

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФИЗИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Отчёт по лабораторной работе №2

**«Измерение отношения заряда электрона к постоянной
Больцмана»**

Выполнила студентка:

Агеева Екатерина Дмитриевна
группа: 23.C02-мм

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент
Кац Виктор Михайлович

Санкт-Петербург, 2025 г.

Содержание

1	Введение	2
1.1	Решаемые задачи	2
2	Основная часть	2
2.1	Теоретическая часть	2
	Основы р-п перехода и его свойства	2
	Принцип работы биполярного транзистора	3
	Математическая модель	3
2.2	Эксперимент	4
2.3	Обработка данных и обсуждение результатов	5
	Таблицы	5
	Описание программ	8
	Графики	10
3	Вывод	12

1 Введение

Для определения величины отношения заряда электрона к постоянной Больцмана в данной работе используется метод, основанный на исследовании процессов, протекающих в биполярном транзисторе.

1.1 Решаемые задачи

1. Измерить зависимость тока короткого замыкания коллектора биполярного транзистора от напряжения между эмиттером и базой.
2. По результатам измерений определить отношение заряда электрона к постоянной Больцмана.

2 Основная часть

2.1 Теоретическая часть

Основы p-n перехода и его свойства

p-n переход формируется на границе соприкосновения двух типов полупроводниковых материалов:

- Полупроводник n-типа (“донорный”), который создаётся путём легирования 4-валентного полупроводника (кремний, германий) 5-валентными примесями (мышьяк), что приводит к появлению избыточных электронов.
- Полупроводник p-типа (“акцепторный”), который образуется при введении 3-валентных примесей (бор), создающих “дырки” - вакантные места для электронов.

В зоне контакта этих материалов формируется обеднённая область и происходят следующие процессы:

1. Диффузия носителей: процесс перемещения электронов n-области в p-область и движения дырок из p-области в n-область создаёт диффузионный ток.
2. Образование пространственного заряда: у границы p-области накапливается избыток электронов, а у границы n-области — их дефицит. Эти нескомпенсированные заряды создают внутреннее электрическое поле.
3. Установление равновесия: Возникает дрейфовый ток, противоположный диффузионному, при равновесии токи компенсируют друг друга, и формируется обеднённая область с минимальной концентрацией свободных носителей.

Важной особенностью р-п перехода является его односторонняя проводимость, проявляющаяся при внешнем смещении:

- Прямое смещение: Внешнее поле противоположно внутреннему и компенсирует его, диффузионный ток резко возрастает, обеднённый слой уменьшается, а переход находится в открытом состоянии.
- Обратное смещение: Внешнее поле усиливает внутреннее, диффузионный ток крайне мал, обеднённый слой расширяется, переход находится в закрытом состоянии.

Принцип работы биполярного транзистора

Биполярный транзистор представляет собой трехслойную полупроводниковую структуру (эмиттер, база и коллектор) с двумя близко расположенными р-п переходами и чередующимися типами проводимости. Существует два основных типа: п-р-п транзистор, используемый в данной работе, и р-п-р транзистор. Каждый слой имеет свои особенности: эмиттер имеет наибольшую степень легирования, база – самая узкая и слаболегированная область, коллектор самый большой по своим размерам.

В данной работе исследуется схема включения с общей базой, где база является общим электродом для входной и выходной цепей, эмиттерный переход смещён в прямом направлении (малое входное сопротивление), а коллекторный — в обратном (большое выходное сопротивление).

Благодаря прямому смещению эмиттерного перехода снижается потенциальный барьер, и электроны из эмиттера инжектируются в базу. Большинство электронов достигает коллекторного перехода за счёт малой толщины базы, высокой концентрации дырок в ней и из-за её слабой легированности. Обратное смещение коллекторного перехода создаёт условия для эффективного сбора электронов коллектором, формируя коллекторный ток.

Математическая модель

Ток коллектора I_k в схеме с общей базой описывается уравнением:

$$I_k = I_0 \left(e^{\frac{eU_{эб}}{kT}} - 1 \right) \quad (1)$$

где I_0 — ток насыщения, e — заряд электрона, k — постоянная Больцмана, T — температура (К), $U_{эб}$ — напряжение между эмиттером и базой.

