

省选 2023 模拟赛

2023.5

题目名称	括号序列	简单	中等	困难
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
可执行文件名	bracket	easy	medium	hard
输入文件名	bracket.in	easy.in	medium.in	hard.in
输出文件名	bracket.out	easy.out	medium.out	hard.out
每个测试点时限	1.0 秒	1.0 秒	8.0 秒	3.0 秒
内存限制	512 MB	1024 MB	1024 MB	1024 MB
比对方式	全文比较	SPJ	全文比较	SPJ

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	bracket.cpp	easy.cpp	medium.cpp	hard.cpp
-----------	-------------	----------	------------	----------

编译选项

对于 C++ 语言	-lm -O2 -std=c++17
-----------	--------------------

注意事项与提醒（请选手务必仔细阅读）

1. 出题人太菜了，如果 AK 了请不要大声喧哗。
2. 出题人不会造数据，请自觉只拿自己该拿的分，谢谢。

1 括号序列 (bracket)

【题目描述】

定义一个合法括号序列为仅由 (和) 构成的字符串且：

- 空串 S 是一个合法括号序列。
- 如果 A 是一个合法序列，那么 (A) 也是合法括号序列。
- 如果 A, B 都是合法括号序列，那么 AB 也是合法括号序列。

例如 $((()))()$ 是合法括号序列，而 $)()())$ 不是。

定义一个长度为 $2n$ 的合法括号序列是优秀的，当且仅当其满足：对于从左到右的第 i 个左括号，与其匹配的右括号和这个左括号之间的距离在 $[L_i, R_i]$ 之间。

给出 n 和 $L_1 \dots n, R_1 \dots n$ ，请求出有多少长度为 $2n$ 的优秀的合法括号序列。由于答案可能很大，你只需要回答其对 998244353 取模后的结果。

你可以通过阅读样例解释以更好地理解题意。

【输入格式】

从文件 **bracket.in** 中读入数据。

第一行一个正整数 n 。

接下来 n 行，第 i 行两个整数 L_i, R_i 。

【输出格式】

输出到文件 **bracket.out** 中。

一行一个整数表示答案。

【样例 1 输入】

```
3
1 5
1 1
1 5
```

【样例 1 输出】

```
3
```

【样例 1 解释】

三种优秀的合法括号序列分别为： $((()))()$ ， $((()()))$ 和 $()()()()$ 。

对于第一种优秀的合法括号序列，第一个左括号位于位置 1，与其匹配的右括号位于位置 4，距离 $d = 4 - 1 = 3$ ，满足 $L_1 = 1 \leq d \leq R_1 = 5$ 。

【样例 2、3】

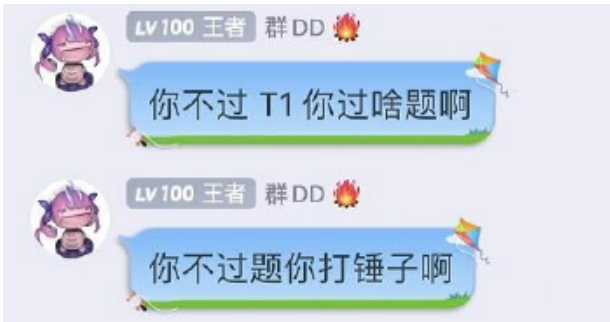
见 `/ex_bracket2.in`、`/ex_bracket3.in` 与 `/ex_bracket2.out`、`/ex_bracket3.out`。

【测试点约束】

对于所有测试点， $1 \leq n \leq 700$ ， $1 \leq L_i, R_i \leq 2n - 1$ 。

每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	$n \leq$	特殊限制
1 ~ 4	5	
5 ~ 8	10	
9 ~ 10	700	$L_i = 1, R_i = 2n - 1$
11 ~ 16	50	
17 ~ 20	700	



2 简单

2.1 Statement

距离考试还有 t 天，你决定开始复习。

有 n 个知识点，第 i 个知识点需要学习 a_i 天。但知识点之间有联系，只有学了足够多的知识点才能彻底理解一个知识点。因此第 i 个知识点需要一共学习至少 b_i 个知识点（包括自己）才能被彻底掌握。

求出你需要学习哪些知识点，才能最大化考试时彻底掌握的知识点个数。

形式化地，你需要选择子集 S ，使得 $\sum_{i \in S} a_i \leq t$ ，且最大化 $\sum_{i \in S} [|S| \geq b_i]$ 。

