

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ФИЗИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Отчёт по лабораторной работе №7

**«Измерение отношения заряда электрона к постоянной  
Больцмана»**

Выполнил студент:

Белобородов Дмитрий Александрович  
группа: 23.C02-мм

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент  
Кац Виктор Михайлович

Санкт-Петербург, 2025 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>2</b>
1.1	Задачи работы . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Основная часть</b>	<b>2</b>
2.1	Теоретическая часть . . . . .	2
	Р-п-переход . . . . .	2
	Устройство и принцип действия биполярного транзистора	3
	Ток короткого замыкания коллектора биполярного тран-	
	зистора . . . . .	4
2.2	Эксперимент . . . . .	4
2.3	Обработка данных и обсуждение результатов . . . . .	6
	Исходный код . . . . .	9
	Графики . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Выводы</b>	<b>12</b>

# 1 Введение

Для определения величины отношения заряда электрона к постоянной Больцмана в данной лабораторной работе используется метод, основанный на исследовании процессов, протекающих в биполярном транзисторе.

## 1.1 Задачи работы

Таким образом, задачами данной работы являются:

1. Измерить зависимость тока короткого замыкания коллектора биполярного транзистора от напряжения между эмиттером и базой.
2. По результатам измерений определить отношение заряда электрона к постоянной Больцмана.

## 2 Основная часть

### 2.1 Теоретическая часть

#### Р-п-переход

Р-п-переход представляет собой контактную область между двумя полупроводниковыми материалами с разными типами проводимости: р-типа (преобладает дырочная проводимость) и п-типа (преобладает электронная проводимость).

Основой для создания р-п-перехода служит 4-валентный полупроводник (чаще всего кремний Si, реже германий Ge). Путём легирования (внедрение небольших количеств примесей других металлов) такого материала происходит изменение его электрических свойств:

- Донорная примесь (например, As,) – пятивалентные атомы, создающие избыток электронов (п-тип).
- Акцепторная примесь (например, В,) – трёхвалентные атомы, образующие дефицит электронов (дырки) (р-тип).

При контакте полупроводников р- и п-типа на атомарном уровне формируется р-п-переход. В этой пограничной зоне возникает диффузионный ток: Электроны и дырки хаотично перетекают из той области, где их больше, в ту область, где их меньше, и рекомбинируют друг с другом. В результате в области перехода образуется так называемая обеднённая зона, где концентрация подвижных носителей заряда (свободных электронов и дырок) мала.

В приграничной зоне полупроводника р-типа, прилегающей к границе, образуется отрицательный заряд за счет поступления электронов. В то же время в приграничной области полупроводника n-типа возникает положительный заряд из-за потери электронов, что эквивалентно появлению дырок. Это распределение зарядов создает электрическое поле, вызывающее дрейфовый ток, который направлен противоположно диффузионному току. Со временем между этими токами устанавливается равновесие, соответствующее определенной ширине обедненной области.

Ключевой особенностью р-n перехода является односторонняя проводимость, которая лежит в основе принципа действия полупроводникового диода. Добавление внешнего электрического поля нарушает динамическое равновесие в обедненной области.

- Если внешнее поле направлено противоположно полю р-n перехода, диффузионный ток начинает преобладать над дрейфовым, резко возрастая с увеличением напряжения. При этом обедненная область сужается, переход открыт. Такое подключение называется прямым смещением, а протекающий ток — прямым током.
- При обратном смещении (когда полярность внешнего поля совпадает с полем р-n перехода) внешнее поле усиливает барьер, подавляя диффузионный ток, и основной вклад вносит малый дрейфовый ток. В этом случае переход закрыт.

### **Устройство и принцип действия биполярного транзистора**

Биполярный транзистор состоит из кристалла полупроводника (типа р или n), в котором сформированы два расположенных рядом р-n перехода. Его можно представить как три чередующихся слоя с разной проводимостью: эмиттер, база и коллектор.

В зависимости от последовательности слоёв различают два типа транзисторов:

- n-р-n (эмиттер — n-полупроводник, база — р-полупроводник, коллектор — n-полупроводник);
- р-n-р (эмиттер — р-полупроводник, база — n-полупроводник, коллектор — р-полупроводник).

