора импульсов используется генератор Г5-15, а в качестве частотомера – ЧЗ–32.

Схема установки приведена на рис. 1. На рис. 2 представлена фотография установки, сделанная во время проведения лабораторной работы.

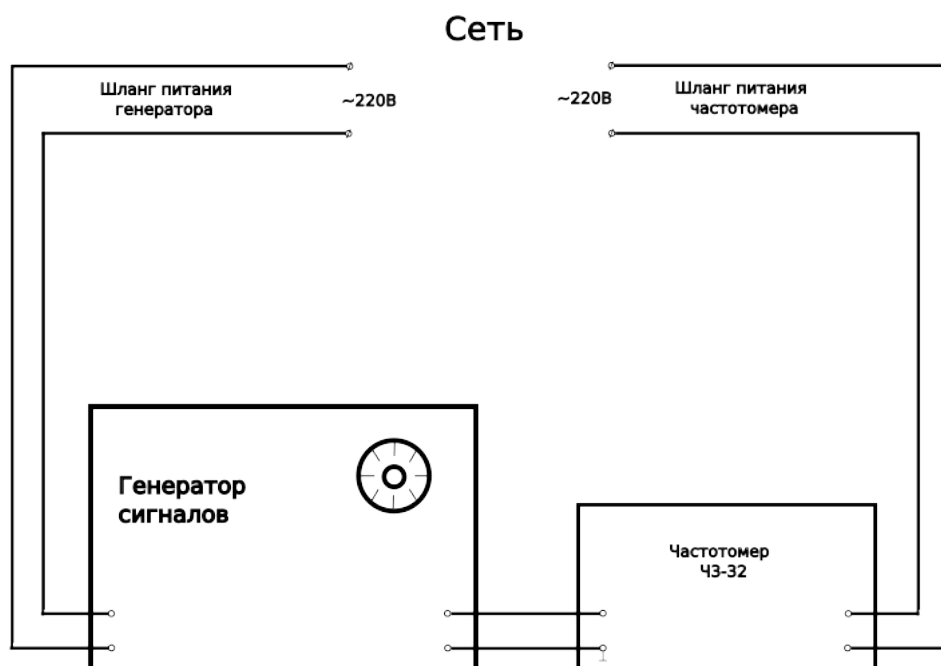


Рис. 1. Схема установки

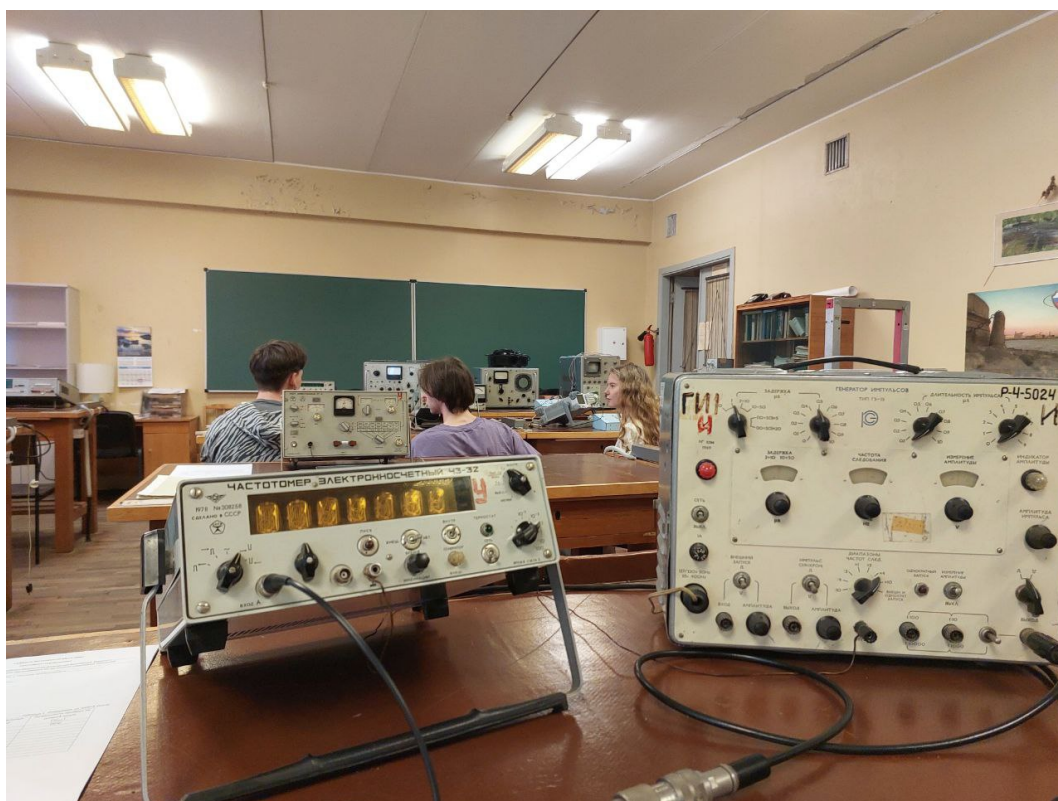


Рис. 2. Установка

2.3 Обработка данных и обсуждение результатов

Вычисление погрешности прибора Δf производится по следующим формулам:

$$\gamma_f = \frac{\Delta f}{f_x} * 100\% \quad (6)$$

$$\gamma_f = \pm(\gamma_0 + \frac{1}{(f_x * T)}) * 100, \quad (7)$$

где γ_f - относительная погрешность прибора, $\gamma_0 = \pm 5 * 10^{-7}$, $T = 0.1$ с на грубой шкале, $T = 1$ с на точной шкале.

На грубой шкале было произведено 10 измерений, результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1. Измерения на грубой шкале

№ п.п.	Диапазон показаний использованной шкалы прибора	Результаты отдельных наблюдений (f_i)	Погрешность прибора на данной шкале ($\Delta f_{\text{приб}}$)
	кГц	кГц	кГц
1	0-10 ⁵	4.56	0.0100
2	0-10 ⁵	4.54	0.0100
3	0-10 ⁵	4.54	0.0100
4	0-10 ⁵	4.56	0.0100
5	0-10 ⁵	4.56	0.0100
6	0-10 ⁵	4.56	0.0100
7	0-10 ⁵	4.58	0.0100
8	0-10 ⁵	4.56	0.0100
9	0-10 ⁵	4.58	0.0100
10	0-10 ⁵	4.56	0.0100

Так же было получено $\bar{f} = 4.56$ кГц.

На точной шкале погрешность прибора $\Delta f_{\text{приб}}$ составила 0.001002 кГц. Результаты 43 измерений, произведенных на точной шкале представлены в таблице 2.

