

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФИЗИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Отчёт по лабораторной работе №4

«Проверка принципа эквивалентности масс»

Выполнила студентка:

Агеева Екатерина Дмитриевна
группа: 23.C02-мм

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент
Кац Виктор Михайлович

Санкт-Петербург, 2025 г.

Содержание

1	Введение	2
1.1	Решаемые задачи	2
2	Основная часть	2
2.1	Теоретическая часть	2
	Равенство инертной и гравитационной масс	2
	Потенциальные поля и принцип эквивалентности	3
2.2	Эксперимент	4
2.3	Обработка данных и обсуждение результатов	5
	Таблицы	5
	Анализ возможных систематических погрешностей	8
	Описание программ	9
3	Вывод	10

1 Введение

В данной работе исследуется принцип эквивалентности инертной и гравитационной масс. Проверка этого принципа проводится путем экспериментального измерения времени свободного падения тел из различных материалов, что позволяет подтвердить независимость ускорения свободного падения от массы и состава тела.

1.1 Решаемые задачи

1. Проверить принцип эквивалентности масс.
2. Измерить ускорения свободного падения тел.
3. Познакомиться с методом измерения интервалов времени между импульсами частотомером — хронометром ЧЗ-32.
4. Определить погрешность косвенных измерений.

2 Основная часть

2.1 Теоретическая часть

Равенство инертной и гравитационной масс

Аристотель утверждал, что скорость падения тела зависит от его массы, но Галилей показал, что все тела падают с одинаковым ускорением в отсутствии сопротивления среды. Это привело к выводу о равенстве инертной и гравитационной масс.

Инертная масса определяется через ускорение под действием известной силы $|\vec{F}|$:

$$M_{\text{ин}} = \frac{|\vec{F}|}{|\vec{a}|} \quad (1)$$

Гравитационная масса определяется через силу тяготения:

$$F = \gamma \frac{M_{\text{гр}} M_3}{r^2} \quad (2)$$

$$M_{\text{гр}} = \frac{F r^2}{\gamma M_3} \quad (3)$$

где M_3 — масса Земли, γ — гравитационная постоянная, r — расстояние между центром Земли и телом.

Докажем, что $M_{\text{гр}} = M_{\text{ин}}$. Для этого рассмотрим два тела с различными массами, падающие около поверхности Земли:

$$M_{\text{ин}}^{(1)} a_1 = \gamma \frac{M_{\text{гр}}^{(1)} M_3}{R_3^2} \quad (4)$$

$$M_{\text{ин}}^{(2)} a_2 = \gamma \frac{M_{\text{гр}}^{(2)} M_3}{R_3^2} \quad (5)$$

Поделив уравнение (4) на уравнение (5), получаем:

$$\frac{M_{\text{ин}}^{(1)}}{M_{\text{ин}}^{(2)}} \cdot \frac{a_1}{a_2} = \frac{M_{\text{гр}}^{(1)}}{M_{\text{гр}}^{(2)}} \quad (6)$$

Из вывода Галилея известно, что $a_1 = a_2 = g$, поэтому:

$$\frac{M_{\text{ин}}^{(1)}}{M_{\text{гр}}^{(1)}} = \frac{M_{\text{ин}}^{(2)}}{M_{\text{гр}}^{(2)}} = \text{const} \quad (7)$$

Соотношение работает для всех тел, экспериментально доказано, что $M_{\text{ин}} = M_{\text{гр}}$ с высокой точностью.

Потенциальные поля и принцип эквивалентности

Потенциальное поле — это поле, где работа по замкнутому контуру равна нулю:

$$A = \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (8)$$

Принцип эквивалентности Эйнштейна утверждает, что в локальной системе отсчета, свободно падающей в гравитационном поле, законы физики совпадают с законами в инерциальной системе без гравитации. Уравнения движения в инерциальной системе:

$$m_k \frac{d^2 \vec{x}_k}{dt^2} = m_k \vec{g} + \sum_{l \neq k} \vec{F}(\vec{x}_k - \vec{x}_l) \quad (9)$$

После перехода в систему координат, движущуюся с ускорением \vec{g} :

$$\vec{x}' = \vec{x} - \frac{\vec{g} t^2}{2}, \quad t' = t \quad (10)$$

Получаем:

$$m_k \frac{d^2 \vec{x}'_k}{dt^2} = \sum_{l \neq k} \vec{F}(\vec{x}'_k - \vec{x}'_l) \quad (11)$$

Уравнение (11) совпадает с уравнением (9), если принять $\vec{g} = 0$. Таким образом, в достаточно малой области пространства-времени гравитационное поле можно компенсировать переходом в ускоренную систему отсчёта, делая законы физики локально идентичными их форме в отсутствие гравитации.