Оба перехода (эмиттер-база и коллектор-база) обладают разными свойствами: эмиттер сильнее легирован, чем база и коллектор, а коллектор имеет большую массу по сравнению с эмиттером. Кроме того, р-n переход между базой и коллектором отличается большими геометрическими размерами. В цепи э-б р-n в биполярном транзисторе, включенном по схеме с общей базой в нормальном активном режиме переход смещен в прямом направлении. Электроны из

n-области легко переходят в базу (р-типа), где, из-за малой ширины и слабого легирования, большинство не рекомбинирует и достигает коллектора. Там их ускоряет внешнее электрическое поле, создавая коллекторный ток. Дырочная составляющая тока мала из-за низкой концентрации дырок в n-области коллектора. Таким образом, в n-p-n транзисторе ток формируется преимущественно электронами.

### Ток короткого замыкания коллектора биполярного транзистора

Ток короткого замыкания коллектора  $I$  как функция напряжения между эмиттером и базой  $U$  определяется следующим выражением:

$$I_k = I_0 \left( e^{\frac{eU_{эб}}{kT}} - 1 \right) \quad (1)$$

где  $I_0$  - ток насыщения,  $T$  - температура в К,  $e$  - заряд электрона,  $k$  - постоянная Больцмана.

Можно заметить, что при комнатной температуре и напряжении  $U$  порядка 0,5-1,0В, показатель степени экспоненты в уравнении (1) значительно больше единицы. Поэтому приближённо формула принимает такой вид:

$$I_k = I_0 \left( e^{\frac{eU_{эб}}{kT}} \right) \quad (2)$$

Для решения уравнения (2) относительно  $\frac{e}{k}$  прологарифмируем его:

$$\ln I_k = \ln I_0 + \frac{e}{kT} U_{эб} \quad (3)$$

Величины  $\ln I_k$  и  $U_{эб}$  измеряются в ходе эксперимента. Для решения уравнения (3) относительно  $\frac{e}{k} = T \cdot tg(\alpha)$  необходимо воспользоваться методом парных точек, который позволит определить  $tg(\alpha)$ .

$$T \cdot tg(\alpha) = \frac{e}{k} \quad (4)$$

## 2.2 Эксперимент

Лабораторная работа заключается в измерении вольтметром напряжения  $U_{кб}$  в зависимости от задаваемого напряжения  $U_{эб}$ .

В лаборатории была зарегистрирована температура  $t = 23 \pm 0.5^\circ C$ , которая равняется  $T = 296,15 \pm 0,5$  К.

Было проведено два блока измерений напряжений  $U_{кб}$ . В первом случае для измерения задаваемого напряжения  $U_{эб}$  была выбрана шкала до двух знаков после запятой, во втором случае до четырёх знаков после запятой. Разрешение шкалы вольтметра для измерения напряжения  $U_{эб}$  в обоих случаях было выбрано до четырёх знаков после запятой.

Напряжения  $U_{эб}$  изменялось потенциометром через 0,01В в пределах 0,30-0,45В.

Схема установки приведена на рис. 1. На рис. 2 представлена фотография установки, сделанная во время проведения лабораторной работы.