Таблица 2. Измерения на точной шкале

№ п.п.	Результаты отдельных наблюдений (f_i)	Случайные откло- нения от среднего $d_i = f_i - \bar{f}$	$d_i^2 = (f_i - \bar{f})^2$
	кГц	кГц	кГц ²
1	4.542	0.001000	0.000001000
2	4.540	-0.001000	0.000001000
3	4.538	-0.003000	0.000009000
4	4.542	0.001000	0.000001000
5	4.542	0.001000	0.000001000
6	4.542	0.001000	0.000001000
7	4.540	-0.001000	0.000001000
8	4.542	0.001000	0.000001000
9	4.542	0.001000	0.000001000
10	4.542	0.001000	0.000001000
11	4.542	0.001000	0.000001000
12	4.542	0.001000	0.000001000
13	4.542	0.001000	0.000001000
14	4.544	0.003000	0.000009000
15	4.544	0.003000	0.000009000
16	4.544	0.003000	0.000009000
17	4.544	0.003000	0.000009000
18	4.544	0.003000	0.000009000
19	4.542	0.001000	0.000001000
20	4.542	0.001000	0.00000100
21	4.540	-0.001000	0.000001000
22	4.540	-0.001000	0.000001000
23	4.542	0.001000	0.000001000
24	4.540	-0.001000	0.000001000
25	4.542	0.001000	0.000001000
26	4.540	-0.001000	0.000001000
27	4.540	-0.001000	0.000001000
28	4.540	-0.001000	0.000001000
29	4.538	-0.003000	0.000009000
30	4.540	-0.001000	0.000001000
31	4.540	-0.001000	0.000001000
32	4.540	-0.001000	0.000001000
33	4.540	-0.001000	0.000001000
34	4.540	-0.001000	0.000001000
35	4.538	-0.003000	0.000009000
36	4.540	-0.001000	0.000001000
37	4.538	-0.003000	0.000009000
38	4.540	-0.001000	0.000001000

