UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE DEPARTAMENTO DE CONTABILIDADE E ATUÁRIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS CONTÁBEIS

IMPACTO DO RISCO DE LONGEVIDADE EM PLANOS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR

Fabiana Lopes da Silva

Orientador: Prof. Dr. Gilberto de Andrade Martins

SÃO PAULO 2010

Prof. Dr. João Grandino Rodas Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Reinaldo Guerreiro Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

> Prof. Dr. Fábio Frezatti Chefe do Departamento de Contabilidade e Atuária

Prof. Dr. Edgard Bruno Cornachione Junior Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis

FABIANA LOPES DA SILVA

IMPACTO DO RISCO DE LONGEVIDADE EM PLANOS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR

Tese apresentada ao Departamento de Contabilidade e Atuária da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo como requisito para a obtenção do título de Doutora em Ciências Contábeis.

Orientador: Prof. Dr. Gilberto de Andrade Martins

SÃO PAULO 2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Processamento Técnico do SBD/FEA/USP

Silva, Fabiana Lopes da

Impacto do risco de longevidade em planos de previdência complementar / Fabiana Lopes da Silva. -- São Paulo, 2010. 208 p.

Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, 2010. Orientador: Gilberto de Andrade Martins.

1. Atuária 2. Previdência privada 3. Mortalidade I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. II. Título.

CDD - 368.01

Aos meus pais, Tereza e Heleno, aos meus irmãos Fabio e Lenon, por me acompanharem nessa jornada. Agradeço a Deus todos os dias pela oportunidade de viver, aprender e compartilhar.

Ao Prof. Dr. Gilberto de Andrade Martins, orientador, tutor, educador, pesquisador incansável e, principalmente, um grande amigo.

Aos Prof. Dr. José Roberto Ferreira Savoia e Profa. Dra. Fernanda Chaves Pereira pelas valiosas contribuições feitas no exame de qualificação.

Aos Professores do Departamento de Contabilidade e Atuária da FEA por todo o ensinamento transmitido, em especial a: Prof. Dr. Ariovaldo dos Santos, Prof. Dr. Bruno Meirelles Salotti, Prof. Dr. Edgard Bruno Cornachione Junior, Prof. Dr. Geraldo Barbieri, Prof. Dr. Fábio Frezatti, Prof. Dr. Gerlando Lima, Prof. Dr. Iran Siqueira Lima, Prof. Dr. Lázaro Plácido Lisboa, Prof. Dr. L. Nelson Carvalho, Prof. Dr. Luiz João Corrar e Prof. Dr. Reinaldo Guerreiro.

Ao Prof. Dr. Luiz Paulo Lopes Fávero educador, pesquisador e amigo.

À FAPESP, que tornou viável este trabalho por meio da concessão de bolsa de estudos.

Aos meus pais, Heleno e Tereza, pela paciência, incentivo, apoio e compreensão pelos inúmeros momentos de ausência durante o período do Doutorado. Aos meus irmãos, Fabio e Lenon, por todo o carinho, apoio e amizade que sempre tivemos. À minha avó, Leonilda, por ser uma pessoa tão maravilhosa. À minha tia Joana ("Ninha") pela imensa amizade e apoio que sempre me deu e aos meus primos, Eluana e Luciano, pelo carinho de sempre. E para minha sobrinha, Mariana, por ser a garotinha mais especial do mundo, e peço desculpas pela minha ausência. Aos novos integrantes da família Lopes: Juliana e Lourenço. E ao meu avô Fernando (*In memoriam*) por ter sido uma pessoa tão especial em minha vida.

Agradeço, em especial, à Betty Lilian Chan, por ser uma amiga incondicional e por compartilhar longas conversas sobre previdência e atuária.

Aos amigos da Pós e àqueles que me acompanharam na longa jornada: Fernanda Furuta, Patrícia dos Santos Vieira, Jorge de Souza Bispo, Fernando Chiqueto, Maria Rosa Trombetta, Guillermo Braunbeck, José Elias Feres, Tatiana Lopes, Chang Shy En, Karina Yuri Tanaka, Patrícia Kaori Tanaka, Márcia Kazumi Nagatomo, Vânia Kawamoto, Valkíria Nobue Yoshimura, Nivaldo Gomes Lamac e Eliene Silva.

"Sem números, não há vantagens nem possibilidades, sem vantagens e probabilidades, o único meio de lidar com o risco é apelar para os deuses e o destino."

Peter L. Bernstein (1997).

RESUMO

A evolução do aumento da expectativa de vida registrada nas últimas décadas foi uma conquista significativa para a sociedade e trouxe novos desafios em diversas áreas do conhecimento humano. Dentre os impactos do aumento da longevidade, destaca-se sua influência no equilíbrio técnico dos planos previdenciários. Nas entidades de previdência complementar, a identificação oportuna de possíveis desvios da premissa da mortalidade à realidade subjacente visa garantir a solvência e a manutenção dos benefícios de longo prazo. Assim, o presente estudo tem por objetivo estimar os fatores de *improvement* (fator redutor de mortalidade) para a população coberta por planos privados de aposentadoria, com base no método Lee-Carter e na abordagem CMI (Continuous Mortality Investigation), bem como analisar o impacto da incorporação da estimativa do aumento da expectativa de vida no fluxo de caixa atuarial em uma carteira de beneficio definido. Em virtude da carência de informações históricas de tábuas de mortalidade para o Brasil, fez-se uso da técnica de pareamento (propensity score), o qual consiste na identificação do país que mais se assemelha ao Brasil no que se refere às variáveis socioeconômicas relevantes para prever a evolução da expectativa de vida. Essa técnica foi aplicada para uma amostra de 21 países da OCDE. As variáveis socioeconômicas consideradas no estudo foram: Fertilidade, PIB per capita, Crescimento anual do PIB, Saúde, Desemprego, Gini, Analfabetismo e Escolaridade. Diante dos testes efetuados, Portugal foi escolhido para servir de base para as projeções da mortalidade e obtenção dos fatores de *improvement*, em decorrência da técnica de pareamento e do teste de aderência realizado. Comparando-se as médias dos fluxos de caixa da AT-2000 com e sem improvement e levando-se em consideração os cenários de taxas de juros de 3%, 4%, 5% e 6% ao ano, observou-se que, não considerar o improvement, gera uma elevação do fluxo atuarial entre 7.15% a 10.51% para a carteira simulada. A projeção pelo método CMI forneceu resultado semelhante, sendo que o impacto variou entre 7,05% a 10,32%. Embora os métodos de improvement sejam bem diferentes, é importante destacar que os resultados foram bem semelhantes. Um ponto que merece preocupação é a questão da taxa de juros, pois com a tendência de queda, no longo prazo, maior será a sensibilidade do impacto da projeção do risco de longevidade. Adicionalmente, compararam-se os resultados obtidos com a Tábua Geracional RP-2000 e a Tábua SUSEP BR-EMS. Assim, os resultados anteriores mostram que não considerar a tendência de aumento da expectativa de vida na constituição das provisões técnicas pode expor as entidades de previdência a riscos pouco suportáveis no longo prazo.

ABSTRACT

The evolution of increased life expectancy recorded in recent decades has been a significant achievement for the society and brought new challenges in various areas of human knowledge. Among those, living longer has impacted the technical balance of the pension plans. In the private pension entities, the timely identification of possible deviations from the assumption of mortality to the underlying reality is to ensure the solvency and the maintenance of long-term benefits. Thus, based on Lee-Carter method and approach CMI (Continuous Mortality Investigation Bureau), this study aims to estimate the factors of improvement (reduction factor of mortality) for the population covered by pension plans as well as analyze the impact of incorporating an estimated longer life expectancy on actuarial cash flow into a portfolio of defined benefits. Due to a lack of historical information about mortality tables of Brazil, the matching technique (propensity score) was used to identify the country which is the most similar to Brazil concerning relevant socioeconomic variables, in order to predict the evolution of life expectancy. This technique was applied on 21 OECD sample countries. Socioeconomic variables considered were: Fertility, GDP per capita, annual growth of GDP, Health, Unemployment, Gini, Illiteracy and Schooling. According to test results, Portugal was chosen as the basis for projections of mortality and acquisition of factors of improvement, due to the matching technique and the adherence test performed. Comparing the averages of the cash flows of the AT-2000 with and without improvement and taking into account the scenarios of interest rates of 3%, 4%, 5% and 6% a year, it was observed that not considering the improvement generates an increased actuarial flow between 7.15% and 10.51% for the simulated portfolio. The CMI method provided similar projection, and the impact varied from 7.05% to 10.32%. Even though the methods of improvement are quite different, it is important to emphasize that the results were much the same. One point that deserves concern is the issue of interest rate since, due to the declining trend in the long run more sensitive will be the impact of the projection of longevity risk. Additionally, those results were compared with the table Generational RP-2000 and BR-Table SUSEP EMS. Thus, previous results show that not considering the trend of increasing life expectancy in the establishment of technical provisions can expose the private pension entities to a little bearable risk in the long term.

SUMÁRIO

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	3
LISTA DE QUADROS	4
LISTA DE TABELAS	5
LISTA DE GRÁFICOS	7
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	8
1. INTRODUÇÃO	9
1.1 Contextualização	9
1.2 Situação problema	11
1.3 A Tese	15
1.4 Hipoteses	16
1.5 Objetivos 1.6 Justificativas, importância e contribuições 1.7 Estruturo de trabelho	17
1.6 Justificativas, importância e contribuições	17
1.7 Estrutura do trabalho	18
1.7 Estrutura do trabalho 2. DINÂMICA DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR	21
2.1 Breve histórico	22
2.1 Breve histórico	25
2.3 Ambiente regulatório	29
2.3 Ambiente regulatório 2.4 Tipos de planos de benefícios	33
2.5 Expansão da previdencia complementar	40
2.6 Riscos em entidades de previdência complementar	43
3. RISCO DE LONGEVIDADE	51
3.1 Definições e conceitos	51
3.2 Analise de sobrevivencia	53
3.3 Leis de mortalidade	56
3.4 Labuas de mortalidade	61
3.4.1 Estruturação da tábua de mortalidade	62
3.5 Evolução da mortalidade	71
3.5.1 Mortalidade e desenvolvimento econômico	81
3.6 Impacto do risco de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícion de longevidade na obrigação atuarial dos planos de longevidade na obrigação d	
3.6.1 Estudos empíricos sobre o risco de longevidade	99
3.6.2 <i>Improvement</i> de tábua	103
4. MÉTODOS DE PROJEÇÃO DE MORTALIDADE	109
4.2 Visão geral	114
4.2.1 Expectation	116
4.2.2 Explanation	116
4.2.3 Extrapolation	
4.3 Projeções baseadas em padrões	120
4.4 Projeções baseadas em modelos paramétricos	123
4.5 Principais métodos de projeção da mortalidade	123
4.5.1 CMI Projection Basis	124
4.5.2 GAD Projection Basis	127
4.5.3 Logarithmic Method	127
4.5.4 SOA – Escala AA	128
4.5.5 Método Lee-Carter	131
4.5.5.1 Estimação dos parâmetros	133
5. TRAJETÓRIA METODOLÓGICA	139

	5.1	Estimação dos fatores de <i>improvement</i> para a população brasileira pela metodole	ogia
	de Lee	-Carter	140
	5.2	Países e indicadores selecionados	145
	5.3	Estimação dos fatores de <i>improvement</i> pela metodologia de CMI	152
	5.4	Impacto da adoção do <i>improvement</i> na obrigação atuarial	153
6.	. ANA	ÁLISE DOS RESULTADOS	155
	6.1	Método de Lee-Carter	156
	6.2	Método CMI	184
	6.3	Comparação entre os resultados das projeções pelo método Lee-Carter e CMI	186
	6.4	Comparação entre os resultados das projeções pela tábua RP-2000 Geracional e	
	Tábua	SUSEP (BR-EMSsb)	188
7.	. COl	NCLUSÕES	191
R	EFERÊ	NCIAS	195

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADF: Dickey Fuller Ampliado

ANAPP: Associação Nacional de Previdência Privada

APT: Arbitrage Pricing Theory

ARIMA: Autoregressive Integrated Moving Average

ASOP: Actuarial Standard of Practice

BD: Beneficio Definido

BPD: Beneficio Proporcional Diferido CAPM: Capital Asset Pricing Model

CD: Contribuição Definida

CELADE: Centro Latino-Americano de Demografia

CGPC: Conselho de Gestão da Previdência Complementar

CMI: Continuous Mortality Investigation

CNSP: Conselho Nacional de Seguros Privados

CODA: Cash or Deferred Plans CV: Contribuição Variável

DP: Dickey e Pantula

EAPC: Entidade Aberta de Previdência Complementar

EC: Emenda Constitucional

EFPC: Entidade Fechada de Previdência Complementar

FAS: Financial Accounting Standard

GAD: Government Actuary's Department

GLM: Generalized Linear Model HMD: Human Mortality Database

IAS: International Accounting Standard

IBGE: Instituto Brasileiro de Geografía e Estatística IFRS: *International Financial Reporting Standards*

IMF: International Monetary Fund

INSS: Instituto Nacional do Seguro Social

LC: Lee-Carter

LTC: Long Term Care
MA: Moving Average

MAE: Mean Absolute Error

MAPE: *Mean Absolute Percent Error* MPS: Ministério da Previdência Social MQO: Mínimos Quadrados Ordinário

OCDE: Organização de Cooperação de Desenvolvimento Econômico OECD: *Organisation for Economic Co-operation and Development*

OMS: Organização Mundial de Saúde

PIB: Produto Interno Bruto

RGPS: Regime Geral da Previdência Social

RMSE: Root Mean Square Error

RPPS: Regime Próprio de Previdência dos Servidores Públicos

SIM: Sistema de Informações sobre Mortalidade

SOA: Society of Actuaries

SPC: Secretaria de Previdência Complementar SUSEP: Superintendência de Seguros Privados

SVD: Singular Value Decomposition

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Efeitos macroeconômicos sobre a mortalidade estimados usando séries de ter	npo
	91
Quadro 2 - Efeitos macroeconômicos sobre a mortalidade estimados usando dados em pa	
com efeitos fixos específicos a localização	93
Quadro 3 - Taxas de mortalidade anuais por idade e ano-calendário	110
Quadro 4 - Variáveis com maior poder explicativo em relação às variáveis dependentes.	161
Quadro 5 - Resumo das variáveis utilizadas em cada modelo	167

LISTA DE TABELAS

Tabela I - Previdência Complementar: quantidade de beneficios em manutenção, valor to	
valor médio dos gastos de previdência (Junho/2009)	26
Tabela 2 - Comparação da previdência social, privada aberta e fechada em R\$ milhões	
correntes – 1994-2005	26
Tabela 3 - Tipo de entidade de previdência complementar – 1994-2005	
Tabela 4 - Evolução do número de EFPC: setor público e setor privado (1978-2009)	
Tabela 5 - Tábua de mortalidade da população feminina da Suécia - 2007	
Tabela 6 - Expectativa de vida ao nascer: comparação entre Brasil, Europa, América do N	
América do Sul e média mundial	75
Tabela 7 - Comparação entre tábuas de mortalidade (esperança de vida) – Período: 1662 - 2000	
	94
Tabela 8 - Esperança de vida das tábuas de mortalidade selecionadas por idade e país de origem – 1958/2004	96
Tabela 9 - Aumento no valor presente da anuidade (%)	
Tabela 10 - Aumento no valor presente do passivo atuarial	
Tabela 11 - Impacto do risco de longevidade e alterações na taxa de juros atuarial no	. 101
pagamento de anuidades (sem improvement)	101
Tabela 12 - Impacto do risco de longevidade e alterações na taxa de juros atuarial no	. 101
pagamento de anuidades (com improvement)	102
1 0	
Tabela 13 - Tábua estática de mortalidade (sem projeção)	104
	105
<i>J</i> ,	
υ · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	106
2 1 3 ,	107
1 3 ,	129
Tabela 19 - Lista de países	
1	155
Tabela 21 - Teste de médias – Wilcoxon e Kruskal-Wallis	
Tabela 22 - Estatística descritiva das variáveis socioeconômicas	
Tabela 23 - Disponibilidade histórica de variáveis socioeconômicas para o Brasil	
Tabela 24 - Teste ANOVA – modelo logaritmo neperiano da taxa de mortalidade infantil	. 161
Tabela 25 – <i>Output</i> do modelo de regressão (logaritmo neperiano da taxa de mortalidade	1.60
infantil)	162
Tabela 26 - Teste de normalidade dos resíduos (logaritmo neperiano da taxa de mortalidade dos resíduos)	
	162
Tabela 27 - Teste ANOVA – modelo logaritmo neperiano da expectativa de vida ao nasce	
Tabela 28 – <i>Output</i> do modelo de regressão (logaritmo neperiano da expectativa de vida a	. 103
nascer)	
Tabela 29 - Teste de normalidade dos resíduos (logaritmo neperiano da expectativa de vic	
nascer)	
Tabela 30 - Teste ANOVA – modelo k_t feminino	
Tabela 31 – <i>Output</i> do modelo de regressão (k , feminino)	
Tabela 32 - Teste de normalidade dos resíduos (\mathbf{k}_t feminino)	
Tabela 33 - Teste ANOVA – Modelo k_t masculino	
·	
Tabela 34 – Output do modelo de regressão (k, masculino)	. 100

Tabela 35 - Teste de normalidade dos resíduos (k_t masculino)	167
Tabela 36 – Resultado do pareamento – distribuição de frequência do país considerado	
vizinho mais próximo	168
Tabela 37 - Resultado do teste DP	173
Tabela 38 - Resultados do teste ADF	174
Tabela 39 - Resumo dos modelos testados para a variável k_t feminino	175
Tabela 40 - Resumo dos modelos testados para a variável k_t masculino	176
Tabela 41 - Parâmetros estimados para k_t feminino	177
Tabela 42 - Parâmetros estimados para k_t masculino	177
Tabela 43 - Estatísticas de previsão	181
Tabela 44 - Comparação do fluxo de caixa a valor presente da AT-2000 com improveme	ent
pelo método Lee-Carter	183
Tabela 45 - Comparação do fluxo de caixa a valor presente da AT-2000 com improveme	nt
pelo método CMI	185
Tabela 46 - Comparação dos fluxos de caixa a valor presente da AT-2000 pelos métodos	Lee-
Carter e CMI	186
Tabela 47 - Comparação do fluxo de caixa a valor presente da AT-2000 e RP-2000	
Geracional	188
Tabela 48 - Comparação do fluxo de caixa a valor presente da AT-2000 e BR-EMS	189
Tabela 49- Comparação do fluxo de caixa a valor presente da AT-2000+LC, AT-2000+C	CMI,
BR-EMS, RP-2000 Geracional e AT-2000	189

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Esperança de vida ao nascer da população mundial	9
Gráfico 2 - Beneficio do INSS em termos % do salário final do trabalhador	
Gráfico 3 - Tipos de planos no Brasil	38
Gráfico 4 - Comparação da expectativa de vida ao nascer: Brasil, América do Norte e	
América do Sul	76
Gráfico 5 - Expectativa de vida ao nascer de alguns países	
Gráfico 6 - População brasileira de 65 anos e mais 80 anos e mais: 2000-2005	
Gráfico 7 - Curva do número de mortes (dx) para a população feminina da Suécia	
Gráfico 8 - Função sobrevivência lx para a população feminina da Suécia (1800-2007)	
Gráfico 9 – <i>Box-Plot</i> do fluxo de caixa estocástico considerando AT-2000	
Gráfico 10 – Adequação do pareamento – distribuição do escore da regressão logística	168
Gráfico 11 - Coeficientes $\hat{\alpha}_x$ estimados por sexo (1950-2007)	170
Gráfico 12 - Coeficientes $\hat{\beta}_x$ estimados por sexo (1950-2007)	170
Gráfico 13 - Coeficientes k_t estimados por sexo (1950-2007)	171
Gráfico 14 – Box-Plot do fluxo de caixa estocástico pelo método Lee-Carter	182
Gráfico 15 - Média dos fluxos de caixa da AT-2000 com improvement pelo método de L	ee-
Carter (AT-2000+LC) e a AT-2000 sem improvement	183
Gráfico 16 - Box-Plot do fluxo de caixa estocástico pelo método CMI	184
Gráfico 17 - Média dos fluxos de caixa da AT-2000 com e sem improvement pelo métod	o de
CMI	185
Gráfico 18- Média dos fluxos de caixa da AT-2000 com e sem improvement pelos métod	os
CMI e Lee-Carter	187

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1 - Experiência da mortalidade: variável aleatória	53
Ilustração 2 - Experiência da mortalidade: desvio sistêmico	53
Ilustração 3 - Mortalidade seleta, final e agregada para o período de seleção de 15 anos	70
Ilustração 4 - Retangularização e expansão da função sobrevivência	80
Ilustração 5 - Curva de Lorenz	149
Ilustração 6 - Teste de normalidade dos resíduos – variável k_t feminino	
Ilustração 7 - Teste de normalidade dos resíduos – variável k_t masculino	178
Ilustração 8 - Previsão estática feminina	
Ilustração 9 - Previsão estática masculina	179
Ilustração 10 - Previsão dinâmica feminina	180
Ilustração 11 - Previsão dinâmica masculina	180

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

No século XX, a expectativa de vida aumentou drasticamente, como consequência das melhorias nas condições de higiene e sanitária, nutrição, urbanização, desenvolvimento de vacinas, avanço da medicina e do ambiente socioeconômico. Tais alterações conduziram a níveis de envelhecimento da população e expectativa de vida que até então não se podia imaginar em épocas anteriores (SANTOS, 2007).

Essa redução da mortalidade não se restringiu aos países desenvolvidos, mas pode ser considerado um fenômeno praticamente generalizado, em escala mundial, principalmente, a partir da Segunda Guerra (IBGE, 1999).

Para se ter uma ideia, o Gráfico 1, a seguir, mostra a evolução e a projeção da esperança de vida ao nascer da população mundial.

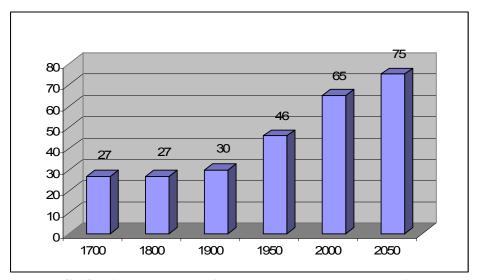


Gráfico 1 - Esperança de vida ao nascer da população mundial FONTE: IMF, *World Economic Outlook*, setembro 2004

Conforme se observa no gráfico anterior, a expectativa de vida ao nascer, no século XIX, era estimada em 27 anos de idade. Em 2000, a expectativa atingiu 65 anos, com previsão de alcançar 75 anos em 2050, ou seja, uma evolução crescente e significativa ao longo do tempo.

No Brasil, a situação não é diferente. De acordo com Prata (1992, p. 168), assim como ocorreu anteriormente na Europa, o declínio da mortalidade geral não foi o único aspecto notável no Brasil nos últimos 50 anos. Foram observados, também, a redução da mortalidade infantil, o aumento da expectativa de vida da população e a modificação do seu perfil epidemiológico. Corroborando tais informações, a esperança de vida ao nascer, para as mulheres era de 43 anos no período de 1930-1940, enquanto, em 2000, passou para 72 anos, uma diferença de, aproximadamente, 29 anos em um período de cerca de 70 anos, o que evidencia a tendência crescente do aumento da expectativa de vida da população brasileira (MPS, 2006).

Esse aumento da expectativa de vida foi uma conquista significativa e positiva da civilização moderna, trazendo consigo novos desafios em diversas áreas do conhecimento humano e profundas alterações tanto na esfera pública quanto privada.

No domínio público, a transição demográfica iniciou-se, no país, na década de 1940 com o aumento da expectativa de vida e a queda da taxa de fecundidade no final dos anos 60, resultando no envelhecimento da estrutura etária da população. Tal transição é apontada como uma das principais razões para o desequilíbrio orçamentário da previdência social brasileira. Somem-se a isso a ampliação de coberturas previstas pela Constituição de 1988 (sem a devida contrapartida de recursos) e os problemas de informalidade e precarização do mercado de trabalho (PINHEIRO, 2007).

No domínio privado, o aumento da expectativa de vida impacta diretamente na modelagem e na estruturação dos planos de benefícios previdenciários ofertados pelas Entidades de Previdência Complementar (Aberta ou Fechada), mais especificamente, na determinação das contribuições e reservas necessárias para fazer face aos compromissos futuros. Assim, a identificação oportuna dos desvios das premissas atuariais, em face da realidade subjacente, visa garantir a solvência e a manutenção dos benefícios de longo prazo da entidade.

Nesse contexto, emerge a importância do equilíbrio atuarial e financeiro dos planos privados de benefícios de aposentadoria, o que implica na observância da aderência das premissas à realidade do plano. Dentre as premissas atuariais adotadas pelas Entidades Fechadas e Abertas de Previdência Complementar para o cálculo dos fluxos de entrada e saída de recursos,

destaca-se a premissa da tábua de mortalidade, a qual será o principal objeto de estudo do presente trabalho.

1.2 Situação problema

A modelagem de planos de previdência complementar consiste na determinação do arranjo de fluxo de recursos necessários para fazer face aos compromissos futuros. Dada a natureza longínqua das obrigações futuras, é necessário fazer projeções, as quais requerem a adoção de premissas, tais como: taxa de mortalidade, taxa de desconto, taxa de crescimento salarial e fator de capacidade. Para os planos que envolvam mutualismo, a insuficiência de recursos para honrar os compromissos assumidos está diretamente ligada ao grau de aderência das premissas assumidas diante da realidade, sendo que elas representam um conjunto de estimativas que se espera realizar em um determinado período de tempo e com razoável grau de confiabilidade. Mas, por se tratar de um evento futuro, incorpora um caráter incerto que está sujeito a desvios ao longo do tempo (CHAN, 2004).

No Brasil, a grande maioria dos planos de previdência complementar são recentes, não apresentando experiência histórica representativa para a elaboração de tábuas de mortalidade específicas. Consequentemente, a maior parte dos fundos de pensão e as seguradoras adotam tábuas desenvolvidas em outros países, o que pode não refletir as características demográficas dos participantes que compõem suas carteiras. Além disso, mesmo que se observe aderência às tábuas adotadas pelo mercado em determinada época, não se pode afirmar que tal aderência permanecerá no longo prazo, sobretudo no cenário de aumento da expectativa de vida.

Dentre os possíveis determinantes que afetam o nível de mortalidade de um país, destaque-se o efeito do desenvolvimento econômico da nação. Brenner (2005) afirmou que, no caso dos Estados Unidos, o crescimento econômico foi um dos principais responsáveis pelo declínio da mortalidade durante o século 20.

Em contraposição ao estudo de Brenner (2005), Ruhm (2000) identificou que a mortalidade flutua pró-cíclicamente com as condições macroeconômicas dos países, ou seja, em períodos de recessão (aumento da taxa de desemprego, redução do PIB etc.), há uma redução da mortalidade geral e, em períodos de crescimento da economia, observa-se uma elevação da

mortalidade. A justificativa para tal resultado, não muito intuitivo, é de que o desenvolvimento econômico traz consigo alguns maleficios que podem provocar uma certa elevação da mortalidade, tais como aumento geral dos níveis de estresse, aumento da carga de trabalho, elevação do consumo de álcool e aumento de doenças infecciosas, entre outras.

Assim, no contexto dos planos de previdência, conhecer as características demográficas de um grupo de participantes é extremamente importante para a gestão adequada dos fundos previdenciários e para a manutenção de sua solvência. O dimensionamento adequado das reservas matemáticas e da precificação das contribuições necessárias para garantir a solvência das entidades de previdência passa, necessariamente, pelo acompanhamento da evolução/variação da mortalidade dos participantes do plano, cuja ferramenta atuarial utilizada para capturar as características da longevidade humana se configura por meio da tábua de mortalidade.

Nesse sentido, a preocupação relativa à solvência das Entidades Abertas de Previdência Complementar (EAPC) e das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) levou os órgãos reguladores a estabelecerem limites máximos de taxa de mortalidade, fixando, como parâmetro, a tábua AT-83 Masculina (CHAN *et al*, 2006b).

Conforme o art. 11 da Resolução CNSP (Conselho Nacional de Seguros Privados) no. 131, de 3 de outubro de 2005, a tábua biométrica referencial é a AT-83 (masculina), que representa o limite máximo da taxa de mortalidade, sendo que, respeitado esse limite, outras tábuas biométricas, também, poderão ser utilizadas, desde que reconhecidas pelo Instituto Brasileiro de Atuária (IBA). Já para as EFPCs, antes do advento da Resolução CGPC (Conselho de Gestão da Previdência complementar) nº 18, de 28 de março de 2006, vigorava a Resolução CGPC nº 11, de 21 de agosto de 2002, que estabelecia que a tábua biométrica utilizada para projeção de longevidade do participante seria aquela em que a expectativa de vida completa, fosse igual ou superior, no mínimo, àquela resultante da aplicação da tábua AT-49.

Assim, as EFPCs que adotassem tábuas biométricas com expectativas de sobrevivência inferiores à Tábua AT-49, ao se adaptarem, incorreram em déficits atuariais significativos, uma vez que o período estimado de recebimento de beneficios se elevou.

Posteriormente, em consonância com a legislação das EAPCs foi promulgada a Resolução CGPC n° 18 que estabeleceu, como referência, a tábua AT-83, mais conservadora que a AT-49.

Esse processo de implementação de regras para a adoção de parâmetros mínimos atuariais buscou dar maior segurança e confiabilidade ao sistema previdenciário, contribuindo para o estabelecimento de reservas matemáticas mais compatíveis com o cenário de evolução da mortalidade.

No âmbito internacional, têm-se as novas regras contábeis emanadas das IFRS (*International Financial Reporting Standards*) - Normas Internacionais de Contabilidade e do Projeto de Solvência II que reforçam a necessidade de as entidades de previdência adotarem uma avaliação mais criteriosa da mensuração e reconhecimento dos riscos, aos quais estão expostas. Mais precisamente, as IFRS têm por objetivo permitir que os usuários das demonstrações financeiras compreendam o montante de ativos e passivos, bem como os riscos relacionados ao fluxo de benefícios da entidade.

Em relação ao projeto Solvência II, a referida norma enfatiza a importância da construção de modelos internos para a mensuração dos riscos da entidade, o que, por sua vez, de acordo com Bravo (2007, p. 5), abre a possibilidade de as companhias de seguros,

[...] adotarem tábuas de mortalidade específicas, e devidamente calibradas ao comportamento da lei de sobrevivência observado nas populações que constituem suas carteiras, designadamente nos casos em que o atuário responsável considera que as características das populações envolvidas não se encontram devidamente espelhadas nas tábuas regulamentares.

Nesse contexto, emerge a importância da identificação, mensuração e acompanhamento do aumento da expectativa de vida (também chamado de risco de longevidade) no cálculo da obrigação atuarial, tendo-se em vista a continuidade e a solvência das Entidades de Previdência Complementar, tanto abertas quanto fechadas.

As provisões matemáticas reconhecidas nas demonstrações contábeis das EFPCs e EAPCs são baseadas em uma tábua biométrica estática. De acordo com Chan *et al* (2006b, p. 8):

[...] tábua de mortalidade é construída para representar a probabilidade de morte ou sobrevivência de uma população em um determinado período de tempo, ou seja, ela não incorpora uma

expectativa de aumento da esperança de vida, podendo ocasionar distorções no futuro, quando utilizada puramente.