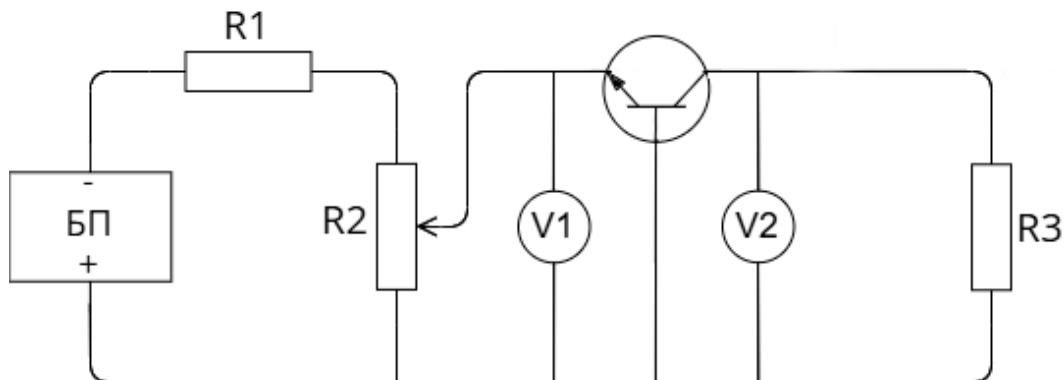


Рис. 1. Схема установки

На этой схеме БП – блок питания электрической схемы; R1 – ограничительный резистор; R2 – потенциометр, с помощью которого можно изменять напряжение  $U_{эб}$ ; V1 – вольтметр для измерения  $U_{эб}$ ; R3 – резистор в цепи к-б, по падению напряжения на котором можно измерить ток коллектора  $I_K$ ; V2 – вольтметр для измерения падения напряжения  $U_{кб}$  на R3.

Сопротивление резистора R3 выбрано достаточно малым (12 Ом), чтобы можно было считать цепь коллектора короткозамкнутой.



Рис. 2. Установка

## 2.3 Обработка данных и обсуждение результатов

Вычисление тока коллектора  $I_k$  производится по следующей формуле:

$$I_k = \frac{U_{кб}}{R3} \quad (5)$$

Разрешение шкалы для вольтметра V1 (для измерений  $U_{эб}$ ) - два знака после запятой. Разрешение шкалы для вольтметра V2 (для измерений  $U_{кб}$ ) - четыре знака после запятой. 16 измерений, результаты представлены в следующей таблице.

Таблица 1. Результаты измерения напряжения и тока

№ п.п.	$U_{эб}$	$U_{кб}$	$I_k = \frac{U_{кб}}{R3}$	$\ln I_k$
	В	В	мА	-
1	0.30	0.0020	0.17	-1.8
2	0.31	0.0028	0.23	-1.5
3	0.32	0.0048	0.40	-0.92
4	0.33	0.0112	0.93	-0.073
5	0.34	0.0162	1.3	0.34
6	0.35	0.0255	2.1	0.74
7	0.36	0.0362	3.0	1.1
8	0.37	0.0470	3.9	1.4
9	0.38	0.0745	6.2	1.8
10	0.39	0.0940	7.8	2.1
11	0.40	0.1215	10	2.3
12	0.41	0.1490	12	2.5
13	0.42	0.1560	13	2.6
14	0.43	0.1975	16	2.8
15	0.44	0.2150	18	2.9
16	0.45	0.2430	20	3.0

Разрешение шкалы для вольтметра V1 (для измерений  $U_{эб}$ ) - четыре знака после запятой. Разрешение шкалы для вольтметра V2 (для измерений  $U_{кб}$ ) - четыре знака после запятой. 16 измерений, результаты представлены в следующей таблице.

Таблица 1'. Результаты измерения напряжения и тока

№ п.п.	$U_{эб}$	$U_{кб}$	$I_k = \frac{U_{кб}}{R_3}$	$\ln I_k$
	В	В	мА	-
1	0.3000	0.0016	0.13	-2.0
2	0.3100	0.0028	0.23	-1.5
3	0.3200	0.0050	0.42	-0.87
4	0.3300	0.0083	0.69	-0.37
5	0.3400	0.0137	1.1	0.095
6	0.3500	0.0220	1.8	0.59
7	0.3600	0.0311	2.6	0.96
8	0.3700	0.0423	3.5	1.3
9	0.3800	0.0600	5.0	1.6
10	0.3900	0.0795	6.6	1.9
11	0.4000	0.1025	8.5	2.1
12	0.4100	0.1300	11	2.4
13	0.4200	0.1543	13	2.6
14	0.4300	0.1870	16	2.8
15	0.4400	0.2130	18	2.9
16	0.4500	0.2363	20	3.0

Методом парных точек найдём тангенс угла наклона линейной зависимости. Процесс вычисления проиллюстрирован таблицами 2 и 2'. В которых  $x \rightarrow U_{эб}$ ,  $y \rightarrow \ln I_k$ .

