

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФИЗИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Отчёт по лабораторной работе №7

**«Измерение отношения заряда электрона к постоянной
Больцмана»**

Выполнил студент:

Голубев Григорий Альбертович

группа: 23.C02-мм

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент

Кац Виктор Михайлович

Санкт-Петербург, 2025 г.

Содержание

1	Введение	2
1.1	Цель работы	2
1.2	Решаемые задачи	2
2	Основная часть	2
2.1	Теоретическая часть	2
2.2	Эксперимент	3
2.3	Обработка данных и обсуждение результатов	4
	Исходный код	4
	Таблицы	6
	Графики	9
3	Вывод	12

1 Введение

1.1 Цель работы

Цель работы — исследовать зависимость коллекторного тока от напряжения базы в полупроводниковом приборе, вычислить ток насыщения I_0 , а также построить теоретическую кривую зависимости $I_k = I_0 e^{\frac{e}{kT} U_{ЭБ}}$ и сравнить её с экспериментальными данными.

1.2 Решаемые задачи

1. Измерить зависимость тока короткого замыкания коллектора биполярного транзистора от напряжения между эмиттером и базой.
2. По результатам измерений определить отношение заряда электрона к постоянной Больцмана.

2 Основная часть

2.1 Теоретическая часть

Ток короткого замыкания I_k в биполярном транзисторе. Пусть $U_{ЭБ}$ — напряжение между эмиттером и базой, I_0 — ток насыщения, T — температура в кельвинах, e — заряд электрона, k — постоянная Больцмана. Тогда ток короткого замыкания I_k вычисляется по формуле:

$$I_k = I_0 \left(e^{\frac{U_{ЭБ}e}{kT}} - 1 \right) \quad (1)$$

При комнатной температуре единицей можно пренебречь по сравнению с экспонентой, то есть можно считать:

$$I_k = I_0 e^{\frac{U_{ЭБ}e}{kT}} \quad (2)$$

Прологарифмировав, получим:

$$\ln I_k = \ln I_0 + \frac{U_{ЭБ}e}{kT} \quad (3)$$

График $\ln I_k$ как функции от $U_{ЭБ}$ — прямая. Тангенс угла её наклона равен:

$$\tan \alpha = \frac{e}{kT} \quad (4)$$

Получаем искомое отношение:

$$T \tan \alpha = \frac{e}{k} \quad (5)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (a_i - \bar{a})^2}{n(n-1)}} \quad (6)$$

где S — стандартная погрешность выборки, a_i — значения наблюдений, \bar{a} — среднее значение, n — количество элементов в выборке.

Измерения проводились дважды с разными шкалами вольтметра.

2.2 Эксперимент

На этой схеме:

- БП — блок питания электрической схемы;
- R_1 — ограничительный резистор;
- R_2 — потенциометр, с помощью которого можно изменять напряжение $U_{эб}$;
- V_1 — вольтметр для измерения $U_{эб}$;
- R_3 — резистор в цепи — , по падению напряжения на котором можно измерить ток коллектора I_k ;
- V_2 — вольтметр для измерения падения напряжения $U_{кб}$ на R_3 .