Em EFPC, quando ocorre o descolamento dessa premissa à realidade subjacente, o plano incorre em déficits, que, conforme o artigo 21 da Lei Complementar nº 109/01, deverá ser equacionado por patrocinadores, participantes e assistidos, na proporção existente entre as suas contribuições. No caso das entidades abertas de previdência, para os planos BD e CV, o eventual déficit futuro de mortalidade deve ser suportado por meio de provisão específica a ser constituída pela entidade.

Segundo entrevista veiculada no *site* da ABRAPP com um economista da Divisão de Assuntos Financeiros da OCDE - Organização de Cooperação de Desenvolvimento Econômico, Pablo Antolín (2006) afirma que:

[...] cálculos recentes que estão na pauta de debates da Organização mostram que um aumento não previsto de um ano na expectativa de vida no decorrer de uma década pode elevar o Valor Atual Líquido (VAL) das despesas anuais com benefícios em até 10%.

Nesse sentido, em virtude do aumento da expectativa de vida da população, o qual impulsiona a importância do assunto tratado, e dentre as formas de proteção contra esse risco, o presente estudo trata do *Improvement* de Tábua.

Segundo Chaves (2005, p. 43), *improvement* "[...] é o nome do redutor da mortalidade atual, normalmente aplicado à tábua de mortalidade para incorporar a melhora na expectativa de vida", ou seja, trata-se de uma forma de projeção da tábua de mortalidade, considerando o aumento da expectativa de vida, sendo, portanto, uma alternativa para incorporar esses efeitos no cálculo atuarial.

Existem diversas metodologias propostas na literatura que possibilitam a projeção da mortalidade e incorporação de seus melhoramentos nas tábuas de mortalidade. Lambrou (2003) destaca os seguintes métodos de projeção de tábuas de mortalidade: (a) *Logarithmic Method*; (b) *Lee-Carter Method*; (c) *CMI Projection Basis*; (d) *GAD Projection Basis* e (e) *Logit Method*.

Entretanto, para a construção das chamadas tábuas prospectivas, que incorporam o fator redutor de mortalidade ao longo do tempo, pode-se utilizar uma ampla gama de metodologias,

determinísticas ou estocásticas, cuja dinâmica, em essência, tenta estimar e acompanhar a evolução futura da mortalidade. Mesmo que as projeções demográficas envolvam uma parcela de incerteza sobre a trajetória da mortalidade futura, deve ser preferível do que a sua não consideração no cálculo da obrigação atuarial.

Diante desse contexto, esta pesquisa é norteada pela seguinte questão:

• Qual o impacto do risco de longevidade no passivo atuarial dos planos de previdência complementar?

Adicionalmente, também, será investigado se:

Os impactos da incorporação dos métodos de projeção da expectativa de vida (a) CMI (Continuous Mortality Investigation) ou (b) Lee-Carter no passivo atuarial de um plano de benefício concedido divergem no longo prazo?

1.3 A Tese

A incerteza futura em relação à trajetória da mortalidade é um problema que afeta, significativamente, a solvência das entidades de previdência complementar, sobretudo as EAPCs. Essas fixam, no momento de adesão do participante ao plano, a tábua de mortalidade, sendo que eventuais desvios, em relação ao esperado, serão ônus da própria empresa, enquanto nas EFPCs os déficits são cobertos pelos participantes, patrocinadoras e assistidos na proporção que lhes cabem no plano de custeio.

Convém destacar que a Resolução CNSP n. 131/2005 em seu artigo 11, facultou às EAPCs a possibilidade de adotar tábua biométrica que possa ser atualizada durante o período de diferimento por instituição independente, a partir da experiência da própria entidade ou de mercado. Assim, em 18 de março de 2010, foram publicados e aprovados os critérios de elaboração e atualização das tábuas biométricas do Mercado Segurador Brasileiro (BR-EMSsb-V.2010), a serem adotados a partir de abril de 2010 (CIRCULAR SUSEP N. 402/10). Entretanto, a atualização da tábua, na fase de diferimento, não elimina totalmente o risco potencial do aumento da expectativa de vida na fase de percepção de beneficios.

Para tanto, compete a uma gestão eficiente de uma entidade de previdência a identificação e mensuração oportuna dos desvios nas estimativas utilizadas no cálculo atuarial das obrigações do plano de benefícios de maneira a garantir a solvência da entidade.

Assim, estabelece-se a tese de que há impacto significativo no nível de provisionamento quando se considera o efeito do aumento da expectativa de vida, o que significa dizer que, não o considerar, pode expor a entidade a riscos pouco suportáveis no longo prazo, tendo-se em vista a manutenção da solvência da mesma.

1.4 Hipóteses

Dentre os possíveis fatores que explicam a redução da mortalidade ao longo dos anos, destacam-se as influências do ambiente socioeconômico, que tem sido objeto de diversos pesquisadores que buscaram identificar possíveis relações entre estágio de desenvolvimento econômico do país e seus reflexos sobre a saúde da população.

Dentre as variáveis socioeconômicas utilizadas como *proxy* para capturar o estágio de desenvolvimento do país nos estudos internacionais, destacam-se: a taxa de desemprego anual, o crescimento do PIB, o PIB *per capita*, os gastos com saúde, a taxa de fertilidade, o índice de Gini, a taxa de analfabetismo e os anos de escolaridade.

Assim, partindo-se do pressuposto de que variáveis socioeconômicas influenciam a mortalidade da população, pode-se estimar a evolução desta a partir de tais informações, tendo-se em vista a carência de dados de mortalidade no Brasil.

A estimativa de evolução da mortalidade permite, por sua vez, a introdução do seu impacto na mensuração da obrigação atuarial dos planos de previdência complementar, contribuindo para a manutenção do equilíbrio de longo prazo.

Nesse sentido, as hipóteses deste estudo podem ser enunciadas como segue:

- H1: O valor esperado do fluxo de caixa descontado do plano de benefício concedido tende a se elevar de maneira significativa quando se incorporam estimativas de aumento da expectativa de vida.
- H2: A adoção do método Lee-Carter no valor esperado do fluxo de caixa descontado do plano de benefício concedido conduz a maior necessidade de caixa se comparado ao método CMI.

1.5 Objetivos

Nessa linha, o objeto do presente estudo são os mecanismos de proteção contra o risco de longevidade, sobretudo, as metodologias de projeção da mortalidade, que incorporam os fatores de *improvement* (redutores de mortalidade) para o cálculo da obrigação atuarial.

Mais precisamente, busca-se comparar as metodologias de projeção de tábuas de mortalidade denominadas CMI e Método Lee-Carter e estimar o impacto do aumento da expectativa de vida no equilíbrio de planos de previdência complementar.

Assim, tendo-se em vista a questão de pesquisa colocada, os objetivos orientadores do presente trabalho são:

- Estimar os fatores de *improvement* para a população brasileira coberta por planos privados de aposentadoria, com base no método proposto por Lee-Carter e na abordagem CMI (*Continuous Mortality Investigation*);
- Analisar o impacto da incorporação da estimativa de aumento da expectativa de vida no fluxo de caixa atuarial em uma carteira de benefício concedido.

1.6 Justificativas, importância e contribuições

No contexto demográfico e atuarial, diversos estudos foram desenvolvidos buscando mensurar a redução da mortalidade para a proposição de métodos de projeção de mortalidade e adoção de fatores de *improvement*. Dentre os autores, destacam-se: Lee-Carter (1992),

Sithole, Haberman e Verrall (2000), Lee (2000), Renshaw e Haberman (2000), Olivieri (2001) e Hanewald (2009).

No Brasil, alguns trabalhos trouxeram à tona a importância da utilização das técnicas de *improvement* nos cálculos atuariais, dentre eles, destacam-se: Chaves (2005), Chan *et al* (2006b), Santos (2007), Nunes e Carvalho (2008) e Silva (2009).

Entretanto, cabe observar que, no Brasil, a discussão sobre as técnicas de *improvement* de tábua de mortalidade ainda não é prática comum nas entidades de previdência complementar, bem como nas publicações acadêmicas.

Some-se o fato de que o Brasil carece de dados históricos que possibilitem a adoção de técnica de projeção de mortalidade para os participantes de planos de aposentadoria, tendo-se em vista o histórico recente das EFPCs e EAPCs. Consequentemente, a maior parte dos fundos de pensão e as seguradoras adotam tábuas desenvolvidas em outros países, o que podem não refletir as características demográficas dos participantes que compõem suas carteiras. Além disso, mesmo que se observe aderência às tábuas adotadas pelo mercado em determinada época, não se pode afirmar que tal aderência permanecerá no longo prazo.

Como contribuições do trabalho, destaca-se a iniciativa de tentar estimar os fatores de *improvement* para a população coberta por planos de aposentadoria no Brasil, utilizando-se como *proxy* a experiência internacional de mortalidade em conjunto com variáveis socioeconômicas.

1.7 Estrutura do trabalho

Este trabalho está subdivido da seguinte forma:

 No primeiro capítulo, referente à introdução, encontram-se a contextualização, a situação problema, a tese, a questão de pesquisa, hipóteses, objetivos, justificativas e importância do estudo.

- No segundo capítulo, é realizada uma revisão bibliográfica acerca da dinâmica da previdência complementar, iniciando pelo panorama geral e aspectos regulatórios, passando por tipos de planos, expansão da previdência e risco atuarial.
- No terceiro capítulo, apresentam-se os principais aspectos relacionados ao risco de longevidade, iniciando pela análise de sobrevivência, leis e tábuas de mortalidade, passando por evolução da mortalidade, risco de longevidade e o seu impacto na obrigação atuarial.
- No quarto capítulo, destaca-se a fundamentação teórica dos principais métodos de projeção de mortalidade.
- No quinto capítulo, evidenciam-se a metodologia percorrida ao longo trabalho, descrevendo os países e os indicadores selecionados e a estimação dos fatores de improvement pelos métodos Lee-Carter e CMI.
- No sexto capítulo, têm-se as considerações dos resultados obtidos na aplicação e comparação dos métodos Lee-Carter e CMI.
- No sétimo capítulo, são apresentadas as conclusões do estudo e, ao final, as referências utilizadas.

2. DINÂMICA DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR

Os sistemas previdenciários existem há milênios. Em praticamente todas as sociedades foram construídos mecanismos de proteção e solidariedade para idosos, pessoas com invalidez, viúvas, órfãos etc.. As regras, que norteiam os esquemas previdenciários resultam de consensos sociopolíticos, que se alteram no decorrer da evolução da sociedade (SCHWARZER, 2001, p. 119).

No Brasil, atualmente, o sistema previdenciário está divido em três tipos de esquemas de pensões, sendo que dois deles são financiados com recursos públicos: o Regime Geral da Previdência Social (RGPS), para os trabalhadores da iniciativa privada, e o Regime Próprio de Previdência dos Servidores Públicos (RPPS). O terceiro é o Regime de Previdência Complementar, que possui caráter facultativo e é composto por Entidades Abertas de Previdência Complementar e Entidades Fechadas de Previdência Complementar, também denominadas de fundos de pensão.

Tanto o RGPS quanto o RPPS são estruturados pelo método de financiamento denominado Repartição Simples, em que os benefícios pagos aos aposentados e pensionistas independem da contabilidade do orçamento do sistema previdenciário, ou seja, não estão diretamente atrelados às contribuições por eles vertidas aos sistemas.

Nos últimos anos, o RGPS e o RPPS têm enfrentado problemas estruturais e conjunturais, conduzindo ao debate sobre a necessidade de reformas no sistema previdenciário brasileiro.

O crescente déficit fiscal (advindo, em parte, dos beneficios incorporados na Constituição de 1988, sem a respectiva contrapartida de receitas), a redução da taxa de crescimento populacional e o aumento da expectativa de vida têm preocupado as autoridades e a sociedade, contribuindo para que a reforma da previdência ocupe o centro da agenda política do país (NAKAHODO; SAVOIA, 2008).

Além do problema demográfico, decorrente do envelhecimento da população, causado pelo aumento da esperança de vida e pela diminuição da taxa de natalidade, destaque-se o

problema econômico decorrente do crescimento do trabalho informal, que acarreta diminuição da arrecadação sobre folha de salários (WESTENBERGER; PEREIRA, 1997, p. 12).

Segundo Giambiagi *et al.* (2007, p.2), "O chamado 'problema previdenciário' tem se convertido em um assunto relevante do debate de um numeroso grupo de países ao longo dos últimos anos." Na visão dos autores,

[...] a razão é fácil de entender e está ligada ao processo de envelhecimento da população, que tem feito que regras de aposentadoria adequadas no passado tornem-se progressivamente incompatíveis com a nova realidade demográfica enfrentada pelas mais diversas sociedades.

Diante das dificuldades enfrentadas pela Previdência Social, o papel da Previdência Complementar passa a adquirir maior relevância socioeconômica, tanto no aspecto social, por proporcionar beneficios aos participantes em situações de perda de capacidade laborativa, quanto no aspecto econômico pela capacidade de poupança de longo prazo para o mercado financeiro (BAIMA, 2004).

2.1 Breve histórico

No Brasil, a primeira manifestação sobre previdência e mutualismo foi atribuída a Brás Cubas que fundou, em 1543, a Santa Casa de Misericórdia de Santos, instituindo, também, um plano de pensão para seus empregados, sendo, igualmente, considerado o primeiro montepio (SANTOS, 2005, p. 44).

Sobre o significando da palavra previdência, Ferreira *apud* Santos (2005, p. 61) explica: "Previdência, vem do latim *previdentia*, é antevidência, ou seja, a qualidade ou ato de 'previdente (do lat. *Previdente*) que prevê; cauteloso, prevenido, precavido, prudente'".

Para Afonso (1996, p. 12) "A primeira instituição previdenciária do Brasil foi o Montepio Geral de Economia dos Servidores do Estado (Mongeral), fundado em 1835." A Mongeral oferecia aos seus associados benefícios de ordem previdenciária, mediante pagamento de contribuições. Vale destacar que a referida instituição está em atividade até os dias de hoje.

Entretanto, no Brasil, o marco inicial da previdência complementar "[...] ocorreu em 16 de abril de 1904 quando foi fundada a Caixa Montepio dos Funcionários do Banco do Brasil, antecessora da Previ" (AFONSO, 1996, p. 41).

De acordo com Afonso (1996, p. 41), a partir da década de 60, proliferam os montepios e companhias de seguro, que se comprometiam a pagar aos participantes uma renda vitalícia após alguns anos de contribuição do participante. Mas, como afirma o próprio autor, "como os pagamentos eram fixos em termos nominais, a inflação acumulada corroía o valor real dos beneficios, o que anulava a sua finalidade." Além disso, "os planos de benefícios de algumas companhias eram insustentáveis financeiramente ou não passavam de promessas enganosas".

Diante do quadro, o governo, em 1964, procurando alterar as perspectivas, por meio da Consultoria STEA (Serviço Técnico de Estatística e Atuária), produziu uma série de estudos que serviu como base para a regulamentação da Previdência Complementar. Entretanto, a regulamentação de fato ocorreria 13 anos mais tarde (RODRIGUES, 2002, p. 109).

Na década de 70, a previdência brasileira se consolida baseando-se no binômio social-privado. Nesse cenário, observou-se a expansão das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC). A princípio, os fundos eram principalmente ligados à empresas estatais, como a Petrobrás, Embratel, Vasp, BNDE, Portobrás, Nuclebrás, Casa da Moeda, Vale do Rio Doce, Cesp, mas também havia empresas privadas como Promon, Brahma e Caemi.

Entretanto, na mesma época, ocorreram diversas fraudes em montepios, principalmente porque boa parte das aplicações financeira estava baseada em ativos de solvência duvidosa ou empreendimentos inviáveis. Tais acontecimentos contribuíram para criar uma imagem desfavorável da previdência complementar, culminando com a necessidade da intervenção do Estado por meio de regulamentação específica (AFONSO, 1996, p. 41).

Nesse cenário, em 15 de julho de 1977, é promulgada a Lei 6.435, considerada o marco legal da previdência privada no Brasil. Paixão (2006, p. 1) destaca que:

A Lei n.º 6.435, de 15 de julho de 1977, foi aprovada em um contexto de fomento ao mercado de capitais por parte do poder público. Seu objetivo foi disciplinar os fundos de pensão enquanto entidades captadoras de poupança popular, estimulando seu crescimento de modo que pudessem

canalizar investimentos para aplicações em Bolsa de Valores. A norma veio no mesmo ambiente da reformulação da legislação sobre sociedades anônimas (Lei n.º 6.404/76, que substituiu a Lei das S.A. de 1940).

A previdência brasileira, por meio da Lei 6.435/77, instituiu dois segmentos de previdência complementar: a previdência complementar fechada (composta por empresas para proporcionarem planos de benefícios previdenciários aos respectivos empregados) e as entidades abertas de previdência complementar (cujo objetivo é instituir planos privados que podem ser inscritas por todas as pessoas que desejarem e que tenham condições de pagar as contribuições).

Na visão de Beltrão *et al* (2004, p. 4), "A Lei 6.435, primeira lei a tratar especificamente das EPPs, surgiu com a finalidade de racionalizar o setor, concedendo maior segurança aos contribuintes, sobretudo após a experiência negativa de muitos montepios."

As entidades fechadas de previdência complementar são entidades sem fins lucrativos constituídas sob a forma de sociedades civis ou fundações que têm como órgão normativo o CGPC (Conselho de Gestão da Previdência Complementar) e executivo a SPC (Secretaria de Previdência Complementar), subordinada ao Ministério da Previdência Social.

Já, as entidades abertas englobam as sociedades anônimas com ou sem fins lucrativos. O órgão normativo é o Conselho Nacional de Seguros Privados e como órgão executivo a SUSEP (Superintendência de Seguros Privados), ligada ao Ministério da Fazenda.

Hoje, o regime de previdência complementar está previsto no art. 202 da Constituição Federal, derivada da Emenda Constitucional nº 20, de 15 de dezembro de 1998.

Visando criar um ambiente ao desenvolvimento de instituições que deem sustentação ao crescimento, por meio do fortalecimento e geração de popança interna e investimentos, o governo propôs a criação de duas leis complementares: a Lei Complementar nº 109, de 29 de maio de 2001, que traz normas gerais sobre a previdência complementar e está prevista no caput do dispositivo constitucional, e a Lei Complementar nº 108, de 29 de maio de 2001, prevista no § 4º do art. 202, que traz normas específicas para disciplinar "a relação entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, suas autarquias, fundações, sociedades

de economia mista e outras entidades públicas e suas respectivas entidades fechadas de previdência complementar"

Além disso, a Lei 109/01, em seu art. 1, enfatiza a nova redação dada pela EC 20 ao *caput* do art. 202 da Constituição Federal, ao definir o regime da previdência privada como complementar e facultativo e determinar que esse deve ser organizado de forma autônoma em relação ao RGPS e baseado na constituição de reservas que garantam o benefício (BELTRÃO *et al*, 2004).

2.2 Panorama da previdência complementar

O beneficio de aposentadoria que a previdência social oferece aos indivíduos que recebem proventos superiores ao teto estabelecido pelo INSS, que hoje é de R\$ 3.416,54 (maio de 2010), é baixo, o que faz com que aumente a procura pela previdência privada como forma de complementação e garantia do padrão de vida, na fase de inatividade.

O Gráfico 2, a seguir, mostra a relação entre o percentual do salário final do trabalhador em múltiplos do salário mínimo (R\$510,00) ante o benefício que será recebido pela previdência social. Assim, percebe-se que uma pessoa que receba cerca de 10 salários mínimos na fase laborativa quando se aposentar vai acabar recebendo aproximadamente 67% do valor que recebia na ativa.

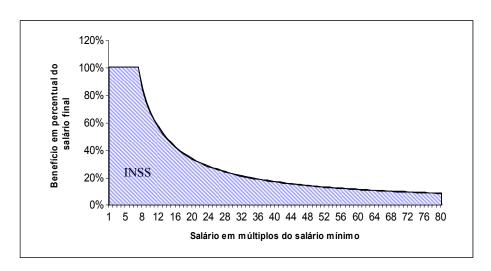


Gráfico 2 - Benefício do INSS em termos % do salário final do trabalhador

Além disso, a diferença do valor médio dos beneficios pagos pela previdência complementar e a previdência social são elevados. Para ter uma idéia, conforme dados do Resultado do Regime Geral da Previdência Social divulgado em maio de 2010 (MPS), o valor médio dos beneficios da Previdência Social atingiu R\$ 719,20 (de janeiro a maio de 2010). A Tabela 1 mostra os valores médios pagos aos beneficiários da previdência complementar em junho de 2009. Conforme se pode observar, a média dos beneficios pagos pela previdência complementar foi de R\$ 2.839,70.

Tabela 1 - Previdência Complementar: quantidade de benefícios em manutenção, valor total e valor médio dos gastos de previdência (Junho/2009)

Espécie de Benefícios	Quantidade	Valor Total (R\$mil)	Valor Médio (R\$)
Aposentadoria programada	417.704	1.417.151,03	3.392,72
Aposentadoria por invalidez	51.082	76.011,16	1.488,02
Pensões	125.744	195.125,33	1.551,77
Total	594.530	1.688.287,52	2.839,70

FONTE: Informe Estatístico MPS - Junho/2009

Note-se o crescimento que a previdência complementar, principalmente a partir da década de 90, tem tido na mídia e pelo próprio reconhecimento de sua importância para os participantes e para a sociedade. A Tabela 2 mostra a evolução da arrecadação de contribuições da Previdência Social, Previdência Complementar Aberta e Fechada, cujos resultados apontam para um aumento significativo da previdência complementar nos últimos anos. Fica evidente que a arrecadação obtida pela previdência social é muito mais expressiva, mas vale a pena recordar que, na previdência complementar, a adesão é de caráter facultativo, ao contrário da previdência social, cuja contribuição é obrigatória para o sistema.

Tabela 2 - Comparação da previdência social, privada aberta e fechada em R\$ milhões correntes - 1994-2005

	Previdência Social	Previdência Privada Aberta	Previdência Privada Fechada		
Data	Arrecadação	Arrecadação	Reservas	Arrecadação	Reservas
1994	16.916	546	2.085	670	3.018
1995	33.081	1.050	3.539	1.050	3.539
1996	40.714	1.398	4.637	1.398	4.637
1997	44.261	2.164	6.225	2.164	6.255
1998	46.284	3.229	6.769	3.185	8.376
1999	49.065	3.898	9.917	3.804	12.726
2000	57.157	5.378	13.665	5.094	16.558
2001	65.424	7.525	20.783	7.345	24.221
2002	75.535	7.146	29.465	9.429	32.012
2003	86.526	7.785	34.665	14.869	48.521
2004	99.973	8.129	42.589	18.781	66.004
2005	114.515	7.739	48.229	19.512	81.465

FONTE: MPS, SUSEP, ANAPP

Quanto à previdência complementar aberta, ela de fato só se desenvolve a partir do advento do Plano Real, em 1994, com a estabilização da economia e controle da inflação. Segundo Santos (2005, p. 51), "[...] a ANAPP fez uma pesquisa e descobriu que somente 3% dos brasileiros tinham a intenção de comprar um plano que lhes garantissem uma renda maior na aposentadoria". O autor, mais adiante, destaca que a estabilidade econômica teve outros efeitos, como, por exemplo, deixou mais evidente a situação das contas da previdência social tornando público, em 1998, o seu déficit e a urgência de reforma para sanar as contas públicas.

De acordo com Santos (2005, p. 51), "[...] segundo pesquisas da ANAPP (ANAPP, 2004), mais de 60% dos brasileiros têm intenção de adquirir um plano de previdência complementar."

Pesquisa elaborada pela Towers Perrin, intitulada Plano de Beneficios no Brasil: 2005, das 231 empresas participantes da pesquisa, 71% oferecem um plano formal de aposentadoria a seus funcionários. Com base nas empresas pesquisadas, a Tabela 3, a seguir, mostra a evolução do percentual entre as entidades abertas e fechadas de previdência complementar, em que se observa que 69% dos planos de previdência privada, em 2005, são administrados por entidades fechadas e 31% por entidades abertas.

Tabela 3 - Tipo de entidade de previdência complementar - 1994-2005

ia 5 - Tipo de entidade de previdencia complementar – 1774-200				
Ano	EFPC	EAPC		
1994	82%	18%		
1995	80%	20%		
1996	81%	19%		
1997	83%	17%		
1998	81%	19%		
1999	81%	19%		
2000	81%	19%		
2001	80%	20%		
2002	75%	25%		
2003	74%	26%		
2004	70%	30%		
2005	69%	31%		

FONTE: Towers Perrin (2005)

A evolução do número de entidades fechadas é apresentada na Tabela 4.

Tabela 4 - Evolução do número de EFPC: setor público e setor privado (1978-2009)

Ano	Setor Público	Setor Privado		
	Número	Número	Total	
1978	4	0	4	
1979	48	19	67	
1980	66	33	99	
1981	77	41	118	
1982	84	45	129	
1983	86	51	137	
1984	89	55	144	
1985	93	66	159	
1986	97	75	172	
1987	106	80	186	
1988	112	105	217	
1989	113	122	235	
1990	114	130	244	
1991	113	143	256	
1992	110	156	266	
1993	110	187	297	
1994	ND	ND	ND	
1995	ND	ND	ND	
1996	ND	ND	ND	
1997	101	238	339	
1998	95	257	352	
1999	96	265	361	
2000	87	273	360	
2001	87	272	359	
2002	87	277	364	
2003	84	274	358	
2004	83	277	360	
2005	82	277	359	
2006	79	290	369	
2007	81	291	372	
2008	83	288	371	
2009	100	269	369	

FONTE: Chan *et al* (2006), Informe Estatístico MPS: Dezembro/2003, Dezembro/2004, Dezembro/2005, Dezembro/2006, Dezembro/2007 e Dezembro/2008 e Dezembro/2009.

Com base no Informe Estatístico do MPS de dezembro de 2009, das 371 EFPCs, os patrocinadores dessas entidades somavam 2.744, sendo 377 patrocinadores públicos, 2.055 patrocinadores do tipo privado e 312 instituidores. A previdência complementar fechada atinge a cobertura de 6.069.809 pessoas entre participantes, assistidos e beneficiários, ofertando 49 planos assistenciais e 1040 planos previdenciários (MPS – Estatística Semestral/Junho 2009).

Em relação às EAPCs, segundo dados da Susep de dezembro de 2009, os planos de previdência complementar possuem 16.820.929 de pessoas participantes e cerca de 102 mil são beneficiadas pelas coberturas de pecúlio, pensão e aposentadoria.

Um ponto que merece atenção é o aumento significativo dos planos instituídos, criados pelas entidades de classe e associação, que passaram a existir a partir da Lei Complementar 109/01.

Em 2003, havia 2 planos instituídos, sendo 12 instituidores. Em Dezembro de 2009, atingiu 45 planos instituídos e 444 instituidores, demonstrando um aumento significativo, mostrando uma figura importante da expansão da previdência complementar.

2.3 Ambiente regulatório

A promulgação da Lei Complementar 109, de 29 de maio de 2001, teve por objetivo conferir maior transparência, flexibilidade e segurança ao sistema privado de previdência fortalecendo seu aparato jurídico de maneira a estimular o seu crescimento. A referida legislação alterou, em muitos aspectos, o contexto da previdência privada no Brasil, o qual estava até então delimitado pela Lei 6.435/77.

Conforme o (Livro Branco – MPS, 2002, p. 46):

O objetivo da reforma da Previdência Complementar foi o incentivo ao desenvolvimento do sistema fechado, modernizando a legislação e fortalecendo os instrumentos de fiscalização, controle e melhora da gestão, para que, resguardando-se os direitos e as garantias dos participantes, o sistema fosse estruturado com mais segurança e transparência, viabilizando, como consequência, o fortalecimento da poupança interna e dos investimentos de longo prazo no país.

A Lei Complementar n.º 109/01 é a norma geral que dispõe sobre o regime de previdência complementar e regulamenta o art. 202, *caput* da Constituição Federal.

A referida Lei é dividida em oito capítulos, que contêm disposições introdutórias (Capítulo I), regras sobre planos de benefícios de entidades fechadas e abertas (Capítulo II), tratam das entidades fechadas e abertas de previdência complementar (Capítulos III e IV), da fiscalização das entidades (Capítulo V), sobre a intervenção e a liquidação extrajudicial das dessas entidades (Capítulo VI), do regime disciplinar (Capítulo VII), e demais disposições gerais (Capítulo VIII).

Dentre as principais inovações introduzidas pela LC 109/01, destacam-se:

• criou a figura do instituidor: autoriza a criação de entidades fechadas ou de planos de benefícios de previdência complementar por pessoas jurídicas de caráter profissional,

classista ou setorial. Foi regulamentada pela Resolução CGPC nº12, de 17 de setembro de 2002.

- flexibilização e organização de planos: na nova regulamentação, as entidades foram classificadas conforme os planos que administram (plano comum ou multiplano) e em função do número de patrocinadores ou instituidores (multipatrocinadas);
- o benefício proporcional diferido (vesting): faculta ao participante, em razão da cessação do vínculo empregatício com o patrocinador ou associativo com o instituidor, antes da aquisição do direito ao benefício programado pleno, optar por receber o benefício da aposentadoria proporcional, em tempo futuro, após cumpridos os requisitos de elegibilidade. Esse instituto foi regulamentado pela Resolução CGPC nº 13, de 02 de outubro de 2002.
- o direito à portabilidade: possibilita ao participante transferir os recursos financeiros acumulados para a entidade de previdência complementar ou a sociedade seguradora autorizada a operar o referido plano, em decorrência da cessão do vinculo empregatício com o patrocinador ou instituidor. O direito à portabilidade foi regulamentada pela Resolução CGPC nº 09, de 27 de junho de 2002.
- profissionalização da gestão: foram estabelecidos requisitos mínimos para os membros integrantes dos conselhos deliberativo e fiscal;
- estrutura organizacional mínima: composta por conselho deliberativo, conselho fiscal e diretoria executiva;
- participação dos trabalhadores nos órgãos estatutários: foi assegurada aos participantes e assistidos, no mínimo um terço das vagas destinadas ao conselho deliberativo, conselho fiscal e diretoria executiva;

Além disso, buscando proteger os participantes e assistidos, o art. 11 da LC 109/01 informa sobre a contratação ou não do resseguro:

Para assegurar compromissos assumidos junto aos participantes e assistidos de planos de benefícios, as entidades de previdência complementar poderão contratar operações de resseguro, por iniciativa própria ou por determinação do órgão regulador e fiscalizador, observados o regulamento do respectivo plano e demais disposições legais e regulamentares.

Parágrafo único. Fica facultada às entidades fechadas a garantia referida no caput por meio de fundo de solvência, a ser instituído na forma da lei.