Таблица 2. Метод парных точек

№ п.п.	$x_{II}$	$x_I$	$x_{II} - x_I$	$y_{II}$	$y_I$	$y_{II} - y_I$	$a_i = \frac{y_{II} - y_I}{x_{II} - x_I}$	$(a_i - \bar{a})$	$(a_i - \bar{a})^2$
1	0.38	0.30	0.080	1.8	-1.8	3.6	45	12	$1.4 \cdot 10^2$
2	0.39	0.31	0.080	2.1	-1.5	3.6	45	12	$1.4 \cdot 10^2$
3	0.40	0.32	0.080	2.3	-0.92	3.2	40	7	49
4	0.41	0.33	0.080	2.5	-0.073	2.6	33	0	0
5	0.42	0.34	0.080	2.6	0.34	2.3	29	-4	16
6	0.43	0.35	0.080	2.8	0.74	2.1	26	-7	49
7	0.44	0.36	0.080	2.9	1.1	1.8	23	-10	$1.0 \cdot 10^2$
8	0.45	0.37	0.080	3.0	1.4	1.6	20	-13	$1.7 \cdot 10^2$
							$\Sigma = 2.6 \cdot 10^2$		$\Sigma = 6.6 \cdot 10^2$

Были высчитаны следующие величины для значений таблицы 2.

$$\operatorname{tg} \alpha = \bar{a} = 33 \quad (6)$$



Погрешность  $tg\alpha$  вычислена по формуле:

$$\Delta\bar{a} = t_{\alpha,n} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\sum(a_i - \bar{a})^2}{n-1}}}{\sqrt{n}} = 8.3, \quad (7)$$

где  $t_{\alpha,n} = 2.4$ .

Отношение  $\frac{e}{k} = 9.8 \cdot 10^3$  К/В, вычислено по формуле (4). Погрешность отношения вычисляется как погрешность косвенных измерений по формуле:

$$\Delta\frac{e}{k} = \sqrt{\bar{a}^2\left(\frac{\Delta T}{3}\right)^2 + T^2(\Delta\bar{a})^2} = 2.5 \cdot 10^3 \text{ К/В} \quad (8)$$

Окончательный ответ:  $\frac{e}{k} = 9.8 \cdot 10^3 \pm 2.5 \cdot 10^3$  К/В (Доверительный интервал 95%).

Таблица 2'. Метод парных точек

№ п.п.	$x_{II}$	$x_I$	$x_{II} - x_I$	$y_{II}$	$y_I$	$y_{II} - y_I$	$a_i = \frac{y_{II} - y_I}{x_{II} - x_I}$	$(a_i - \bar{a})$	$(a_i - \bar{a})^2$
1	0.3800	0.3000	0.0800	1.6	-2.0	3.6	45	12	$1.4 \cdot 10^2$
2	0.3900	0.3100	0.0800	1.9	-1.5	3.4	43	10	$1.0 \cdot 10^2$
3	0.4000	0.3200	0.0800	2.1	-0.87	3	38	5.0	25
4	0.4100	0.3300	0.0800	2.4	-0.37	2.8	35	2.0	4.0
5	0.4200	0.3400	0.0800	2.6	0.095	2.5	31	-2.0	4.0
6	0.4300	0.3500	0.0800	2.8	0.59	2.2	28	-5.0	25
7	0.4400	0.3600	0.0800	2.9	0.96	1.9	24	-9	81
8	0.4500	0.3700	0.0800	3.0	1.3	1.7	21	-12	$1.4 \cdot 10^2$
							$\Sigma = 2.6 \cdot 10^2$		$\Sigma = 5.2 \cdot 10$

Были вычислены следующие величины для значений таблицы 2.

$$tg\alpha = \bar{a} = 33 \quad (9)$$

Погрешность  $tg\alpha$  вычислена по формуле:

$$\Delta\bar{a} = t_{\alpha,n} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\sum(a_i - \bar{a})^2}{n-1}}}{\sqrt{n}} = 7.3, \quad (10)$$

где  $t_{\alpha,n} = 2.4$ .