2.2 Эксперимент

Цель работы — проверить равенство времени свободного падения для тел разной массы.

На рис. 1 представлена фотография установки.



Рис. 1. Фотография установки

Схема установки представлена на рис. 2. На схеме принимаются следующие обозначения:

- Т — трубка, в которой находится шарик.
- З — заслонка, при отодвигании которой шарик должен упасть.
- Л — луза, в которую должен упасть шарик.
- ЛГ — луч квантового генератора, который дважды должен пересекаться шариком за время своего падения.
- П₁, П₂ — призмы, отражающие луч генератора.
- ФД — фотодиод, который вырабатывает импульс, усиливающийся в усилителе, при пересечении шариком луча генератора. От первого пересечения фотодиод импульсом запускает частотомер, отсчитывающий время падения шарика, а от второго — останавливает его.

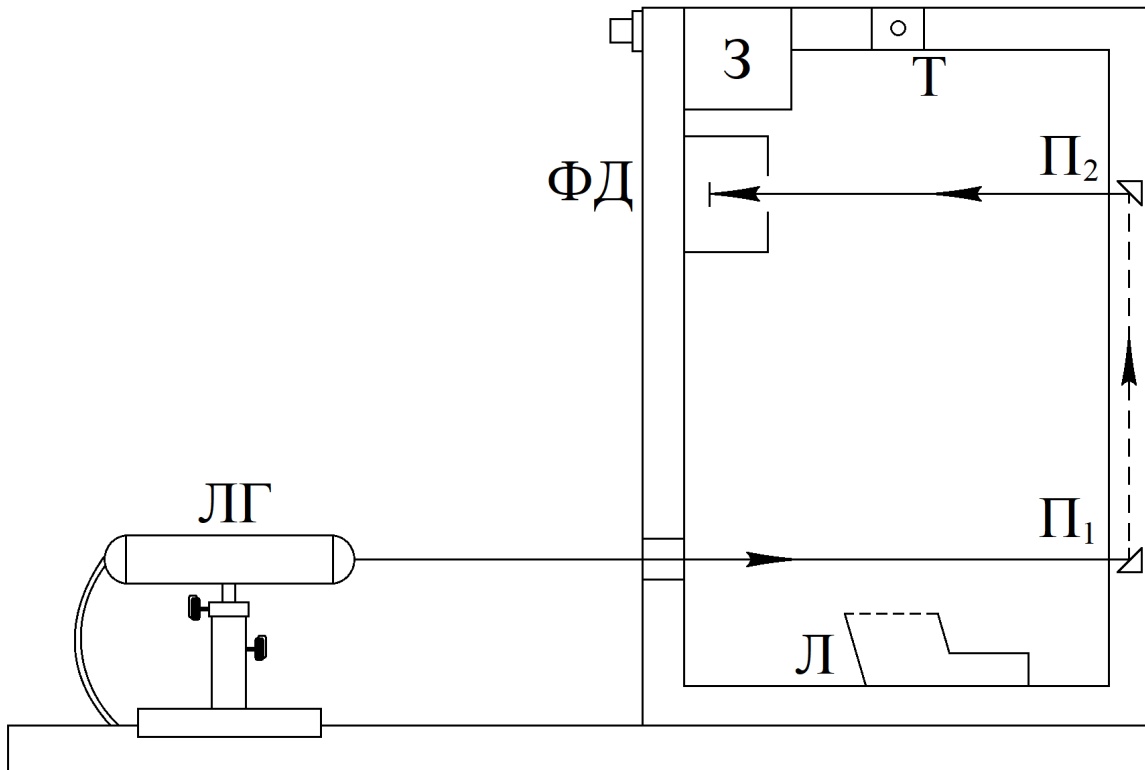


Рис. 2. Схема установки

Уравнение движения при свободном падении:

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \quad (12)$$

где h — расстояние между лучами, v_0 — начальная скорость, а — t время пролёта. Из формулы (12) можно выразить ускорение свободного падения:

$$g = \frac{2(h - v_0 t)}{t^2} \quad (13)$$

2.3 Обработка данных и обсуждение результатов

Таблицы

В ходе работы было проведено 180 измерений времени пролета шариков высоты $h = 0.272 \pm 0.001$ м по 30 измерений для каждого из шести материалов: алюминий, латунь, сталь, дерево, плексиглас, свинец. Известна $V_0 = 1.050 \pm 0.005$ м/с.