При комнатной температуре и напряжении $U_{эб} \approx 0.5\text{--}1.0$ В экспоненциальный член значительно превосходит единицу, что позволяет упростить уравнение (1) до:

$$I_k = I_0 e^{\frac{eU_{эб}}{kT}} \quad (2)$$

Прологарифмировав уравнение (2), получаем линейную зависимость:

$$\ln I_k = \ln I_0 + \frac{e}{kT} U_{эб} \quad (3)$$

Выражение (3) представляет собой уравнение прямой с наклоном $\operatorname{tg} \alpha = \frac{e}{kT}$. Таким образом, искомое соотношение:

$$\frac{e}{k} = T \operatorname{tg} \alpha \quad (4)$$

Это отношение можно найти, построив зависимость $\ln I_k$ от $U_{эб}$ и определив $\operatorname{tg} \alpha$ из уравнения (3). Так как нам неизвестно значение I_0 , требуется система из двух уравнений, однако этот вариант обладает существенными недостатками: высокая чувствительность к погрешностям измерений $U_{эб}$ и $U_{кб}$ и риск получения некорректного результата при выходе точек за пределы области применимости модели. Наиболее надежным является метод наименьших квадратов, позволяющий минимизировать влияние случайных погрешностей. Для приближенных расчетов может быть использован метод парных точек.

2.2 Эксперимент

На рис. 1 представлена фотография электрической установки с биполярным транзистором n-p-n типа. В ней используются: цифровые вольтметры, источник электрического питания УПУ-1У4, транзистор П702А. Схема электрической установки приведена на рис. 2. На ней "БП", блок питания (УПУ-1У4) — источник постоянного напряжения, V1 и V2 — цифровые вольтметры для измерения $U_{эб}$ и $U_{кб}$ соответственно, R1 — ограничительный резистор, R2 — потенциометр, с помощью которого можно изменять напряжение $U_{эб}$, R3 — резистор в цепи коллектор-база для измерения I_k .

Эксперимент заключается в измерении напряжения $U_{кб}$ в зависимости от подаваемого значения $U_{эб}$, которое вводится с помощью потенциометра R2 в пределах 0.30–0.45 с шагом 0.01 В. Эксперимент проводится дважды: сначала с точностью вольтметра V1 до 2 знаков после запятой, а потом с точностью до 4 знаков после запятой. Точность для вольтметра V2 постоянная — 4 знака после запятой. Для резистора R3 было выбрано сопротивление, равное 12 Ом. Была измерена температура в лаборатории: $t = 23 \pm 0.5^\circ\text{C}$ или $T = 296,15 \pm 0.5\text{K}$.