№ п.п.	Результаты отдельных наблюдений (f_i)	Случайные откло- нения от среднего $d_i = f_i - \bar{f}$	Погрешность прибора на данной шкале $d_i^2 =$ $(f_i - \bar{f})^2$
	кГц	кГц	кГц ²
39	4.538	-0.003000	0.000009000
40	4.538	-0.003000	0.000009000
41	4.538	-0.003000	0.000009000
42	4.542	0.001000	0.000001000
43	4.541	0	0
	$\bar{f}=4.541$	$d_i = -0.006000$	$d_i^2 = 0.0001380$

Исходный код

Приведём описание работы программы "Precise measure написанной на C++, предназначенной для обработки результатов, полученных в ходе измерений на точной шкале.

Функция `inputdata()` нужна для ввода данных из файла "Precise measurements.csv" и сохранения их в массив `arr1`.

Функция `arithmetic_mean()` вычисляет среднее арифметическое значение массива `arr1` с округлением до четырёх значащих цифр.

Функция `relative_error()` рассчитывает относительную погрешность на основе среднего значения и формулы (6) .

Функция `absolute_error()` вычисляет абсолютную погрешность, используя относительную погрешность и среднее значение по формуле (7).

Функция `RandomDeviations()` вычисляет значения d_i и d_i^2 для каждого измерения на точной шкале и сохраняет их в соответствующие массивы.

Функция `dispersion()` рассчитывает стандартное отклонение (дисперсию) на основе массива квадратов отклонений.

Функция `root_mean_squareerrormean()` вычисляет среднеквадратичную погрешность среднего значения.

Функция `total_error()` рассчитывает общую погрешность, комбинируя абсолютную погрешность и среднеквадратичную погрешность среднего.

Функция `outputdata()` записывает результаты вычислений (среднее значение, погрешности, отклонения и их суммы) в файл "Precise Result.csv".

Графики

На рис. 3 приведён график зависимости результатов наблюдений от времени.