В таблице 1 приведены плотности данных материалов, а также диаметры и массы шариков каждого материала, массы были высчитаны по формуле:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \quad (14)$$

В таблице 2 представлены экспериментально полученные данные измерений времени падения шариков, а также высчитаны их средние значения для каждого из материалов. В таблицах 3, 4, 5 отражены результаты вычислений для шариков из тех же шести материалов погрешность Δt времени падения шариков, ускорение свободного падения g шариков и его погрешность Δg соответственно.

Таблица 1. Параметры для различных материалов

№ п/п	Вещество	Плотность (10^3 кг/м ³)	Диаметр (10^{-2} м)	Масса (10^{-6} кг)
1	Дерево	0,7	1	0.4
2	Плексиглас	1,18	1	0.6
3	Алюминий	2,79	1	1
4	Сталь	7,9	1	4
5	Латунь	8,5	1	4
6	Свинец	11,34	1	6

Таблица 2. Результаты измерения времени падения шарика

	Алюминий	Латунь	Сталь	Дерево	Плексиглас	Свинец
№ п.п.	t, мс	t, мс	t, мс	t, мс	t, мс	t, мс
1	153.711	153.039	152.657	154.106	153.791	153.170
2	153.852	152.875	152.612	153.913	154.508	152.900
3	153.329	154.192	152.649	154.585	153.987	153.384
4	153.088	153.367	152.647	153.930	153.386	152.563
5	153.404	153.577	152.680	153.995	153.998	152.203
6	153.431	153.905	152.736	153.890	153.525	152.881
7	154.129	153.155	152.590	153.983	154.117	153.407
8	153.636	152.878	152.521	153.865	153.289	152.262
9	153.469	153.254	152.759	153.927	153.557	153.524
10	153.253	153.136	152.583	153.647	153.579	153.390
11	153.364	153.136	152.836	154.282	153.798	153.742
12	153.233	152.822	152.731	154.121	154.348	153.622
13	153.798	153.004	152.647	153.838	153.567	153.585
14	153.298	153.031	152.697	154.055	154.133	154.799
15	154.312	152.896	152.595	154.854	154.271	153.538

16	153.805	153.338	152.695	154.219	154.379	153.299
17	153.468	153.412	153.234	154.545	153.354	153.310
18	153.242	153.154	152.861	154.266	153.508	153.925
19	153.173	153.072	153.691	154.102	153.457	153.547
20	153.624	152.948	153.219	154.126	153.844	153.877
21	153.417	153.060	152.761	154.187	153.676	153.752
22	152.930	152.905	152.742	154.580	153.427	154.052
23	153.169	153.291	152.717	153.587	153.934	153.332
24	153.379	153.032	152.891	155.155	153.348	153.924
25	153.226	152.836	153.017	154.485	154.230	154.315
26	153.202	153.059	152.957	153.993	153.658	153.865
27	153.246	152.839	152.869	153.803	153.469	154.057
28	152.514	152.999	152.854	154.108	153.975	153.459
29	152.914	153.312	152.827	154.328	153.549	153.781
30	153.729	153.089	152.797	153.985	153.444	154.085
Среднее значение \bar{t} , с	153.412	153.154	152.802	154.149	153.770	153.518

Δt определяется как стандартная погрешность среднего значения по следующей формуле:

$$\Delta \bar{t} = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \bar{t})^2}{n(n-1)}} \quad (15)$$

Таблица 3. Погрешности Δt времени пролета шариков

Вещество	Δt , мс
Алюминий	0.0664068
Латунь	0.0564740
Сталь	0.0434949
Дерево	0.0627690
Плексиглас	0.0643578
Свинец	0.1030980

Для таблицы 4 были вычислены ускорения свободного падения для разных материалов по формуле (12).