Quanto aos órgãos estatutários foi estabelecida uma estrutura organizacional mínima composta por conselho deliberativo, conselho fiscal e diretoria executiva (art. 35), além do

que seus membros deverão atender aos seguintes requisitos mínimos, tais: como comprovada experiência no exercício de atividades nas áreas financeira, administrativa, contábil, jurídica, de fiscalização ou de auditoria. Assim, o art. 35 da Lei nº109/01 dispõe:

- Art. 35. As entidades fechadas deverão manter estrutura mínima composta por conselho deliberativo, conselho fiscal e diretoria-executiva.
- § 10 O estatuto deverá prever representação dos participantes e assistidos nos conselhos deliberativo e fiscal, assegurado a eles no mínimo um terço das vagas.
- § 20 Na composição dos conselhos deliberativo e fiscal das entidades qualificadas como multipatrocinadas, deverá ser considerado o número de participantes vinculados a cada patrocinador ou instituidor, bem como o montante dos respectivos patrimônios.
- § 30 Os membros do conselho deliberativo ou do conselho fiscal deverão atender aos seguintes requisitos mínimos:
- I comprovada experiência no exercício de atividades nas áreas financeira, administrativa, contábil, jurídica, de fiscalização ou de auditoria;
- II não ter sofrido condenação criminal transitada em julgado; e
- III não ter sofrido penalidade administrativa por infração da legislação da seguridade social ou como servidor público.
- § 40 Os membros da diretoria-executiva deverão ter formação de nível superior e atender aos requisitos do parágrafo anterior.
- § 50 Será informado ao órgão regulador e fiscalizador o responsável pelas aplicações dos recursos da entidade, escolhido entre os membros da diretoria-executiva.
- § 60 Os demais membros da diretoria-executiva responderão solidariamente com o dirigente indicado na forma do parágrafo anterior pelos danos e prejuízos causados à entidade para os quais tenham concorrido.
- § 70 Sem prejuízo do disposto no § 10 do art. 31 desta Lei Complementar, os membros da diretoria executiva e dos conselhos deliberativo e fiscal poderão ser remunerados pelas entidades fechadas, de acordo com a legislação aplicável.
- § 80 Em caráter excepcional, poderão ser ocupados até trinta por cento dos cargos da diretoriaexecutiva por membros sem formação de nível superior, sendo assegurada a possibilidade de participação neste órgão de pelo menos um membro, quando da aplicação do referido percentual resultar número inferior à unidade.

Com relação ao regime disciplinar, está definido no art. 63 da Lei nº109/01, que os administradores de entidade, os procuradores com poderes de gestão, os membros de conselhos estatutários, o interventor e o liquidante responderão civilmente pelos danos ou prejuízos que causarem por ação ou omissão às entidades de previdência.

São, também, responsáveis os administradores dos patrocinadores ou instituidores, os atuários, os auditores independentes, os avaliadores de gestão e outros profissionais que prestem serviços técnicos à entidade, diretamente ou por intermédio de pessoa jurídica contratada.

Assim, de maneira geral a Lei nº109/01 tentou corrigir algumas falhas deixadas pela Lei 6.435/77 no aparato jurídico brasileiro (BELTRÃO *et al*, 2004):

- A portabilidade e o *vesting* passaram a assegurados pela nova legislação;
- Déficits atuariais de alguns fundos de Benefício definido: A Resolução CGPC 11/02 e CGPC 18/06 determinaram as hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras parâmetros para a estruturação de planos de benefícios. Além disso, vale destacar o tratamento dado ao "serviço passado" que agora prevê contribuições extraordinárias destinadas ao custeio do serviço passado e o limite da taxa de desconto atuarial em 6%a.a.
- Excesso de contribuições de patrocinadoras estatais: agora, há a paridade contributiva.
- Beneficios complementares atrelados aos beneficios do regime geral: a concessão do beneficio da previdência complementar passou a ser independente da concessão do beneficio pelo RGPS;
- Mecanismos falhos de comunicação com os participantes: agora, aos participantes e assistidos está assegurado o direito ao pleno acesso às informações relativas à gestão de seu plano.
- Deficiência da fiscalização das EFPCs: o órgão fiscalizador passou a receber uma série de atribuições e ao órgão regulador foi concedido o poder de intervenção na entidade e destituição de dirigentes.
- Restrição do universo de possíveis patrocinadoras: a nova legislação prevê a figura do instituidor classista, profissional ou setorial.
- Representatividade deficiente dos participantes: foram assegurados aos participantes e assistidos a sua representação nos conselhos fiscais e deliberativos.

Aqui, vale destacar os princípios constitucionais que regem a previdência complementar, conforme Paixão (2006, p.7):

- regulamentação reservada à lei complementar;
- autonomia da vontade (natureza contratual);
- autonomia em relação ao regime geral de previdência;
- autonomia em relação ao contrato de trabalho;
- transparência para o participante;
- constituição de reservas em regime de capitalização;
- limitação à contribuição do patrocinador de plano com patrocínio estatal;
- presença dos participantes nos colegiados e instâncias de decisão.

Nesse sentido, ressalte-se a importância da transparência de informações aos participantes e assistidos que, em última análise, são os donos dos recursos acumulados no plano de

beneficios. Assim, a LC 109/01 (arts 10 e 24) criou obrigações a serem atendidas pelas entidades fechadas, a fim de assegurar maior transparência de informações ao participante.

Além disso, corroboram a referida Lei as Resoluções CGPC nº 13/2004 (arts 16 e 17), Resolução CGPC 23/2006 e a Instrução SPC nº7/2005.

A Resolução CGPC nº. 23, de 06 de dezembro de 2006, estabeleceu procedimentos a serem observados pelas entidades fechadas de previdência complementar para a divulgação de informações mínimas e obrigatórias.

A Lei Complementar nº 108/01 trata da relação entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, suas autarquias, fundações, sociedades de economia mista e outras entidades públicas e suas respectivas entidades fechadas de previdência complementar. Dentre os principais pontos da Lei Complementar cabe destacar: a paridade contributiva entre o patrocinador e o participante, a representação paritária dos patrocinadores, participantes e assistidos no conselho deliberativo e fiscal e cria regras específicas sobre o custeio dos planos.

2.4 Tipos de planos de benefícios

Basicamente, os planos previdenciários podem ser classificados em duas grandes categorias: Benefício Definido (BD) e Contribuição Definida (CD). Entretanto, existem algumas variantes dessas modalidades, tais como: planos mistos, híbridos, *Cash Balance, Money Purchase*, CODA (*Cash or Deferred Plans*), *Profit Sharing Plans*, entre outros. Os planos mistos ou híbridos são, na verdade, uma combinação de características de BD (quando se tratar de benefícios de risco) e CD (benefícios de aposentadoria programada) (CHAN *et al*, 2006a).

A regulamentação brasileira prevê três modalidades de planos de benefícios previdenciários: BD, CD e Contribuição Variável (CV), sendo essa última modalidade prevista na Resolução CGPC nº16/05, a qual "Normatiza os planos de benefícios de caráter previdenciário nas

modalidades de benefício definido, contribuição definida e contribuição variável, e dá outras providências."

Até o advento da Resolução CGPC nº 16, de 22 de novembro de 2005, não havia na legislação brasileira definições claras sobre as modalidades de planos de aposentadoria. Conforme Chan *et al* (2006, p. 21), "Tal resolução se fez necessária em função da promulgação da Lei nº 11.053, de 29 de dezembro de 2004, alterada pela Lei nº 11.196, de 21 de novembro de 2005, que dispõe sobre o regime de tributação dos planos de benefícios de caráter previdenciário, concedendo somente aos participantes de planos de benefícios estruturados no regime de contribuição definida ou contribuição variável a possibilidade de opção pelo regime de tributação progressivo ou regressivo."

De acordo com a Resolução CGPC nº 16/05:

Art. 2º Entende-se por plano de benefício de caráter previdenciário na modalidade de benefício definido aquele cujos benefícios programados têm seu valor ou nível previamente estabelecidos, sendo o custeio determinado atuarialmente, de forma a assegurar sua concessão e manutenção. Parágrafo único: Não será considerado para fins da classificação de que trata o caput o benefício adicional ou acréscimo do valor de benefício decorrente de contribuições eventuais ou facultativas. Art. 3° Entende-se por plano de benefícios de caráter previdenciário na modalidade de contribuição definida aquele cujos benefícios programados têm seu valor permanentemente ajustado ao saldo de conta mantido em favor do participante, inclusive na fase de percepção de benefícios, considerando o resultado líquido de sua aplicação, os valores aportados e os benefícios pagos.

Art. 4º Entende-se por plano de benefícios de caráter previdenciário na modalidade de contribuição variável aquele cujos benefícios programados apresentem a conjugação das características das modalidades de contribuição definida e benefício definido.

Nos planos BDs, o valor futuro do benefício de aposentadoria é estabelecido no momento de adesão ao plano. Geralmente, o valor do benefício corresponde a um percentual sobre a média dos últimos salários de participação do funcionário. O percentual de contribuição é estabelecido no plano de custeio da entidade, o qual representa o valor necessário para fazer face aos compromissos futuros.

Nos planos CDs, a principal característica é o conhecimento prévio da contribuição que será efetuada pelo participante e pela patrocinadora até a data de aposentadoria do empregado. O benefício de aposentadoria será apurado com base no montante final de recursos acumulados pelo participante, o qual será convertido em renda.

Os planos CV agregam características de BD e CD. Normalmente, os planos CVs atuam como contribuição definida na fase laborativa e, na fase de percepção de benefícios, o montante acumulado de recursos é transformado em renda vitalícia, ou seja, torna-se BD, pois há garantia no pagamento dos benefícios estipulados.

Segundo a IAS 19 (*International Accounting Standard*), os planos CDs são planos de beneficios pós-emprego nos quais as contribuições são fixadas pelo estatuto e o valor do beneficio de aposentadoria é determinado em função das contribuições e da remuneração dos recursos, sendo que o plano não terá obrigação legal de fazer contribuições adicionais se o fundo não possuir ativos suficientes para pagar todos os benefícios dos empregados relativos aos serviços prestados no presente e em períodos anteriores. Para a IAS 19, planos de BD são aqueles planos de benefícios que não sejam planos de CD.

De acordo com o SFAS 87 (*Statement of Financial Accounting Standards*), o plano do tipo beneficio definido é aquele no qual é estipulado o valor do beneficio a ser pago, em função, basicamente, da idade, tempo de serviço, remuneração. Os planos de CD são aqueles em que o participante terá uma conta individual na qual serão vertidas as contribuições determinados pelo plano, sem a estipulação do valor do benefício. Nesse plano, o valor do benefício é função do montante de contribuições acumuladas e das rentabilidades auferidas desses recursos.

Acompanhando a regulamentação internacional, foi aprovada, em 13 de dezembro de 2000, a Deliberação CVM nº 371, que aprovou a NPC (Normas e Procedimentos de Contabilidade) nº 26, emitida pelo IBRACON, que trata da contabilização de benefícios a empregados. Segundo a referida deliberação, planos BD e CD são,

Planos de contribuição definida: São planos de beneficios pós-emprego em que normalmente a Entidade patrocinadora paga contribuições para uma outra Entidade (um fundo de pensão), não tendo obrigação legal ou constituída de pagar contribuições adicionais se o fundo não possuir ativos suficientes para pagar todos os beneficios devidos.

Planos de benefícios definidos: São todos os demais planos para os quais a Entidade patrocinadora assume o compromisso de pagar contribuições adicionais, caso o fundo não possua ativos suficientes para pagar todos os benefícios devidos.

Segundo Recamonde *apud* Rodrigues (2002, p. 119), um plano de contribuição definida:

[...] é aquele que oferece beneficios em função dos recursos acumulados ao tempo da aposentadoria. O contrato determina o critério para contribuição, por exemplo, um percentual sobre o salário, que participantes e patrocinadora vertem regularmente em contas individuais controladas em quotas, para alcançar um montante previamente planejado, capaz de pagar vitaliciamente os beneficios intencionados pelo plano.

Pinheiro (2007, p. 84) esclarece que:

Num plano de beneficio definido, o patrimônio acumulado com as contribuições dos empregados e dos empregadores não é alocado em contas individuais, mas compõe um plano mutualista em que o valor do beneficio é uma variável independente, previamente estabelecido pelo regulamento do plano, e a contribuição, uma variável dependente, que fica em aberto, sendo determinada anualmente pelo plano de custeio, de forma suficiente para financiar os beneficios futuros.

Em um plano do tipo beneficio definido, há maior grau de complexidade e risco no arranjo e estruturação do fluxo previdenciário do que nos planos de contribuição definida, uma vez que podem ocorrer alterações demográficas e econômicas que impliquem aumentos ou reduções no custeio do plano.

De acordo com Castro in Reis (2002, p. 145):

Os beneficios concedidos no regime de beneficio definido têm o equilíbrio atuarial calcado no coletivo, havendo total solidariedade entre os participantes, ficando privilegiado o conceito de previdência, do direito ao participante respaldado por patrimônio coletivo que deve ter como destinação o pagamento dos benefícios oferecidos, desde que observadas as condições inicialmente previstas.

Nos planos CD puros, as reservas são individualizadas e não há a figura do mutualismo, o que faz com que o plano seja mais caro (valor maior das contribuições) que os planos de benefício definido. Assim, no plano CD, o benefício é função do saldo de contas acumulado pelo participante, ou seja, o benefício é a variável dependente e a contribuição a variável independente em que o benefício varia de acordo com o montante de recursos acumulados, que por sua vez, depende da rentabilidade alcançada pelos investimentos feitos com as contribuições do participante.

Na fase de pagamento de benefícios, os planos CD podem ser classificados em quatro tipos (RODRIGUES, 2002, p. 119):

 sem riscos – as contribuições são feitas em quotas, sendo os benefícios função dessas mesmas quotas. Os benefícios contratados podem ou não ser pagos vitaliciamente, variando segundo o valor das quotas. Podemos chamar esses planos de puros, pois sua constituição é tanto de contribuição definida na fase de acumulação quanto na fase de benefício;

- 2) com risco atuarial como risco atuarial se deve entender pagar beneficios segundo a chance de longevidade de aposentados e pensionistas. De um modo geral esses riscos são isolados no período laboral por meio de fundos para cobertura de riscos não programados invalidez e morte com geração de pensão -, tornando esses planos mistos quanto ao risco. No período pós-laboral esses riscos serão função da longevidade observada no grupo. Nesse caso o risco atuarial será de responsabilidade da Entidade. Serão esses planos chamados híbridos, visto assumirem feição de contribuição definida no período laboral e de beneficio definido no período pós-laboral;
- com risco financeiro por risco financeiro podemos entender como a dissociação da quota em moeda corrente com cláusula de correção monetária, cabendo ao gestor financeiro o risco de não poder honrar o compromisso de atualização necessária das reservas e dos fluxos financeiros de pagamentos;
- 4) **com risco financeiro e atuarial** compreende os itens 2 e 3, já descritos, onde cabe ao gestor assumir os riscos econômicos e biométricos do plano. Os planos que têm essa dinâmica em muito se assemelham aos planos de benefício definido que, permanentemente no período de acumulação e desembolso -, suportam ambos os riscos. O que os diferenciam, entretanto, é:
 - a) o momento do início da assunção dos riscos, visto nos planos de contribuição definida se iniciarem no período pós-laboral; e
 - b) nos planos de beneficio definido os riscos são direcionados às patrocinadoras e gerações de participantes, enquanto nos planos de contribuição definida os riscos, de um modo geral, se direcionam aos participantes e em escala menor às patrocinadoras.

Os planos CVs ou mistos contêm elementos de CD, por exemplo, na fase contributiva o saldo acumulado pelo participante em conta individual será vertido em renda vitalícia (BD), na data de concessão de aposentadoria, sendo o risco atuarial assumido pelo empregador.

Inicialmente, os planos BDs asseguravam aos participantes o benefício estipulado e, em eventuais desequilíbrios, a empresa patrocinadora aportava os recursos. Mas, na última década, principalmente pelo processo de privatização que transferiu para a iniciativa privada alguns dos principais fundos de pensão do país tais: como SISTEL (do sistema Telebrás); Fundação CESP (Concessionária de Energia do Estado de São Paulo) e VALIA (da Vale do Rio doce), observou-se um processo de mudança nos planos de benefícios oferecidos pelas EFPCs, conhecido por migração de planos BD para planos CD.

Para Chan *et al* (2006, p. 25):

Um dos principais argumentos para migração dos planos BD para CD reside no risco incorrido pela patrocinadora. Nos planos CD, a empresa patrocinadora garante apenas sua parcela de contribuição, não possuindo obrigação legal de efetuar contribuições adicionais se os recursos do fundo não forem suficientes para pagamento das aposentadorias e pensões, transferindo, portanto, o risco da rentabilidade do fundo aos participantes. Ou seja, nessa modalidade, os benefícios oferecidos são função exclusiva da acumulação dos recursos ao longo do tempo.

Pesquisa realizada pela Towers Perrin (2005), mostra a evolução dos tipos de planos no Brasil, conforme Gráfico 3.

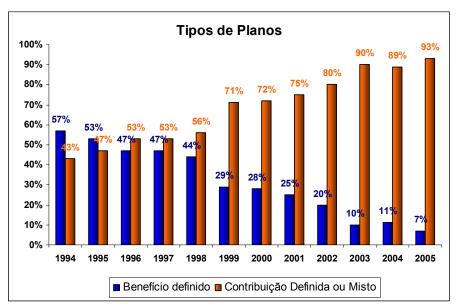


Gráfico 3 - Tipos de planos no Brasil FONTE: Towers Perrin (2005)

Com o advento da Lei Complementar nº 109/01, a cobertura dos déficits tornou-se obrigação dos participantes, assistidos e patrocinadores, na proporção que lhes cabe no custeio do plano. O art. 21 da LC nº 109/01 está reproduzido na seqüência:

- Art. 21. O resultado deficitário nos planos ou nas entidades fechadas será equacionado por patrocinadores, participantes e assistidos, na proporção existente entre as suas contribuições, sem prejuízo de ação regressiva contra dirigentes ou terceiros que deram causa a dano ou prejuízo à entidade de previdência complementar.
- § 10 O equacionamento referido no caput poderá ser feito, dentre outras formas, por meio do aumento do valor das contribuições, instituição de contribuição adicional ou redução do valor dos benefícios a conceder, observadas as normas estabelecidas pelo órgão regulador e fiscalizador.
- § 20 A redução dos valores dos benefícios não se aplica aos assistidos, sendo cabível, nesse caso, a instituição de contribuição adicional para cobertura do acréscimo ocorrido em razão da revisão do plano.
- § 30 Na hipótese de retorno à entidade dos recursos equivalentes ao déficit previsto no caput deste artigo, em conseqüência de apuração de responsabilidade mediante ação judicial ou administrativa, os respectivos valores deverão ser aplicados necessariamente na redução proporcional das contribuições devidas ao plano ou em melhoria dos benefícios.

Ou seja, a partir da referida legislação, os déficits nos planos, decorrentes de riscos atuariais e financeiros, deverão ser cobertos pelos participantes e patrocinadoras.

Na mesma linha Beltrão et al (2004, p. 18), esclarece que:

Essa mudança de planos BD para CD pode ser explicada (pelo lado do empregador) pela lógica da otimização da relação risco/retorno. Ora, enquanto o plano do tipo BD apresenta um caráter mutualista, em que eventuais insuficiências de recursos recaem sobre os planos e não sobre o participante, o plano do tipo CD tem caráter individualista, em que o risco é todo do participante. Em outras palavras, esse intenso processo de mudanças de planos BD para CD objetiva preservar

os interesses das empresas patrocinadoras, baseado na política de repelir qualquer impacto financeiro futuro decorrente do aumento do custo atuarial dos planos que patrocinam.

Essa tendência de migração de planos decorre do movimento vindo do mercado americano. Conforme Pinheiro (2007, p. 90), nos Estados Unidos, segundo dados do *U.S Department of Labor* em 1980, mais de 80% dos planos eram de benefício definido e, em 2001, essa participação estava em menos de 40%. Outro ponto é que, nessas duas últimas décadas, 97% das novas companhias, independentemente do tamanho, têm preferido constituir planos CDs para seus funcionários.

Rodrigues (2002) afirma que a migração de planos BD para CD nos EUA começou por volta da década de 80 em decorrência da crise americana, em que as empresas reviram seus resultados na busca por redução de custos com planos previdenciários a fim de melhorar seus resultados. O argumento muito utilizado era de que os planos de benefício definido eram "heranças obsoletas" dos anos 40 e 50 e, diante da nova realidade econômica e demográfica, não fazia sentido que as empresas patrocinadoras mantivessem a sua responsabilidade permanente perante o plano de benefícios, ou seja, o empregador queria restringir sua responsabilidade às contribuições fixas, desvinculado-se de assumir responsabilidades na fase pós-laboral do empregado.

Essa alteração no tipo de plano fornecido pelas entidades, demonstra a tentativa de a entidade patrocinadora reduzir a possibilidade de ter que arcar com os déficits a que está sujeito esse tipo de modalidade.

Capelo *apud* Maia (2001, p. 23) resume as vantagens e desvantagem de um plano de contribuição definida:

Vantagens

- Mais equitativo, pois premia cada associado com seu esforço de poupança, impedindo as indesejáveis transferências interpessoais de renda;
- Mais estável, pois sua administração por quotas elimina a possibilidade de insuficiência de cobertura de reservas; e
- Maior envolvimento dos participantes no acompanhamento da performance da entidade.

Desvantagens

- Menor definição prévia do nível de bem-estar a ser desfrutado na inatividade;
- Mais complexo, do ponto de vista atuarial, a despeito do caráter determinístico da acumulação de recursos para o custeio dos benefícios programados; e
- Menor empenho da administração do fundo para o alcançamento (sic) de maiores taxas de retorno a partir de seus haveres.

Vale destacar que a Lei Complementar nº 109/01 tem impulsionado o crescimento dos planos de contribuição definida, principalmente porque os planos instituídos por pessoas jurídicas de caráter profissional, classista ou setorial sejam, exclusivamente, planos de contribuição definida.

Além disso, a previdência complementar do servidor público, de acordo com a emenda constitucional nº 41/03, poderá instituir planos de benefícios por meio de entidades de previdência complementar somente na modalidade de contribuição definida.

Outro incentivo aos planos de contribuição definida se deve à promulgação da Lei nº 11.053, de 29 de dezembro de 2004, alterada pela Lei nº 11.196, de 21 de novembro de 2005, que trata do regime de tributação dos planos de benefícios de caráter previdenciário, concedendo somente aos participantes de planos de benefícios estruturados na modalidade contribuição definida ou contribuição variável, a possibilidade de opção pelo regime de tributação progressivo ou regressivo.

2.5 Expansão da previdência complementar

Com a nova regulamentação dos fundos de pensão após a introdução da LC nºs 108 e 109/01, o legislador buscou fortalecer a transparência, a flexibilização e a segurança, a fim de garantir a expansão da previdência complementar fechada.

Com relação à flexibilização, pode-se citar o direito do *vesting* ou também chamado de benefício proporcional diferido (BPD), o direito à portabilidade dos recursos para outra entidade e a criação da figura do instituidor.

A Lei Complementar nº109/01 (art. 14) tornou obrigatório para as fundações a figura do beneficio proporcional diferido (*vesting*) e a portabilidade, além dos institutos já previstos como o resgate e o autopatrocínio.

O benefício proporcional diferido (BPD) ou *vesting*, o autopatrocínio, a portabilidade e o resgate são opções asseguradas pela nova legislação aos participantes nos casos de rompimento de vínculo empregatício com o patrocinador ou associativo com o instituidor, antes de serem elegíveis à percepção dos benefícios de aposentadoria.

O participante pode optar pelo resgate ou portabilidade e, nesses casos, a reserva do participante o acompanha. Entretanto, no beneficio proporcional diferido ou autopatrocínio, os recursos referentes às contribuições aos planos de beneficios permanecem na entidade. No caso do beneficio proporcional diferido, a entidade tem apenas a responsabilidade de gerir os recursos, devolvendo-os conforme estabelecido no regulamento do plano.

Sobre o beneficio proporcional diferido, também chamado de *vesting*, segundo Capelo (2000, p.9):

O *vesting*, no sentido lato, é um instituto que preserva os direitos previdenciais de um participante de fundo de pensão para desfrutar de um benefício referente a determinada fonte de custeio, sejam os aportes do próprio participante, sejam os do seu empregador. No jargão previdenciário, no senso restrito, o *vesting* representa o direito condicional e diferido de o participante usufruir dos benefício já fundados pela contribuição do empregador, sem a exigência da continuação da relação laborativa, mas na dependência do preenchimento de certos requisitos, tais como, ter emprestado o seu esforço de trabalho ao empregador por um número mínimo de anos e estar vivo e válido na data regular da aposentadoria programada.

Segundo o art. 27 da Resolução CGPC nº 06/2003,

Entende-se por autopatrocínio a faculdade de o participante manter o valor de sua contribuição e a do patrocinador, no caso de perda parcial ou total da remuneração recebida, para assegurar percepção dos beneficios nos níveis correspondentes àquela remuneração ou em outros definidos em normas regulamentares.

A portabilidade é o direito que o participante do plano tem de transferir os seus recursos financeiros que correspondem ao seu direito acumulado para outro plano de benefícios previdenciário operado por entidade de previdência complementar.

O resgate pressupõe o desligamento total do plano, ao contrário do beneficio proporcional diferido (*vesting*). Como direito mínimo que deverá estar inscrito no regulamento do plano, assegura-se ao participante o resgate da totalidade das contribuições por ele vertidas ao plano, descontadas as parcelas do custeio administrativo, na forma regulamentada. (art. 14, III da LC 109/2001).

Trata-se do único instituto que desvirtua a vocação previdenciária da poupança privada, tendo em vista que o resgate nada mais é do que o saque sem qualquer destinação específica, ou seja, é o saque para o consumo. Sobre as reservas resgatadas, incide imposto de renda.

Antes do advento da Lei Complementar 109/01, não existia a possibilidade de entidades de classe, a exemplo da Ordem dos Advogados do Brasil, criarem fundos de previdência complementar. Até 2001, os fundos de pensão eram criados, exclusivamente, em função do vínculo empregatício do participante com a empresa patrocinadora do plano. Com a promulgação do LC 109/01, os conselhos de profissionais liberais, sindicatos e cooperativas passaram a criar fundos de previdência para seus associados, possibilitando, assim, uma nova modalidade no país.

Segundo notícia divulgada no site da Abrapp em 10/07/2007, "Os planos de previdência complementar associativa cresceram 30% entre o final de 2006 e o primeiro semestre de 2007, e segundo os representantes do setor, deve bater recordes de expansão nos próximos anos." De acordo com a SPC, existem cerca de 33 planos em atividade e aproximadamente 100 mil participantes.

A tendência é o aumento significativo desse segmento que tem ganhado espaço nos últimos anos. Pesquisa realizada pela Abrapp com 10 órgãos de classe do país, "[...] constatou potencial de 4 milhões de novos associados"

Sobre os fundos instituídos, determina o art. 31 da LC 109/01 que os planos das EFPCs são aqueles acessíveis:

I – aos empregados de uma empresa

 II – aos associados ou membros de pessoas jurídicas de caráter profissional, classista ou setorial, denominadas instituidores.

A Resolução CGPC nº12, de 17 de setembro de 2002, regulamentou a constituição e o funcionamento das EFPCs e os planos de benefícios constituídos por instituidor. Em seu art. 2, estabelece que poderão ser instituidores as seguintes pessoas jurídicas:

I - os conselhos profissionais e entidades de classe nos quais seja necessário o registro para o exercício da profissão;

II - os sindicatos, as centrais sindicais e as respectivas federações e confederações;

III - as cooperativas que congreguem membros de categorias ou classes de profissões regulamentadas;

IV - as associações profissionais, legalmente constituídas;

V - outras pessoas jurídicas de caráter profissional, classista ou setorial, não previstas nos incisos anteriores, desde que autorizadas pelo órgão fiscalizador.

Vale destacar que os planos de benefícios deverão ser oferecidos na modalidade de contribuição definida e a gestão dos recursos garantidores das reservas técnicas e provisões deverá ser terceirizada, por instituição que administre recursos de terceiros, autorizada pelo Banco Central do Brasil ou outro órgão competente.

2.6 Riscos em entidades de previdência complementar

Pode-se dizer que o objetivo principal de uma entidade de previdência complementar é garantir o pagamento dos beneficios futuros de aposentadoria. Entretanto, dado o caráter longínquo das obrigações, faz com que a entidade esteja exposta a diversos riscos potenciais, que podem de alguma maneira dificultar o cumprimento de seu objetivo principal.

Compete a uma gestão eficiente a identificação oportuna dos riscos, a fim de minimizar seu impacto na entidade. Nesse sentido, a gestão de riscos pode ser entendida "[...] como o processo sistemático de identificar, avaliar, classificar e mitigar os fatores de riscos que poderiam atrapalhar os objetivos estratégicos de uma organização" (RIECHE, 2005, p. 2).

Silva (2008, p. 4) esclarece:

Risco guarda uma estreita ligação com Incerteza, porém, em se tratando do ambiente de Fundos de Pensão, onde temos técnicas estatísticas e atuariais à disposição, podemos dizer que Risco é a possibilidade de ocorrência de um evento em que o gestor terá ferramentas probabilísticas para inferir sobre uma determinada análise mitigando perdas e/ou maximizando resultados. Já no campo das Incertezas o gestor não possui informações tecnicamente confiáveis sobre a possibilidade de ocorrência de um evento e conseqüentemente o curso das ações será baseada em informações subjetivas.

Assim, os riscos aos quais estão expostas as EFPCs e EAPCs e que serão objeto de estudo são aqueles alicerçados em previsão estatística e atuarial, sendo, portanto, excluídos os eventos de ordem natural e que fogem da capacidade de intervenção ou de sua mitigação.

Caetano (2006, p. 21) abordou, em seu trabalho, o risco previdenciário, o qual, de acordo com ele, "se decompõe em dois elementos básicos: biométrico e financeiro." Na visão do referido autor, há o risco associado ao tempo, ou seja, das incertezas em relação ao momento de aposentadoria e falecimento do segurado e duração dos benefícios, e o risco decorrente dos aspectos financeiros, mais especificamente, da taxa de juros adotada e da evolução salarial.

Nakagome e Kawaguchi (2008) afirmam que há, basicamente, três riscos associados à obrigação (passivo) dos fundos de pensão: risco da taxa de desconto, inflação e risco de longevidade.

Conforme já destacado, os fundos de pensão são entidades sem fins lucrativos que possuem como objetivo principal assegurar, no futuro, o pagamento de aposentadorias e pensões, tendo em vista os benefícios contratados. Assim, pode-se inferir que o principal risco de um fundo de pensão está na incapacidade de acumular, adequadamente, os recursos necessários para manter os níveis estabelecidos de benefícios pactuados com os participantes do plano. Portanto, a gestão dos recursos garantidores, bem como do fluxo líquido do passivo, terá papel primordial na manutenção da solvência financeira da entidade.

Sobre os riscos atuariais, Rodrigues (2008, p. 21) define:

Riscos atuariais em Fundos de Pensão, portanto, devem ser entendidos como os eventos oriundos de intervenientes que tragam volatilidade aos resultados necessários à solvência dos Planos de Benefícios. Estes intervenientes podem ter ação direta, como percebido nos Riscos de Mercado, Biométricos etc. ou decorrentes de ações subjacentes, como aqueles observados nos Riscos Institucionais, que atuam sobre o Fundo de Pensão e o patrocinador, oriundos de ações correlacionadas entre os entes econômicos.

Em um fundo de pensão, pode-se citar os seguintes riscos inerentes aos ativos e passivos: risco de mercado, de liquidez, de crédito, operacional, legal, institucional, e biométrico.