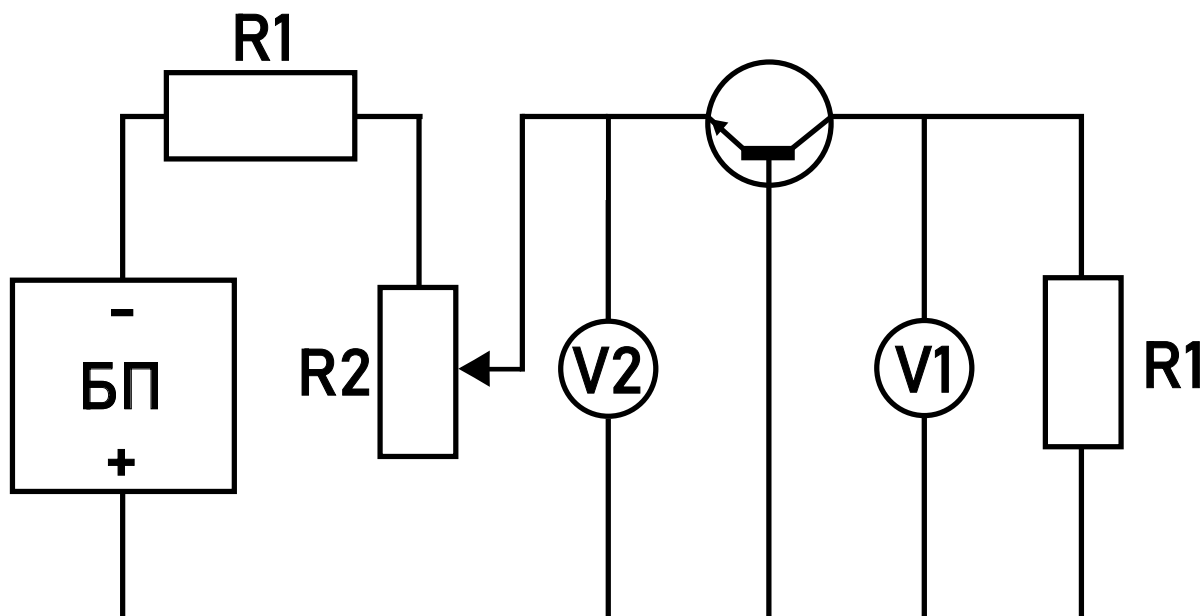


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема установки



Рис. 2. Фотография установки - цифровые вольтметры, источник электрического питания УПУ-1У4, транзистор П 702А.

2.3 Обработка данных и обсуждение результатов

Исходный код

Для написания программы, вычисляющей все требуемые данные, используется язык C++; среда разработки - Visual Studio.

Программа считывает данные из CSV-файла, выполняет ряд математических операций (вычисление разностей, отношений, среднего, отклонений и стандартной ошибки) и выводит результаты в консоль и записывает в файл CSV.

Листинг 1. Функция вычисления среднего

```

1  double aver(std::vector<double>& a_arr)
2  {
3      double average = 0.0;
4      for (int i = 0; i < a_arr.size(); i++)
5      {
6          average += a_arr[i];
7      }
8      average /= a_arr.size();
9
10     return average;
11 }
```

Этот код выполняет анализ данных с использованием метода парных точек. Он считывает данные из двух файлов, вычисляет наклон для каждой пары точек, а затем проводит статистический анализ этих наклонов. Для каждой пары точек рассчитываются разницы по координатам x и y , а затем вычисляется наклон a_i .

$$\bar{a} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i$$

Для расчетов используется t-критическое значение для 95% доверия:

$$t_{\text{value}} = 2.3646$$

Листинг 2. Функции для расчета отклонений

```

1 std::vector<double> a_arr(std::vector<double>& x_, std::vector<double>
  >& y_)
2 {
3     std::vector<double> a;
4     for (int i = 0; i < x_.size(); i++)
5     {
6         a.push_back(y_[i] / x_[i]);
7     }
8     return a;
9 }
10
11 std::vector<double> a_diff(std::vector<double>& a, double average)
12 {
13     std::vector<double> arr;
14     for (int i = 0; i < a.size(); i++)
15     {
16         arr.push_back(a[i] - average);
17     }
18     return arr;
19 }
20
21 std::vector<double> a2_arr(std::vector<double>& arr)
22 {
23     std::vector<double> a;
24     for (int i = 0; i < arr.size(); i++)
25     {
26         a.push_back(arr[i] * arr[i]);
27     }
28     return a;
29 }

```

Листинг 3. Функция вычисление стандартной ошибки среднего

```

1 double s(std::vector<double>& a2_arr)
2 {
3     double t = 0.0;
4     double sum = 0.0;
5
6     for (int i = 0; i < a2_arr.size(); i++)
7     {
8         sum += a2_arr[i];
9     }