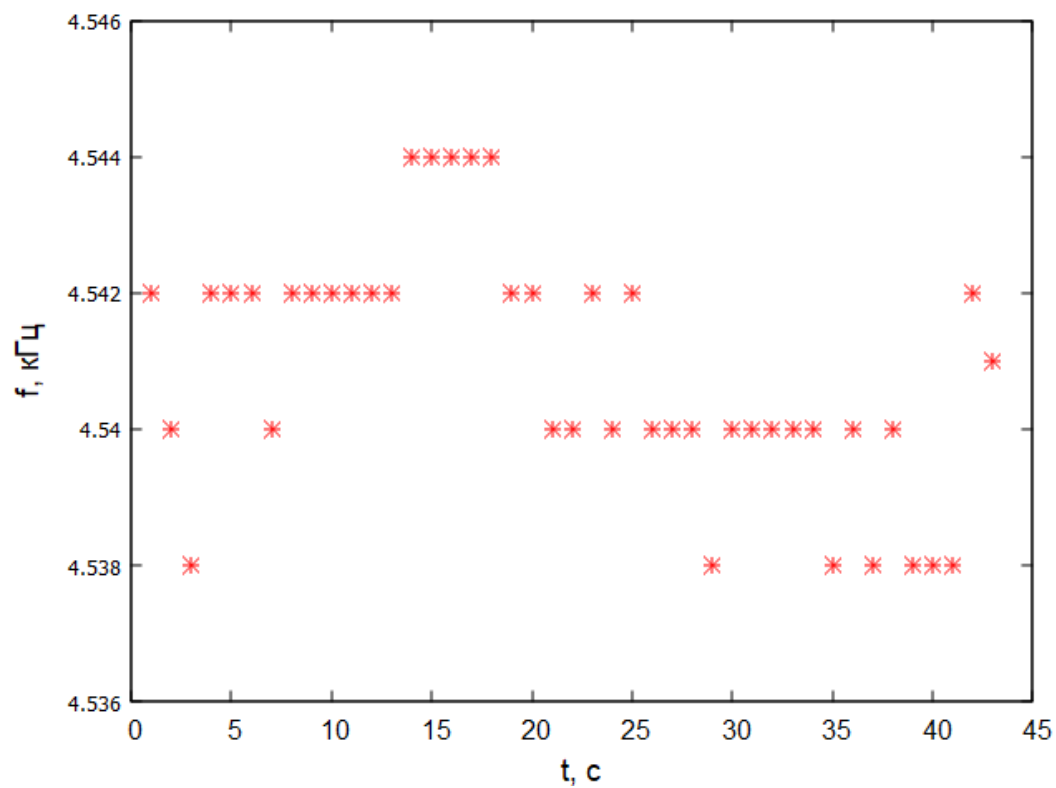


Рис. 3. Зависимость результатов наблюдений от времени

На рис. 4 представлено распределение результатов наблюдений на числовой оси.

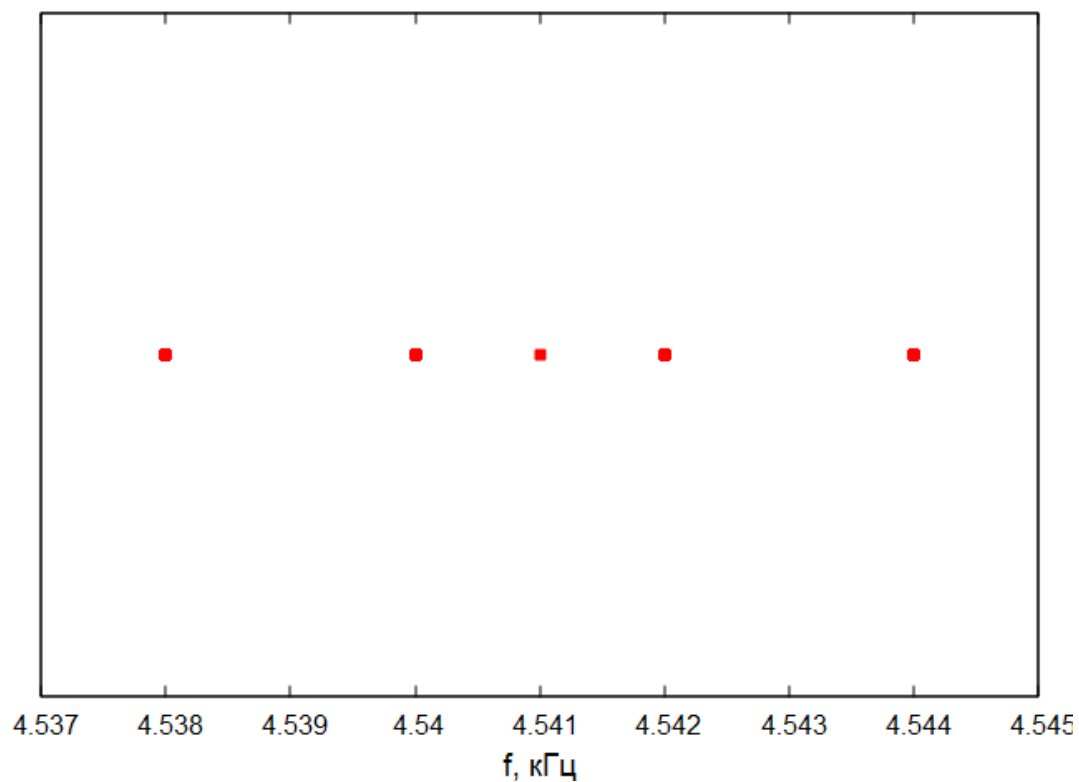


Рис. 4. Распределение результатов наблюдений на числовой оси

Таблица 3. Таблица распределения результатов

Номер интервала	Границы интервалов	Число случаев(Δn), когда результат наблюдения попадает в данный интервал	Доля (часть) полного числа результатов, попадающих в этот интервал $\delta n = \frac{\Delta n}{n}$
1	[4.538,4.540)	7	0.16
2	[4.540,4.542)	16	0.37
3	[4.542,4.544)	15	0.35
4	[4.544,4.546)	5	0.12