Risco de Mercado

O risco de mercado, conforme explica Jorion (2003, p. 14), "[...] é oriundo de movimentos nos níveis ou nas volatilidades dos preços de mercado." Além disso, o autor afirma que há

dois tipos de risco de mercado: o risco absoluto, mensurado pela perda potencial em valores monetários e o risco relativo, que, por sua vez, está relacionado a um índice de referência.

O risco de mercado está relacionado aos ganhos e perdas decorrentes da volatilidade de preços dos bens e direitos da entidade. No caso do fundo de pensão, o risco de mercado impacta, diretamente, na acumulação dos recursos garantidores da entidade.

Portanto, os retornos dos ativos garantidores podem variar em virtude de diversos fatores de risco específico, tais como: taxas de juros, taxas de câmbio, preços de ações e *commodities* dentre outros.

Nos planos de Beneficio Definido, o risco de mercado afeta, diretamente, o alcance da meta atuarial, incorrendo, portanto, no surgimento de déficits técnicos que serão cobertos pelos participantes e patrocinadores na proporção que lhes couber no custeio do plano.

Já, nos planos de Contribuição Definida, o risco afetará, diretamente as quotas dos participantes, que, no caso de planos de CD puro, comprometerá o acumulo das reservas para a formação do benefício futuro.

Risco de Liquidez

O risco de liquidez advém da necessidade de honrar os compromissos correntes da entidade mediante a venda forçada de ativos, podendo acometer prejuízos às reservas acumuladas. Portanto, o risco de liquidez decorre, justamente, da falta de liquidez necessária para honrar os compromissos assumidos, bem como os desembolsos necessários de caixa em momento oportuno.

Risco de Crédito

Para Rieche (2005, p. 6), "O risco de crédito refere-se ao risco de que uma mudança na qualidade do crédito (por piora ou por *default*, no caso extremo em que as obrigações contratuais não são honradas) de uma contraparte reduza o valor do portfólio."

Para um fundo de pensão, o risco de crédito pode ser interno ou externo. O risco de crédito interno refere-se à impossibilidade de os patrocinados ou o participante honrar as contribuições assumidas. O risco externo caracteriza-se pela possibilidade de os devedores (por exemplo, do emissor de um instrumento financeiro) não honrar os pagamentos assumidos (SILVA, 2008; RODRIGUES, 2008).

Risco Operacional

O Novo Acordo da Basiléia define risco operacional como "[...] o risco de perda direta ou indireta, resultante de inadequações ou falhas de processos internos, pessoas e sistemas, ou de eventos externos". (BIS, 2001, p. 94)

O risco operacional está ligado à falta de controles e sistemas adequados que assegurem maior confiabilidade e segurança nos resultados das atividades.

Risco Legal

O risco legal, também chamado de risco de conformidade ou regulação, advém das práticas inadequadas adotadas pelas entidades que podem violar regulamentações governamentais.

Nos fundos de pensão, o risco legal está diretamente associado à possibilidade de os órgãos reguladores promoverem mudança estruturais na legislação que possam refletir em aumento de compromissos ou na quebra de direitos que provoquem demandas judiciais por parte dos participantes contra a entidade (RODRIGUES, 2008).

Risco Institucional

O risco institucional está associado às ações tomadas pelo patrocinador e pelo fundo de pensão, que contribuem para o aumento de volatilidade nos ativos e passivos da fundação. Podem-se citar os seguintes exemplos (RODRIGUES, 2008):

 Má administração dos ativos garantidores por parte do gestor da Entidade pode fazer com que a empresa patrocinadora realize novos aportes e, consequentemente, haja perda do valor da companhia patrocinadora; A incapacidade de o patrocinador honrar os compromissos assumidos pode levar o fundo de pensão a perder credibilidade ante os participantes.

Risco Biométrico

"Risco biométrico corresponde à possibilidade de as premissas assumidas pelo atuário para eventos de mortalidade, invalidez e morbidez dos participantes não se realizarem como previsto" RODRIGUES (2008, p. 28).

Oliveira (2005, p. 46) afirma que "A falta de verificação das hipóteses estabelecidas é o grande risco dos fundos de pensão, traduzidos na sua incapacidade de realizar a promessa feita aos seus participantes, ou seja, a promessa de pagar um salário diferido".

Conforme Thompson apud Oliveira (2005, p. 49):

Quando se trabalha com pressupostos mais realistas sobre a estrutura de mortalidade, os planos previdenciários de benefícios definidos incorporam certos aspectos securitários não encontrados nos planos de contribuições definidas. Quando um empregado morre pouco antes de se aposentar, as obrigações de um plano de benefícios definidos ficam menores, o que permite ao plano ser financiado com uma taxa de contribuição relativamente mais baixa. Por outro lado, num plano de contribuição definida, a mortalidade pré-aposentadoria não tem impacto sobre as taxas de contribuição, porque cada conta é financiada na suposição de que seu titular sobreviverá.

Entretanto, para Rodrigues (2008, p. 21):

Sob uma abordagem ortodoxa poderíamos reduzir os riscos atuariais àqueles elementos de volatilidade que efetivamente entram nos modelos matemáticos, como os Riscos Biométricos, representados pelas tábuas de mortalidade e de invalidez, e os Riscos de Mercado, representados pela taxa mínima real de ganhos de capital e pela remuneração nominal dos ativos de investimentos.

Nesse sentido, "A gestão do risco atuarial deve ser vista como um conjunto de ações e processos que visam reduzir o impacto de uma ou mais variáveis do risco atuarial, estando as ações do administrador desses riscos subordinadas a um conjunto de regras que atendam ao interesse da solvências desses riscos" (RODRIGUES, 2008, p. 5).

Oliveira (2005, p. 48) adverte que:

Não há como evitar risco e incerteza, algum risco sempre tem que ser assumido. Os planos de benefício definido, pela sua própria natureza, apresentam forte componente de risco, que normalmente é assumido pela patrocinadora. A redução destes riscos em geral se configura ou no aumento das contribuições ou na redução do valor dos benefícios, o que não interessa nem a patrocinadora e nem aos participantes. Em vista deste *trade-off* faz-se necessário um planejamento financeiro e atuarial sofisticado de forma a compatibilizar os problemas e os diversos parâmetros envolvidos e, assim, garantir a existência de recursos no momento da concessão dos benefícios.

Nesse contexto, pode-se afirmar que o risco atuarial está diretamente relacionado aos impactos provocados pelos descasamentos das premissas utilizadas para a mensuração da obrigação atuarial do plano de benefícios.

Assim, a partir de uma visão de administração de riscos, não é desejável ter um aumento inesperado na expectativa de vida sem a devida mensuração adequada. Assim, em face das alterações recentes no ambiente regulatório dos fundos de pensão e no mercado de capitais e aos novos padrões da contabilidade, tornou-se evidente a preocupação com o risco de longevidade, tanto para os fundos de pensão quanto para os patrocinadores (NAKAGOME; KAWAGUCHI, 2008).

Premissas Atuariais

De acordo com Chan (2004, p. 82):

As premissas atuariais correspondem a um conjunto de estimativas que se espera realizar em um determinado período e com razoável nível de segurança. Entretanto, por se tratar de um evento futuro, incorpora o caráter incerto, sendo, portanto, passível de variações e ajustes ao longo do tempo. Logo, sendo as premissas a base dos cálculos atuariais, nos quais está consubstanciada a estrutura do plano de beneficio, pode-se dizer que a sua variabilidade está diretamente relacionada à solvência dos planos.

Conforme a IAS 19, as premissas atuariais representam a melhor estimativa da entidade sobre variáveis futuras sendo não tendenciosas (nem imprudente nem excessivamente conservadoras) e mutualmente compatíveis.

Conforme disposto na *Actuarial Standard of Pactice* (ASOP) - *Actuarial Standard of Practice* n. 4 – ASOP 4 – *Measuring Pension Obligations*, emitido pelo *Pension Committee of the Actuarial Standard Board*, "As premissas atuariais, individualemente ou em conjunto, devem refletir o melhor julgamento do atuário" (ASOP, 4, 1993, p. 6).

As premissas atuariais, conforme disposto na *Actuarial Standard of Practice* (ASOP) n° 4 – emitido pelo *Committee of the Actuarial Standard Board* (ASB), são segregadas da seguinte maneira:

- Premissas econômicas:
 - 1. taxa de inflação;
 - 2. ganho real dos investimentos;
 - 3. escala de ganhos salariais;
 - 4. beneficios governamentais;
 - 5. custeio administrativo;
 - 6. crescimento salarial pós-laboral.
- Premissas não econômicas
 - 1. idade de aposentadoria;
 - 2. mortalidade;
 - 3. invalidez e recuperação de inválidos;
 - 4. desistência voluntária:
 - 5. desistência involuntária;
 - 6. composição familiar;
 - 7. casamento, novo casamento e divórcio;
 - 8. novos entrantes;
 - 9. idade de entrada no emprego;
 - 10. formas opcionais de escolha de beneficios;
 - 11. níveis de emprego;
 - 12. licença, dispensas temporárias, transferências e restabelecimentos de emprego;
 - 13. redução do gatilho salarial para os benefícios especiais;
 - 14. horas trabalhadas. (ASOP 4, 1993, p. 6-7)

Sobre a escolha das premissas atuariais, Rodrigues (2008, p. 61) afirma:

A discussão e escolha das premissas atuariais são uma tarefa que exige algo de arte da ciência atuarial: requer o afastamento do caminho preciso dos modelos matemáticos, trilhando-se pela natureza subjetiva das escolhas racionais. Premissas atuariais são elementos de cenários escolhidos para mensuração de encargos e receitas previdenciais segundo o modelo de avaliação atuarial adotado.

De acordo com Shapiro *apud* Rodrigues (2008, p. 63), a escolha das premissas atuariais deve ser orientada pelos seguintes critérios:

- a) Conservadorismo: Uma dada premissa é conservadora se tende a produzir ganhos atuariais no presente tempo, isto é, a Reserva Matemática nesse tempo se apresenta superavaliada.
- b) Consistência Retrospectiva: Uma premissa é considerada consistente retrospectivamente se estiver relacionada à experiência do Plano. O importante é que as premissas atuais não sejam significantemente diferentes das premissas passadas.
- c) Consistência Prospectiva: Uma premissa é consistente prospectivamente se estiver relacionada a expectativas futuras. Deve-se considerar o cenário de curto e longo prazos para a escolha de premissas como fator de capacidade ou taxa de crescimento salarial.
- d) Prudência: O atuário deve ter conhecimento do que os outros Fundos de Pensão estão adotando como premissa para cálculo das reservas, para que haja uniformidade de informações.
- e) Precisão: Uma premissa é precisa se a diferença entre a experiência real e o conceito adotado for minimizada. Na verdade, ela é julgada como tal somente após os fatos se tornarem realidade, como a escolha do fator de capacidade ou a taxa de juros em determinado ano.
- f) Flexibilidade: Uma premissa é flexível se estiver dentro de um intervalo, de tal sorte que possa ser modificada. De fato, a flexibilidade está associada à tolerância em relação ao mundo real.

De acordo com o Ernst & Young e Fipecafi (2009, p. 176):

Por mais sofisticadas que projeções atuariais possam ser, a realidade do fluxo de resultados de um plano de benefícios definidos pode divergir das premissas assumidas. Isto significa que, quando um superávit ou déficit é estimado, quase certamente será diferente do valor predito pela última avaliação. Essas diferenças são denominadas ganhos e perdas atuariais. A Norma Internacional observa que ganhos e perdas atuariais podem resultar de aumentos ou reduções não previstos, seja do valor presente das obrigações de benefícios definidos, seja do valor justo dos ativos relacionados ao plano de benefícios.

Assim, dadas as oscilações no valor presente da obrigação ou no valor justo dos ativos do plano de benefício, decorrentes de alterações ou desvios positivos ou negativos nas estimativas, podem gerar ganhos ou perdas atuariais que impactem, sobremaneira, nas demonstrações financeiras do fundo de pensão e, consequentemente, da entidade patrocinadora.

Entre as diversas razões que levam às diferenças entre as premissas e o comportamento real do plano de beneficios, o que acarreta nos ganhos e perdas atuariais, Capelo (1986, p. 227) destaca:

Primeiro, as próprias premissas resultam de mensurações viesadas, por razões de método ou por eleição infeliz da amostra estudada. Segundo, mesmo que as premissas representem precisamente a realidade reinante, o sub-conjunto dessa realidade, que é o fundo, pode-se afastar-se da normalidade das premissas por constituir-se em um 'acidente amostral.

Nesse sentido, o presente trabalho busca explorar o risco associado ao descasamento da premissa de mortalidade utilizada pelas entidades de previdência frente ao aumento da expectativa de vida.

3. RISCO DE LONGEVIDADE

3.1 Definições e conceitos

Observa-se, na literatura, ao longo dos anos um aumento significativo no número de estudos e trabalhos realizados que tiveram por tema principal o risco de longevidade, também denominado risco de mortalidade. Para uma melhor conceituação dos termos aqui empregados, serão tecidos breves comentários sobre as definições encontradas na literatura.

Para Liu (2008, p. 41), o risco de mortalidade representa todas as formas de desvios nas taxas de mortalidade agregadas a partir da projetada para diferentes idades e horizontes temporais. Já, o risco de longevidade refere-se ao risco de que, no longo prazo, as taxas de sobrevivência agregada para determinados coortes serão maiores que o previsto. Caso haja um descasamento no curto prazo, em que as taxas de mortalidade sejam muito mais elevadas do que seria normalmente esperado, denominar-se-á de risco catastrófico.

De acordo com Stallard (2006, p. 575), o risco de longevidade pode ser definido em nível individual e agregado. No nível individual, o risco de longevidade refere-se à possibilidade de o indivíduo viver mais tempo do que o previsto no planejamento financeiro. Em nível agregado, o risco de longevidade refere-se à possibilidade de ocorrer um aumento no número médio de anos de sobrevida dos participantes do grupo.

Segundo Bravo (2007, p. 5), o termo risco de longevidade e risco de mortalidade são, muitas vezes, usados indistintamente, apesar de apresentarem na prática duas faces de uma mesma moeda. Enquanto, o risco de longevidade representa coletivamente o risco de desvio sistemático da mortalidade perante os valores esperados. O risco de mortalidade é utilizado, regra geral, para descrever o risco de uma população viva, em termos agregados, menos do que o esperado, ou seja, de que a mortalidade seja superior ao projetado.

Nesse sentido, o risco de longevidade pode ser definido como o risco associado ao aumento da expectativa de vida e o seu descasamento em relação às taxas de mortalidade previstas.

De acordo com Cairns *et al* (2008) e Pitacco (2002), a incerteza futura em relação à taxa de mortalidade pode ser decomposta em dois componentes: risco de mortalidade sistemático e risco não sistemático.

O risco não sistemático pode ser entendido como o risco decorrente da flutuação aleatória das taxas de mortalidade. Assim, ainda que a verdadeira taxa de mortalidade seja conhecida, o número de mortes D(x,t) será uma variável aleatória. Quanto maior for a população, menor será o risco não sistêmico, uma vez que ele será diluído, por exemplo, pela diversificação da carteira.

O risco sistemático, por sua vez, é um componente não diversificável que afeta todos os indivíduos da mesma forma. Nessa situação, as previsões sobre a mortalidade futura serão incertas.

Assim, observa-se que o risco sistemático não pode ser protegido com o aumento do portfólio, mas, ao contrário, o impacto financeiro aumenta em decorrência do tamanho da carteira (PITACCO, 2002).

Novamente, cabe lembrar que as projeções de mortalidade futura devem incorporar possíveis desvios sistemáticos que podem acontecer em virtude da aleatoriedade da variável. As Ilustrações 1 e 2, extraídas de Pitacco (2002), mostram as taxas de mortalidade projetadas (linha contínua) e dois conjuntos possíveis de dados futuros de mortalidade (pontos). Na primeira ilustração, observa-se que os desvios em relação ao projetado podem ser explicados pelas flutuações aleatórias em torno dos valores esperados.

Na Ilustração 2, observe que os desvios sistemáticos podem indicar uma tendência real de mortalidade diferente do modelo previsto.

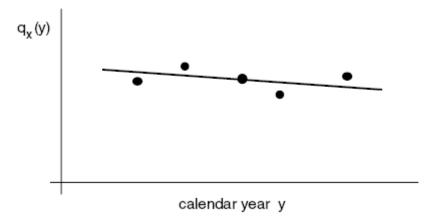


Ilustração 1 - Experiência da mortalidade: variável aleatória FONTE: Pitacco (2002)

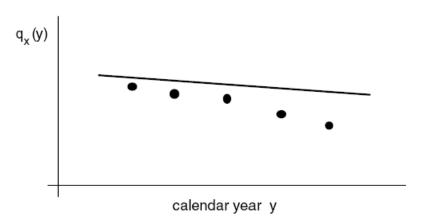


Ilustração 2 - Experiência da mortalidade: desvio sistêmico FONTE: Pitacco (2002)

3.2 Análise de sobrevivência

Apesar de não se saber o momento em que se dará o término da vida humana, é possível avaliar o risco de morte de uma população em um determinado período de tempo, por meio de modelos probabilísticos em que o tempo entre a idade do indivíduo e o momento de sua morte é modelado como uma variável aleatória, que está associada a um conjunto de funções, tais como: função de densidade, função de distribuição, função de sobrevivência, entre outras.

Para a construção da Tábua de Mortalidade, parte-se da função de sobrevivência S(x), que representa a probabilidade de sobrevivência ao nascer até a idade x.

Para tanto, seja X uma variável aleatória contínua, que descreve a idade no momento de morte. A função de distribuição de X é dada por F(x):

$$F(x) = \Pr(X \le x) \quad x \ge 0, \tag{3.1}$$

A função F(x) representa a probabilidade de um indivíduo na idade X falecer antes de atingir a idade x, ou seja, $Pr(X \le x)$ representa a probabilidade de uma pessoa na idade X não sobreviver à idade x.

Na ciência atuarial e na demografía, também, se utiliza uma função complementar de F(x) para especificar a distribuição de X. Essa função é denominada de função de sobrevivência S(x), que representa a probabilidade de um indivíduo de idade X sobreviver pelo menos x anos. A função de sobrevivência S(x) será dada por:

$$S(x) = 1 - F(x) = \Pr(X \ge x) \quad x \ge 0$$
 (3.2)

A função S(x) é complementar à F(x), sendo que $x \mapsto S(\cdot)$ é decrescente (isto é, $S(x_1) \ge S(x_2), x_1 < x_2$) e satisfaz à seguinte condição: F(0) = 0 e, portanto, S(0) = 1.

• Probabilidade de Morte e Sobrevivência

Assim, utilizando F(x) ou S(x), é possível calcular as probabilidades de morte ou sobrevivência de um indivíduo. Por exemplo, probabilidade condicional de uma pessoa ao nascer sobreviver entre duas idades, x e z, pode ser dada por:

$$\Pr(x < X \le z \mid X > x) = \frac{F(z) - F(x)}{1 - F(x)} = \frac{S(x) - S(z)}{S(x)}$$
(3.3)

Podem-se expressar as probabilidades de morte e sobrevivência por meio da seguinte notação atuarial: ${}_{n}q_{x}$ (probabilidade de morte) e ${}_{n}p_{x}$ (probabilidade de sobrevivência). Assim, a probabilidade de uma pessoa com idade x falecer antes de atingir a idade x+n será expressa por ${}_{n}q_{x}$:

$${}_{n}q_{x} = 1 - {}_{n}p_{x} \tag{3.4}$$

O símbolo ${}_{n}q_{x}$ representa a probabilidade de um indivíduo com idade x falecer dentro de n anos, enquanto ${}_{n}p_{x}$ pode ser interpretado como a probabilidade de x sobreviver até a idade x+n.

Pode-se também expressar as probabilidades condicionais baseadas na função de sobrevivência, tal como apresentado a seguir:

$${}_{n}p_{x} = \frac{{}_{x+n}p_{0}}{{}_{x}p_{0}} = \frac{S(x+n)}{s(x)}$$
(3.5)

$$_{n}q_{x} = 1 - \frac{S(x+n)}{S(x)}$$
 (3.6)

Além disso, se n=1, convencionalmente o prefixo na simbologia é excluído, denotando-se apenas como p_x e q_x . Tem-se, também, que $_0 p_x = 1$ e $_0 q_x = 0$.

• Força de Mortalidade

A força de mortalidade, usualmente, denotada μ_x , é definida pela seguinte equação:

$$\mu_{x} = \lim_{z \to x^{+}} \frac{F(z) - F(x)}{1 - F(x)}$$
(3.7)

$$\mu_x = \frac{-s'(x)}{s(x)} \tag{3.8}$$

A força de mortalidade é, também, chamada de taxa instantânea de morte ou coeficiente instantâneo de mortalidade e corresponde à probabilidade de uma pessoa de idade x morrer entre as idades x e z, dado que o espaço de tempo entre as duas idade (z-x) tende a zero.

Pode-se, também, relacionar a força de mortalidade μ_x com as probabilidades de sobrevivência e morte p_x e q_x :

$${}_{t}q_{x} = \int_{0}^{t} p_{x} \ \mu_{x+s} ds \tag{3.9}$$

$$p_{x} = \exp(-\int_{x}^{t} \mu_{x+s} ds)$$
 (3.10)

3.3 Leis de mortalidade

Uma maneira alternativa para avaliar a função de sobrevivência e o padrão da mortalidade ao longo das idades para uma dada população, são as denominadas "Leis de Mortalidade", que são expressões analíticas que buscam descrever as características da mortalidade em função da idade e de um conjunto de parâmetros.

Bowers *et al* (1997, p. 71) afirma que existem três principais motivos para se postular uma forma analítica da função de sobrevivência ou mortalidade: a primeira de ordem filosófica, a segunda de ordem prática e a terceira é a facilidade na estimação de poucos parâmetros da função para dados de mortalidade.

As razões de ordem filosófica são sustentadas por alguns autores, que se utilizando de argumentos biológicos, sugere-se que a sobrevivência humana é governada por uma "lei" universável igualmente simples, como, por exemplo, muitos fenômenos estudados em física podem ser explicados, eficientemente, por fórmulas simples.

Em relação à ordem prática, tem-se que com a utilização das leis de mortalidade é mais simples comunicar uma função com poucos parâmetros do que com uma tábua de mortalidade com talvez 100 parâmetros ou probabilidades de mortalidade.

Entretanto, Bowers *et al* (1997, p. 71) afirmam que a sustentação de funções analíticas simples de sobrevivência tem declinado nos anos recentes, pois muitos sustentam que a crença numa lei universal de mortalidade é uma atitude ingênua. Com o advento dos computadores com a capacidade de processamento e armazenamento eficiente de informações, as vantagens de algumas formas analíticas em computação envolvendo mais que uma vida não são de tão grande importância. Apesar de tudo, algumas pesquisas interessantes têm reiterado, recentemente, os argumentos biológicos para leis analíticas de mortalidade.

Sobre a investigação analítica da função sobrevivência, segundo Insolera *apud* Rodrigues (2002, p. 62):

[...] o curso da sobrevivência ou da mortalidade, realmente não depende apenas da idade, pois a diversidade do clima e lugar, a sucessão de estações, a diferença de sexo, o distinto regime de vida, unidos às diferentes profissões, social e econômicas dos indivíduos, se reconhecem facilmente como causas mais ou menos modificadoras do curso da vida. E, em igualdade com esses fatores, as manifestações do fenômeno são, em conjunto, mais ou menos sensivelmente diversas em tempos distintos. Dada a grande complexidade e a variável intervenção de tais fatores nas manifestações da sobrevivência, alguns autores julgam como simplista, e nem sempre útil procedimento, toda tentativa de formulação analítica das leis do fenômeno.

As leis de mortalidade distinguem-se segundo a função escolhida para a modelagem da mortalidade. Assim, podem-se encontrar modelos que ajustam a função de sobrevivência S(x), modelos que buscam parametrizar a força de mortalidade μ_x , modelos que ajustam as probabilidades de morte e sobrevivência (p_x e q_x) e modelos que ajustam as funções de densidade de probabilidade.

Na sequência, será feita rápida exposição sobre as seguintes leis de mortalidade: De Moivre, Gompertz, Makeham e Heligman-Pollard.

• Lei de De Moivre

A primeira modelagem matemática da função sobrevivência foi apresentada por De Moivre em 1725. O modelo admite a existência de uma relação proporcional entre o número de sobreviventes em uma determinada idade x e o número de anos até a idade final alcançada (ω) .

O modelo é bastante simplificado e admite que a vida residual é uniformemente distribuída entre as idades 0 e ω -x, conforme se pode observar na formulação a seguir:

$$S(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{\omega} & x \in [0, \omega] \\ 0 & x > \omega \end{cases}$$
 (3.11)

Na versão original do trabalho ω era igual a 86. Portanto, atendendo ao requisito de que para x=0:

$$S(0) = 1 - \frac{0}{\omega} = 1$$

E, para
$$x = \omega = 86$$

$$S(0) = 1 - \frac{86}{\omega} = 0$$

Em termos de tábua de mortalidade, o modelo de De Moivre estipula um número constante de óbitos entre duas idades consecutivas, fazendo com que toda idade x tivesse uma taxa de mortalidade igual, o que é um resultado dificilmente aceitável em termos empíricos:

$$q_x = \frac{1}{86 - x} \tag{3.12}$$

• Lei de Gompertz

A lei de mortalidade mais influente foi proposta por Benjamin Gompertz em 1825, o qual buscava dar mais racionalidade à curva de sobrevivência e é considerado o primeiro modelo explicativo da mortalidade (BRAVO, 2007).

Gompertz descobriu que um aumento exponencial na idade pode, aproximadamente, capturar o comportamento da taxa de mortalidade ao longo da vida, isto é, a capacidade do ser humano

resistir à morte diminui exponencialmente com o passar da idade. De maneira similar, a força de mortalidade μ_x aumenta exponencialmente com a idade do indivíduo.

Em uma comunicação dirigida a Royal Society de Londres, Gompertz *apud* Rodrigues (2002, p. 226) enunciou:

É possível que a morte seja a conseqüência de duas causas geralmente coexistentes: uma, o incerto, sem disposição prévia à morte ou à deterioração. Se, por exemplo, existissem certas enfermidades aos quais, jovens e velhos, estivessem igualmente expostos, e que fossem igualmente funestas para velhos e jovens, é evidente que as mortes por estas causas, em ambos os grupos, guardariam entre si a mesma proporção que os grupos dados, de forma que os números fossem suficientemente grandes para que com eles se pudessem aplicar as leis do azar. A intensidade da mortalidade poderia ter-se por constante. Se não houvesse outras enfermidades, a vida tenderia, em todas as idades, ao mesmo valor, e, tanto o número de sobreviventes como o número de mortos, decresceria com a idade em progressão geométrica, enquanto as idades cresceriam em progressão aritmética.

Se o gênero humano adquire, dia após dia, germens de indisposição, ou – dito em outros termos – está cada vez mais exposto a morrer – o que parece ser uma hipótese verossímil, pelo menos, para uma grande parte da vida e ainda quando o contrário possa ocorrer em certos períodos, - força a deduzir que o número de sobreviventes, a partir de um certo número de pessoas de igual idade, decresce, em intervalos iguais de tempo, mais rapidamente que a progressão geométrica, e que, assim, as probabilidades de se ouvir dizer que um determinado homem tenha chegado a um determinado ponto da velhice, diminuem em progressão muito mais rápida, ainda que não haja limite algum com respeito à idade que possa alcançar.

Se o esgotamento do poder do homem para evitar a morte fora tal que, em média, e ao fim de períodos de tempo infinitamente pequenos, mas de igual duração, perdera, também porções iguais do poder de opor-se à morte, que teria ao princípio do dito intervalo, então, na idade x, a intensidade de mortalidade poderia ser representada por aqx, sendo a e q constantes a determinar.

A formulação de Gompertz é dada por:

$$\mu_x = Bc^x \qquad x \ge 0, \tag{3.13}$$

Com os parâmetros B > 0 e c > 1. O modelo admite que μ_x tende, no limite, ao infinito, uma vez que o modelo não estabelece uma idade máxima para a duração da vida.

Liu (2008, p. 20) afirmou que a Lei de Gompertz tem desempenhado um papel central no desenvolvimento teórico sobre o padrão da mortalidade. O bom ajuste aos dados empíricos a função de Gompertz parece sugerir que há uma lei de mortalidade que poderia explicar a idade padrão de morte da população humana. Assim, diversos pesquisadores buscaram modificar e generalizar a referida fórmula.

• Lei de Makeham

Em 1860, o atuário William Makeham introduziu um novo elemento à fórmula de Gompertz (a constante A) para capturar melhor o comportamento em idades mais elevadas e representar o risco de morte que são independentes da idade e se referem a fatores de incerteza. (LIU, 2008 e RODRIGUES, 2002).

A lei de Makeham é representada a seguir:

$$\mu_{x} = A + Bc^{x} \tag{3.14}$$

Com os parâmetros $B > 0, c > 1, x \ge 0$. A função de sobrevivência é dada por:

$$S(x) = \exp[-Ax - m(c^{x} - 1)]$$
(3.15)

O símbolo m é definido como: $m = \frac{B}{\log c}$.

Vale observar que ao se aplicar A=0, obtém naturalmente a lei de Gompertz. Assim como Gompertz, a lei de Makeham se mostrou irrealista ao descrever mortalidade em todo o arco da vida humana, sendo aplicável apenas às idades adultas. Entretanto, o modelo de Gompertz tem o mérito de ter sugerido pela, primeira vez, a estruturação da força de mortalidade por causas de morte (BRAVO, 2007).

Após o trabalho de Makeham, diversos estudiosos buscaram de certa maneira adaptar a lei de Gompertz para representar a curva da mortalidade.

• Lei de Heligman-Pollard

A lei de Heligman e Pollard foi publicada em 1980, no *Journal of Actuaries* n. 107. Os autores propuseram uma modelagem para o ajuste de mortalidade que leva em consideração a sobremortalidade por causas externas.

$$\frac{q_x}{p} = A^{(x+B)^c} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + GH^x$$
 (3.16)

Em que *A*, *B*, ..., *H* são parâmetros positivos a serem estimados. A ideia subjacente ao modelo é de que as causas de morte podem ser subdividas em três categorias: as que afetam a mortalidade nas idades iniciais, a juvenil e a das idades avançadas.

3.4 Tábuas de mortalidade

No contexto atuarial, a modelagem do risco de morte de uma população em tempo discreto é dada por meio das tábuas de mortalidade ou de sobrevivência, que é um instrumento teórico que permite mensurar as probabilidades de vida e morte de uma determinada população no tempo, de acordo com a idade dos indivíduos. Além disso, permite avaliar o fenômeno da longevidade de uma população e efetuar inferências sobre a sua evolução ao longo do tempo.

Sobre a origem das tábuas de mortalidade modernas, Bravo (2007) atribui a John Graunt, em sua obra "Natural and Political Observations Made upon the Bill of Mortality", publicada em 1662 como sendo o primeiro tratamento estatístico sobre dados demográficos e a primeira tábua de mortalidade. Na construção da tábua, John Grant utilizou 230.000 registros ocorridos entre 1629-1638 e 1647-1658, procurando, dessa forma, inferir sobre a distribuição de probabilidade de morte em grandes populações. Entretanto, apesar de conter algumas fragilidades metodológicas, o seu trabalho proporcionou múltiplas investigações em diversos domínios da demografia, bem como conduziu, em última análise, à criação de órgãos estatísticos governamentais (BRAVO, 2007, p. 27).