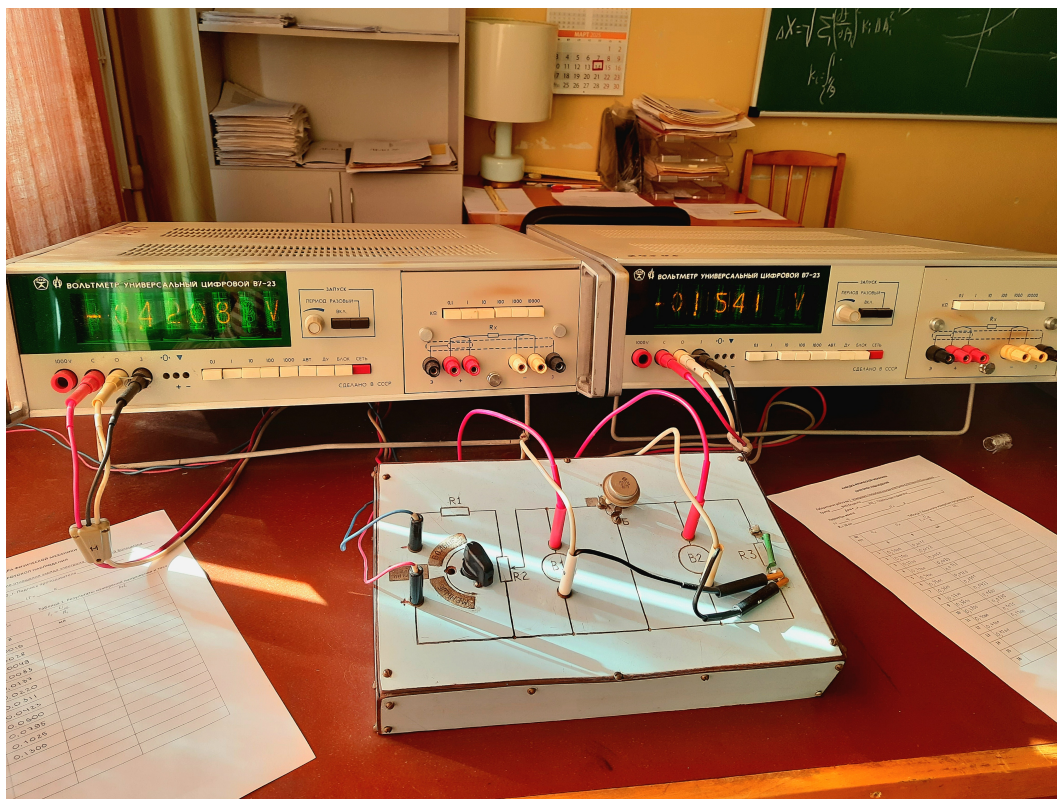


Рис. 1. Фотография электрической установки

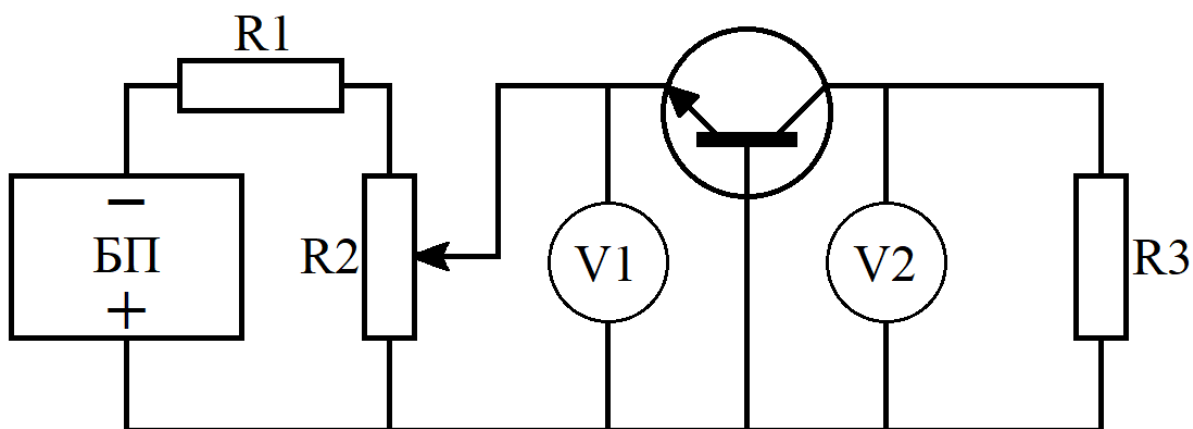


Рис. 2. Схема электрической установки

2.3 Обработка данных и обсуждение результатов

Таблицы

В ходе работы было проведено по 16 измерений напряжения с разными точностями измерения напряжения вольтметра V1. В таблице 1 — с точностью до 2 знаков после запятой, а в таблице 1' — с точностью до 4 знаков после запятой.

Таблица 1. Результаты измерения напряжения и тока

№ п.п.	$U_{\text{эб}}$	$U_{\text{кб}}$	$I_{\text{к}} = \frac{U_{\text{кб}}}{R_3}$	$\ln I_k$
	В	В	мА	-
1	0.30	0.0020	0.17	-1.8
2	0.31	0.0028	0.23	-1.5
3	0.32	0.0048	0.4	-0.92
4	0.33	0.0112	0.93	-0.073
5	0.34	0.0162	1.4	0.34
6	0.35	0.0255	2.1	0.74
7	0.36	0.0362	3.0	1.1
8	0.37	0.0470	3.9	1.4
9	0.38	0.0745	6.2	1.8
10	0.39	0.0940	7.8	2.1
11	0.40	0.1215	10	2.3
12	0.41	0.1490	12	2.5
13	0.42	0.1560	13	2.6
14	0.43	0.1975	16	2.8
15	0.44	0.2150	18	2.9
16	0.45	0.2430	20	3.0

Таблица 1'. Результаты измерения напряжения и тока

№ п.п.	$U_{\text{эб}}$	$U_{\text{кб}}$	$I_{\text{к}} = \frac{U_{\text{кб}}}{R_3}$	$\ln I_k$
	В	В	мА	-
1	0.3000	0.0016	0.13	-2.0
2	0.3100	0.0028	0.23	-1.5
3	0.3200	0.0050	0.42	-0.87
4	0.3300	0.0083	0.69	-0.37
5	0.3400	0.0137	1.1	0.095
6	0.3500	0.0220	1.8	0.59
7	0.3600	0.0311	2.6	0.96
8	0.3700	0.0423	3.5	1.3
9	0.3800	0.0600	5.0	1.6
10	0.3900	0.0795	6.6	1.9
11	0.4000	0.1025	8.5	2.1
12	0.4100	0.1300	11	2.4
13	0.4200	0.1543	13	2.6
14	0.4300	0.1870	16	2.8
15	0.4400	0.2130	18	2.9
16	0.4500	0.2363	20	3.0