Отношение  $\frac{e}{k} = 9.8 \cdot 10^3$  К/В, вычислено по формуле (4). Погрешность отношения вычисляется как погрешность косвенных измерений по формуле:

$$\Delta\frac{e}{k} = \sqrt{\bar{a}^2\left(\frac{\Delta T}{3}\right)^2 + T^2(\Delta\bar{a})^2} = 2.2 \cdot 10^3 \text{ К/В} \quad (11)$$

Окончательный ответ:  $\frac{e}{k} = 9.8 \cdot 10^3 \pm 2.2 \cdot 10^3$  К/В (Доверительный интервал 95%)

## Исходный код

Исходный код состоит из двух решений: "Experiment1" "Experiment2".

В каждом из двух решений находится 3 проекта: "Table1", "Table2", "I0". Программы универсальны и способны обрабатывать любую выборку. В решении "Experiment1" обрабатывается выборка из таблицы 1, в решении "Experiment2" выборка из таблицы 2. Поэтому внутри решений код полностью совпадает. В проекте "Table1" реализуются вычисления данных для таблиц 1, 1'. В проекте "Table2" реализуются вычисления данных для таблиц 2, 2'. В проекте "I0" осуществляется вычисление  $\ln I_0$  и  $I_0$ .

Ниже представлено описание кода проекта "Table1":

Функция `inputdata()` осуществляет ввод исходных данных из файла "InputData.csv" и сохранения их в массив `arr`.

Функция `collectorcurrent()` вычисляет значение тока коллектора для каждого измерения  $U$ ).

Функция `outputdata()` записывает результаты вычислений  $(I_k, \ln(I_k))$  в файл "OutputData.csv".

Ниже представлено описание кода проекта "Table2":

Функция `inputdata()` осуществляет ввод исходных данных из файла "InputData.csv" и записывает в массивы `arr1`, `arr2` значение разностей  $x_{II} - x_I$ ,  $y_{II} - y_I$  соответственно.

Функция `inputdata_processing()` округляет значения, полученные и вычисленные в функции `inputdata()`.

Функция `a_i()` вычисляет  $a_i$ , по формуле  $\frac{y_{II}-y_I}{x_{II}-x_I}$ .

Функция `arithmetic_mean()` вычисляет среднее арифметическое  $a_i$ , то есть  $tga$ .

Функция `a_error()` вычисляет погрешность  $tga$ .

Функции `e_k()` и `e_k_error()` вычисляют соответственно отношение заряда электрона к константе Больцмана и её погрешность, как погрешность косвенных измерений.

Функция `outputdata()` записывает результаты вычислений в файл "OutputData.csv". Так же перед запись данных в файл в этой функции осуществляется округление всех данных до нужного количества значащих цифр.

Ниже представлено описание кода проекта "I0":

Функция `inputdata()` осуществляет ввод исходных данных из файла "InputData.csv" и сохранения их в массив `arr1`, `arr2`.

Функция `Ln_i()` рассчитывает  $\ln I_0$  по формуле (12).

Функция `outputdata()` записывает результаты  $(\ln I_0, I_0)$  вычислений в файл "OutputData.csv", округляя до нужного количества значащих цифр.

## Графики

Вычислим  $\ln I_0$  по формуле:

$$\ln I_0 = \overline{\ln I_k} - \frac{e}{kT} \overline{U_{эб}} \quad (12)$$

Для таблицы 1 были получены следующие значения  $\ln I_0 = -11$ ,  $I_0 = 0.000017 \text{ мА}$ .  
Для таблицы 1' были получены следующие значения  $\ln I_0 = -11$ ,  $I_0 = 0.000017 \text{ мА}$ .  
На рисунке 1 и 1' представлены графики зависимости  $\ln I_k = \ln I_0 - \frac{e}{kT} U_{эб}$  и экспериментальные точки для двух выборок соответственно.