2.2 Input Format

多组数据。第一行一个正整数 T ，表示数据组数。每组数据的格式如下。

第一行两个正整数 n, t 。

接下来 n 行，每行两个正整数 a_i, b_i 。

2.3 Output Format

对每组数据输出两行。

第一行输出一个非负整数，表示最多能彻底掌握的知识点个数。

第二行首先是一个非负整数 k ，然后 k 个正整数 p_1, \dots, p_k ，表示应该被学习的知识点。如有多种方案可以任意输出一种。

2.4 Sample 1 Input

```
2
4 100
20 1
40 4
60 3
30 3
1 5
10 1
```

2.5 Sample 1 Output

```
2
3 1 2 4
0
0
```

2.6 Constraints

本题采用子任务捆绑测试。

对于所有数据，保证 $\sum n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq t \leq 2 \times 10^{14}, 1 \leq a_i \leq 10^9, 1 \leq b_i \leq n$ 。

Subtask 1 (20 points) : $\sum n \leq 20$ 。

Subtask 2 (20 points) : $\sum n \leq 300$ 。

Subtask 3 (20 points) : $\sum n \leq 5000$ 。

Subtask 4 (40 points) : 无特殊限制。

3 中等

3.1 Statement

有 n 个选手，第 i 个选手初始有 a_i 分。

进来了 m 个评委，每个评委会选择恰好 v 个选手，给他们每人加一分。

操作结束后，把选手按照分数排序，选出分数最高的若干位选手作为优胜者。特别地，如果有分数相同的选手，你可以把他们任意排序。

求出有多少个非空选手集合 S ，使得存在一种加分和排序的方案，让优胜者集合恰好为 S 。模 $10^9 + 7 = 1\,000\,000\,007$ 。

3.2 Input Format

多组数据。第一行一个正整数 T ，表示数据组数。每组数据的格式如下。

第一行三个正整数 n, m, v 。

第二行 n 个非负整数 a_1, a_2, \dots, a_n 。

3.3 Output Format

对每组数据输出一行一个非负整数，表示答案。

3.4 Sample 1 Input

```
6
3 1 2
1 2 3
3 2 1
1 2 3
10 1 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
6 1 2
2 1 1 3 0 2
6 1 5
2 1 1 3 0 2
10 4 8
7 2 3 6 1 6 5 4 6 5
```

3.5 Sample 1 Output

```
5
6
1023
23
19
240
```

3.6 Constraints

本题采用子任务捆绑测试。

对于所有数据，保证 $T \leq 50, m, a_i, \sum n \leq 200$ 。 TODO

Subtask 1 (20 points) : $T \leq 5, n \leq 16$ 。

Subtask 2 (30 points) : $m, a_i, \sum n \leq 50$ 。

Subtask 3 (20 points) : $m, a_i, \sum n \leq 100$ 。

Subtask 5 (30 points) : 无特殊限制。

请注意常数因子对算法效率的影响。

4 困难

4.1 Statement

给定一个简单连通图 $G = (V, E)$ 。

称一个点集 S 合法，当且仅当对任意 $x \notin S$ ，存在 $y \in S$ 使得 $(x, y) \in E$ 。

称一个点 x 是叶子，当且仅当 x 在图中只有唯一一个相邻点。保证每个非叶子节点至多与两个叶子相邻。

你需要找到一个点集 S ，使得 $|S| = \lfloor n/2 \rfloor$ ，且 S 和 $V \setminus S$ 都合法。

可以证明，在题目条件下必定存在一个合法点集。

4.2 Input Format

多组数据。第一行一个正整数 T ，表示数据组数。每组数据的格式如下。

第一行两个正整数 n, m ，表示图的点数和边数。

接下来 m 行，每行两个正整数 u_i, v_i ，表示图中的一条边。

4.3 Output Format

对每组数据输出一行， $\lfloor n/2 \rfloor$ 个不同的正整数，表示你找到的点集。

4.4 Sample 1 Input

```
2
6 7
1 2
1 3
2 3
3 4
4 5
4 6
5 6
3 2
1 2
2 3
```

4.5 Sample 1 Output

2 3 6

2

4.6 Sample 2

见下发文件。

4.7 Constraints

本题采用子任务捆绑测试。

对于所有数据，保证 $1 \leq \sum n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq \sum m \leq 5 \times 10^5$ 。

Subtask 1 (30 points) : $\sum n \leq 20$ 。

Subtask 2 (20 points) : $m = n - 1, \sum n \leq 3000$ 。

Subtask 3 (30 points) : $\sum n, \leq 3000, \sum m \leq 7000$ 。

Subtask 4 (20 points) : 无特殊限制。

希望大家素质高一点，别写调整。