Для нахождения свободного члена уравнения искомой прямой вычисляем $\ln I_0$ по формуле:

$$\ln I_0 = \overline{\ln I_k} - \frac{e}{kT} \overline{U_{\text{эб}}} \quad (5)$$

Таким образом, для значений таблицы 1 были получены значения $\ln I_0 = -11$ и $I_0 = 0.000017 \text{ мА}$. Для таблицы 1': $\ln I_0 = -11$, $I_0 = 0.000017 \text{ мА}$.

Таблица 2. Метод парных точек

№ п.п.	x_{II}	x_{I}	$x_{\text{II}} - x_{\text{I}}$	y_{II}	y_{I}	$y_{\text{II}} - y_{\text{I}}$	$a_i = \frac{y_{\text{II}} - y_{\text{I}}}{x_{\text{II}} - x_{\text{I}}}$	$(a_i - \bar{a})$	$(a_i - \bar{a})^2$
1	0.38	0.30	0.080	1.8	-1.8	3.6	45	12	$1.4 \cdot 10^2$
2	0.39	0.31	0.080	2.1	-1.5	3.6	45	12	$1.4 \cdot 10^2$
3	0.40	0.32	0.080	2.3	-0.92	3.2	40	7.0	49
4	0.41	0.33	0.080	2.5	-0.073	2.6	33	0	4.0
5	0.42	0.34	0.080	2.6	0.34	2.3	29	-4.0	16
6	0.43	0.35	0.080	2.8	0.74	2.1	26	-7.0	49
7	0.44	0.36	0.080	2.9	1.1	1.8	23	-10	$1.0 \cdot 10^2$
8	0.45	0.37	0.080	3.0	1.4	1.6	20	-13	$1.7 \cdot 10^2$
							$\Sigma = 2.6 \cdot 10^2$		$\Sigma = 6.6 \cdot 10^2$

Для значений из таблицы 2 были высчитаны следующие величины:

$$\bar{a} = tg\alpha = 33.$$

Погрешность $tg\alpha$ высчитывается по формуле:

$$\Delta tg\alpha = \Delta \bar{a} = t_{\alpha, n} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\Sigma(a_i - \bar{a})^2}{n-1}}}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

где $t_{\alpha, n} = 2.4$. Таким образом, $\Delta tg\alpha = 8.3$.

Для нахождения искомого отношения используется формула (4), отсюда $\frac{e}{k} = 9.8 \cdot 10^3 \text{ К/В}$. Погрешность отношения вычисляется как погрешность косвенных измерений по следующей формуле:

$$\Delta \frac{e}{k} = \sqrt{\bar{a}^2 \left(\frac{\Delta T}{3}\right)^2 + T^2 (\Delta \bar{a})^2} \quad (7)$$

Из этого находим $\Delta \frac{e}{k} = 2.5 \cdot 10^3 \text{ К/В}$.

Окончательный ответ имеет вид: $\frac{e}{k} = (9.8 \pm 2.5) \cdot 10^3 \text{ К/В}$ (Доверительный интервал 95%).

Таблица 2'. Метод парных точек

№ п.п.	x_{II}	x_I	$x_{II} - x_I$	y_{II}	y_I	$y_{II} - y_I$	$a_i = \frac{y_{II} - y_I}{x_{II} - x_I}$	$(a_i - \bar{a})$	$(a_i - \bar{a})^2$
1	0.3800	0.3000	0.08000	1.6	-2.0	3.6	45	12	$1.4 \cdot 10^2$
2	0.3900	0.3100	0.08000	1.9	-1.5	3.4	43	10	$1.0 \cdot 10^2$
3	0.4000	0.3200	0.08000	2.1	-0.87	3.0	38	5.0	25
4	0.4100	0.3300	0.08000	2.4	-0.37	2.8	35	2.0	4.0
5	0.4200	0.3400	0.08000	2.6	0.095	2.5	31	-2.0	4.0
6	0.4300	0.3500	0.08000	2.8	0.59	2.2	28	-4.0	25
7	0.4400	0.3600	0.08000	2.9	0.96	1.9	24	-9.0	81
8	0.4500	0.3700	0.08000	3.0	1.3	1.7	21	-12	$1.4 \cdot 10^2$
							$\Sigma = 2.6 \cdot 10^2$		$\Sigma = 5.2 \cdot 10^2$

Для значений из таблицы 2' были высчитаны следующие величины:

$$\bar{a} = tg\alpha = 33.$$

Погрешность $tg\alpha$, вычисляемая по формуле (6), при $t_{\alpha,n} = 2.4$, равняется 7.3.