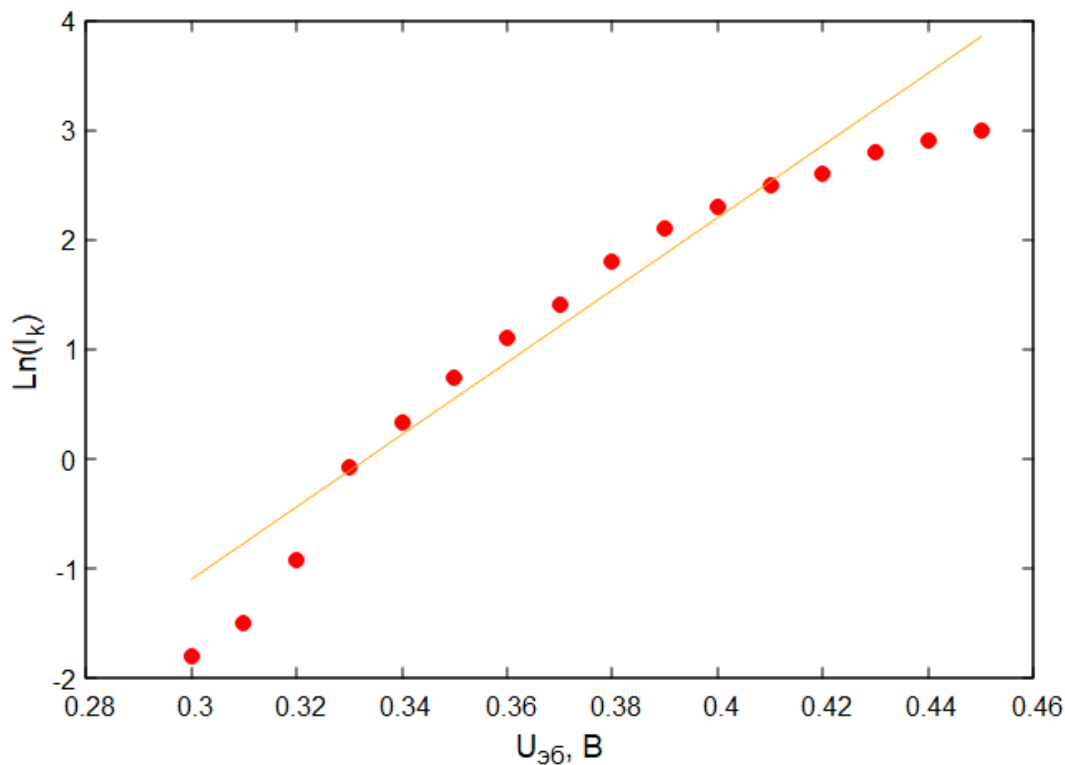


Рис. 1 Зависимость  $\ln I_k = f(U_{эб})$  для первой выборки

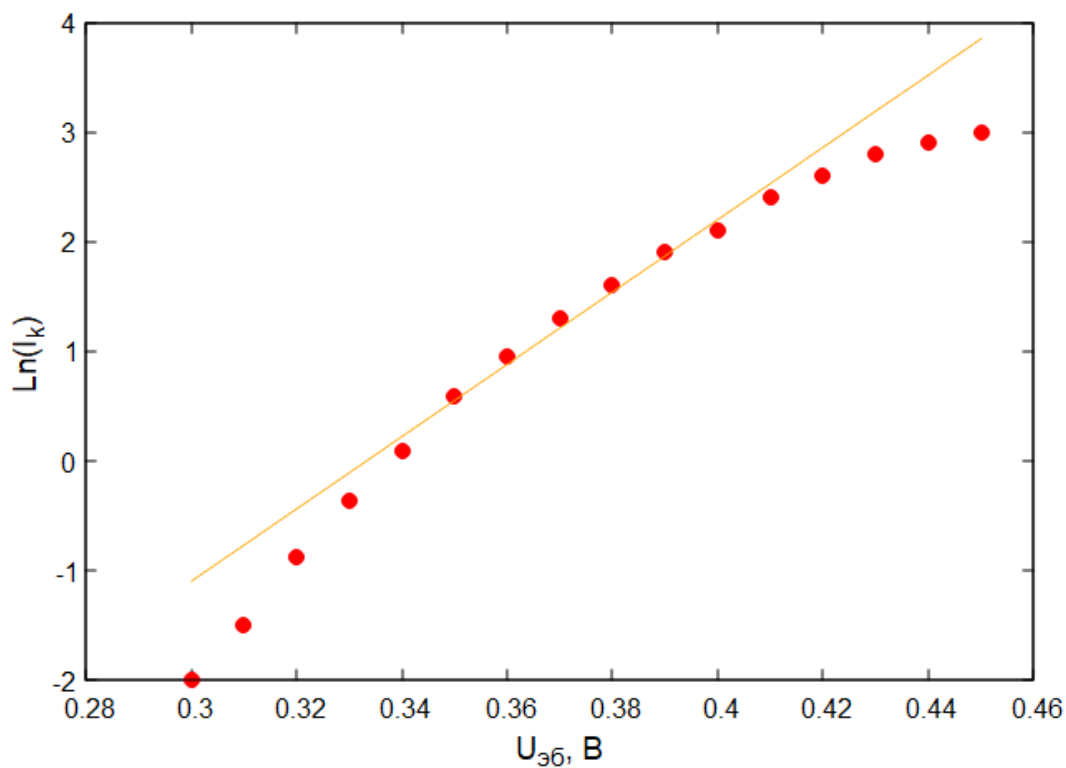


Рис. 1' Зависимость  $\ln I_k = f(U_{эб})$  для второй выборки

На рисунке 2 и 2' представлены графики зависимости  $I_k = I_0 \left( e^{\frac{eU_{эб}}{kT}} \right)$  и экспериментальные точки для двух выборок соответственно.