```

```

10
11 t = sqrt(sum / (a2_arr.size() * (a2_arr.size() - 1)));
12
13 return t;
14 }

```

Листинг 4. Код программы реализующим метод парных точек

```

1 std::vector<double> x_;
2 std::vector<double> y_;
3 diff(x_, data1);
4 diff(y_, data2);
5
6 std::vector<double> a = a_arr(x_, y_);
7 double average = aver(a);
8 std::vector<double> a_d = a_diff(a, average);
9 std::vector<double> a2 = a2_arr(a_d);

```

Таблицы

Таблица 1. Грубые измерения

№П/П	$U_{эб}$	$U_{кб}$	$I_k = \frac{U_{кб}}{R_3}$	$\ln I_k$
	В	В	мА	
1	0,30	0,0014	0.117	-9.056
2	0,31	0,0021	0.175	-8.650
3	0,32	0,0041	0.342	-7.981
4	0,33	0,0075	0.625	-7.377
5	0,34	0,0133	1.108	-6.804
6	0,35	0,0178	1.483	-6.513
7	0,36	0,0297	2.475	-6.001
8	0,37	0,0400	3.333	-5.704
9	0,38	0,0588	4.9	-5.319
10	0,39	0,0727	6.058	-5.106
11	0,40	0,1085	9.042	-4.706
12	0,41	0,1301	10.841	-4.524
13	0,42	0,1602	13.35	-4.316
14	0,43	0,1809	15.075	-4.195
15	0,44	0,2123	17.691	-4.035
16	0,45	0,2430	20.25	-3.900

Среднее значение $\overline{\ln I_k} = -5.887$. Среднее значение $\overline{U_{эб}} = 0.375$.

Таблица 2. Метод парных точек для грубых измерений

№	x_2	x_1	$x_2 - x_1$	y_2	y_1	$y_2 - y_1$	a_i	$a_i - a$	$(a_i - a)^2$
1	0.38	0.3	0.08	-5.318	-9.056	3.737	46.721	12.362	152.82
2	0.39	0.31	0.08	-5.106	-8.651	3.544	44.305	9.946	98.926
3	0.4	0.32	0.08	-4.706	-7.982	3.276	40.947	6.588	43.404
4	0.41	0.33	0.08	-4.524	-7.377	2.853	35.668	1.309	1.713
5	0.42	0.34	0.08	-4.316	-6.805	2.489	31.108	-3.251	10.566
6	0.43	0.35	0.08	-4.195	-6.513	2.319	28.984	-5.375	28.886
7	0.44	0.36	0.08	-4.035	-6.002	1.967	24.586	-9.773	95.516
8	0.45	0.37	0.08	-3.899	-5.704	1.804	22.552	-11.806	139.396

Среднее значение $a = 34.69$.

Рассчитаем стандартную погрешность выборки по формуле (6):

$$S = 3.165 \text{ 1/B}$$

Найдем коэффициент Стьюдента t для 8 элементов и вероятности 0,95 из таблиц: $t = 2.3646$

$$\tan(\alpha) = 34.69 \pm 7.48 \left(\frac{1}{B} \right)$$

Определим погрешность измерения искомого отношения как погрешность косвенных измерений по формуле:

$$\Delta \frac{e}{k} = \sqrt{\frac{1}{9} \left(\frac{\partial \frac{e}{k}}{\partial T} \right)^2 \Delta T^2 + \left(\frac{\partial \frac{e}{k}}{\partial \tan \alpha} \right)^2 \Delta \tan \alpha^2} \quad (7)$$

После преобразований получаем следующую формулу:

$$\Delta \frac{e}{k} = \sqrt{\frac{1}{9} \bar{a}^2 \Delta T^2 + T^2 \Delta \tan \alpha^2} \quad (8)$$

Где:

$$\Delta T = 0.5 \text{ K}, \quad \Delta \tan \alpha = S \cdot t = 7.483 \frac{1}{B}$$