Em 1693, Edmund Halley, publicou uma das primeiras tábuas conhecidas, construídas a partir do número de óbitos, classificados por causa de morte, observados na cidade polaca de Breslau, entre 1687 e 1691. A metodologia utilizada por Halley na construção da tábua adotava como premissa que a população era estacionária, ou seja, possuía um taxa de crescimento populacional nula (BRAVO, 2007, 27).

Para Beltrão e Pinheiro (2002, p.1) "[...] a primeira tábua de vida que utilizou conceitos estritamente atuariais foi construída em 1815 por Milne". Na mesma linha, Bravo (2007) complementa que a Milne "é imputada a elaboração da primeira tábua considerada cientificamente correta, apoiada em população e óbitos classificados por idade de duas paróquias da cidade britânica de Carlisle, para o período 1779-1787."

3.4.1 Estruturação da tábua de mortalidade

As tábuas de mortalidade podem ser diferenciadas de acordo com as características da população em estudo: sexo, idade, profissão, tipo de seguro ou cobertura, entre outros. Deve, também, ser levada em consideração a amplitude do intervalo entre as idades, se a tábua será indexada a um determinado ano cronológico, se será baseada em gerações reais ou fictícias (possibilita distinguir entre tábuas contemporâneas ou tábuas geracionais).

Podem-se classificar as tábuas em: contemporâneas ou tábuas geracionais. As tábuas contemporâneas baseiam-se na utilização de estatísticas de óbitos e de população exposta a um determinado período de tempo, ou seja, trabalha-se com informações de uma população em um determinado corte ou período (*cross-section*). Já, as tábuas geracionais possuem a dinâmica de considerar as taxas de mortalidade para uma mesma geração de indivíduos e acompanhá-los ao longo do tempo (do nascimento até sua morte) (BRAVO, 2007).

As tábuas podem ser "completas", quando os dados são apresentados para cada idade individual, ou "abreviadas", quando os dados são apresentados para grupos etários.

As tábuas de mortalidade clássicas consideram que as probabilidades de morte para um determinado grupo homogêneo de indivíduos dependem somente da idade. Entretanto, nos casos em que são utilizadas outras informações além da idade, por exemplo, tempo decorrido desde a adesão à apólice de seguros, a idade de entrada em invalidez e a duração da invalidez, são chamadas de "tábuas seletas".

A tábua de mortalidade é uma alternativa para especificar a distribuição da mortalidade por idade da variável aleatória X. Normalmente, uma tábua de mortalidade contém tabulações por idade das funções básicas q_x , d_x e l_x , a qual possibilita derivações adicionais a partir da interação das idades. A idade máxima a ser alcançada por um indivíduo é representada por ω .

A tábua de mortalidade possui as seguintes funções biométricas básicas: q_x , l_x , d_x , μ_x , L_x e e_x .

Em que:

 $l_x = (living)$ número esperado de pessoas vivas na idade x.

 $d_x = (death)$ número esperado de pessoas mortas entre a idade x e x+1.

 $p_x = (probability)$ probabilidade anual de sobrevivência ou probabilidade de x sobreviver à idade x+1.

 q_x = probabilidade anual de morte ou probabilidade de (x) morrer antes de atingir à idade x+1, ou seja, é a probabilidade complementar a p_x .

 μ_x = força de mortalidade, taxa instantânea de mortalidade ou coeficiente instantâneo de mortalidade.

 $e_x = (expectation \ of \ life)$ esperança abreviada de vida.

Além disso, também, se têm outras funções biométricas, tais como:

 T_{x} = quantidade de existência;

 m_x = taxa central de mortalidade.

Conforme Brasil (1985, p. 20), as tábuas de mortalidade compõem-se, basicamente, de seis colunas. A seguir, é apresentada a Tábua de Mortalidade da população feminina da Suécia no ano de 2007.

Tabela 5 - Tábua de mortalidade da população feminina da Suécia - 2007

Idade	$\mathbf{q}_{\mathbf{x}}$	l_x	d _x	$\mathbf{L}_{\mathbf{x}}$	T_x	$\mathbf{e}_{\mathbf{x}}$
0	0,0023	100000	230	99783	8294801	82,95
1	0,0003	99770	33	99753	8195017	82,14
2	0,0002	99737	16	99729	8095264	81,17
3	0,0002	99721	16	99713	7995536	80,18
4	0,0001	99705	12	99699	7895823	79,19
5	0,0001	99693	11	99687	7796124	78,20
6	0,0001	99682	13	99676	7696437	77,21
7	0,0000	99669	4	99667	7596762	76,22
8	0,0001	99665	9	99660	7497095	75,22
9	0,0001	99656	9	99651	7397435	74,23
10	0,0001	99647	8	99643	7297783	73,24
11	0,0000	99639	2	99638	7198140	72,24
12	0,0001	99637	5	99634	7098503	71,24
13	0,0001	99631	5	99629	6998869	70,25
14	0,0001	99626	8	99622	6899240	69,25
15	0,0002	99618	21	99607	6799618	68,26
16	0,0002	99597	24	99585	6700011	67,27

17	0,0002	99574	22	99562	6600425	66,29
18	0,0001	99551	12	99545	6500863	65,30
19	0,0002	99539	24	99527	6401318	64,31
20	0,0003	99515	27	99502	6301790	63,32
21	0,0004	99489	36	99470	6202288	62,34
22	0,0002	99452	15	99445	6102818	61,36
23	0,0002	99437	23	99426	6003374	60,37
24	0,0002	99414	19	99405	5903948	59,39
25	0,0004	99395	39	99376	5804543	58,40
26	0,0002	99356	20	99346	5705167	57,42
27	0,0002	99336	20	99326	5605821	56,43
28	0,0002	99316	15	99309	5506495	55,44
29	0,0003	99301	26	99288	5407187	54,45
30	0,0003	99275	25	99263	5307899	53,47
31	0,0003	99250	33	99233	5208636	52,48
32	0,0002	99217	20	99207	5109403	51,50
33	0,0005	99197	46	99174	5010196	50,51
34	0,0003	99151	31	99136	4911022	49,53
35	0,0005	99120	45	99098	4811887	48,55
36	0,0006	99075	55	99048	4712789	47,57
37	0,0006	99021	54	98993	4613741	46,59
38	0,0005	98966	53	98940	4514747	45,62
39	0,0006	98913	59	98884	4415807	44,64
40	0,0007	98855	70	98819	4316924	43,67
41	0,0006	98784	59	98755	4218104	42,70
42	0,0009	98725	84	98683	4119350	41,73
43	0,0007	98641	72	98605	4020667	40,76
44	0,0012	98569	114	98512	3922062	39,79
45	0,0012	98455	114	98398	3823550	38,84
46	0,0013	98341	125	98279	3725152	37,88
47	0,0015	98216	142	98145	3626874	36,93
48	0,0015	98074	143	98002	3528729	35,98
49	0,0018	97931	179	97841	3430726	35,03
50	0,0020	97752	191	97656	3332885	34,10
51	0,0021	97561	209	97456	3235229	33,16
52	0,0023	97352	228	97238	3137772	32,23
53	0,0025	97124	246	97001	3040534	31,31
54	0,0025	96878	237	96759	2943533	30,38
55	0,0026	96641	255	96514	2846774	29,46
56	0,0034	96386	328	96222	2750260	28,53
57	0,0035	96058	339	95889	2654038	27,63
58	0,0043	95720	411	95514	2558149	26,73
59	0,0045	95309	427	95096	2462635	25,84
60	0,0048	94882	456	94654	2367540	24,95
61	0,0050	94426	468	94192	2272886	24,07
62	0,0058	93958	548	93684	2178694	23,19
63	0,0064	93410	601	93109	2085010	22,32
64	0,0076	92808	701	92458	1991901	21,46
65	0,0090	92108	833	91691	1899443	20,62
66	0,0088	91275	803	90873	1807751	19,81
67	0,0100	90472	900	90022	1716878	18,98
68	0,0099	89572	889	89127	1626856	18,16

69	0,0116	88683	1032	88167	1537729	17,34
70	0,0121	87651	1063	87119	1449562	16,54
71	0,0139	86587	1203	85986	1362443	15,73
72	0,0162	85384	1385	84692	1276457	14,95
73	0,0173	84000	1456	83271	1191765	14,19
74	0,0183	82543	1512	81787	1108494	13,43
75	0,0220	81031	1779	80142	1026707	12,67
76	0,0251	79252	1986	78259	946565	11,94
77	0,0282	77266	2181	76175	868306	11,24
78	0,0310	75085	2330	73920	792131	10,55
79	0,0367	72755	2673	71419	718211	9,87
80	0,0436	70082	3055	68555	646792	9,23
81	0,0442	67028	2963	65546	578237	8,63
82	0,0552	64065	3534	62298	512691	8,00
83	0,0598	60531	3620	58721	450393	7,44
84	0,0677	56911	3853	54985	391672	6,88
85	0,0810	53058	4299	50908	336687	6,35
86	0,0920	48759	4485	46516	285779	5,86
87	0,1088	44274	4817	41866	239262	5,40
88	0,1182	39457	4664	37125	197397	5,00
89	0,1349	34793	4695	32446	160271	4,61
90	0,1454	30098	4375	27911	127826	4,25
91	0,1720	25723	4423	23511	99915	3,88
92	0,1847	21299	3934	19332	76404	3,59
93	0,2134	17366	3706	15512	57072	3,29
94	0,2327	13659	3178	12070	41559	3,04
95	0,2541	10481	2664	9149	29489	2,81
96	0,2781	7818	2174	6731	20340	2,60
97	0,3026	5644	1708	4790	13609	2,41
98	0,3275	3936	1289	3291	8819	2,24
99	0,3524	2647	933	2180	5528	2,09
100	0,3772	1714	646	1391	3347	1,95
101	0,4014	1068	429	853	1957	1,83
102	0,4249	639	272	503	1103	1,73
103	0,4475	367	164	285	600	1,63
104	0,4690	203	95	155	315	1,55
105	0,4891	108	53	81	159	1,48
106	0,5080	55	28	41	78	1,42
107	0,5254	27	14	20	37	1,36
108	0,5413	13	7	9	17	1,32
109	0,5559	6	3	4	8	1,28
110	1,0000	3	3	3	3	1,26

FONTE: Human Mortality Database (HMD)

A construção da tábua de mortalidade inicia-se com a escolha do l_0 , que representa a quantidade esperada inicial de pessoas no grupo (por exemplo, l_0 =100.000). Assim, suponha que a idade de falecimento de um recém-nascido seja uma variável aleatória com determinada distribuição S(x).

Seja, l_x o número esperado de pessoas vivas na idade x, a partir do l_0 . Assim, tem-se que l_x será dado pela multiplicação do número esperado de pessoas vivas em l_0 pela função de sobrevivência S(x), conforme mostrado a seguir:

$$l_x = l_0 \cdot S(x) \tag{3.17}$$

O indicador relativo ao número esperado de mortes na idade x é representado por d_x pelo o número esperado de pessoas vivas na idade x menos o número esperado de pessoas vivas em x+1:

$$d_{x} = l_{x} - l_{x+1}$$

$$= l_{0}(s(x) - s(x+1))$$
(3.18)

Portanto, a partir da curva de d_x , pode-se reescrever l_{x+1} como:

$$l_{x+1} = l_x - d_x$$

$$= l_0 s(x) - l_0 (s(x) - s(x+1))$$

$$= l_0 s(x) (1 - \frac{s(x) - s(x+1)}{s(x)})$$

$$= l_x (1 - q_x)$$
(3.19)

Para um intervalo de n anos pode-se reescrever a função como ${}_{n}d_{x}=l_{x}-l_{x+n}$, sendo ${}_{n}d_{x}$ o número de falecimentos ocorridos entre as idades x e x+n.

A probabilidade de um indivíduo com idade x falecer antes de completar a idade x+1 é representada por q_x .

$$q_x = \frac{n \text{úmero de \'obitos na idade } x}{q \text{uantidade de pessoas vivas na idade } x}$$
(3.20)

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}$$
 (3.21)

Para *n* anos, pode-se calcular a probabilidade da seguinte forma:

$${}_{n}q_{x} = \frac{l_{x} - l_{x+n}}{l_{x}} = \frac{{}_{n}d_{x}}{l_{x}}$$
(3.22)

Em que $_nq_x$ representa a probabilidade de um indivíduo com idade x falecer dentro de n anos. Além disso, têm-se as seguintes relações que podem ser extraídas:

$${}_{n}d_{x} = l_{x} \cdot {}_{n}q_{x}$$

$$l_{x+n} = l_{x} - {}_{n}d_{x}$$

$$(3.23)$$

O número esperado de pessoas mortas entre a idade x e x+n equivale à multiplicação do número esperado de pessoas vivas no ano x pela probabilidade de indivíduo falecer dentro de n anos.

A probabilidade de sobrevivência de uma pessoa na idade x, pode ser expressa por:

$$p_{x} = \frac{\text{quantidade de pessoas vivas na idade } x + 1}{\text{quantidade de pessoas vivas na idade } x} = \frac{l_{x+1}}{l_{x}}$$
(3.24)

Da mesma forma, a probabilidade de uma pessoa na idade x sobreviver a n anos é dada por:

$$_{n}p_{x} = \frac{l_{x+n}}{l_{x}} \tag{3.25}$$

Vale lembrar que as probabilidades p_x e q_x são complementares, isto é, $p_x + q_x = 1$ e, portanto, $q_x = 1 - p_x$.

Antes de calcular a taxa central de mortalidade (m_x) e a esperança de vida (e_x) , deve-se primeiro calcular L_x e T_x .

O L_x , que representa o número médio de pessoas que tenham vivido no intervalo entre as idades x e x+1 será utilizado para o cálculo do T_x . Na sua forma mais simples, é representado por: $L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$ ou, ainda, por $L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2}d_x$ (aproximado). No caso de n períodos, podese reescrever: ${}_nL_x = \int\limits_0^\infty l_{x+n}d_n$.

O T_x (quantidade de existência) indica o tempo vivido entre as idade x e ω , isto é, representa o número de anos vividos pelas pessoas que compõem o número de sobreviventes da tábua de mortalidade até sua extinção (VILANOVA, 1969).

$$T_x = \int_0^\infty l_{x+t} dt \tag{3.26}$$

$$T_{x} = \sum_{0}^{\infty} L_{x+n} \tag{3.27}$$

A taxa central de mortalidade (m_x) é definida pela razão:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x} \tag{3.28}$$

Sendo que d_x representa o número de mortes esperadas com idade x e L_x representa o número de pessoas vivas no meio do ano. A taxa central de mortalidade m_x é caracterizada como uma forma discreta da força de mortalidade (μ_x). Assim, tem-se que:

$$m_{x} = \frac{\int_{0}^{1} l_{x+t} \mu(x+t) dt}{\int_{0}^{1} l_{x+t} dt}$$
(3.29)

"Se a força de mortalidade μ_x assume valor constante na idade x de forma que $\mu_{x+s} = \mu_x, \forall 0 \le s \le 1$ " (SANTOS, 2007, p. 18), tem-se:

$$m_{x} = \frac{\mu_{x} \int_{0}^{1} l_{x+t} dt}{\int_{0}^{1} l_{x+t} dt} \Leftrightarrow m_{x} = \mu_{x}$$

$$(3.30)$$

Partindo-se da hipótese da distribuição uniforme das mortes, advinda do pressuposto de que m_x varia linearmente entre as idades, tem-se:

$$m_{x} = \frac{\int_{0}^{1} l_{x+t} \mu(x+t) dt}{\int_{0}^{1} l_{x+t} dt} = \frac{l_{x} - l_{x+1}}{Lx}$$
(3.31)

$$m_{x} = \frac{l_{x} - l_{x+1}}{\frac{1}{2}(l_{x} + l_{x+1})}$$
(3.32)

Além disso, podem-se obter relações de m_x em função das probabilidades de morte e sobrevivência.

$$m_x = \frac{d_x}{\frac{1}{2}(l_x + l_{x+1})}; \quad m_x = \frac{2q_x}{1 + p_x}; \quad m_x = \frac{2(1 - p_x)}{1 + p_x}; \quad m_x = \frac{2q_x}{2 - q_x};$$
 (3.33)

Já, a esperança ou expectativa de vida (e_x) indica o tempo estimado futuro de vida de um indivíduo e pode ser calculada da seguinte forma:

$$\stackrel{0}{e_x} = \frac{T_x}{l_x} \tag{3.34}$$

Tábuas Seletas e Finais

Na construção das tábuas de mortalidade, pode-se fazer necessária a utilização de outras informações além da idade, por exemplo, tempo decorrido desde a adesão à apólice de seguros, a idade de entrada em invalidez e a duração da invalidez, entre outros fatores. Nessa situação, recorre-se, à construção das chamadas "tábuas seletas". Nas tábuas seletas, durante o período de seleção, as probabilidades de morte dependem da idade e da duração do evento de interesse.

A fim de entender a ideia da tábua seleta de mortalidade, é apresentado, a seguir, um esquema desenvolvido em Bowers et~al~(1997). Para tanto, considere, por exemplo, que uma pessoa tenha sofrido o evento de invalidez aos 30 anos. A probabilidade condicional de falecer em cada ano de duração será denotada por $q_{[30]_{+i}}$, i=0,1,2,..., Assim, a probabilidade de falecer no primeiro ano de invalidez será $_1q_{[30]_{+0}}$ e de falecer no segundo ano $_1q_{[30]_{+1}}$ e assim, sucessivamente. Essas probabilidades estão representadas na primeira linha da Ilustração 3. A segunda linha contém as probabilidades de morte para uma pessoa que se invalidou aos 31 anos (RIBEIRO, 2006).

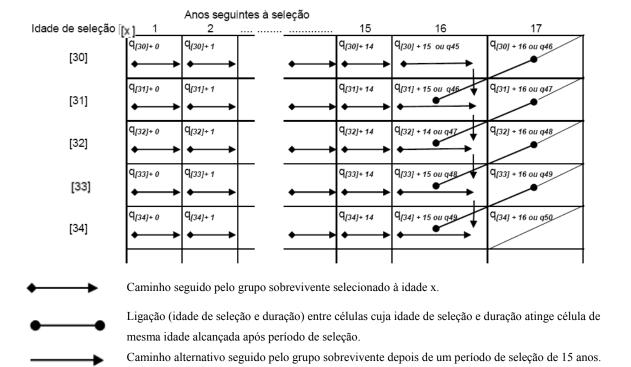


Ilustração 3 - Mortalidade seleta, final e agregada para o período de seleção de 15 anos FONTE: Bowers *et al apud* Ribeiro (2006)

O impacto da duração do evento invalidez sobre as distribuições do tempo de sobrevivência deve diminuir com o aumento da duração da invalidez. Assim, após o período de seleção "r", pode-se assumir que as probabilidades de morte dependem apenas da idade alcançada, ou seja:

$$q_{[x-j]+r+j} \cong q_{[x]+r} \qquad j > 0$$
 (3.35)

Após o período de seleção, o efeito da duração deixa de ser importante, fazendo com que o arranjo, mostrado na Ilustração 3, possa ser truncado ao final do período de seleção, resultando na tábua "final" ou também chamada de "última".

Portanto, para o período de seleção de r=15 anos, a probabilidade de morte de $q_{[30]+15}$ e $q_{[25]+20}$ serão expressas como q_{45} . A tábua última ou final corresponde à última coluna de uma tábua seleta. A tábua final é aquela em que o período de seleção/duração deixa de influenciar a mortalidade, sendo representada pelas probabilidades de morte q_{45} , q_{46} , ..., que são chamadas de probabilidades de morte últimas (ultimate).

3.5 Evolução da mortalidade

As sociedades, ao longo dos anos, passaram por profundas transformações que alteraram completamente diversos aspectos da vida humana. As alterações do cenário econômico, social, cultural e ambiental proporcionaram uma mudança significativa no padrão morbidemográfico dos países, cujos níveis de mortalidade antes da revolução industrial se situavam em torno de 20 anos de idade, alcançando recentemente a média de quase 80 anos.

Durante os últimos séculos, com as Revoluções Agrícolas e Industrial e o processo de urbanização na Europa, presenciou-se profundas melhorias nas condições de vida da população, o que, consequentemente, propiciaram uma redução na mortalidade e modificação do perfil epidemiológico (redução de doenças infecciosas), mesmo com as deficiências das condições médicas da época (PRATA, 1992). Posteriormente, com a introdução de medidas

de saúde pública que possibilitaram o controle de doenças infecciosas e com as melhorias das condições de higiene sanitária, os níveis de mortalidade foram reduzidos consideravelmente.

Essas alterações no padrão da mortalidade e morbidade foram denominadas por Omran, em 1971, como teoria da "transição epidemiológica", sendo ela dividida em três fases (OMRAN, 2005, p. 737):

- Fase das pragas e fome com mortalidade elevada e flutuante, impedindo, assim, o crescimento populacional sustentado. Nesse estágio, a esperança média de vida ao nascer é baixa, oscilando entre 20 e 40 anos.
- Fase do desaparecimento das pandemias com declínio progressivo da mortalidade e a
 taxa de declínio acelera a medida que os picos causados por epidemias se tornam
 menos frequentes. A esperança de vida ao nascer cresce de aproximadamente 30 anos
 para algo em torno de 50 anos. Tem-se, nesse cenário, o crescimento populacional
 sustentado que começa a apresentar um comportamento exponencial.
- Fase das doenças degenerativas quando a mortalidade continua a reduzir e, eventualmente, aproxima-se da estabilidade em níveis relativamente baixos. A esperança de vida ao nascer aumenta gradualmente até ultrapassar os 50 anos. É nessa fase que a fecundidade se torna fator crucial do crescimento populacional.

Segundo Omran (2005, p. 753), de acordo com as variações ocorridas no padrão da mortalidade, ao longo do tempo, no ritmo de declínio e nas consequências das mudanças populacionais, pode-se estabelecer três modelos básicos de transição epidemiológica:

- Modelo clássico ou ocidental: descreve a transição gradual e progressiva de altos para baixos níveis de mortalidade e fecundidade, que acompanhou o processo de modernização em grande parte das sociedades europeias;
- Modelo de transição acelerada: descreve a rápida e progressiva alteração na mortalidade com o tempo necessário de mudança de fases bem menor do que para os países europeus, como exemplo, tem-se o Japão;
- Modelo contemporâneo ou atrasado: descreve a transição recente e, ainda, a ser concluída na maioria dos países em desenvolvimento. Nesse modelo, apesar de lento e instável, a mortalidade iniciou-se, em alguns países, após a virada do século, tendo

uma evolução significativa, principalmente, após a Segunda Guerra Mundial. Destacam-se as medidas adotadas na esfera da saúde pública, que foram o principal componente decisivo desse modelo.

Nesse contexto, as alterações na mortalidade têm mostrado características que são comuns a diferentes populações. De acordo com Prata (1992, p. 169), nos países desenvolvidos, nesse século XX, além da continuada melhoria dos níveis nutricionais da população, três quartos da redução da taxa de mortalidade derivaram do controle das doenças infecciosas por meio da introdução de medidas médicas (imunização e tratamento) e pela redução da exposição da população ao risco de infecções, graças à melhoria das condições de higienesanitária e saneamento básico (água, esgoto e tratamento de resíduos).

Tais medidas fizeram com que a expectativa de vida que era de 47 anos em 1900, superasse, em 2000, os 77 anos, para a América do Norte e Europa (HSBC, 2007).

Para os países em desenvolvimento, Preston (1975) considera que os fatores econômicos não seriam tão importantes para explicar a elevação da longevidade, atribuindo à introdução de medidas de saúde pública como os principais fatores relevantes para explicar o aumento da expectativa de vida, ou seja, a relação entre desenvolvimento econômico e mortalidade ficou fraca ao longo do tempo.

Na América Latina, Arriaga e Davis (1969) identificaram que o impacto do desenvolvimento econômico no declínio da mortalidade foi importante no início do século XX, sendo que, nos países desenvolvidos, esse declínio já era observado no século XIX. Entretanto, depois da década de 30, o declínio da mortalidade foi muito mais acelerado do que aquele esperado pelo estágio de desenvolvimento econômico da região. Esse resultado é confirmado pela comparação com o histórico dos países desenvolvidos, cujo declínio da mortalidade na América Latina, após 1930, foi muito mais rápido do que ocorreu historicamente nos mesmos níveis dos países industrializados. Assim, como Preston, os autores concluíram que as políticas e medidas de saúde pública adotadas, bem como as técnicas de medicina preventiva foram os responsáveis pelo declínio da mortalidade em diversos países na América Latina.

Entretanto, segundo Pendleton e Yang *apud* Prata (1992), ao estudar os estágios de transição demográfica dos países em desenvolvimento durante o século XX, os autores analisaram a

relação entre desenvolvimento socioeconômico e de saúde, e concluíram que há duas fases diferentes de transição demográfica: primeiramente, o declínio da mortalidade dá-se, principalmente, por meio de medidas de saúde e, posteriormente, quando essas nações atingem um patamar com menor taxa de mortalidade, o desenvolvimento econômico passa a ser o responsável pelo declínio subsequente da mortalidade infantil e pelo aumento da expectativa de vida nessas sociedades.

Assim, Prata (1992, p. 169) faz a seguinte afirmação sobre as visões de Preston quanto de Pendleton e Yang:

Estas duas interpretações sobre se o declínio da mortalidade está relacionado com o desenvolvimento econômico ou com intervenções de saúde não estão necessariamente incorretas, mas incompletas, porque não são excludentes, já que a determinação do perfil epidemiológico da mortalidade deve ser considerada como o resultado de um processo dinâmico, onde as variáveis são interdependentes e podem ter um peso diferenciado, de acordo com o local, com a sociedade e com o tempo histórico. De fato, no Brasil, ambos os mecanismos de mudança do padrão de mortalidade (a adoção de medidas preventivas e o desenvolvimento econômico) ocorrem simultaneamente.

Resumindo, tanto o estágio de desenvolvimento econômico, quanto às alterações nas medidas de saúde pública foram extremamente importantes para delinear o perfil da mortalidade ao longo dos últimos anos e para todas as regiões do mundo.

Sobre o processo de transição epidemiológica no Brasil, tem-se que a taxa geral de mortalidade decresceu de 18/1000, em 1940, para uma estimativa entre 6/1000 e 8/1000 em 1985 (PRATA, 1992). No início do século XX, a expectativa de vida do brasileiro era de menos de 35 anos e, em 2008, era de 72,7 anos. Vale destacar que a redução das taxas de natalidade e de mortalidade em idade infantil contribuíram para tornar a estrutura etária da população mais envelhecida (IBGE, 2008).

De acordo com Prata (1992, p. 170), o estudo da mortalidade por causas de óbito, para o período de 1930 a 1985, no Brasil evidenciou uma similaridade ao processo ocorrido anteriormente na Europa, em que as doenças parasitárias eram as principais responsáveis pela mortalidade (46% do total de óbitos) em 1930, para atingir em 1985 apenas 7% dos casos. Por outro lado, as doenças do aparelho circulatório que representavam 12% (1930) passaram a 33% (1985). Aumentos por neoplasias e causas externas, também, se elevaram consideravelmente no período.

No contexto internacional, o aumento da expectativa de vida é um fenômeno que afetou todas as regiões do mundo, não se restringindo aos países desenvolvidos. A Tabela 6, a seguir, elaborada a partir dos dados disponíveis em "World Population Prospects" Revisado em 2008, mostra uma comparação da expectativa de vida ao nascer do Brasil com Europa, América do Norte, América do Sul e Média Mundial para ambos os sexos, para o período entre 1950-2050.

Tabela 6 - Expectativa de vida ao nascer: comparação entre Brasil, Europa, América do Norte, América do Sul e média mundial

Ambos os sexos							
Periodo	Europa	Brasil	América do Sul	América do Norte	Mundo		
1950-1955	65.6	50.9	52.0	68.8	46.6		
1955-1960	68.0	53.3	54.5	69.7	49.5		
1960-1965	69.7	55.7	56.8	70.1	52.4		
1965-1970	70.4	57.6	58.6	70.5	56.1		
1970-1975	70.8	59.5	60.6	71.6	58.2		
1975-1980	71.2	61.5	62.7	73.4	60.2		
1980-1985	71.7	63.4	64.9	74.5	61.7		
1985-1990	72.8	65.3	66.7	75.1	63.2		
1990-1995	72.6	67.2	68.4	75.9	64.0		
1995-2000	73.1	69.3	70.2	77.7	65.2		
2000-2005	73.8	71.0	71.7	78.4	66.4		
2005-2010	75.1	72.3	73.0	79.3	67.6		
2010-2015	76.1	73.5	74.1	80.1	68.9		
2015-2020	77.1	74.8	75.2	80.7	70.1		
2020-2025	78.1	75.9	76.2	81.1	71.1		
2025-2030	78.9	76.9	77.1	81.6	72.1		
2030-2035	79.6	77.7	77.8	82.1	73.1		
2035-2040	80.2	78.6	78.5	82.5	73.9		
2040-2045	80.9	79.3	79.2	83.0	74.8		
2045-2050	81.5	79.9	79.8	83.5	75.5		

FONTE: Elaborada a partir dos dados disponíveis em *World Population Prospects: The 2008 Revision*, http://esa.un.org/unpp.

De maneira geral, observe-se um aumento da expectativa de vida para os cinco grupos analisados na tabela anterior. Cabe destacar que a expectativa de vida ao nascer do brasileiro é superior a média mundial, mas inferior a média da América do Sul e Norte. Entretanto, as projeções indicam uma aproximação da expectativa de vida do Brasil e América do Sul, conforme mostra o Gráfico 4.

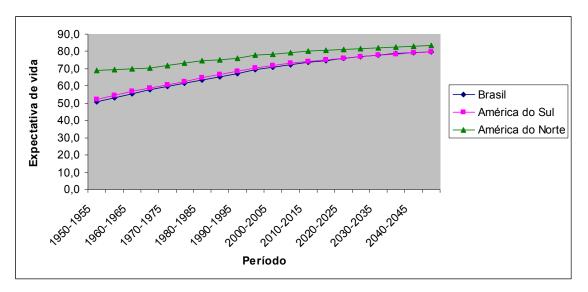


Gráfico 4 - Comparação da expectativa de vida ao nascer: Brasil, América do Norte e América do Sul FONTE: Elaborado a partir dos dados disponíveis em *World Population Prospects: The 2008 Revision*, http://esa.un.org/unpp.

Conforme pode ser observado no gráfico a seguir, dentre os países apresentados, o Brasil possui a menor expectativa de vida estimada. Entretanto, de acordo com estimativas apresentadas pela ONU para o período entre 2000-2005, o Brasil ocupava a 82ª posição do *ranking* mundial relativo à expectativa de vida, a qual era composta por 192 países (SANTOS, 2007).