По формуле (4) $\frac{e}{k} = 9.8 \cdot 10^3$ К/В. Погрешность отношения высчитывается как погрешность косвенных измерений по формуле (7): $\Delta \frac{e}{k} = 2.2 \cdot 10^3$ К/В.

Окончательный ответ имеет вид: $\frac{e}{k} = (9.8 \pm 2.2) \cdot 10^3$ К/В (Доверительный интервал 95%).

Описание программ

Для обработки данных, связанных с измерением отношения заряда электрона к постоянной Больцмана, были разработаны шесть программ на языке C++. Эти программы предназначены для расчёта тока коллектора, логарифма тока, углового коэффициента зависимости, а также для определения отношения $\frac{e}{k}$ и его погрешности.

Программа "Table1" обрабатывает данные измерений напряжения $U_{кб}$ и тока коллектора I_k и его натурального логарифма с точностью до 2 знаков после запятой, включает в себя следующие функции:

- `in()`: считывает данные из файла "Input.csv", где каждая строка содержит напряжение $U_{кб}$ с точностью до двух значащих цифр.
- `roundx()`: округляет число до указанного количества значащих цифр.
- `amperage()`: вычисляет значения тока I_k по формуле $I_k = \frac{U_{кб}}{R3}$, где $R3 = 12$ Ом.
- `out()`: записывает в файл "Output.csv" значения тока I_k и его натурального логарифма $\ln I_k$ для каждой строки.

Программа "Table1(')" построена аналогично программе "Table1", но использует более точные данные (с четырьмя значащими цифрами для $U_{кб}$)

Программа "Table2" рассчитывает угловой коэффициент tga для зависимости $\ln I_k$ от $U_{эб}$ методом парных точек (для данных с точностью до двух значащих цифр). Состоит из следующих функций:

- in(): считывает данные из файла "Input.csv", который содержит значения $\ln I_k$, вычисленные в программе "Table1", и значения напряжения $U_{кб}$, и записывает в массивы a и b соответствующие разности значений.
- roundx(): округляет число до указанного количества значащих цифр.
- in_round(): Применяет округление к массивам разностей.
- tgi(): Рассчитывает tga для каждой пары точек.
- fx(): Вычисляет среднее значение углового коэффициента tga .
- tg_err(): Определяет погрешность tga по стандартному отклонению по (по формуле (6)).
- ek(): Вычисляет отношение $\frac{e}{k}$ (по формуле (4)), где $T=296.15$ К.
- ek_err(): Рассчитывает погрешность $\frac{e}{k}$ как погрешность косвенных измерений (по формуле (7)).
- out(): записывает в файл "Output.csv" результаты, включая среднее значение tga , его погрешность, $\frac{e}{k}$ и его погрешность.

Программа "Table2(')" построена аналогично программе "Table2", но использует более точные данные (вычисленные в программе "Table1(')").

Программа "Calc(I0)(1)" рассчитывает значения свободного члена $\ln I_0$ и тока насыщения I_0 для данных с точностью до двух знаков после запятой. Состоит из следующих функций:

- in(): считывает данные из файла "Input.csv", где каждая строка содержит напряжение $U_{кб}$ и $\ln I_k$.
- roundx(): округляет число до указанного количества значащих цифр.
- lni(): Вычисляет $\ln I_0$ по формуле (5).
- out(): записывает в файл "Output.csv" значения $\ln I_0$ и I_0 с точностью до двух значащих цифр.

Программа "Calc(I0)(1('))" построена аналогично программе "Calc(I0)(1)", но использует более точные данные (с точностью до четырех значащих цифр).