Тогда для первого измерения:

$$\frac{e}{k} = (10135.98 \pm 2227.88) \frac{\text{K}}{\text{B}}$$

Рассчитываем ток насыщения по формуле:

$$I_0 = \exp \left(\overline{\ln I_k} - \frac{e}{kT} \cdot \overline{U_{\text{эб}}} \right) \quad (9)$$

Таким образом, значение тока насыщения равно:

$$I_0 = 0.7041 \cdot 10^{-8} \text{ mA}$$

Таблица 3. Точные измерения

№П/П	$U_{эб}$	$U_{кб}$	$I_k = \frac{U_{кб}}{R_3}$	$\ln I_k$
	В	В	мА	
1	0.3000	0.0012	0.1	-9.210
2	0.3106	0.0021	0.175	-8.651
3	0.3204	0.0039	0.325	-8.032
4	0.3300	0.0064	0.533	-7.536
5	0.3400	0.0108	0.9	-7.013
6	0.3500	0.0168	1.4	-6.571
7	0.3600	0.0264	2.2	-6.119
8	0.3700	0.0411	3.425	-5.676
9	0.3804	0.0531	4.425	-5.420
10	0.3900	0.0725	6.042	-5.109
11	0.4000	0.0937	7.808	-4.852
12	0.4108	0.1201	10.008	-4.604
13	0.4202	0.1470	12.25	-4.402
14	0.4308	0.1810	15.083	-4.194
15	0.4400	0.2086	17.383	-4.052
16	0.4500	0.2346	19.55	-3.935

Среднее значение $\overline{\ln I_k} = -5.961$. Среднее значение $\overline{U_{эб}} = 0.375$.

Таблица 4. Метод парных точек для точных измерений

№	x_2	x_1	$x_2 - x_1$	y_2	y_1	$y_2 - y_1$	a_i	$a_i - a$	$(a_i - a)^2$
1	0.3804	0.3000	0.0804	-5.420	-9.210	3.789	47.137	12.443	154.83
2	0.3900	0.3106	0.0794	-5.109	-8.651	3.541	44.605	9.910	98.222
3	0.4000	0.3204	0.0796	-4.852	-8.031	3.179	39.938	5.244	27.504
4	0.4108	0.3300	0.0808	-4.604	-7.536	2.932	36.287	1.593	2.537
5	0.4202	0.3400	0.0802	-4.402	-7.013	2.610	32.554	-2.139	4.578
6	0.4308	0.3500	0.0808	-4.194	-6.571	2.377	29.419	-5.274	27.820
7	0.4400	0.3600	0.08	-4.052	-6.119	2.067	25.838	-8.856	78.430
8	0.4500	0.3700	0.08	-3.934	-5.676	1.741	21.773	-12.921	166.952

Аналогично получаем следующие значения:

1. $S = 3.165$ 1/В;
2. Среднее $a = 34.69$;

$$3. \tan(\alpha) = 34.69 \pm 7,48 \left(\frac{1}{\text{B}}\right);$$

$$4. \frac{e}{k} = (10234.8 \pm 2207.6) \frac{\text{K}}{\text{B}};$$

Ток насыщения:

