

## Aufgabe 2:

(a) i.  $E \leq Q$

Seien  $v, u$  Kodierungen für zwei Turingmaschinen.

---

Definition von  $M_{u,v}$

---

- 1: **input**  $x \in \{0, 1\}^*$
  - 2: Simuliere  $M_u$  auf Eingabe  $x$
  - 3: Simuliere  $M_v$  auf Eingabe  $x$
  - 4: Falls beide akzeptieren: **reject**
  - 5: Falls beide nicht akzeptieren: **reject**
  - 6: Sonst: **accept**
- 

Definiere  $f: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^* \# \{0, 1\}^*$  mittels  $f(w) := v \# w$

Zu zeigen:  $w \in E \iff f(w) \in Q$  für  $w \in \{0, 1\}^*$

Definiere  $f: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^* \# \{0, 1\}^*$  mittels  $f(w) := v \# w$

Zu zeigen:  $w \in E \iff f(w) \in Q$  für  $w \in \{0, 1\}^*$

Zu  $\Rightarrow$ : Sei  $w \in E$ . Dann hält  $M_w$  auf keiner Eingabe. Also hält  $M_{u,v}$  auf keinem  $x \in \{0, 1\}^*$ . Dann halten  $M_u$  und  $M_v$  entweder beide auf jedem  $x$  oder beide halten auf keinem. Also gilt  $x \in T(M_u) \cap T(M_v)$  oder  $x \notin T(M_u) \cap T(M_v)$  für jedes  $x \in \{0, 1\}^*$ . Es ist somit  $T(M_u) = T(M_v)$ , also  $f(w) \in Q$  für jedes  $x \in \{0, 1\}^*$ .

Dann hält  $M_w$  auf keiner Eingabe. Also hält  $M_{u,v}$  auf keinem  $x \in \{0, 1\}^*$ . Dann halten  $M_u$  und  $M_v$  entweder beide auf jedem  $x$  oder beide halten auf keinem. Also gilt  $x \in T(M_u) \cap T(M_v)$  oder  $x \notin T(M_u) \cap T(M_v)$  für jedes  $x \in \{0, 1\}^*$ . Es ist somit  $T(M_u) = T(M_v)$ , also  $f(w) \in Q$  für jedes  $x \in \{0, 1\}^*$ .

Zu  $\Leftarrow$ : Sei  $w \notin E$ . Dann hält  $M_w$  auf mindestens einer Eingabe. Also  $M_{u,w}$  für alle Eingaben. Dann akzeptiert jeweils nur eine der Turingmaschinen  $M_u$  und  $M_v$  für die Eingabe  $x$ . Es gilt also entweder  $x \in T(M_u)$  und  $x \notin T(M_v)$  oder anders herum. Also  $T(M_u) \neq T(M_v)$  und somit  $f(w) \notin Q$ .

ii.  $H_0 \leq U$

Sei  $u$  die Kodierung einer Turingmaschine  $M_u$ .

---

Definition von  $M'_u$

---

- 1: **input**  $x \in \{0, 1\}^*$
  - 2: Simuliere  $M_u$  auf leerer Eingabe.
  - 3: **accept**
- 

Definiere  $f: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$  mittels  $f(w) := w'$  ?

Zu zeigen:  $w \in H_0 \iff f(w) \in U$  für  $w \in \{0, 1\}^*$

Zu  $\Rightarrow$ : Sei  $w \in H_0$ . Dann hält  $M_w$  auf leerer Eingabe. Also hält  $M'_u$  auf jedem  $x \in \{0, 1\}^*$ .