Таблица 4. Ускорения свободного падения g шариков

Вещество	g , м/с ²
Алюминий	9.43
Латунь	9.48
Сталь	9.56
Дерево	9.27
Плексиглас	9.35
Свинец	9.43

Погрешность вычисляется как погрешность косвенных измерений по следующей формуле:

$$\Delta g = \sqrt{\frac{1}{9} \left(\frac{\partial g}{\partial h} \right)^2 \Delta h^2 + \frac{1}{9} \left(\frac{\partial g}{\partial v_0} \right)^2 \Delta v_0^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial t} \right)^2 \Delta \bar{t}^2} \quad (16)$$

Пользуясь формулой (13) и вычисляя частные производные в формуле (16), получаем:

$$\Delta g = \sqrt{\frac{1}{9} \left(\frac{2}{\bar{t}^2} \right)^2 \Delta h^2 + \frac{1}{9} \left(\frac{-2}{\bar{t}} \right)^2 \Delta v_0^2 + \left(\frac{2(v_0 \bar{t} - 2h)}{\bar{t}^3} \right)^2 \Delta \bar{t}^2} \quad (17)$$

Таблица 5. Погрешности ускорения свободного падения Δg шариков

Вещество	Δg , м/с ²
Алюминий	0.03
Латунь	0.03
Сталь	0.02
Дерево	0.03
Плексиглас	0.03
Свинец	0.03

Анализ возможных систематических погрешностей

В ходе проведения эксперимента по измерению ускорения свободного падения могли возникнуть следующие систематические погрешности: связанные с установкой, погрешности измерения времени, погрешности от влияния внешних факторов.

Погрешности, связанные с установкой, могли возникнуть от неточности измерения высоты h , так как луч в ходе проведения лабораторной работы мог слегка отклониться, или за длительное время использования установки могли

деформироваться отражающие призмы. Также для упрощения модели все шарики считались идеальными, однако они могли иметь небольшие отклонения от формы.

Погрешность измерения времени могла произойти из-за задержки импульса от фотодиода при пересечении луча генератора, а также от недостаточной точности измерения времени частотомером.

В качестве внешнего фактора могло выступить не учитываемое в данной работе сопротивление воздуха, тормозящее шарики при их падении, от чего измеряемое значение g могло оказаться несколько меньше своего истинного значения.

Описание программ

Для обработки данных, связанных с измерением отношения заряда электрона к постоянной Больцмана, были разработаны две программы на языке C++. Эти программы предназначены для вычисления масс шариков из различных материалов и обработки экспериментальных данных времени падения шариков.

Программа “mass_calc” на основе плотности и диаметра шариков из каждого материала вычисляет их массы, состоит из нескольких функций:

- `in()`: считывает данные из файла “Input.csv”, где каждая строка содержит плотность материала (в 10^3 кг/м³) и диаметр шарика (в 10^{-2} м).
- `mass_calc()`: вычисляет массу шарика по формуле (14).
- `out()`: записывает результаты в файл “Output.csv” с точностью до одного знака после запятой.

Программа “calc_values” обрабатывает экспериментальные данные времени падения шариков и вычисляет погрешность времени \bar{t} , ускорение свободного падения g и его погрешность Δg . Включает в себя следующие функции:

- `in()`: считывает данные из файла “Input.csv”, содержащего время падения шариков для шести материалов (по 30 измерений для каждого).
- `tx()`: вычисляет среднее время падения \bar{t} для каждого материала.
- `gi()`: рассчитывает ускорение свободного падения g по формуле (13).
- `dt()`: вычисляет погрешность времени Δt как стандартную погрешность среднего значения по формуле (15).
- `dg()`: Рассчитывает погрешность ускорения Δg как погрешность косвенных измерений по следующей формуле (17).
- `out()`: записывает результаты в файл “Output.csv”, включая среднее время \bar{t} , его погрешность Δt , ускорение g и его погрешность Δg .

3 Вывод

В ходе работы экспериментально подтверждён принцип эквивалентности масс: измеренные значения ускорения свободного падения для шариков разной массы и состава оказались равными в пределах погрешности ($g = 9.27 - 9.56$ м/с², $\Delta g = \pm 0.03$ м/с²) Полученные результаты согласуются с теоретическими предсказаниями, демонстрируя независимость ускорения свободного падения от свойств падающего тела.

Список литературы

[1] <https://github.com/st117208/Workshop4> (дата обращения: 25.04.2025)