$$I_0 = 0.57 \cdot 10^{-8} \text{ мА}$$

Графики

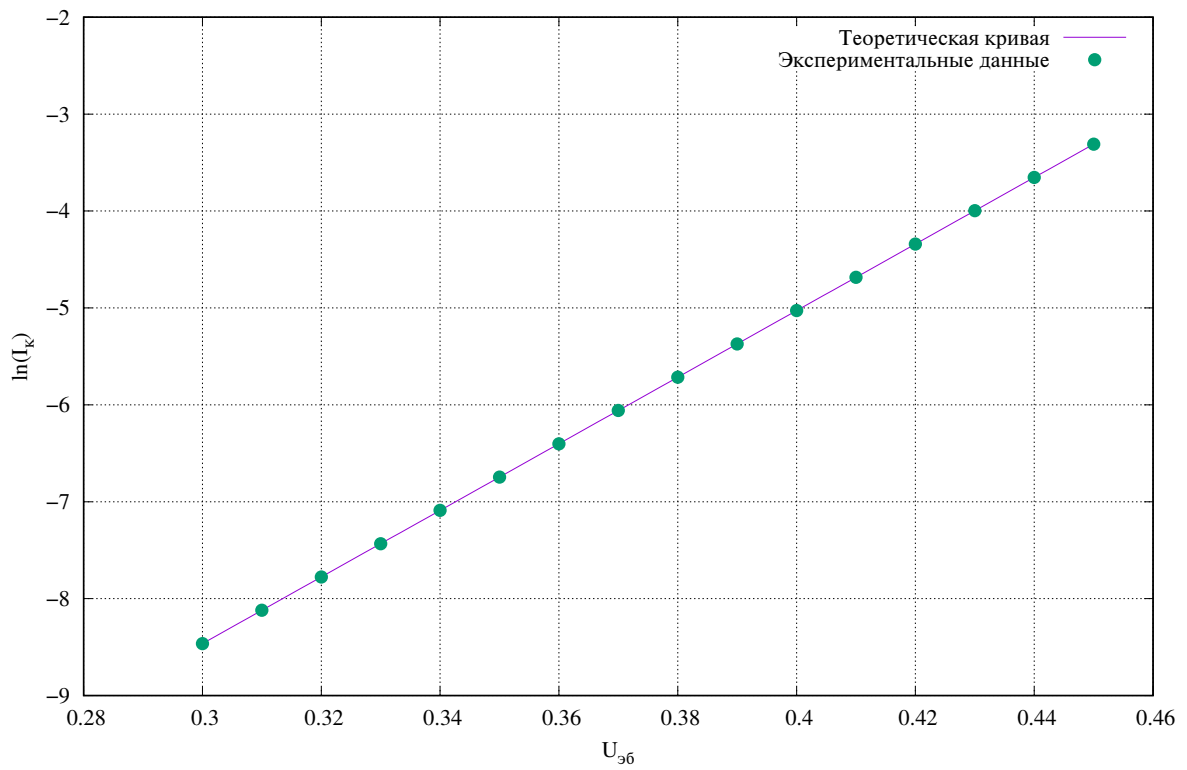


Рис. 3. Зависимость $\ln I_k$ от $U_{эб}$ на грубой шкале

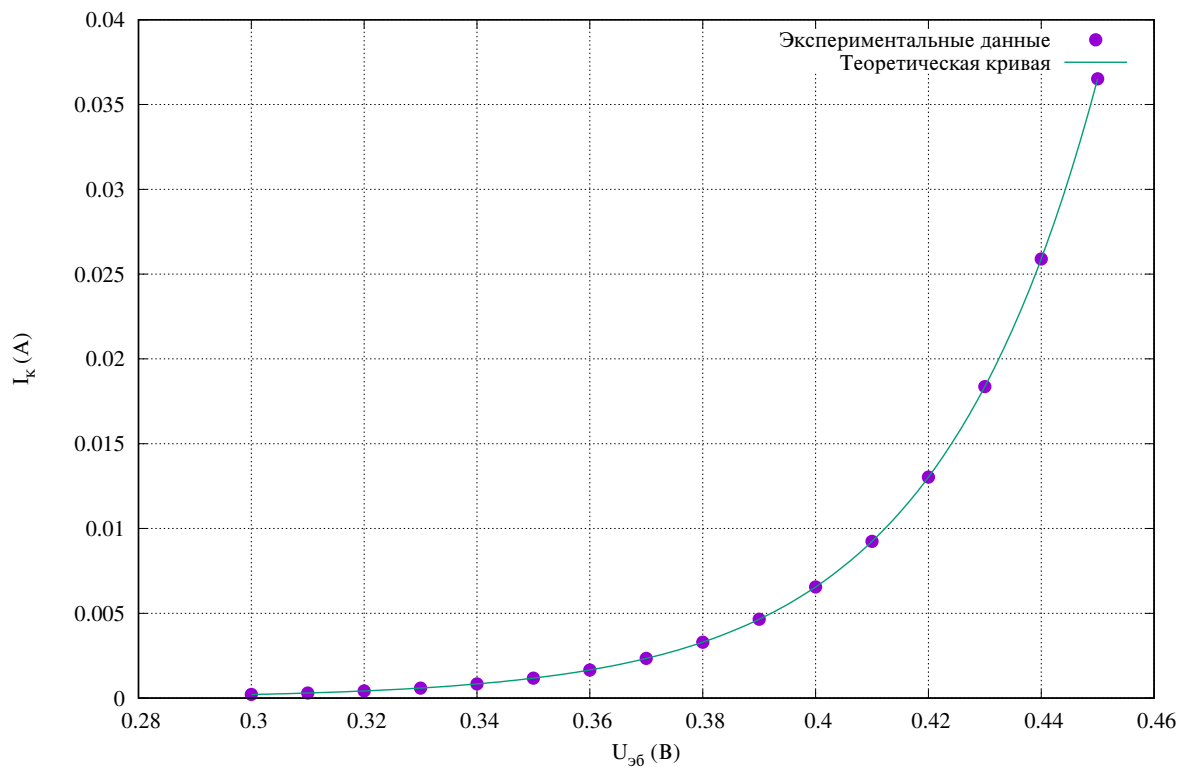


Рис. 4. Зависимость тока коллектора от напряжения эмиттер-база на грубой шкале

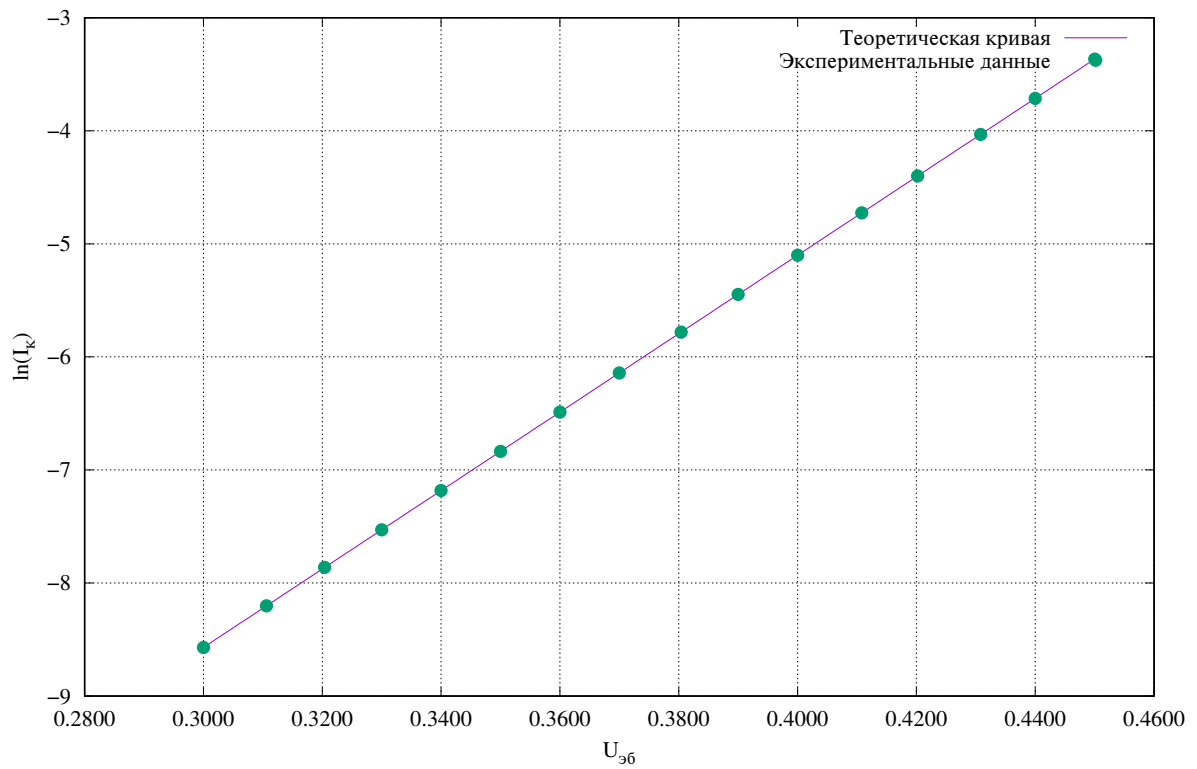