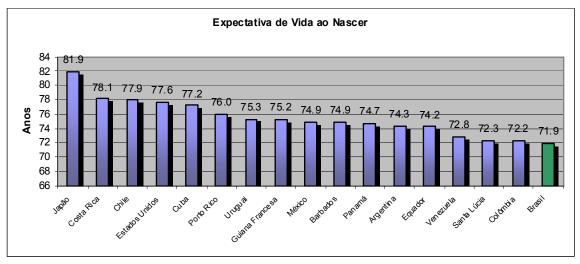


Gráfico 5 - Expectativa de vida ao nascer de alguns países FONTE: Indicadores Demográficos Prospectivos para o Brasil 1991-2030. IBGE (2006)

Ainda de acordo com as projeções do IBGE (2008), "[...] o país continuará galgando anos na vida média de sua população, alcançando em 2050 o patamar de 81,29 anos, basicamente o mesmo nível atual da Islândia (81,80), Hong Kong, China (82,20) e Japão (82,60)".

Além disso, em termos absolutos, a população brasileira considerada idosa terá um crescimento expressivo até 2050, conforme pode ser observado pelo Gráfico 6. As projeções foram elaboradas a partir dos dados disponíveis em "*World Population Prospects*" Revisado em 2008, sendo que os idosos de 65 anos e mais deverão passar de 10 milhões para 50 milhões entre os anos de 2000 e 2050. Já, para o mesmo período analisado, os idosos de 80 anos e mais deverão passar de 1,7 milhões para aproximadamente 14 milhões.

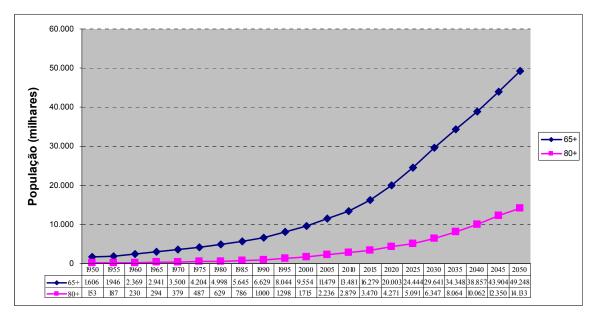


Gráfico 6 - População brasileira de 65 anos e mais 80 anos e mais: 2000-2005 FONTE: Elaborado a partir dos dados disponíveis em *World Population Prospects: The 2008 Revision*, http://esa.un.org/unpp.

Diversos pesquisadores têm, recentemente, discutido o futuro da mortalidade, principalmente no que tange à possibilidade de ampliação da vida média do ser humano e à existência de limites máximos para a duração da vida. Sobre o debate dos limites máximos da expectativa de vida, Siegel (2005, p. 3) afirma que há basicamente dois grupos: os que consideram que não há limite para a expectativa de vida e, nesse caso, sustentando a ideia de que nos países industrializados a idade de 100 anos será alcançada em 2060. Já o outro grupo, apoia uma perspectiva mais conservadora, sendo que a expectativa de vida não vai exceder os 85 anos em 2060 nos EUA.

No primeiro grupo, por exemplo, destaque-se o trabalho de Oeppen e Vaupel (2002) e no grupo dos conservadores, os trabalhos de Olshanky, Carnes e Cassel (1990) e Olshanky *et al* (2005).

Oeppen e Vaupel (2002) afirmaram que o aumento de expectativa de vida observada em diversos países, ao longo de décadas, contribuem para a ideia de que não se está próximo de um limite máximo de expectativa. Além disso, os referidos autores mostram que a expectativa de vida vem crescendo linearmente desde 1840 e se continuar a observar melhorias da expectativa de vida em 2,5 anos para cada década ao longo desse um século e meio, é razoável imaginar que tal cenário continuará nas próximas décadas. Se isso acontecer, em 2060, a expectativa de vida atingirá 100 anos. Mas, "[...] isto está longe da imortalidade, pois modestos aumentos da expectativa não levará a imortalidade". Entretanto, pessoas centenárias serão mais comuns.

Olshansky *et al* (1990) consideraram que era improvável que a expectativa de vida chegasse a 100 anos em 2060, dado o cenário biológico e do desenvolvimento das doenças da época indicavam um limite máximo de vida de 85 anos. Os autores, também, afirmaram que, para atingir a expectativa de 100 anos, seria necessário praticamente eliminar todas as causas de mortes endógenas.

De acordo com Olshansky *et al* (2005), as alterações nos aspectos epidemiológicos, bem como as reduções nas taxas de mortalidade histórica, sugerem que o nível de declínio do aumento da esperança de vida será menor nos próximos anos, o que conduz a um possível limite natural da vida humana. Entretanto, na visão de Kannisto (2000), apesar das diversas tentativas dos pesquisadores, nunca, de fato, foi devidamente comprovada a existência de um limite absoluto da vida humana.

Siegel (2005) e Antolin (2007) afirmam que estudos empíricos mostram que a curva das probabilidades de sobrevivência tornou-se cada vez mais retangular ou compressa, sugerindo a existência de limites máximos para a esperança de vida. Mas, tais teorias não são conclusivas.

Para ilustrar o efeito da alteração no padrão da evolução da mortalidade, bem como o processo de retangularização e compressão da curva de sobrevivência, a seguir, é apresentado

o gráfico com o número de mortes da população de sexo feminino da Suécia. Os dados para a elaboração das ilustrações foram extraídos do *Human Mortality Database* (HMD), que está disponível no *site* www.mortality.org.

A Suécia foi escolhida para as ilustrações, por possuir o maior período histórico de dados disponíveis no HMD, tendo dados anuais compreendidos entre 1751 até 2007. O gráfico mostra o número de mortes da tábua de mortalidade da Suécia por idade ao longo dos seguintes anos: 1800, 1900, 1920, 1940, 1960, 1980, 2000 e 2007.

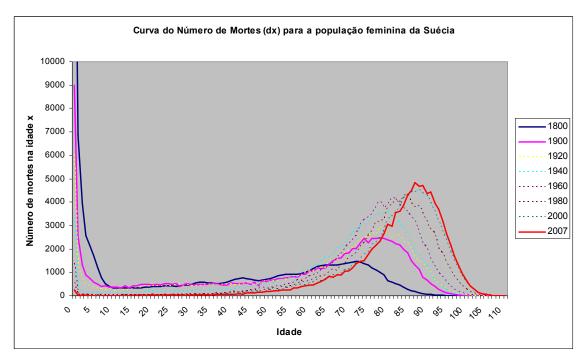


Gráfico 7 - Curva do número de mortes (dx) para a população feminina da Suécia Elaborado a partir dos dados disponíveis no *Human Mortality Database*

Como pode ser observado pelo gráfico anterior, há um deslocamento e concentração/compressão dos óbitos nas idades mais avançadas. De acordo com Gonzaga *et al* (2008), "A compressão da mortalidade é um processo por meio do qual ocorre um aumento na idade média à morte concomitantemente a uma redução na dispersão dos óbitos ao redor dessa idade". Essa alteração no comportamento da mortalidade pode ser caracterizada pelos fenômenos de expansão e concentração da curva do número de óbitos.

O processo de retangularização da curva de sobrevivência está associada a uma redução na variabilidade à idade de morte, cuja expansão da função sobrevivência se caracteriza pela elevação da idade limite da população. Esse processo ocorreu, nos países desenvolvidos,

devido à redução dos óbitos causados por doenças transmissíveis, que atingiu a mortalidade dos jovens. Tais mortes foram deslocadas para as idades avançadas, provocando uma diminuição da dispersão dos óbitos por idade, sendo um argumento a favor da existência de um limite biológico (GONZAGA *et al*, 2008; WILMOTH e HORIUCHI, 1999; SILVA, 2009). A retangularização da curva de sobrevivência é observada no Gráfico 8 a seguir.

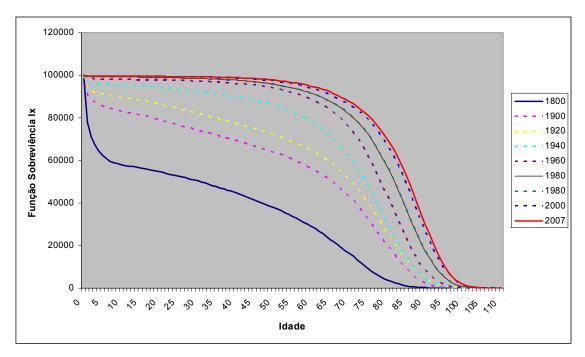


Gráfico 8 - Função sobrevivência lx para a população feminina da Suécia (1800-2007) Elaborado a partir dos dados disponíveis no *Human Mortality Database*

Esquematicamente, a tendência de retangularização da curva de sobrevivência, acompanhada pelo seu alongamento ou sua expansão, é apresentada na ilustração a seguir.

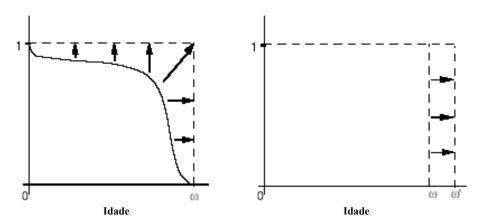


Ilustração 4 - Retangularização e expansão da função sobrevivência FONTE: Pitacco (2002, p. 7)

3.5.1 Mortalidade e desenvolvimento econômico

As sociedades ao longo dos anos passaram por profundas alterações no cenário econômico, social, cultural e ambiental que influenciaram uma mudança significativa no padrão da mortalidade. As mudanças na qualidade de vida da população, decorrentes da melhoria na nutrição, acesso à saúde pública, urbanização, desenvolvimento de vacinas, evolução dos tratamentos médicos, condições de higiene e sanitária forneceram os fatores essenciais para o incremento da longevidade humana.

A influência das condições econômicas e saúde tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores ao longo dos tempos, haja vista o número crescente de pesquisas que buscam identificar relações entre *status* social e alterações no perfil da mortalidade da população. Brenner (2005), Ruhm (2000), Judge *et al* (1998), Wilkinson (1992), Preston (1975), Leigh e Jencks (2007) e Messias (2003) buscaram identificar padrões entre condições de saúde e desenvolvimento econômico, mensurado, por exemplo, pelo PIB *per capita*, nível de educação da população, desigualdade de renda, gastos com saúde e nível de desemprego.

Dentre os questionamentos existentes das possíveis interações entre a mortalidade e as flutuações econômicas, destacam-se as questões sobre a influência da instabilidade/ recessões econômicas e do crescimento econômico na mortalidade da população.

Encontra-se, na literatura econômica, teorias sobre os impactos das alterações no cenário econômico e sua influência sobre as condições de saúde e mortalidade da população, separando-as, basicamente, em duas grandes perspectivas.

A primeira perspectiva foca os aspectos psicológicos e sociais causados em cenários de recessão econômica. Já a segunda perspectiva se utiliza de um modelo econômico de maximização da função utilidade para explicar os efeitos sobre a saúde (NEUMAYER, 2004).

Em relação ao primeiro grupo, que foca os aspectos sociais e psicológicos decorrentes das alterações do cenário econômico, principalmente os reflexos no desemprego, os efeitos mais citados e analisados são (NEUMAYER, 2004):

- As perdas materiais associadas com o desemprego e a insegurança para aqueles que conseguem permanecer no emprego, mas estão em risco de perder seu emprego em períodos de recessão, levam a redução das despesas relacionadas com à saúde pessoal e, consequentemente, conduzem a dietas não saudáveis.
- O estresse, a ansiedade e o sofrimento psicológico ligado à perda de emprego ou ao medo de um potencial de perda, igualmente, são prejudiciais à saúde, uma vez que boa parte dos indivíduos afetados recorrem a medicações, álcool e outras drogas para aliviar seu estresse e depressão.
- Novo, Hammarström e Janlert (2001) relatam que os jovens empregados com idades em torno de 21 anos, demonstraram mais sintomas somáticos e psicológicos durante a desaceleração econômica do que durante períodos de ascensão da economia.
- Vale destacar que os desempregados não têm, apenas, uma perda financeira em virtude da queda da renda, mas perdem, também, o acesso às redes sociais, a autoestima, a auto-confiança, e um sentimento de identidade e de propósito.
- Além disso, há estudos que mencionam que as pessoas que se tornam desempregadas sofrem uma deterioração da saúde física e mental, bem como do bem-estar.

Para esse grupo de estudiosos, em períodos de recessão econômica e, consequentemente, elevação das taxas de desempregos, observa-se um aumento das taxas de mortalidade da população. Dentre os trabalhos que evidenciaram tais relacionamentos, destacam-se Brenner (1971, 1976, 1980, 1993, 1995) (TAPIA GRANADOS, 2005).

Para o grupo que se utiliza de modelo econômico de maximização da função utilidade, a expansão econômica pode conduzir a uma piora das condições de saúde e aumento da mortalidade, enquanto, em períodos recessivos, observa-se melhora nas condições de saúde. Os principais aspectos estão relacionados, a seguir, (NEUMAYER, 2004):

• Existe um aumento do custo de oportunidade do lazer em períodos de expansão econômica, uma vez que os indivíduos trabalham mais e ganham mais. Assim, tem-se

uma redução do tempo disponível a atividades de preservação da saúde e *check-ups* médicos, redução do tempo dedicado ao preparo de alimentos saudáveis e, consequentemente, aumento do consumo de alimentos calóricos.

- Em momentos de expansão econômica há, também, aumento do estresse no ambiente de trabalho, em virtude do aumento das horas trabalhadas e das pressões sofridas.
 Alguns indivíduos podem, nessas situações, recorrerem a: consumo de tabaco, álcool, medicação e drogas, para fugir das tensões.
- Aumento de acidentes no trabalho em períodos de expansão econômica (TAPIA GRANADOS, 2002). Por exemplo, o setor da construção civil tende a se mover próciclicamente e, consequentemente, está mais sujeito a altas taxas de acidentes em período de aquecimento da economia.
- Aumentos temporários de renda em períodos de euforia de mercado poderiam aumentar o consumo de bens prejudiciais à saúde, tais como álcool e tabaco.

Neumayer (2004, p. 1039) destaca que essas duas perspectivas e as teorias que lhes dão suporte não necessariamente são incoerentes entre si. Entretanto, elas podem capturar dois diferentes aspectos relativos à complexidade do impacto das flutuações econômicas sobre a saúde e a mortalidade.

Se os dois efeitos são aproximadamente de forças iguais, então nossa análise empírica falhará e não encontrará qualquer efeito significativo estatisticamente. Se um efeito for mais forte do que os outros, então é possível encontrar um efeito positivo ou negativo estatisticamente significativo. Mesmo se esse for o caso, não implica que os outros efeitos são inexistentes. Em vez disso, significa, simplesmente, que um efeito é muito mais forte do que o outro e que o efeito total vai para uma direção. I

Tapia Granados (2005, p. 395) considera Eyer como o provável primeiro autor a apresentar uma teoria para explicar o aumento da mortalidade associada à expansão econômica. Eyer publicou seus trabalhos na década de 70. A ideia básica de Eyer era de que durante a expansão econômica, há um aumento geral dos níveis de estresses, com uma subsequente

¹ "If the two effects are of approximately equal strength, then our empirical analysis will fail to find any statistically significant effect. If one effect is stronger than the other, then we will find an either positive or negative statistically significant effect. Even if this is the case, it does not imply that the other effect is non-existent. Instead, it merely means that one effect is so much stronger than the other that the overall effect goes into one direction."

diminuição da imunidade e um aumento no risco de lesões. Na mesma linha, poderiam ser maiores o ritmo e a carga horária, o consumo de substâncias nocivas, a redução do sono e o enfraquecimento do apoio social por causa da migração e diminuição no tempo de lazer. O efeito do estresse, na imunidade, pode também, ser agravado pelas alterações pró-cíclicas relativas à poluição do ar e pelo aumento do consumo do tabagismo, condução e excesso de bebidas alcoólicas durante períodos de crescimento econômico.

Além disso, o autor comenta que parece existir um nexo de causalidade entre estresse, diminuição da imunidade e maior incidência de infecções, sendo que alguns trabalhos anteriores constataram que a mortalidade por doenças infecciosas aumenta em expansões econômicas (TAPIA GRANADOS, 2005).

Outro ponto que merece destaque (RUHM, 2000, 2003) é de que, em períodos de recessão, nos Estados Unidos, observou-se uma redução do consumo de gordura saturada e uma elevação por práticas esportivas. Além disso, o consumo do tabaco também tem um efeito pró-cíclico com a economia e impacta nas doenças cardiovasculares, câncer e doenças respiratórias. O consumo de álcool, também, tem efeito pró-cíclico com impacto na mortalidade por doenças crônicas (a exemplo, cirrose hepática e doenças cardíacas) (TAPIA GRANADOS, 2005).

Mas, conforme abordado anteriormente, observa-se que há duas correntes teóricas e empíricas em relação às evidências do impacto das flutuações macroeconômicas na mortalidade da população. Dentre eles, destacam-se os trabalhos publicados, na década de 70 e 80, por Brenner, os quais sugerem que, de maneira geral, em momentos de recessão econômica, há um aumento da mortalidade geral, sobretudo, decorrente da mortalidade atribuída a causas especificas e de prejuízos à saúde da população. (NEUMAYER, 2004; TAPIA GRANADOS, 2005; RUHM, 2000)

Em contraposição à hipótese Brenner, destacou-se o trabalho de Ruhm (2000), o qual indicou que recessões econômicas contribuem para uma melhora na saúde da população e redução da mortalidade, evidenciando flutuações pró-cíclicas.

Tapia Granados (2005, p. 393) afirmou que, na década de 1920, William e Dorothy Ogburn Thomas concluíram que as expansões econômicas nos Estados Unidos e na Grã-Bretanha

foram associadas com o aumento da mortalidade no período. Entretanto, dada a falta de intuitividade em relação a tais resultados, essa associação não recebeu muita atenção dos pesquisadores.

Entretanto, a partir dos estudos divulgados de Ruhm (2000) e de suas descobertas não muito intuitivas, houve um aumento dos trabalhos com emprego da mesma metodologia em diferentes países. O trabalho de Ruhm (2000), realmente, destacou-se por contrapor os resultados até então propostos por Brenner.

O modelo econômico de saúde de Ruhm

A seguir, será feita uma breve explanação do modelo econômico de maximização da função utilidade diante da expansão e recessão econômica e seus reflexos na saúde. Para tanto, será utilizado o modelo desenvolvido por Ruhm (1996).

Considere-se que os indivíduos maximizam a função utilidade U (H, Z), sendo H o estado de saúde e Z o bem de consumo. Suponha-se que as primeiras derivadas ($U_H > 0$ e $U_Z > 0$) são positivas e as segundas derivadas são negativas ($U_{HH} < 0$ e $U_{ZZ} < 0$), indicando que essa função utilidade apresenta taxa de crescimento decrescente.

A função saúde depende do estado de saúde básico (B) do indivíduo (baseline status), do tempo de não trabalho (R), dos cuidados médicos (M), sendo representada por:

H (B, R, M) sendo que H_B>0, H_R>0 e H_M>0, ou seja, trata-se de uma função crescente.

Entretanto, há duas restrições que afetam os indivíduos, sendo uma orçamentária e a outra relativa ao tempo.

A restrição orçamentária é dada por:

$$Y=WL=P_{Z}Z+P_{M}M$$
(3.36)

Em que:

Y = renda;

W = salário por hora;

P_Z = preço do bem de consumo;

P_M = preço dos cuidados médicos;

L = horas de trabalho;

Z = bem de consumo;

M = assistência médica e cuidados com a saúde.

A restrição de tempo é dada por:

$$R=T-L (3.37)$$

Sendo T= horas totais disponíveis.

Com base na função utilidade e nas duas restrições dadas em (3.36) e (3.37), o problema de otimização do indivíduo pode ser calculado da seguinte maneira:

max
$$U[H(M,R,B),Z]$$
 sujeita a $W(T-R)=P_ZZ+P_MM$ (3.38)
 M,R,Z

Analisando as relações entre M, R e Z, em condições de equilíbrio, a condição de primeira ordem implica que:

$$\frac{U_H H_M}{P_M} = \frac{U_H H_R}{W} = \frac{U_Z}{P_Z} \tag{3.39}$$

A igualdade das relações mostradas na equação anterior supõe que "[...] no ponto ótimo, a melhora na saúde associada com o último dólar gasto com cuidados médicos ou tempo de lazer produzem a mesma utilidade marginal que a última unidade monetária final gasta com o bem de consumo" (RUHM, 1996, p. 5).

² [...] at which point the health improvement associated with the last dollar of medical care or leisure time provides the same marginal utility as the dollar spent on the consumption good.

Assim, as recessões econômicas podem afetar a saúde ao menos de três maneiras (RUHM, 1996, p. 5). Primeiro, o preço relativo aos cuidados com saúde podem se alterar, isto é, um aumento em P_M diminui a quantia ótima de cuidados/assistência à saúde, bem como o nível de saúde do indivíduo.

Segundo, o estado de saúde básico pode aumentar ou diminuir (isto, é devido a alterações no estresse e na assunção de risco), ou seja, uma queda no estado de saúde básico pode conduzir a um desejo de aumentar os cuidados com saúde, mas, geralmente, não o suficiente para restabelecer o estado de saúde ao seu nível anterior (RUHM, 1996, p. 5).

Terceiro, o salário provavelmente se reduz e, nessa situação, se o efeito substituição predominar, as horas trabalhadas desejadas diminuem e, consequentemente, isso melhora a saúde porque reduz o custo do tempo com cuidados de saúde e outras atividades que a preservam, mas, também, reduz a renda do indivíduo, que opera em sentido contrário. Portanto, o efeito total na saúde é ambíguo (RUHM, 1996, p. 5).

Agora, se o consumo de bens tem um efeito direto na saúde, a função de produção da saúde torna-se:

$$H=H(M,R,B,Z)$$
 (3.40)

E a solução para a maximização do problema será dada por:

$$\frac{U_H H_M}{P_M} = \frac{U_H H_R}{W} = \frac{U_H U_Z + U_Z}{P_Z}$$
 (3.41)

Assim, o consumo de Z, agora, tem um efeito indireto sobre a utilidade, por meio do seu impacto na saúde. Um aumento em W geralmente causa uma redução em M e Z. Se $H_Z>0$ é mais provável (do que $H_Z=0$) que H diminua. Inversamente, se $H_Z<0$, a redução nos ganhos potenciais provavelmente resulte em uma melhora da saúde (RUHM, 1996, p. 6).

Ruhm (1996) afirma que, ao seguir o modelo de Grossman (1972), a determinação da saúde pode ser dinâmica assumindo que o estado básico da saúde (B) atual é uma função de investimentos prévios em cuidados médicos e um termo de erro contemporâneo (choques).

Nesse modelo, as recessões econômicas teriam efeitos persistentes na saúde. Alterações nos ganhos e nos preços ao longo do tempo afetam os cuidados com saúde no período atual, mas também influenciam o estado básico da saúde futura.

Sobre o modelo de Grossman, Costa (2008, p.20) destaca que:

O modelo de Grossman tem as suas concepções básicas fundamentadas na teoria de capital humano. Segundo esta teoria, os indivíduos são produtores do próprio estoque de saúde, e esta é entendida, da mesma forma que a educação, como um dos componentes do capital humano, que eleva os ganhos salariais via o aumento da produtividade do mercado de trabalho. Neste sentido, os indivíduos teriam incentivos para melhorar a saúde e o nível educacional, para que estes ganhos sejam ampliados.

No modelo de Grossman (1972), o estado de saúde é distinguido das demais formas de capital humano em dois aspectos. Primeiramente a saúde gera bem estar e, portanto, entra diretamente na função de utilidade individual competindo com o consumo de outros bens. Segundo, a saúde afeta os ganhos monetários no mercado de trabalho não por elevar a produtividade da mesma forma que a educação, mas por aumentar o tempo disponível para o trabalho ou lazer reduzindo o tempo perdido por problemas de saúde.

Evidências empíricas

A hipótese de que o crescimento econômico foi uma das principais responsáveis pelo declínio da mortalidade, durante o século 20, nos Estados Unidos foi apresentada por Brenner (2005). O referido estudo afirmou que essa hipótese é consistente com a literatura epidemiológica que mostra que o *status* socioeconômico é inversamente relacionado ao estado da saúde e desemprego associado com a elevação da morbidade e da mortalidade.

Brenner (2005) utilizou as taxas de mortalidade ajustada no período entre 1901-2000 nos Estados Unidos como variável dependente, enquanto as variáveis independentes incluíram: (a) o PIB real *per capita*, (b) a taxa de desemprego e (c) a taxa de emprego da população. O trabalho concluiu que o PIB *per capita*, no médio e longo prazo, está inversamente relacionado à taxa de mortalidade, mas, no curto prazo, o rápido crescimento econômico está associado ao aumento da taxa de mortalidade.

De acordo com Brenner (2005), as taxas de desemprego, no primeiro ano, estão frequentemente associadas a uma diminuição da mortalidade, entretanto, posteriormente, observou-se a elevação da mortalidade decorrente do aumento da taxa de desemprego. Tal raciocínio, também, foi observado para o nível geral de emprego da população.

Ruhm (2000) investigou a relação entre condições econômicas e a saúde, tendo descoberto que a mortalidade geral e várias causas de morte, flutuaram pró-ciclicamente nos Estados Unidos durante o período de 1972-1991. Para tanto, utilizou-se de dados em painel com efeitos fixos para a mortalidade segregada em 10 causas de morte e suas interações entre renda e taxa de desemprego. O artigo evidencia a existência de uma melhora na mortalidade quando há temporária deterioração da economia. Especificamente, o autor identificou que as taxas de mortalidade de determinadas doenças, tais como doenças cardíacas e hepáticas, gripe e pneumonia aumentam durante o crescimento econômico.

Além disso, a análise feita por Ruhm (2000, p. 617) concluiu que as taxas de desemprego são, negativa e significativamente, relacionadas com a mortalidade total em oito das dez causas específicas de morte analisadas.

Na mesma linha, Gerdtham e Ruhm *apud* Jacinto, Tejada e Sousa (2005), utilizando dados agregados de 23 países da OCDE, ao longo do período 1960-1997, obtiveram evidências similares às conclusões de Ruhm (2000).

Neumayer (2004) e Hanewald (2008), igualmente, corroboraram os estudos de Ruhm (2000) utilizando dados da Alemanha para o período de 1980-2000 e 1956-2004, respectivamente.

Tapia Granados (2005) avaliou a existência de relações entre flutuações econômicas e a mortalidade no período entre 1980-1997 para os dados da Espanha. Assim como Ruhm (2000), o autor encontrou o efeito pró-ciclico entre mortalidade e desempenho econômico.

No Brasil, Jacinto *et al* (2005) analisaram a relação entre taxa de emprego e taxa de mortalidade durante o período de 1981-2002, por meio da técnica de dados em painel. As variáveis analisadas pelos autores foram: taxa de emprego (percentual de população com carteira assinada), renda média e uma variável que representa o *status* da educação, sendo o grau de escolaridade ou taxa de analfabetismo. Os dados sobre mortalidade foram extraídos do Sistema de Informações sobre Mortalidade (SIM), sendo disponibilizado pelo DATASUS, cuja amostra consiste de dados relativos aos 26 Estados brasileiros.

Jacinto *et al* (2005) encontraram evidências de que as condições macroeconômicas estão diretamente ligadas à taxa de mortalidade, uma vez que, ao ampliar o nível de emprego na

economia, ocorre diminuição na taxa de mortalidade. O estudo mostrou que para o Brasil no período analisado a taxa de mortalidade total é maior nas recessões, ou seja, quando as condições macroeconômicas melhoram ocorre uma queda na taxa de mortalidade, o leva a aceitação da hipótese de Brenner em oposição aos resultados de Ruhm.

Hanewald (2009) utilizou dados de seis países da OCDE e avaliou o efeito das condições macroeconômicas sobre o índice de mortalidade k_t proposto por Lee-Carter (1992). O índice k_t expressa o nível geral da mortalidade no ano t, ou seja, captura a tendência temporal principal da mortalidade.

A autora identificou correlações significativas entre as taxas de crescimento real do PIB na Austrália, Canadá e Estados Unidos com o índice de mortalidade k_t para o período compreendido entre 1950-2005. Além disso, as alterações nas taxas de desemprego no Japão também foram correlacionadas com o índice k_t para o mesmo período de análise (HANEWALD, 2009).

Hanewald *et al* (2009) avaliaram o impacto das flutuações macroeconômicas sobre a solvência da companhia de seguro de vida. Com base nas simulações efetuadas identificaram que a probabilidade de insolvência da companhia é significativamente mais elevada quando incorporadas as variações no PIB nas taxas de mortalidade.

Entretanto, cabe destacar que tais estudos empíricos podem ser classificados em, basicamente, dois grupos em virtude do modelo econométrico utilizado, a fim de investigar as relações entre flutuações macroeconômicas e mortalidade: os que foram desenvolvidos utilizando séries de tempo e aqueles que empregaram dados em painel (JACINTO *et al*, 2005).

Estudos utilizando dados agregados de séries de tempo para examinar a relação entre condições macroeconômicas e saúde, usam o seguinte modelo:

$$H_{t} = \alpha + X_{t}\beta + E_{t}\gamma + \varepsilon_{t} \tag{3.42}$$

Em que H_t é uma medida de saúde (normalmente uma variável que representa a mortalidade), E_t é o indicador de condições econômicas e X é o vetor de variáveis explicativas.

Assim, o impacto das recessões econômicas na mortalidade pode ser analisado pelo sinal do coeficiente da variável macroeconômica utilizada. Por exemplo, se o coeficiente da variável desemprego for negativamente relacionado com a mortalidade, há evidências da existência de uma relação pró-cíclica, pois aumentos na taxa de desemprego contribuem para a redução da mortalidade. Entretanto, caso haja uma relação positiva entre desemprego e mortalidade, trata-se de um efeito contra-cíclico.

O Quadro 1, a seguir, mostra estudos que utilizaram séries de tempo para identificar a relação macroeconômica e fatores de saúde.

Quadro 1 - Efeitos macroeconômicos sobre a mortalidade estimados usando séries de tempo

Referência	Âmbito do estudo:	Principais resultados
	amostra	
Brenner e Mooney	Inglaterra, País de Gales e	- Relação positiva entre desemprego e
(1982)	Escócia, 1955-1976	mortalidade em todas as regiões estudadas e para
		ambos os sexos.
		- Crescimento econômico é responsável para
		reduzir no longo prazo a mortalidade por doenças
		cardiovasculares para ambos os sexos.
Brenner (1987)	Escócia, 1952-1983	- Relação positiva entre desemprego e
		mortalidade.
		- Aumento na renda <i>per capita</i> real contribui para
		reduzir a mortalidade, ou seja, o efeito renda é
		positivo.
Brenner (1987)	Suécia, 1950-1980	- Relação positiva entre desemprego e
, , ,		mortalidade total para todas as idades e ambos
		sexos.
Brenner (1987)	Austrália, Canadá,	- Relação positiva entre desemprego e
	Inglaterra, País de Gales,	mortalidade por doenças do coração para todos os
	Dinamarca, Alemanha	países estudados - Relação negativa entre a
	Ocidental, Finlândia,	tendência de crescimento econômico e
	França, Suécia e Estados	mortalidade em oito países.
	Unidos.	•
	Escócia pós-guerra	- Relação positiva entre desemprego e
Forber e McGregor		mortalidade por doenças do coração e câncer para
(1987)		os homens no curto prazo. No longo prazo essa
, , ,		relação passa a ser negativa.
Brenner (1997)	Alemanha Ocidental,	- Relação positiva entre desemprego e
` ′	1951-1989	mortalidade por doenças do coração.
		- Os efeitos renda são negativos.