Графики

На рис. 3, рис. 4, рис. 5, рис. 6 приведены результаты работы программы gnuplot. Первые два графика представляют собой графики зависимости $\ln I_k = \ln I_0 + \frac{e}{kT}U_{эб}$ для значений таблиц 1 и 1' соответственно. Последние два также соответствуют значениям таблиц 1 и 1', но уже демонстрируют экспоненциальную зависимость $I_k = I_0 e^{\frac{eU_{эб}}{kT}}$.

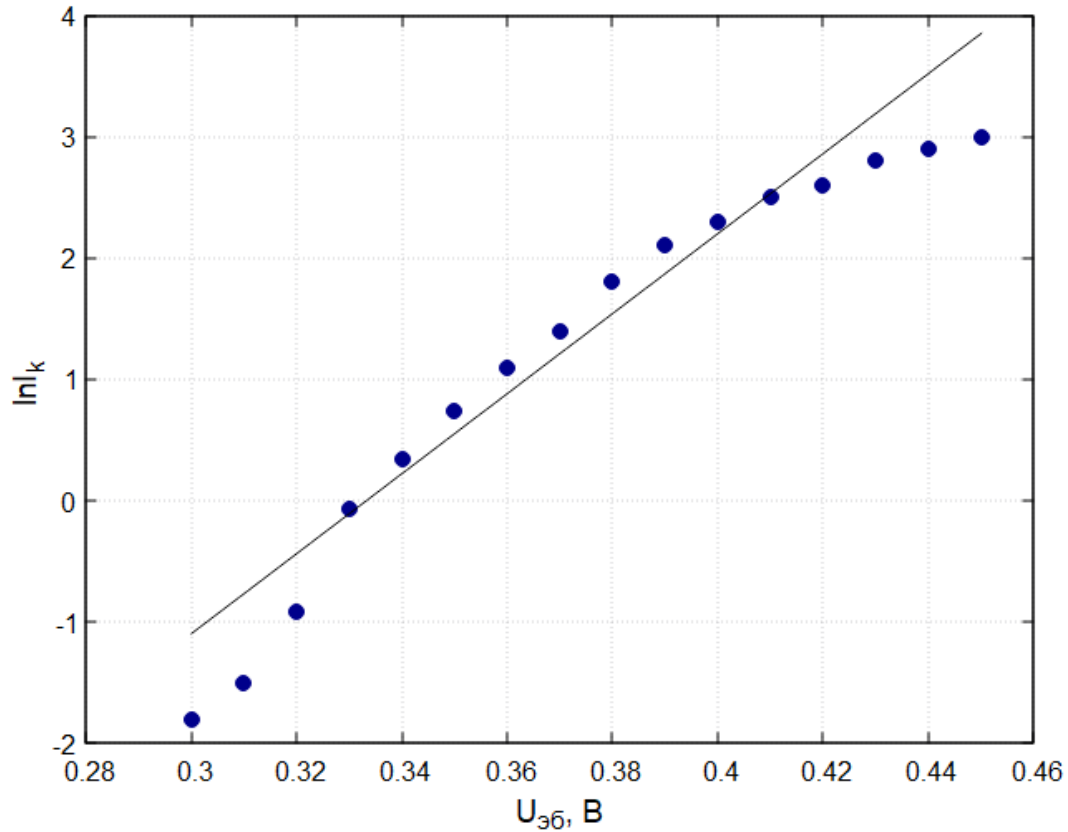


Рис. 3. График зависимости $\ln I_k = \ln I_0 + \frac{e}{kT}U_{эб}$ для таблицы 1

