Метрическое пр-во

Пр: $(\mathbb{R}^n; \rho_z)$

Пр: $(\mathbb{Q}, |\cdot|)$

Пр: $\rho_0(x,y) = \begin{cases} 0, & x \neq y \\ 1, & x \neq y \end{cases}$

1) Неотриц.
2) Симметрична
3) Нер-во Δ-на

⚠ будет ли метрикой:

$$\rho(\{x_n\};\{y_n\}) = \sum 2^{-n} \frac{|x_n - y_n|}{1+|x_n-y_n|} = \sum_{n=1}^{+\infty} 2^{-n} \left(\frac{1}{1+\frac{1}{|x_n-y_n|}} \right)$$

Генератор метрик:

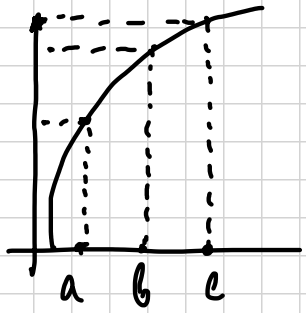
$f: [0;+\infty) \to [0;+\infty)$

$f(0) = 0$

f - непр

f - выпукла вверх,

тогда $f \circ \rho$ - метрика, где ρ - метрика



Эквивалентные метрики

Опр:

- через уч. (Липшиц)
- через топологии

Теорема: Липшиц. экв-ив $\Rightarrow$ топологич.
$\not\Leftarrow$

Полнота

Пр-во полно если всякая фундаментальная посл-ть сходится к элементу этого пр-ва

- все L_p, l_p полные
- C, C_0 - полны
- C_{00} - не полно ②
- $(C[a,b], \|\cdot\|_c)$ - полно ①

1