Рис. 5. Зависимость $\ln I_k$ от $U_{эб}$ на точной шкале

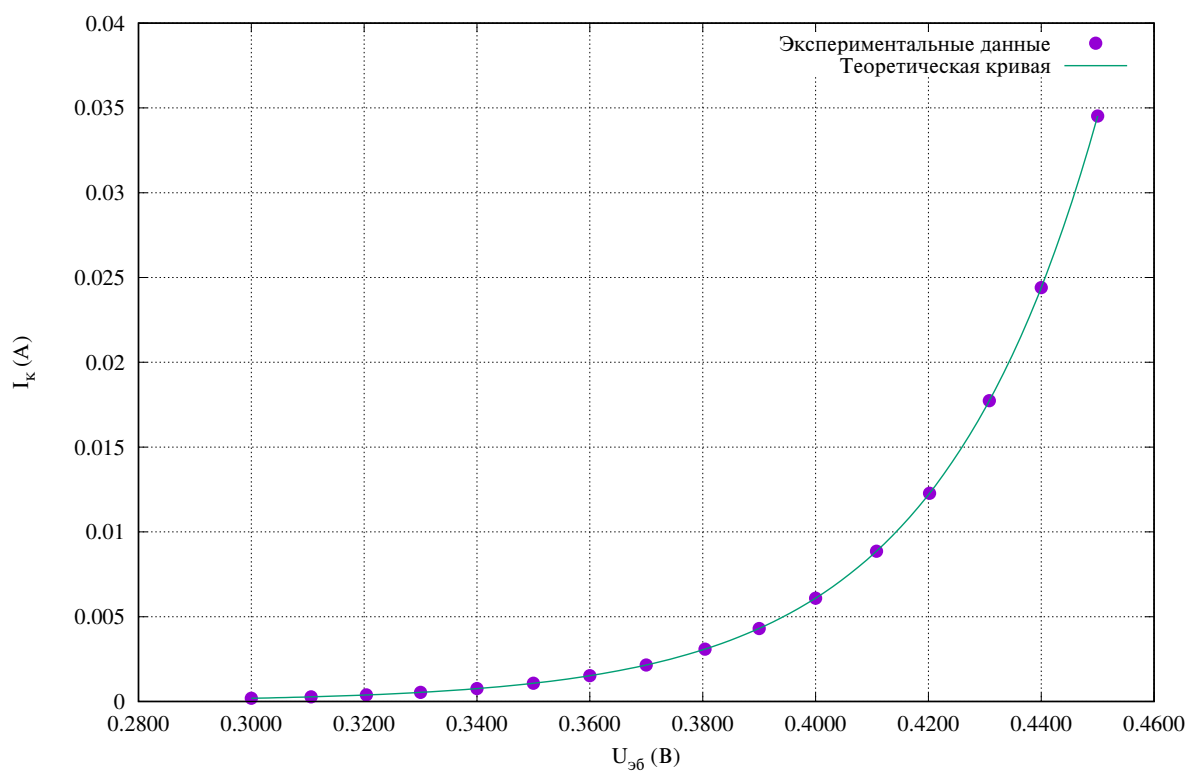


Рис. 6. Зависимость тока коллектора от напряжения эмиттер-база на точной шкале

3 Вывод

Экспериментально определено отношение элементарного заряда к постоянной Больцмана посредством анализа зависимости тока короткого замыкания коллектора биполярного транзистора от напряжения между эмиттером и базой. Для визуализации зависимости построены графики. Погрешность определения искомой величины оценена как погрешность косвенных измерений.

Список литературы

[1] <https://github.com/st117210/Workshop4.git>