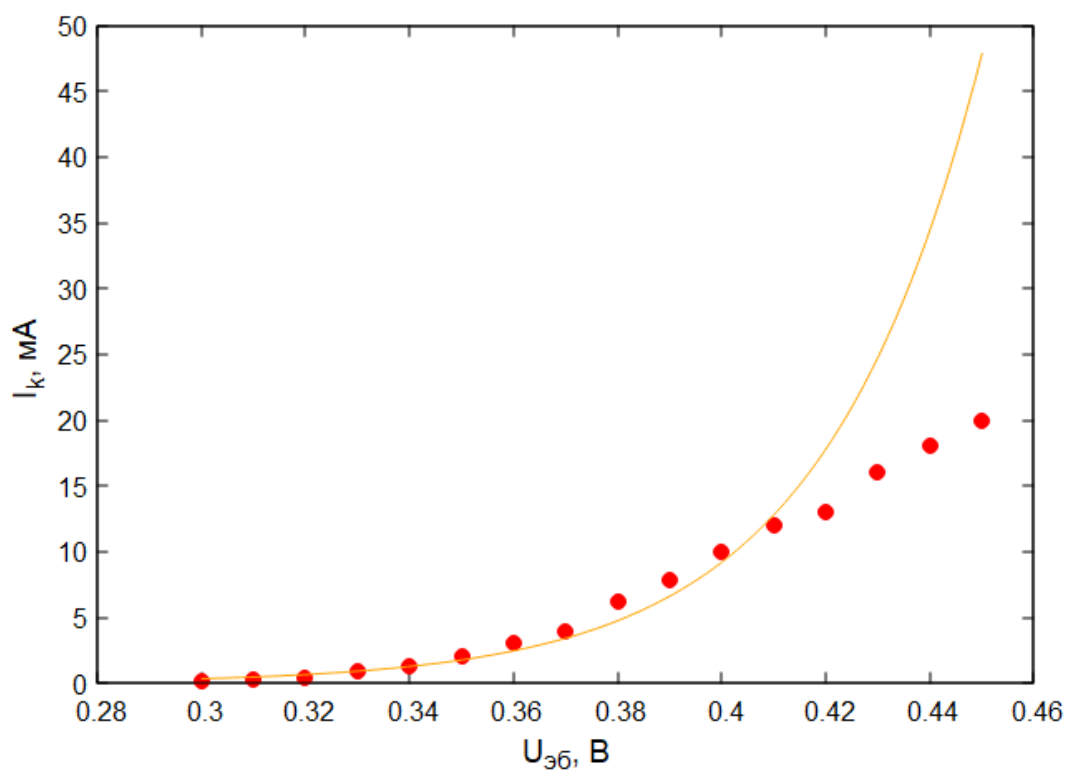


Рис. 2 Зависимость  $I_k = f(U_{эб})$  для первой выборки

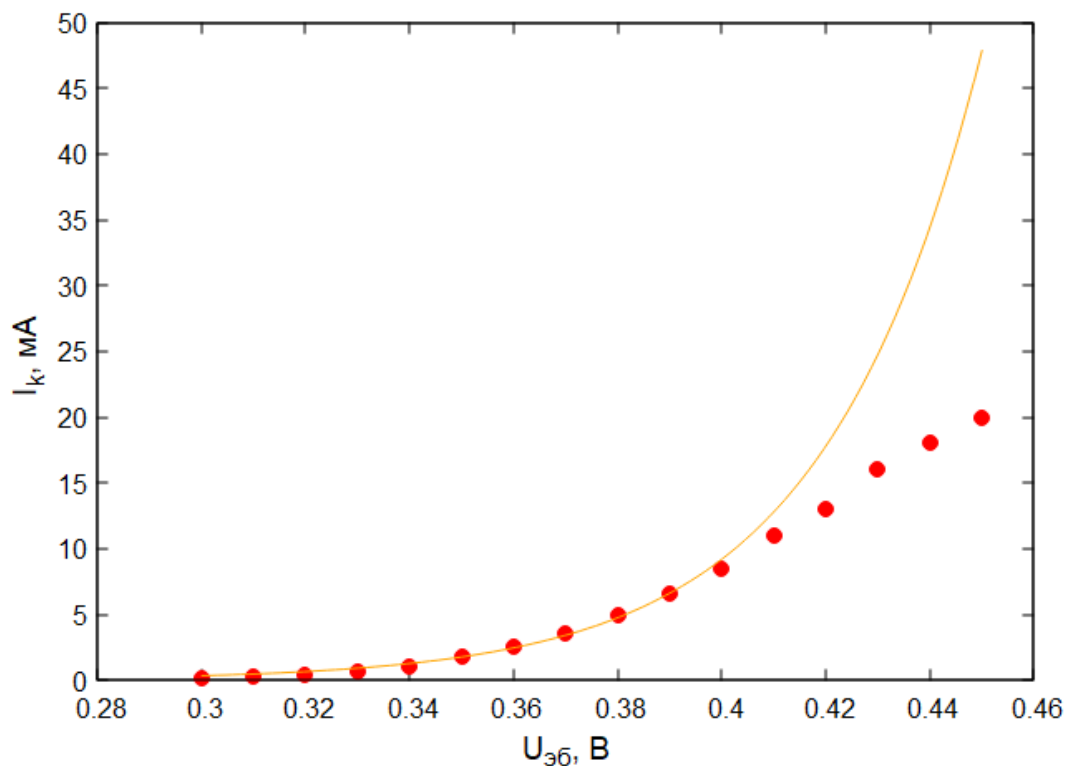


Рис. 2' Зависимость  $I_k = f(U_{эб})$  для второй выборки

### 3 Выводы

В ходе лабораторной работы были измерены значения  $U_{эб}$  и  $U_{кб}$ , был вычислен ток коллектора ( $I_k$ ). Для нахождения тангенса линейной зависимости  $(\ln I_k)$  от  $(U_{эб})$  был использован метод парных точек. Посчитано отношение  $\frac{e}{k}$ , его погрешность, как погрешность косвенных измерений. Для демонстрации результатов были построены графики зависимости  $\ln I_k = f(U_{эб})$  и  $I_k = f(U_{эб})$  для двух выборок.

### Список литературы

- [1] <https://github.com/st117207/Workshop2> (дата обращения: 29.03.2024)