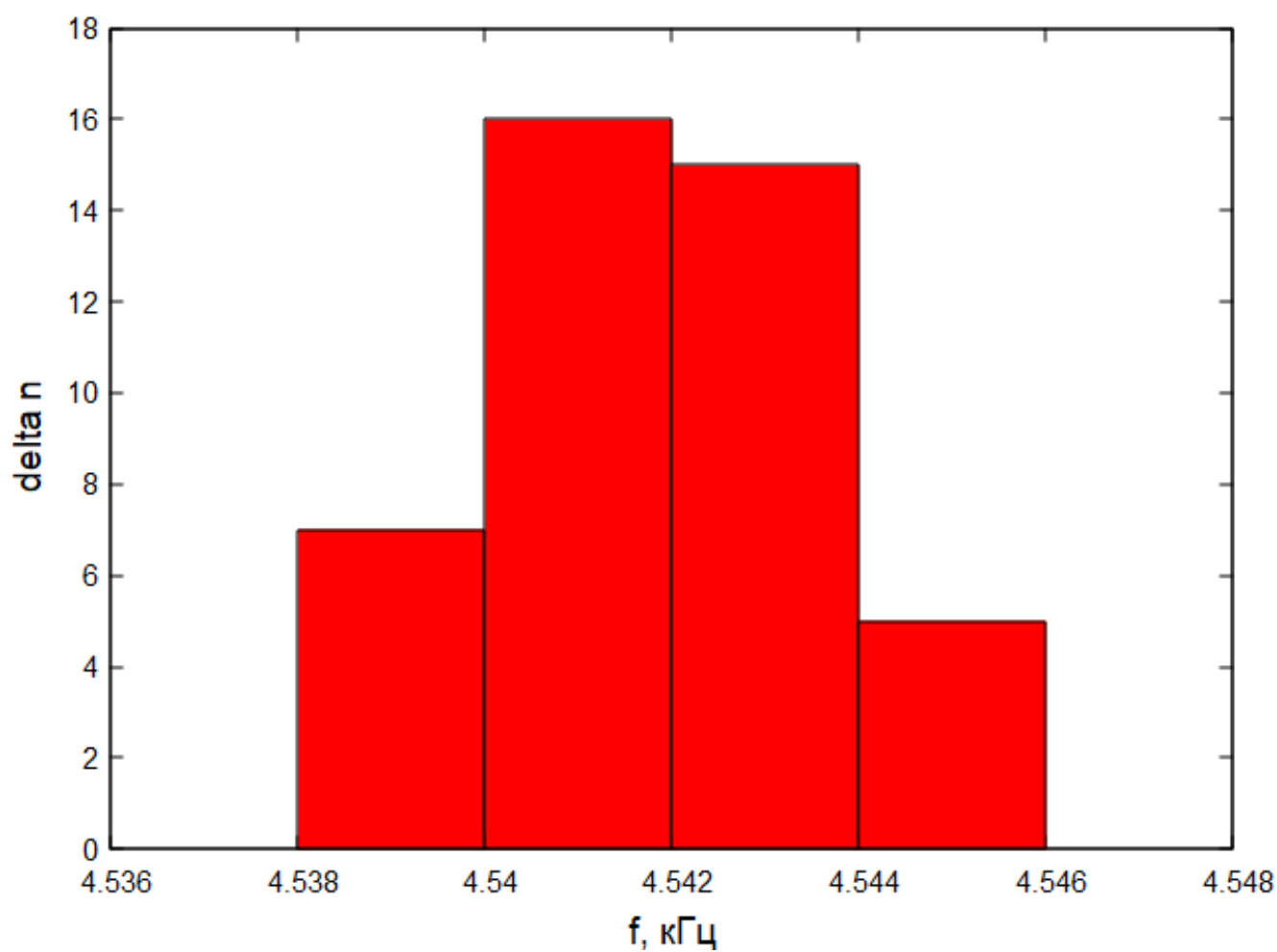


Рис. 5. Распределение результатов наблюдений: гистрограмма

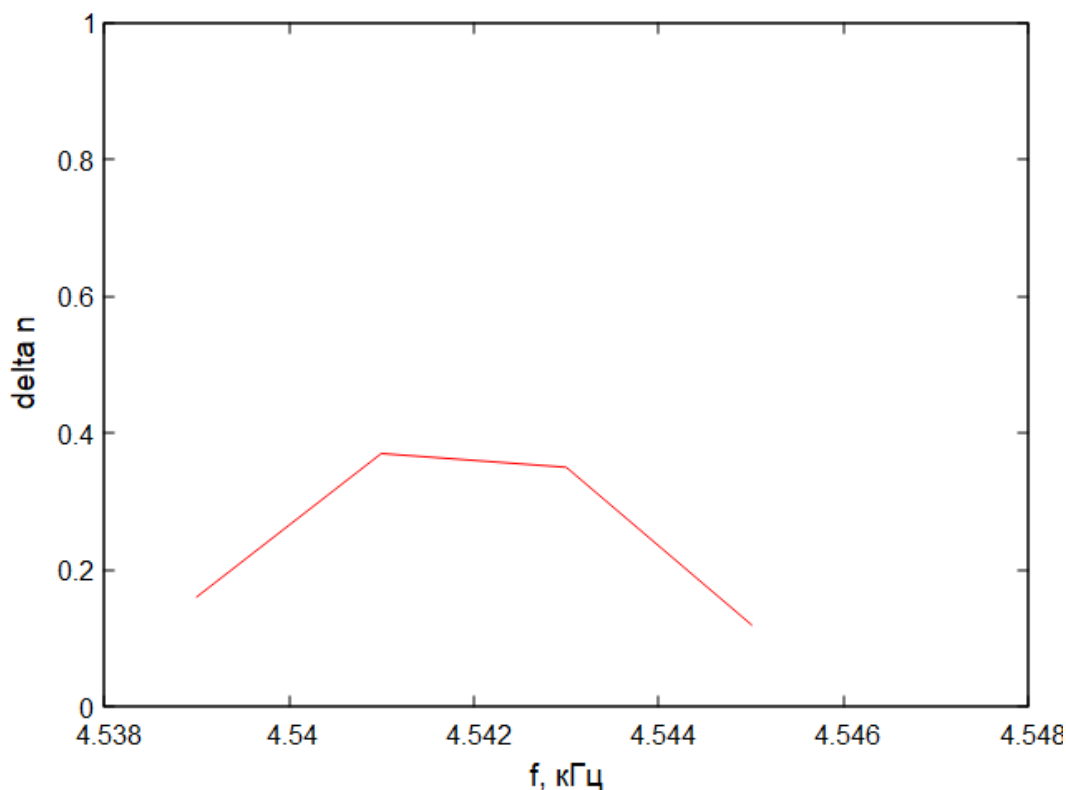


Рис. 6. Распределение результатов наблюдений: график

Были высчитаны следующие значения искомых величин:

Дисперсия: $\sigma = 0.001813$ кГц

Средняя квадратичная погрешность среднего: $\sigma_f = 0.0002764$ кГц

Так как случайная и системная погрешность одного порядка, применяем формулу:

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\Delta f}{3}\right)^2 + \sigma_f^2} \quad (8)$$

$\sigma = 0.0004336$ кГц

Окончательный ответ: $f = 4.541 \pm 0.0004336$ кГц

3 Выводы

В ходе выполнения данной лабораторной работы были освоены методики проведения многократных измерений частоты на измерительном приборе (частотомере ЧЗ-32). В процессе исследования были получены экспериментальные данные, которые подверглись статистической обработке. В частности, был проведён анализ данных, включающий построение таблиц распределения, графиков и гистограмм.

Кроме того, были рассчитаны основные статистические параметры, такие как дисперсия и средняя квадратичная погрешность среднего значения. Про-

ведённый анализ способствовал углублению понимания природы случайных и систематических погрешностей, а также методов их учета при обработке экспериментальных данных. Полученные навыки могут быть применены для повышения точности измерений в дальнейших исследованиях.

Список литературы

[1] <https://github.com/st117207/Workshop1> (дата обращения: 23.03.2024)