FONTE: Jacinto et al (2005, p. 6)

Com base no Quadro 1, observe-se que os resultados dos artigos sugerem que o crescimento econômico conduz a uma redução nas taxas de mortalidade (total e também por causas específicas). Além disso, em períodos de recessão (com aumento da taxa de desemprego), há

uma elevação das taxas de mortalidade, ou seja, há evidências de uma correlação positiva entre as flutuações macroeconômicas e a mortalidade.

Entretanto, de acordo com Ruhm (1996) e Neumayer (2004), diversos pesquisadores, tais como Forbes e McGregor (1984), Wagstaff (1985) e Joyce e Mocan (1993), não conseguiram encontrar evidencias das hipóteses de Brenner e concluíram que as evidencias de Brenner são muito sensíveis a escolha dos países, períodos e as *proxies* de saúde.

Ruhm (2000), Gerdtham e Ruhm (2004) e Neumayer (2004) utilizaram modelos de regressão com dados em painel (JACINTO *et al*, 2005).

$$H_{it} = \alpha_t + X_{it}\beta + E_{it}\gamma + S_i + \varepsilon_{it}$$
(3.43)

Em que os subscritos j e t, representam o país e o período de tempo. H e E são as *proxies* para a saúde e condições macroeconômicas, X é o vetor de variáveis explicativas.

O efeito fixo relativo ao país é dado por S_j que controla as características invariantes no tempo que difere entre os países, e α_i é o intercepto específico relativo ao ano e controla os fatores variáveis no tempo que influenciam a saúde de todos os países. Além disso, γ captura o impacto dos desvios de dentro do país nas condições econômicas (RUHM, 1996, p.10).

O Quadro 2, a seguir, mostra estudos que utilizaram a técnica de regressão com dados em painel para identificar as relações entre flutuações macroeconômicas e mortalidade.

Quadro 2 - Efeitos macroeconômicos sobre a mortalidade estimados usando dados em painel com efeitos fixos específicos a localização

ilaus especificus a localização					
Referência	Ambito do estudo:	Principais resultados			
	amostra				
Ruhm (2000)	50 estados dos Estados	- Elasticidade-desemprego da mortalidade total =			
	Unidos e o Distrito de	-0,04.			
	Columbia 1972- 1991	- Os modelos dinâmicos geralmente produzem			
		maiores efeitos no meio prazo.			
		- Os efeitos da renda são mistos e inconsistentes.			
Johannsson (2003)	23 países da OCDE 1960-	- Elasticidade-desemprego da mortalidade total =			
	1997	-0,4.			
		- A mortalidade total está negativamente			
		relacionada com a renda per capita e as horas			
		trabalhadas.			
Neumayer (2004)	16 estados da Alemanha	- Elasticidade-desemprego da mortalidade = -1,1			
	1980-2000	- Os modelos dinâmicos geralmente produzem			
		maiores efeitos no longo prazo - Os efeitos da			
		renda são mistos e inconsistentes.			
Gerdtham e Ruhm	23 países da OCDE 1960-	Elasticidade-desemprego da mortalidade total = -			
(2004)	1997	0.02			
		- Os modelos dinâmicos geralmente produzem			
		maiores efeitos no longo prazo em alguns casos,			
		menores impactos em outros casos.			

FONTE: Jacinto et al (2005, p. 8)

Com base no Quadro 2, observa-se que "Os resultados mostraram que os efeitos renda são mistos e inconsistentes, ou seja, coeficiente positivo e negativo e, às vezes, não significativos estatisticamente. Em todos os casos o impacto do desemprego sobre a mortalidade foi negativo [...]"(JACINTO *et al*, 2005, p. 8).

3.6 Impacto do risco de longevidade na obrigação atuarial dos planos de benefícios

Do ponto de vista de gestão de risco dos planos de previdência, não é desejável que haja um aumento inesperado da expectativa de vida sem uma contrapartida de entrada de recursos. Assim, o principal impacto do risco de longevidade no passivo atuarial do plano de benefícios está diretamente relacionado ao fluxo de pagamento dos benefícios e ao custeio do plano, principalmente nos plano de BD ou CV.

Tanto as EAPCs, as EFPCs e o sistema de seguridade social enfrentam dois tipos de risco de mortalidade: *risco idiossincrático*, que surge quando um participante individual vive além do esperado, e o *risco agregado*, quando os participantes em média vivem acima do esperado. O *risco idiossincrático* pode ser diluído com o aumento da quantidade de participantes na carteira do plano, mas o agregado não. (DUSHI *et al*, 2006).

No caso dos planos de BD, o fundo de pensão tem o compromisso de garantir o fluxo de pagamento de aposentadoria aos participantes vitaliciamente, nesse caso a análise do impacto do risco de longevidade está associado ao período de diferimento utilizado para a fixação do benefício e ao período de elegibilidade do benefício.

Além disso, a magnitude do impacto do risco de longevidade na obrigação atuarial do fundo de pensão depende do tipo de beneficios a que os participantes farão jus, do período de tempo até a data de início de beneficio e do período estimado de percepção de beneficios.

Vale destacar que a incorporação do aumento da expectativa de vida para mensuração dos fluxos de entradas e saídas de recursos no cálculo atuarial é feita por meio das tábuas de mortalidade.

Essa redução na mortalidade também pode ser observada na Tabela 7, a seguir, a qual mostra uma comparação da esperança de vida ao nascer e aos 55 anos entre diversas tábuas de mortalidade.

Tabela 7 - Comparação entre tábuas de mortalidade (esperança de vida) - Período: 1662 - 2000

		Esperança	Esperança	Diferença
Ano	Nome da Tábua	de Vida ao	de vida aos	entre as
_		nascer	55 anos	esperanças
1662	Graunt's Table	18,12	67,38	49,36
1793	UK Northampton	26,68	71,08	45,40
1815	Carlisie	39,22	73,08	33,86
1843	UK Actuaries Combined	41,79	72,35	30,56
1869	UK HM Age Nearest Male	48,31	72,46	24,15
1918	Canadá (CM5) Age Nearest, Unisex	65,26	74,05	8,79
1941	US CSO Age Last Unisex	66,01	74,25	8,24
1958	US CSO Age Nearest Male	68,79	75,21	6,42
1971	US GAM Male	74,89	78,21	3,32
2000	AT-2000 Basic Male	80,56	83,38	2,82

FONTE: Rodrigues (2002: p. 79)

Portanto, para se evitar uma subestimação no custo do plano de benefícios, deve-se adotar uma projeção da mortalidade para incorporar o efeito do aumento da expectativa de vida da população coberta por tais planos.

Como no Brasil, os dados dos registros populacionais são escassos ou pouco fidedignos, as EFPCs acabam por utilizar tábuas americanas para estimação da probabilidade de

sobrevivência, por conta, principalmente, da inexistência de tábuas de mortalidade aplicáveis ao mercado de previdência privada no Brasil (PINHEIRO, 2007, p. 124). Cabe destacar que as tábuas de mortalidade devem representar a efetiva mortalidade à qual o grupo segurado está submetido, pois o uso de tábuas de mortalidade descasadas que não refletem as características da massa de participantes, pode aumentar ou reduzir a necessidade de reservas matemáticas e o impacto no custeio do planos de benefícios, podendo gerar desequilíbrios estruturais de difícil cobertura no curto prazo.

Nesse sentido, para que uma tábua de mortalidade possa ser considerada referência para um cálculo atuarial, ela deve ser um espelho da experiência da população segurada (MARTINS, 2007, p. 15).

Vale destacar que a mortalidade de um grupo de empregados de uma empresa tende a ser menor do que a mortalidade geral da população. McGill *et al* (1996, p. 506) atribui tal fato de que a população geral contempla pessoas em diversas condições de saúde, mas que, para estarem no mercado de trabalho, necessitam de um padrão mínimo de saúde. Assim, a vitalidade atribuída aos trabalhadores pressupõe que a tábua de mortalidade utilizada para a mensuração da obrigação atuarial refletirá as características demográficas dos participantes do plano de benefícios.

Nesse contexto, diante do aumento da expectativa de vida surge a necessidade da adoção de modelos de projeção de sobrevivência para a mensuração mais adequada dos níveis necessários de provisão que garantem a solvência da entidade.

Pela legislação atual que rege as EFPCs, desde 2006, a tábua atuarial a ser utilizada pelos fundos de pensão para o cálculo da premissa de mortalidade, deverá ser no mínimo a AT-83, com implementação gradual até 31 de dezembro de 2008.

A seguir, tem-se uma comparação da esperança de vida ao nascer selecionada por idade e país de origem, das tábuas de mortalidade mais utilizadas no Brasil.

Tabela 8 - Esperança de vida das tábuas de mortalidade selecionadas por idade e país de origem - 1958/2004

Ano	Origem	Nome da Tábua	$\mathbf{e_0}$	e ₂₀	e ₄₀	e ₅₅	e ₆₀	e ₆₅	e ₇₀
1958	EUA	CSO-58, Age Nearest, Male	68.19	50.26	32.07	19.59	15.98	12.75	9.94
1980	EUA	CSO-80, Age Nearest	70.69	52.22	33.90	21.12	17.32	13.84	10.72
1949	EUA	AT-49, Male	72.96	54.00	34.92	21.95	18.21	14.72	11.52
1983	EUA	AT-83 Basic, Male	76.07	56.41	37.06	23.50	19.36	15.44	11.96
2000	EUA	AT-2000 Basic, Male	78.93	59.69	40.42	26.67	23.38	18.24	14.36
1971	EUA	GAM-71, Male	74.07	54.93	35.68	22.36	18.39	14.71	11.44
1994	EUA	GAM-94, Male	78.30	58.71	39.43	25.42	21.08	17.05	13.43
1984	EUA	UP-84, Male & Female	73.98	54.38	35.52	22.39	18.50	14.94	11.77
1994	EUA	UP-94, Male	77.65	58.08	38.85	24.90	20.59	16.61	13.05
1975	Brasil	EB7-75 ⁽¹⁾ , IRB	70.42	50.79	32.16	19.71	16.20	13.03	10.25
1998	Brasil	Susep Homem, PP	77.98	57.98	38.79	24.88	20.68	16.85	13.47
2004	Brasil	Brasil IBGE, Unissex	71.70	54.60	36.76	24.49	20.72	17.32	14.23
1988	Colômbia	TCMA, 1984-88, Unissex	72.12	52.12	35.31	22.81	18.91	15.10	11.64
1992	Argentina	Indec, 1990-92, Unissex	71.66	54.21	35.44	22.58	18.76	15.17	11.84
1995	Chile	SVS, 1995, Male	73.02	54.94	36.51	23.16	19.11	15.38	12.01
2000	México	CNSF, 2000-G	73.79	54.19	35.48	22.27	18.20	14.40	10.95

FONTE: Pinheiro (2007, p. 126)

Para as EFPCs, antes do advento da Resolução do Conselho de Gestão da Previdência Complementar - CGPC nº 18, de 28 de março de 2006, vigorava a Resolução CGPC nº 11, de 21 de agosto de 2002, que estabelecia que a "tábua biométrica utilizada para projeção da longevidade do participante em gozo de benefício da aposentadoria programada e continuada e do benefíciário deste será aquela em que a expectativa de vida completa, seja igual ou superior, no mínimo, àquela resultante da aplicação da tábua AT-49".

Nesse contexto, as EFPCs que adotavam tábuas biométricas com expectativas de sobrevivências inferiores à Tábua AT-49, ao se adaptarem, incorreram em déficits atuariais, pois o período de projeção dos benefícios aumentou consideravelmente. (CHAN *et al*, 2006b)

Mas, em 2006, novamente foi alterada a regulamentação sobre a premissa de mortalidade para as EFPCs, por meio da promulgação da Resolução CGPC nº 18. Essa regulamentação introduziu a Tábua AT-83 como tábua referencial para as EFPCs, em consonância com a legislação aplicável às EAPCs Regulamentadas pela SUSEP. O prazo previsto para adaptação dos planos foi até 31 de dezembro de 2008.

⁽¹⁾ A Tábua EB7-75 foi elaborada pelo IRB (Instituto de Resseguro do Brasil) a partir de certificados de seguros em grupo expostos ao risco de morte para o ano de 1975. A sigla EB7 significa experiência de mortalidade brasileira para o código 7 do Instituto.

A seguir, tem-se trecho relevante da Resolução CGPC 11/2002 alterada pela Resolução CGPC 18/2006,

Regulamento anexo à Resolução do Conselho de Gestão da Previdência Complementar nº 11, de 21 de agosto de 2002, alterada pela Resolução CGPC n.º 18/2006: "(...)

- 2. A tábua biométrica utilizada para projeção da longevidade do participante em gozo de benefício de aposentadoria programada e continuada e do benefíciário deste será aquela em que a expectativa de vida completa, ou seja, igual ou superior, no mínimo, àquela resultante da aplicação da tábua AT-49. (AT-83, pela Resolução n.º 18/2006).
- 2.1. No plano de beneficios em que é utilizada tábua biométrica segregada por sexo, o critério definido neste item deverá basear-se na média da expectativa de vida completa ponderada entre homens e mulheres.
- 2.2. Caso a tábua biométrica adotada seja resultante de agravamentos ou desagravamentos, estes deverão ser uniformes ao longo das idades.
- 2.3. No plano de benefícios com mais de 10 (dez) anos de existência, será facultada à EFPC a adoção de tábua biométrica que gere expectativas de vida inferiores às dispostas no item 2, desde que comprovada por meio de relatório atuarial a sua aderência à base cadastral do plano de benefício dos dez últimos anos. Caso o plano tenha menos de dez anos de existência deverá ser observado o disposto no item 2.

De acordo com o artigo 11 da Resolução CNSP nº. 139, de 27 de dezembro de 2005, a tábua biométrica referencial para as EAPCs é a AT-83 (masculina), o qual representa o limite máximo de taxa de mortalidade. Entretanto, desde que respeitado esse limite, outras tábuas biométricas poderão ser utilizadas, contanto que sejam reconhecidas e aprovadas pelo Instituto Brasileiro de Atuária – IBA.

Essa norma revogou a Resolução CNSP nº 131, de 3 de outubro de 2005, introduzindo maior flexibilidade para os planos com cobertura de sobrevivência, visto que facultou às EAPCs adotarem uma "[...] tábua biométrica elaborada e a ser atualizada, durante o período de diferimento, por instituição independente, com reconhecida capacidade técnica, a partir de experiência da própria entidade aberta de previdência complementar ou de mercado" (art.11, §1°.), desde de que seja previamente aprovado pela SUSEP (CHAN *et al*, 2006c).

Vale destacar que a nova tábua de referência para as EFPCs, apesar de mais conservadora que a tábua AT-49, cuja utilização era permitida até 2007, não incorpora as projeções futuras da tendência de mortalidade e, portanto, pode vir a não garantir a solvência de longo prazo necessária ao plano de benefícios. Assim, encoraja-se a análise e verificação de potenciais desvios na premissa de mortalidade o mais cedo possível, a fim de diluir o custo desse desvio de maneira mais tênue ao longo do tempo.

Chaves (2005, p. 35) lembra que "A tábua de mortalidade define a mortalidade em um determinado momento (mortalidade estática), mas será usada para cálculos a longo prazo", isto é, numa perspectiva temporal, ao se escolher uma tábua de mortalidade hoje que reflete o perfil demográfico da população em estudo, não necessariamente garantirá sua aderência ao longo dos anos.

Assim, a revisão permanente da premissa da mortalidade, bem como das demais premissas atuariais, a fim de verificar possíveis descasamentos, é fundamental para o equilíbrio da entidade.

Entretanto, sobre a revisão periódica da premissa da mortalidade, Pinheiro (2007, p. 129) declara que:

A atualização periódica das hipóteses de mortalidade é prática pouco comum nos fundos de pensão brasileiros devido ao alto impacto financeiro nos custos dos benefícios futuros de aposentadorias e pensões. Assim, a substituição dessa premissa demográfica varia, segundo as condições econômicas, em média de 8 a 10 anos. Soma-se a essa dificuldade a forma paritária, pelo menos nos planos de benefícios patrocinados por sociedades de economia mista e empresas públicas, de custeio e financiamento de prováveis déficits decorrentes da modificação dessa hipótese.

Observe-se que, muitas vezes, as revisões relativas à premissa da mortalidade busca, no máximo, garantir uma aderência à massa de participantes atual, o que não necessariamente conduz a um equilíbrio de longo prazo, principalmente em virtude do aumento da expectativa de vida.

Mais adiante, Chaves (2005, p. 35) ressalta "Esta é uma armadilha, pois a expectativa de vida vem se alterando ao longo do tempo de forma sistemática, aumentando a probabilidade de sobrevivência a cada idade, e principalmente nas idades mais avançadas, onde o mercado de previdência é mais afetado."

Nesse sentido, surge a preocupação com a devida mensuração da obrigação atuarial com o plano de benefícios, dado o cenário de aumento da expectativa de vida da população.

Assim, quanto maior a longevidade e, consequentemente, maior a probabilidade dos participantes sobreviverem mais anos, maior será o tempo de pagamento de aposentadoria e, portanto, maior o custo da seguradora que oferece o benefício (CHAVES, 2005).

3.6.1 Estudos empíricos sobre o risco de longevidade

Pitacco (2002) analisou o impacto do risco de longevidade na cobertura das reservas de alguns produtos, dentre eles as anuidades e também benefícios de cobertura de saúde, a exemplo do LTC *insurance* (*Long Term Care Insurance*) que é um seguro que fornece uma renda para a cobertura de gastos e reembolsos (cuidados médicos, contratação de enfermeira, entre outros) para o tratamento de doenças crônicas.

Por meio de simulação de cenários e exemplos numéricos foram abordadas as problemáticas relativas às incertezas da mortalidade futura em relação à margem de solvência das reservas dos produtos em questão. Assim, o impacto financeiro do risco de longevidade foi analisado quanto às possíveis interações entre políticas de resseguro e alocação de capital (PITACCO, 2002).

Nas simulações das anuidades, Pitacco (2002) identificou que em termos gerais, o risco de longevidade por ser administrado por meio de: (i) carregamento de segurança nos prêmios; (ii) uma adequada margem de solvência (ou capital baseado em risco) e (iii) resseguro.

Friedberg e Webb (2005) buscaram quantificar o risco agregado de mortalidade utilizando o modelo Lee-Carter e concluíram que, ao se utilizar o referido modelo para a mensuração do valor presente da anuidade a um intervalo de confiança de 5%, há uma alteração no valor presente dos pagamentos entre 3% e 4% acima do esperado. A um nível de confiança de 1%, a alteração no valor presente da anuidade seria entre 5% e 6% maior que o esperado. Além disso, encontraram-se evidências de que a projeção feita pela escala utilizada pelo setor de seguros, normalmente subestima a redução na mortalidade. Assim, as anuidades que são precificadas com escalas de projeção sem utilização de margens de segurança estarão sendo subprecificadas.

Dushi *et al* (2006) analisaram o impacto do risco de longevidade nos planos de BD com o auxílio do método de Lee-Carter. Os autores mostraram que, aparentemente, há uma subestimação da longevidade dos participantes. A subavaliação do passivo ficou entre 15,2% a 25,2% dependendo das características dos participantes. Além disso, se fosse considerada uma redução substancial da mortalidade por meio do método de Lee-Carter, a um nível de

confiança de 5%, a alteração do passivo fica entre 2,9% e 5,1% maior que o esperado. Os autores, também, mencionam a transferência do risco de longevidade para mercado de capitais por meio do *Bond* de Longevidade.

Antolin (2007) buscou analisar como o risco de longevidade afeta os planos BDs e o passivo dos fundos de pensão. Para tanto, primeiramente, o artigo avaliou as incertezas sobre a evolução da mortalidade e da expectativa de vida. Posteriormente, examinou-se o impacto que o risco de longevidade provocaria em uma empresa patrocinadora de um fundo de pensão. O autor sugere que, para uma avaliação adequada das incertezas e riscos associados ao aumento da expectativa de vida, se deve adotar uma abordagem estocástica. Nesse caso, foi aplicado o modelo de Lee-Carter, bem como uma simulação de Monte Carlo para uma amostra de países da OCDE e na aplicação de um fundo de pensão teórico.

Os resultados mostraram que a diferença entre o valor presente líquido do fator atuarial (anuidade) calculado com projeção de mortalidade e sem projeção é inversamente relacionado à estrutura etária dos participantes. Para tanto, os cálculos efetuados pressupõem que a expectativa de vida ao nascer e aos 65 anos aumentarão 1,2 e 0,8 anos a cada década, respectivamente. Assim, a melhoria na expectativa de vida elevou o valor presente da anuidade em 23,6% para um participante com 25 anos de idade em 2005 e um aumento de apenas 2,4% para um participante com 70 anos ou mais, o qual pode ser observado na Tabela 9 a seguir (ANTOLIN, 2007).

Tabela 9 - Aumento no valor presente da anuidade (%)

Idade em 2005	25 Anos	40 Anos	55 Anos	65 Anos	70 Anos
Aumento no Valor Presente da Anuidade	23,60%	15,30%	7,30%	3,30%	2,40%

FONTE: Antolin (2007, p.21)

Além disso, em termos de obrigação/passivo atuarial do plano de benefícios, o autor observou uma elevação mais significativa na provisão matemática da carteira com participantes mais jovens, o qual está apresentada na Tabela 10 como o fundo hipotético 1, dentre os três fundos analisados, ou seja, no caso do fundo de pensão hipotético número 1, que possui 65% dos participantes com idade entre 28 e 49 anos, 20% com idade entre 50 e 59 anos, 10% com idade entre 60 e 69 anos e 5% com idade acima de 70 anos, observou-se uma elevação do passivo atuarial em 10,40% a partir da adoção da projeção da mortalidade (ANTOLIN, 2007).

Tabela 10 - Aumento no valor presente do passivo atuarial Fundo de Pensão Hipotético

Aumento no Valor Presente da Obrigação Atuarial								
(1)	(2)	(3)						
10,40%	9,60%	8,20%						

- (1) Estrutura Etária do Fundo de Pensão em 2005: 65% com idade entre 25-49 anos; 20% com idade entre 50-59 anos ; 10% com idade entre 60-69 anos; $e^5\%$ com idade entre 70 anos ou mais.
- (2) Estrutura Etária do Fundo de Pensão em 2005: 60% com idade entre 25-49 anos; 20% com idade entre 50-59 anos; 15% com idade entre 60-69 anos; e 5% com idade entre 70 anos ou mais.
- (3) Estrutura Etária do Fundo de Pensão em 2005: 50% com idade entre 25-49 anos; 20% com idade entre 50-59 anos ; 20% com idade entre 60-69 anos; e 10% com idade entre 70 anos ou mais.

FONTE: Antolin (2007, p.21)

Vale destacar que, no fundo de pensão número 3, apresentado na Tabela 10, se observou uma elevação da obrigação atuarial em 8,20% quando da incorporação da projeção da mortalidade, uma vez que se tratava de um fundo mais maduro dentre os três analisados. Assim, o autor afirma que os fundos de pensão com um grau de maturidade mais jovem sofrerão um impacto mais significativo do aumento da expectativa de vida, uma vez que estão sujeitos a uma exposição maior à redução futura da mortalidade (ANTOLIN, 2007).

Outro ponto destacado por Antolin (2007) é relativo às reduções das taxas de juros, uma vez que, recentemente, os fundos de pensão já sofreram uma elevação da obrigação atuarial em virtude da queda da taxa de juros. Assim, a redução das taxas de juros associada a um aumento da mortalidade futura tem um impacto significativo, o qual está demonstrado na Tabela 11.

Tabela 11 - Impacto do risco de longevidade e alterações na taxa de juros atuarial no pagamento de anuidades (sem improvement)

	Taxa de Juros			
Melhoria na Expectativa de Vida	Taxa de Juros 3.50% 4.50%		5.50%	
Sem improvement, dados disponíveis em 2005				
idade individual de 65 anos em 2005	118.6	108.6	100.0	
idade individual de 25 anos em 2005	254.6	158.9	100.0	

FONTE: Antolin (2007, p. 22)

Conforme se observa na Tabela 11, uma redução de 2 pontos percentuais na taxa de juros (de 5,5% para 3,5%), para um participante com idade de 65 anos, acarretou a elevação do passivo atuarial em 18,6%, sem considerar uma projeção da expectativa de vida. Além disso, no caso de um participante com 25 anos de idade, a elevação da obrigação atuarial decorrente da redução de dois pontos percentuais foi de 154,6%.

Conforme Tabela 12, ao considerar uma redução na mortalidade de 1,2 anos para cada década vivida, observou-se um aumentou de 2,4% na obrigação atuarial considerando o *improvement*, para um participante com 65 anos de idade e uma taxa de desconto de 5,5%. Além disso, no caso da utilização de uma taxa de desconto de 3,5% a.a, a obrigação atuarial elevou-se em 22,3% ao considerar um participante com 65 anos de idade.

Agora, para um participante com 25 anos de idade, ao considerar uma taxa de desconto de 3,5% a.a e incorporar o *improvement*, elevou-se o valor da anuidade em 212,7% se comparada com um participante de mesma idade e com a taxa de desconto de 5,5%, conforme apresentados na Tabela 11 e 12, ou seja, de acordo com Antolin (2007, p. 14), a combinação dos dois efeitos (queda da taxa de juros e aumento da expectativa de vida) pode elevar o fator atuarial em 212,7% para um indivíduo de 25 anos de idade (ANTOLIN, 2007, p. 14).

Tabela 12 - Impacto do risco de longevidade e alterações na taxa de juros atuarial no pagamento de anuidades (com improvement)

	Ta		
Melhoria na Expectativa de Vida	3,50%	4,50%	5,50%
Aumento da expectativa de vida de 1,2 anos a cada década			
idade individual de 65 anos em 2005	122,3	111,6	102,4
idade individual de 25 anos em 2005	312,7	192,6	119,8

FONTE: Antolin (2007, p. 22)

Hanewald *et al* (2009) avaliaram o impacto das flutuações macroeconômicas sobre a solvência de uma companhia de seguro de vida. Com base nas simulações efetuadas identificaram que a probabilidade de insolvência da companhia é significativamente mais elevada quando incorporadas as variações no PIB nas taxas de mortalidade.

3.6.2 *Improvement* de tábua

Tanto as seguradoras quanto os fundos de pensão devem avaliar com cautela a adequação da premissa de mortalidade, seja na precificação dos produtos ou na constituição da provisão matemática. Ignorar a melhoria na expectativa de vida no cálculo atuarial é subestimar as obrigações da entidade, podendo acarretar problemas estruturais pouco suportáveis no longo prazo.

A escolha da tábua de mortalidade não necessariamente advém de resultados de estudos de aderência, dada a carência de informações dos fundos de pensão. Além disso, mesmo que a tábua adotada seja aderente à realidade subjacente da população em análise no período corrente, ao decorrer do tempo, descolamentos poderão surgir ante o aumento da expectativa de vida, o que, por sua vez, tende a favorecer a ocorrência de desequilíbrios de longo prazo.

Vale destacar que a utilização de tábua de mortalidade que não espelha as características da população coberta pelo plano de benefícios de aposentadoria pode ocasionar desequilíbrios estruturais na determinação do fluxo de recursos dos planos de benefícios.

No Brasil, segundo Chan et al (2006b, p.10):

Quando se utiliza um *improvement* de tábua, recalcula-se o fator atuarial com base na tábua projetada. Mas, esse procedimento pressupõe que a tábua projetada espelha adequadamente a probabilidade de sobrevivência em todas as idades. Ou seja, apenas introduz no fator atuarial o efeito da projeção do crescimento de expectativa de vida de um determinado período específico: espaço de tempo entre a tábua de mortalidade e a data do *improvement*, mas esquecendo-se dos aumentos decorrentes dos anos que se seguem.

O *Improvement* de Tábua é uma forma de incorporar uma estimativa do efeito do aumento da expectativa de vida na modelagem da obrigação e do custeio do plano de benefício.

De acordo com Alvernaz *et al* (2007, p. 20), existem três formas principais de projeção de mortalidade e adoção dos fatores de *improvement* de tábua:

- Estática;
- Geracional e
- Atualização.

Já Kessler (2006) destaca duas maneiras de projeção de mortalidade: projeções estáticas e tábuas geracionais.

No cálculo da obrigação atuarial dos planos de benefícios, em uma avaliação atuarial tradicional, adota-se uma tábua de mortalidade que seja aderente ao perfil demográfico dos participantes hoje, mas não há, necessariamente, a garantia de sua aderência no longo prazo.

Assim, a taxa de mortalidade adotada em uma avaliação atuarial tradicional (sem considerar o aumento da expectativa de vida) pode-se ilustrar como mostrado na tabela a seguir:

Tabela 13 - Tábua estática de mortalidade (sem projeção)

Idade	2000	2001	2002	2005	2010
50	q_{50}	q_{50}	$q_{\scriptscriptstyle 50}$	q_{50}	$q_{\scriptscriptstyle 50}$
51	$q_{\scriptscriptstyle 51}$	$q_{\scriptscriptstyle 51}$	$q_{\scriptscriptstyle 51}$	q_{51}	$q_{\scriptscriptstyle 51}$
52	$q_{\scriptscriptstyle 52}$	$q_{\scriptscriptstyle 52}$	$q_{\scriptscriptstyle 52}$	q_{52}	$q_{\scriptscriptstyle 52}$
53	$q_{\scriptscriptstyle 52}$	$q_{\scriptscriptstyle 52}$	$q_{\scriptscriptstyle 52}$	q_{52}	$q_{\scriptscriptstyle 52}$
54	$q_{\scriptscriptstyle 54}$	q_{54}	$q_{\scriptscriptstyle 54}$	q_{54}	$q_{\scriptscriptstyle 54}$
55	$q_{\scriptscriptstyle 55}$	$q_{\scriptscriptstyle 55}$	$q_{\scriptscriptstyle 55}$	q_{55}	$q_{\scriptscriptstyle 55}$
•••	•••	•••	•••	•••	•••

FONTE: Adaptado de Alvernaz et al (2007)

Sendo q_x = a probabilidade de um individuo na idade x falecer antes da idade x+1.

A tabela anterior mostra que a taxa de mortalidade permanece constante ao longo dos anos de análise, ou seja, não há variação na taxa de mortalidade em virtude da alteração do tempo. Assim, a tábua de mortalidade não reconhece o efeito da evolução da expectativa de vida e as probabilidades só são alteradas apenas quando houver a troca da tábua de mortalidade por outra. Essa tábua é denominada de estática, justamente por não incorporar o aumento da expectativa de vida. Assim, a taxa de mortalidade na idade x, para o ano de 2005 ou 2010, será a mesma que para o ano de 2000 ($q_x^{2000} = q_x^{2005} = q_x^{2010}$).

Na Tabela, a seguir, é apresentada a taxa de mortalidade com base na RP-2000 masculina sem inclusão de fatores de projeção. Assim, têm-se as seguintes probabilidades:

Tabela 14 - Taxas de mortalidade estática

Idade	Idade 2000 2001 2002 2005 2010									
50	0,002138	0,002138	0,002138	0,002138	0,002138					
51	0,002288	0,002288	0,002288	0,002288	0,002288					
52	0,002448	0,002448	0,002448	0,002448	0,002448					
53	0,002621	0,002621	0,002621	0,002621	0,002621					
54	0,002812	0,002812	0,002812	0,002812	0,002812					
55	0,003029	0,003029	0,003029	0,003029	0,003029					
•••	•••	•••	•••	•••	•••					

FONTE: Adaptado de Alvernaz et al (2007)

No caso da incorporação da projeção de mortalidade em uma tabela estática, adota-se uma atualização da tábua com a redução da mortalidade para determinados anos. Kessler (2006) denomina tal projeção como estática e pode ser visualizada na tabela a seguir.