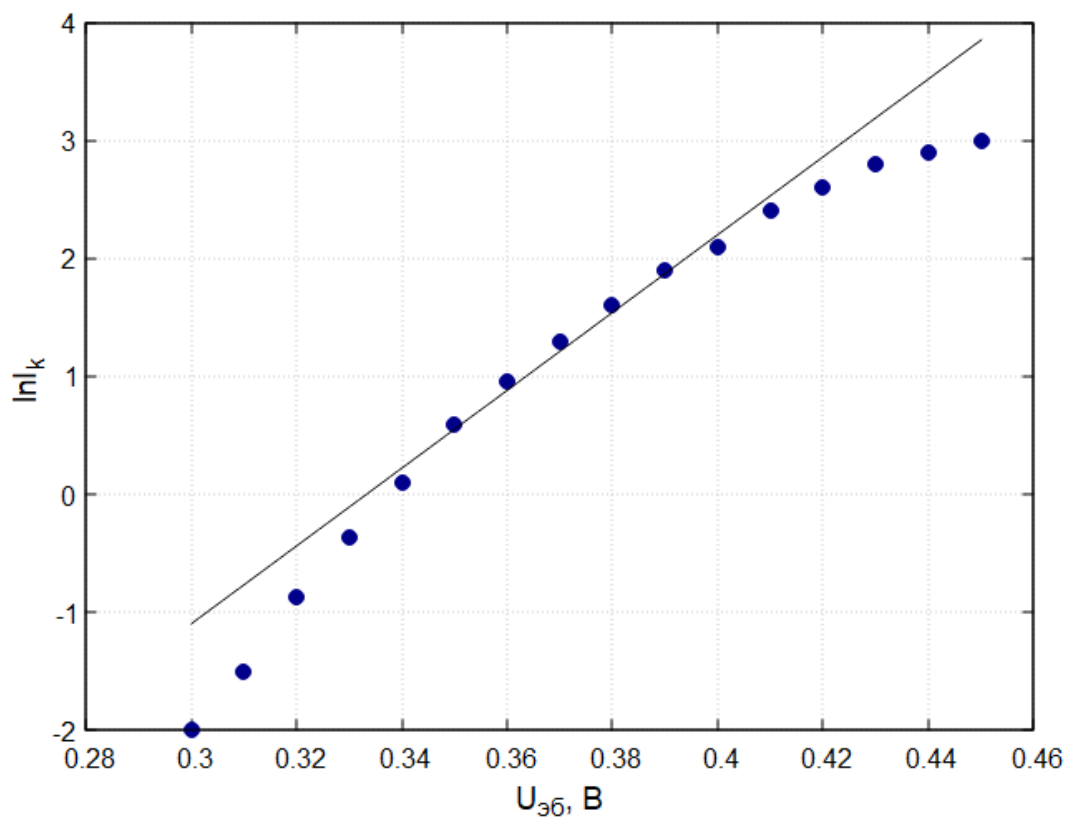


Рис. 4. График зависимости $\ln I_k = \ln I_0 + \frac{e}{kT} U_{эб}$ для таблицы 1'

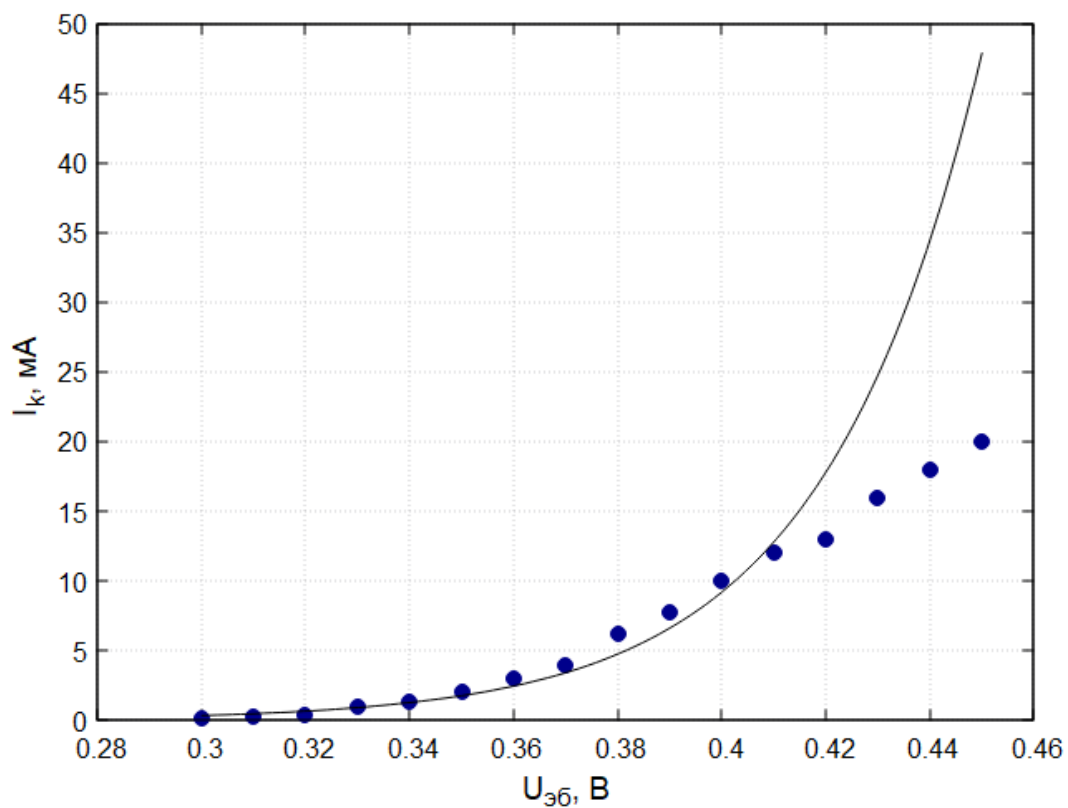


Рис. 5. График зависимости $I_k = I_0 e^{\frac{eU_{эб}}{kT}}$ для таблицы 1

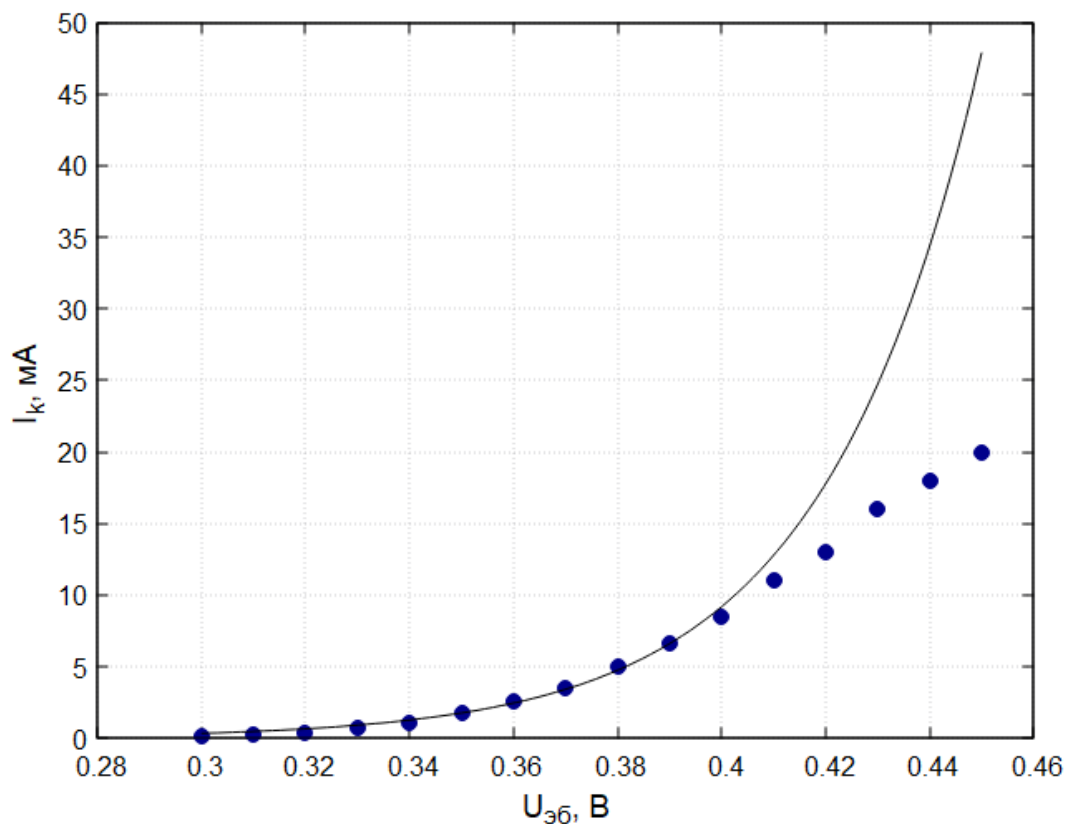


Рис. 6. График зависимости $I_k = I_0 e^{\frac{eU_{эб}}{kT}}$ для таблицы 1'

3 Вывод

В ходе данной лабораторной работы были измерены напряжение между коллектором и базой биполярного транзистора с разной точностью и ток короткого замыкания коллектора, зависящие от напряжения между эмиттером и базой. Было определено отношение заряда электрона к постоянной Больцмана с погрешностью на основе полученных в ходе эксперимента, а также высчитанных далее значений. Построены графики зависимости $\ln I_k = \ln I_0 + \frac{e}{kT} U_{эб}$ и $I_k = I_0 e^{\frac{eU_{эб}}{kT}}$ с нанесёнными на них точками полученных значений $\ln I_k$ от $U_{эб}$ и I_k от $U_{эб}$ соответственно.

Список литературы

[1] <https://github.com/st117208/Workshop1> (дата обращения: 28.03.2025)