Tabela 15 - Projeção estática de mortalidade

Idade	2000	2001	2002	2005	2010
50	q_{50}^{2000}	q_{50}^{2001}	q_{50}^{2002}	q_{50}^{2005}	q_{50}^{2010}
51	q_{51}^{2000}	q_{51}^{2001}	q_{41}^{2002}	q_{51}^{2005}	q_{51}^{2010}
52	q_{52}^{2000}	$q_{_{52}}^{^{2001}}$	q_{52}^{2002}	q_{52}^{2005}	q_{52}^{2010}
53	q_{53}^{2000}	q_{53}^{2001}	q_{53}^{2002}	q_{53}^{2005}	q_{53}^{2010}
54	$q_{\scriptscriptstyle 54}^{2000}$	$q_{\scriptscriptstyle 54}^{2001}$	$q_{\scriptscriptstyle 54}^{ \scriptscriptstyle 2002}$	$q_{_{54}}^{_{2005}}$	q_{54}^{2010}
55	q_{55}^{2000}	$q_{\scriptscriptstyle 55}^{2001}$	q_{55}^{2002}	q_{55}^{2005}	q_{55}^{2010}
•••	•••	•••	•••	•••	

FONTE: Adaptado de Alvernaz et al (2007)

Em uma projeção estática, a probabilidade de morte de um indivíduo de idade x será representada pela coluna do ano-calendário da projeção. Nesse caso, a projeção será dada apenas para determinado período de tempo com base no ano de referência. Por exemplo, a taxa de mortalidade para uma pessoa com 50 anos projetada para 2010, com base em uma tábua de mortalidade posicionada em 2000, será: $q_{50}^{2010} = q_{50}^{2000} \cdot (1 - S_x)^{2010-2000}$, sendo S_x o fator de *improvement* a ser aplicado na projeção da tábua. Tal método, também, é denominado de atualização de taxas de mortalidade (ALVERNAZ *et al*, 2007, p. 20).

Para a incorporação das projeções da mortalidade de maneira dinâmica na tábua que dará subsídio para a mensuração da obrigação atuarial, tem-se a construção e utilização das tábuas geracionais.

A tabela, a seguir, ilustra a representação de uma tábua geracional, nas quais as taxas de mortalidade serão dadas pela linha diagonal que cruza as probabilidades q_{50}^{2000} , q_{51}^{2001} , q_{52}^{2002} , q_{53}^{2003} .

Tabela 16 - Tábua geracional										
Idade	2000	2001	2002	2003	2004					
Projeção	0 ano	1 ano	2 anos	3 anos	4 anos					
50	q_{50}^{2000}	q_{50}^{2001}	q_{50}^{2002}	q_{50}^{2003}	q_{50}^{2004}					
51	q_{51}^{2000}	q_{51}^{2001}	q_{41}^{2002}	q_{51}^{2003}	q_{51}^{2004}					
52	q_{52}^{2000}	$q_{_{52}}^{_{2001}}$	q_{52}^{2002}	q_{52}^{2003}	q_{52}^{2004}					
53	q_{53}^{2000}	q_{53}^{2001}	q_{53}^{2002}	q_{53}^{2003}	q_{53}^{2004}					
54	$q_{_{54}}^{2000}$	$q_{_{54}}^{^{2001}}$	q_{54}^{2002}	q_{54}^{2003}	q_{54}^{2004}					
55	q_{55}^{2000}	q_{55}^{2001}	q_{55}^{2002}	q_{55}^{2003}	q_{55}^{2004}					
•••	•••	•••	•••	•••	•••					

FONTE: Adaptado de Alvernaz et al (2007) e Nunes e Carvalho (2008)

A tábua geracional é construída de acordo com o ano de nascimento de cada individuo, a fim de acompanhar o coorte. A tábua geracional para os indivíduos nascidos em um determinado ano-calendário (y) será a linha diagonal que se inicia no q_0^y , q_1^{y+1} , q_2^{y+2} , q_3^{y+3} e assim sucessivamente.

No caso das tábuas geracionais, a exemplo da tábua RP-2000 publicada pelo *Society of Actuaries* (SOA), foi recomendada a utilização da Escala AA para a projeção da mortalidade. A escala AA contém os fatores redutores da mortalidade futura que serão aplicados sobre a tábua de mortalidade.

Por exemplo, aplicando-se a escala de projeção AA na tábua RP-2000, tem-se a seguinte tábua geracional, o qual está apresentada na tabela a seguir:

Tab	Tabela 17 - Tábua geracional RP-2000 com escala de projeção AA									
Idade	2000	2001	2002	•••	2010					
40	0,001079	0,001070	0,001062		0,000996					
41	0,001142	0,001132	0,001122		0,001043					
42	0,001215	0,001203	0,001191		0,001099					
43	0,001299	0,001285	0,001271	•••	0,001163					
•••	•••	•••	•••	•••						

FONTE: Adaptado de Alvernaz et al (2007)

Observa-se com base na tabela anterior, que a probabilidade de morte de um indivíduo de 40 anos em 2010 será menor do que uma pessoa com a mesma idade em 2000, uma vez que foi incorporada a redução gradual da mortalidade na tábua geracional.

Nessa linha, Chan (2004, p.100) lembra que "a identificação das origens dos desvios, em momento oportuno, permite que sejam realizados ajustes imediatos ou ao longo do tempo, de maneira a preservar o equilíbrio do fundo, dentro da acepção de eficiência, buscando onerar o quanto menos os participantes e/ou patrocinadora(s), sendo, portanto, uma informação relevante para tomada de decisão."

Chan, Silva e Martins (2006b) mostraram uma forma de incorporar no cálculo do fator atuarial uma estimativa acerca da expectativa de vida futura, com base na seguinte formulação:

Em que,

(t) = o ano da projeção da tábua;

 q_x = a probabilidade de uma pessoa na idade x falecer antes de atingir x+1 anos;

 $v = \frac{1}{1+i}$, sendo *i* a taxa de desconto atuarial.

Dessa forma, incorpora-se, no cálculo, uma estimativa acerca da expectativa de vida futura, com o passar do tempo, não tratando esse fenômeno de maneira estática, mas de maneira dinâmica, por considerar o efeito do aumento da longevidade nas sucessivas gerações a cada ano que passa, diferentemente, portanto, dos tradicionais cálculos que introduzem o *improvement*.

4. MÉTODOS DE PROJEÇÃO DE MORTALIDADE

Não há dúvida de que a curva de mortalidade tem se alterado drasticamente ao longo dos anos, deixando claro que o perfil demográfico atual é bem diferente do passado, e que não necessariamente se manterá estático nos próximos anos. Tal alteração no padrão da mortalidade coloca em discussão novos desafios em diversas esferas do conhecimento, em especial, na sustentabilidade e manutenção dos sistemas previdenciários públicos e privados.

No contexto em que a mortalidade assume definitivamente ser um fenômeno dinâmico, emerge a necessidade de se conhecer a sua trajetória, a fim de que se possam prever com certa razoabilidade o seu valor futuro e, consequentemente, se torna elemento essencial para a mensuração adequada das provisões das entidades de previdência. Para atingir este objetivo, deve-se fazer uso de modelos de projeção que permitam à construção de tábuas de mortalidade geracionais, que por sua vez, serão fundamentais para a precificação e controle do risco de longevidade (BRAVO, 2007).

As primeiras abordagens desenvolvidas para a projeção da mortalidade eram deterministas, ou seja, não forneciam a quantificação da incerteza associada à projeção dos possíveis caminhos da mortalidade.

De acordo com Figoli (1998) alguns órgãos oficiais, tais como Nações Unidas e o Centro Latino-Americano de Demografía (CELADE) se utilizam de métodos determinísticos para projetar a mortalidade. Nesses casos, a esperança de vida é projetada seguindo uma trajetória específica, e em seguida é utilizado um sistema de tábuas de vida modelo para se obter as informações detalhadas por idade. Parte-se da premissa de que a mortalidade em todas as populações converge para as tábuas de mortalidade com a esperança de vida preestabelecida.

Apesar desses métodos de projeção serem bastante comuns possuem certas limitações que devem ser observadas pelo pesquisador. Por exemplo, a projeção da expectativa de vida não parece ser a melhor maneira de se prever a mortalidade, pois esta medida não sintetiza diretamente o efeito da queda da mortalidade, obtida pelos ganhos em anos de cada faixa etária. Além disso, as metas limites de esperança de vida por serem arbitrárias, podem conduzir a projeções equivocadas (FIGOLI, 1998).

Posteriormente, foram desenvolvidos os modelos estocásticos, que incorporam a incerteza nas projeções de mortalidade, o que permite capturar de forma mais realista duas características importantes da mortalidade: dependência temporal e incerteza sobre a trajetória futura (BRAVO, 2007).

A partir da análise da tendência histórica, um modelo de projeção de mortalidade busca descrever a mortalidade futura como função de uma idade específica (x) e do ano calendário (y), podendo ser representado por $\Psi(x, y)$.

 $\Psi(x,y)$ pode ser representado como a taxa de mortalidade, a taxa central de mortalidade, a função sobrevivência etc.. Às vezes, $\Psi(x,y)$ pode ser considerada uma matriz em que as linhas correspondem às idades e as colunas ao ano calendário.

A abordagem, a seguir, tem por objetivo facilitar a compreensão das possíveis interpolações dos dados disponíveis na tábua de mortalidade necessários para as projeções futuras. Por exemplo, admite-se que x e y são variáveis discretas e que $\Psi(x,y)$ representa as taxas de mortalidade. Nessa situação, a função $\Psi(x,y)$ pode ser representada por uma matriz cujas colunas correspondem ao ano calendário e as linhas definem as idades, conforme apresentado no Quadro 3 a seguir:

Quadro 3 - Taxas de mortalidade anuais por idade e ano-calendário

	Ano Calendário							
Idade	•••	y	y+1	•••				
0	•••	q ₀₍ y)	$q_0(y+1)$	•••				
1	•••	$q_1(y)$	$q_1(y+1)$					
X		$q_x(y)$	$q_x(y+1)$	•••				
x+1		$q_{x+1}(y)$	$q_x(y+1)$ $q_{x+1}(y+1)$					
	•••	•••	•••					

A representação da mortalidade, em um contexto dinâmico, permite que a função $\Psi(x, y)$ possa ser expressa de três formas (PITACCO, 2004; LIU, 2008; BRAVO, 2007):

(1) Arranjo vertical: corresponde à sequência da tábua de mortalidade para um determinado período (y), ou seja, é representado pelas colunas da tabela:

$$q_0(y), q_1(y), ..., q_x(y), ...$$

(2) Arranjo horizontal: representa uma análise temporal de determinada idade x ao longo do tempo (isto é, leitura das linhas).

..,
$$q_x(y-1)$$
, $q_x(y)$, $q_x(y+1)$,...

(3) Arranjo diagonal: corresponde à sequência do coorte da tábua de mortalidade, em que cada tabela se refere ao coorte dos nascidos no ano y.

$$q_0(y), q_1(y+1), ..., q_x(y+x), ...$$

Cabe observar que o arranjo diagonal corresponde a uma sequência de tábuas geracionais, uma para cada ano de nascimento (geração) y. Assim, para um ano base y_0 e um determinado horizonte de previsão máximo (y_{max}), a tábua projetada será a submatriz (BRAVO, 2007):

$$\{q_x(y)\}; \quad x = 0,1,...,\omega-1; \qquad y = y_0, y_{0+1},...y_{\text{max}}$$

Para a construção de uma tábua projetada são necessários três elementos: (1) um ferramental estatístico, compreendendo uma amostra temporal com dados sobre a população e sobre a mortalidade real (ou um conjunto de tábuas de mortalidade), um modelo de projeção (isto é, um método extrapolativo) e, eventualmente, uma tábua base, sobre a qual incidirá o modelo de projeção (BRAVO, 2007).

Santos (2007, p. 28) destaca que, ao se escolher um modelo de previsão da tendência da mortalidade, deve-se observar se a utilização de dados históricos é capaz de prever toda a projeção de mortalidade? Pode-se assumir que as tendências passadas de queda na mortalidade se manterão no futuro? Uma idade limite deve ser imposta ao modelo de projeção? Todos esses questionamentos sem resposta podem, de certa maneira, afetar a crença na utilização dos modelos de previsão no longo prazo. No entanto, deve-se fazer previsões no médio e longo prazo, por meio da escolha de um método que seja apropriado em cada situação.

4.1 Antecedentes dos métodos de projeção

Cramér e Wold *apud* Pitacco (2004, p. 282) afirmam que a primeira tentativa de projeção de mortalidade foi feita pelo astrônomo sueco Gyldén em um trabalho apresentado na *Swedish Assurance Association* em 1875, em que o referido autor ajustou linearmente a sequência de taxas de mortalidade geral da população sueca para o período de 1750 a 1870. Uma interpolação gráfica similar foi proposta por Richardt, em 1901, para uma sequência de valores de anuidades (a_{60} e a_{65}) calculadas com base em tábuas de mortalidade norueguesas e projetadas via extrapolação para aplicação no cálculo atuarial dos fundos de pensão.

A preocupação relativa à influência da tendência da mortalidade no cálculo das anuidades e da obrigação dos fundos de pensão já eram objeto de estudo atuarial no início século 20. Um dos temas abordados no Quinto Congresso Internacional de Atuários, realizado em Berlim, em 1906, tratou justamente das Tábuas de Mortalidade e Anuidades (PITACCO, 2004, p. 282).

Nordenmark *apud* Pitacco (2004, p. 282) abordou em 1906, que as reduções na mortalidade devem ser adequadamente evidenciadas para se evitar a subestimação do valor das anuidades, e, consequentemente, do passivo relacionado.

Cramér e Wold *apud* Pitacco (2004, p. 282) observaram que, em 1912, foi construído por Lindstedt uma tabela de anuidades utilizando dados da população sueca, para cada idade específica x, sendo que a sequência anual de probabilidade de morte, $q_x(y)$, foi extrapolada, adotando-se um arranjo horizontal. Assim, atribui-se a Lindstedt como sendo o primeiro trabalho a abordar a projeção da mortalidade por idade específica.

A seguir será feita uma breve contextualização de alguns trabalhos seminais que contribuíram para o desenvolvimento das projeções da mortalidade. Para tanto, será utilizada a explanação feita por Pitacco (2004).

Em 1923, Blaschke propôs um modelo dinâmico de projeção de sobrevivência baseado na lei de Makeham, definido da seguinte maneira:

$$\mu_{x}(y) = \gamma(y) + \alpha(y)\beta(y)^{x} \tag{4.1}$$

Observe que os três parâmetros (γ, α, β) são funções do ano-calendário (y). A projeção consiste na estimação dos parâmetros para cada período da tábua, baseando-se na experiência da mortalidade. Os valores projetados dos três parâmetros são obtidos por extrapolação.

Cramér e Wold afirmam que, em 1924, o *Institute of Actuaries* de Londres propõe um método de projeção que assume que a probabilidade anual de morte tem a seguinte formulação:

$$q_x(y) = a_x + b_x c_x^{y} \tag{4.2}$$

Em que: $q_x(y)$ uma função exponencial do ano calendário (y) e os parâmetros a_x , b_x e c_x são estimados com base na mortalidade observada.

Vale destacar que as fórmulas de projeção atualmente utilizadas pelos atuários, no Reino Unido, para o cálculo das anuidades e tábuas de mortalidade para os fundos de pensão são particularidades da formulação anterior, ou seja, os fatores redutores de mortalidade podem ser obtidos da seguinte maneira, com base na equação 4.2: $q_x(y) = a_x + b_x c_x^y$

Para tanto, seja $a_x = 0$, $b_x = q_x(y')r_x^{-y'}$ e $c_x = r_x$, em que y' representa o ano de referência (atual) e r_x é o fator redutor de mortalidade. Portanto:

$$q_x(y) = q_x(y')r_x^{y-y'}$$
 (4.2a)

Além disso, ao considerar $a_x = \lambda_x q_x(y')$ e $b_x = (1 - \lambda_x) q_x(y') r_x^{-y'}$, tem-se que:

$$q_{x}(y) = q_{x}(y')[\lambda_{x} + (1 - \lambda_{x})r_{x}^{y-y'}]$$
 (4.2b)

Em que $\lambda_x q_x(y')$ representa (se $r_x < 1$) a mortalidade assintótica na idade x.

Entretanto, Pitacco (2002 e 2004) afirma que o primeiro exemplo de uma metodologia rigorosa para a projeção da mortalidade e as evidenciais atuariais pode ser atribuído a Cramér e Wold em seu artigo "Mortality variations in Sweden: a study in graduation and forecasting", publicado em 1935. Cramér e Wold utilizaram um modelo de projeção de sobrevivência baseado na lei de Makeham graduando e extrapolando a mortalidade com dados da Suécia e compararam a abordagem diagonal e vertical.

4.2 Visão geral

Segundo Booth (2006, p. 550), de certa maneira, os modelos de previsão estão diretamente relacionados às mensurações utilizadas: ocorrência do evento, taxas ou probabilidades; agregação de faixas etárias ou idades específicas e períodos em coorte.

Quanto a classificação dos modelos de previsão, Tabeau *apud* Booth (2006) classifica os modelos de acordo com o número de fatores a serem modelados: zero, um, dois ou três fatores. O fator pode ser visto como uma variável classificatória intrínseca dos dados em estudo.

Modelos com fator zero é meramente uma série temporal univariada de medidas agregadas de idades ou taxas por idades específicas, sendo cada uma tratada independentemente. No entanto, modelos com um fator expressam as taxas de mortalidade como uma função da idade (período ou coorte), tendo como vantagem a utilização das características e regularidades de cada faixa etária ao longo do tempo para sua incorporação nas projeções (BOOTH, 2006).

Modelos com dois fatores, frequentemente, utilizam a idade e o período dos dados, podendo modelar a idade e o coorte, mas a utilização do efeito coorte necessita de longas séries históricas (BOOTH, 2006).

Modelos de três fatores expressam as taxas de mortalidade em função da idade, do período e do efeito coorte, sendo, também, denominado de modelos APC (*age-period-cohort*) (BOOTH, 2006).

Para Wong-Fupuy e Haberman (2004, p. 57), Chaves (2005) e GAD (2001), têm-se três tipos de metodologias para a projeção de taxas de mortalidade:

- Métodos biomédicos: as taxas de mortalidade são modeladas levando-se em consideração a perspectiva biomédica;
- Métodos causais: envolve relações econométricas entre variáveis econômicas do meio ambiente e mortalidade;
- Métodos extrapolativos: modelos de tendências que se utilizam de dados históricos da mortalidade para a projeção futura.

Já Both e Tickle (2008) separam as metodologias de projeção da mortalidade em:

- Expectation: perspectivas (opinião de experts);
- Extrapolation: extrapolação;
- Explanation: análise de causas de morte e fatores externos.

Na mesma linha, Booth (2006, p. 550) afirma que, na previsão dos processos demográficos, tais como: mortalidade, fecundidade e migração, podem-se adotar, basicamente, três métodos: extrapolation, expectation e explanation. Os métodos extrapolativos focam na regularidade dos padrões identificados na modelagem dos dados históricos, sem levar em considerações incorporação de variáveis exógenas para a projeção da mortalidade. Já, os métodos baseados em expectativas podem utilizar dados individuais ou opiniões de experts para inferir sobre a evolução demográfica da população. Finalmente, têm-se os métodos que procuram explicar as projeções por meio de modelos estruturais baseados em teorias e quantificações demográficas, análises das causas de morte e fatores ambientais (explanation).

Mas Booth (2006, p. 550) alerta que, na prática, a distinção entre os três métodos não é tão clara, pois pode haver um *mix* entre as abordagens, por exemplo, nos modelos extrapolativos podem incorporar ajustes decorrentes de opiniões de *experts*, variáveis exógenas podem ser consideradas nos modelos extrapolativos e os modelos estruturais podem envolver extrapolações.

Nos Estados Unidos e no Reino Unido, as projeções dos órgãos oficiais são baseadas nas seguintes metodologias: (a) análise das causas de morte; (b) utilização de opiniões de *experts*; (c) consideração do efeito coorte e (d) utilização de cenários determinísticos. (WONG-FUPUY; HABERMAN, 2004, p. 58).

Conforme Wong-Fupuy e Haberman (2004, p. 57), as projeções oficiais, baseadas em cenários determinísticos, e um *mix* entre análise das causas de morte e opiniões de *experts* têm subestimado, sistematicamente, a tendência da mortalidade durante as últimas décadas.

4.2.1 Expectation

Segundo Booth (2006, p. 551), métodos baseados em perspectivas incluem a utilização de dados sob a perspectiva dos indivíduos sobre o seu próprio comportamento, sob a ótica de um grupo de *experts* sobre o comportamento da população (baseado em dados históricos e investigações) e se utilizando dessas perspectivas para as projeções da mortalidade. Esse método comumente se utiliza de um valor máximo de expectativa de vida que poderia ser alcançado em uma projeção futura, e a partir daí se estima a velocidade relativa da melhoria da expectativa de vida (BOOTH; TICKLE, 2008).

Opiniões de *experts* têm sido frequentemente utilizadas na previsão da mortalidade futura, principalmente por órgãos oficiais, embora alguns já estejam adotando os métodos extrapolativos. Por exemplo, os métodos CMI *Basis Projection*, *US Society of Actuaries* (SOA) e *Government Actuary's Department* (GAD) aplicam fatores redutores da mortalidade, que sofreram ajustes com base em opiniões de *experts* e de simulação de cenários (BOOTH; TICKLE, 2008).

A possibilidade de incorporar fatores demográficos, epidemiológicos e outros aspectos relevantes do cenário atual, pelo menos do ponto de vista qualitativo, é uma das vantagens da utilização de modelos ajustados por opiniões de *experts*. No entanto, a subjetividade e o potencial de viés das análises são as principais desvantagens (BOOTH; TICKLER, 2008, p. 6).

4.2.2 Explanation

Tais métodos são baseados em modelos epidemiológicos que decompõem a mortalidade em causas de morte a fim de investigar a estrutura da mortalidade, bem como a identificação de

fatores de risco. A técnica utiliza-se de conhecimentos biomédicos e informações acerca das alterações ambientais e suas influências no estágio da mortalidade, por meio de modelos estruturais baseados em teorias e quantificações demográficas.

De acordo com Booth e Tickle (2008, p. 9), a abordagem explicativa para a previsão da mortalidade ainda carece de um desenvolvimento maior, pois o relacionamento entre os fatores de risco e a mortalidade ainda não são completamente compreendidos, fazendo com que sua utilização não seja tão confiável para projeções. Vale destacar que a principal utilidade dos modelos epidemiológicos está na simulação dos efeitos sobre a morbidade e a mortalidade decorrente das alterações nas políticas que afetam os fatores de risco e não, necessariamente, nas projeções.

Um ponto que merece destaque é que tais modelos explicativos podem ser utilizados em conjunto com modelos de perspectivas para a especificação de cenários futuros para projeção, por exemplo, consumo de tabaco, doenças pulmonares etc.. Além disso, no curto prazo proporciona previsões mais adequadas do que os modelos extrapolativos (BOOTH; TICKLE, 2008, p. 10).

No entanto, a decomposição em causas de morte pode conduzir a limitadas melhorias nas projeções. As justificativas incluem a semelhança nos padrões etários para as principais causas de morte, a não confiabilidade dos relatórios de óbitos relativos às causas de morte em idades avançadas. Além disso, a falta de dados históricos disponíveis segregados por causas de morte ou séries muito curtas, dificulta os métodos de previsão, tais como o ARIMA, fazendo com que os parâmetros por causas de morte sejam menos estáveis (BOOTH; TICKLE, 2008, p. 20).

4.2.3 Extrapolation

De acordo com Booth (2006, p. 550) os métodos extrapolativos são os mais comuns nas previsões demográficas. Tais modelos, são essencialmente, ateóricos, ou seja, sem uma teoria demográfica que a justifique, pois assumem como premissa que o futuro será a continuação do passado. Os modelos extrapolativos não utilizam variáveis exógenas nas projeções, ou seja, eles não incorporam conhecimentos atuais sobre a evolução da medicina, estilos de vida e alterações no ambiente macroeconômico. Assim, parte-se do pressuposto de que o padrão

passado é a melhor orientação para projeções futuras, o que pode revelar certa fragilidade do modelo, uma vez que alterações na tendência ou mudanças estruturais podem ocorrer.

A metodologia ARIMA de Box-Jenkins tem sido comumente utilizada como método extrapolativo das taxas de mortalidade, no ambiente univariado. No caso de modelos com zero fator, como, por exemplo, a série é diretamente modelada e projetada. Na aplicação de modelos de um fator, a série temporal é ajustada pelos parâmetros de um modelo subjacente determinista (BOOTH, 2006, p. 551).

No caso de modelos com dois fatores, utilizam-se também, séries temporais para a modelagem e previsão, assumindo que a estimação dos parâmetros da idade são fixos e a série temporal é utilizada para extrapolar o parâmetro que representa a variabilidade do tempo. Como exemplo, tem-se a metodologia desenvolvida por Lee e Carter em 1992, objeto do presente estudo.

Booth (2006, p. 551) afirma que uma alternativa à utilização de séries temporais é modelar diretamente as taxas de mortalidade pela aplicação do GLM (*Generalized Linear Model*).

De acordo com Liu (2008, p. 24) os modelos extrapolativos deterministas podem ser resumidos da seguinte maneira:

- Modelos baseados em projeções independentes da mortalidade por idade específica, incluindo fatores redutores de mortalidade. Nesse caso, têm-se os seguintes trabalhos: CMI, 1990, 1999; Renshaw e Haberman, 2000;
- 2. Modelos baseados na projeção de parâmetros para qualquer Lei Matemática, na qual se incluem modelos de projeções baseadas na lei de Gompertz (Wetterstrand, 1981), na lei de Makeham (Cramér e Wold, 1935) e Heligman-Pollard (Fofar e Smithe, 1988; Benjamin e Pollard, 1993);
- 3. Tábuas modelos ou modelos relacionais, tais como método de Brass (1974).

Wong-Fupuy e Haberman (2004, 57) alertam que os modelos baseados em projeções independentes podem incorporar medidas de incerteza, podendo gerar projeções futuras não adequadas ao padrão etário.

Como os modelos extrapolativos são baseados nas tendências históricas, para as projeções existem diversos métodos disponíveis, mas todos de certa maneira incluem algum elemento de subjetivismo, seja na escolha do período dos dados a serem utilizados, até o período máximo para a projeção. Segundo Alders e De Beer *apud* Booth e Tickle (2008), o julgamento é necessário em quase todas as fases que envolve o processo de projeção da taxa de mortalidade.

Métodos extrapolativos simples, somente são considerados confiáveis na medida em que a tendência passada se repetirá no futuro, ou seja, "[...] considera-se que as condições que levaram a alteração das taxas de mortalidade no passado continuarão a ter impacto semelhante no futuro. Avanço na medicina ou o aparecimento de novas doenças podem de certa maneira invalidar os resultados obtido nas projeções extrapolativas." (GAD, 2001, p. 19)

De acordo com (GAD, 2001) e Santos (2007), os métodos extrapolativos podem ser divididos em:

- Modelos paramétricos: envolvem o ajuste de uma curva parametrizada aos dados para os primeiros anos e, depois projeta-se tais parâmetros para o futuro.
- Métodos de targeting: envolvem a interpolação entre as taxas de mortalidade atuais e um conjunto de taxas esperadas, as quais se assume que vão permanecer em uma data futura e
- Métodos de tendência: envolvem projeção de tendências históricas para o futuro.

Independentemente do modelo a ser adotado pelo pesquisador, Liu (2008) e GAD (2001) mencionam os seguintes aspectos que deveriam ser utilizados para a comparação e verificação dos ajustes dos modelos, a fim de avaliar a metodologia utilizada:

- Acurácia: refere-se a precisão das projeções *versus* os dados reais.
- Qualidade dos dados em que as previsões serão baseadas.
- A capacidade do modelo para gerar medidas de previsão de incerteza.
- Transparência das premissas utilizadas para gerar as previsões.
- Facilidade na utilização do modelo, robustez e a necessidades dos usuários.
- Subjetividade/objetividade do modelo.

4.3 Projeções baseadas em padrões

De acordo com Pitacco (2004, p. 283), importantes contribuições para a modelagem e projeção da mortalidade foram feitas por demógrafos ao longo da segunda metade do século 20. Desenvolvimento de tábuas modelos, tábuas ótimas e métodos relacionais, provavelmente constituem as principais contribuições para os métodos extrapolativos.

Borgeois-Pichat, em 1952, desenvolveu as chamadas tábuas limites/ótimas, nas quais se constroem tábuas de mortalidade baseada em dados relativos a países com elevada expectativa de vida. Admite-se a existência de uma tábua ótima para a qual convergirão a redução da mortalidade ao longo do tempo. A escolha desse limite é feita por meio de um conjunto de hipóteses e considerações a respeito da expectativa de vida máxima, bem como da elaboração de possíveis cenários de projeção (BRAVO, 2007).

A pergunta subjacente à construção da tábua ótima era: "pode a mortalidade declinar indefinidamente ou há um limite, e, em caso afirmativo, qual é esse limite?" (BOURGEOIS-PICHAT *apud* PITACCO, 2004, p. 284)

O desenvolvimento, a seguir, foi baseado em Pitacco (2004). Suponha a existência de uma tábua ótima, na qual o padrão relevante da idade de mortalidade deve ser entendida como o limite de redução que a mortalidade pode alcançar. Seja q_x^* probabilidade de morte limite da idade x, e considere que $q_x(y')$ representa a mortalidade atual. Assim, a projeção da mortalidade de $q_x(y)$ será expressa da seguinte maneira:

$$q_x(y) = F[q_x^*, q_x(y')],$$
 (4.3)

O símbolo F representa alguma forma de interpolação. No caso de uma interpolação exponencial, tem-se que:

$$q_x(y) = q_x^* + (q_x(y') - q_x^*) r_x^{y-y'}$$
(4.3')

-

³ [...] "can mortality decline indefinitely or is there a limit, and if so, what is this limit?"

Sendo $r_x < 1$.

Quando uma lei matemática é utilizada para ajustar os dados (Gompertz, Makeham etc.), o procedimento de projeção será aplicado ao conjunto de parâmetros, o que afeta o número de graus de liberdade. Entretanto, o padrão etário da mortalidade pode ser resumido sem a utilização de leis matemáticas, aplicando-se apenas alguns valores típicos ou "marcadores" na tábua de mortalidade objeto de projeção. Tal procedimento é denominado de tábuas modelos (PITACCO, 2004, p. 284).

Conforme Liu (2008, p. 27), as tábuas modelos são uma abordagem alternativa para resumir a idade padrão de mortalidade sem recorrer a leis matemáticas. Devido ao fato de que a mortalidade demonstra diferentes padrões em diferentes fases históricas, pode não ser realista a utilização de uma lei matemática comum para representar as alterações nos padrões da mortalidade. Ao contrário, pode ser mais apropriado se uma representação especifica da tábua de mortalidade é utilizada quando a mortalidade atinge determinado nível.

O primeiro conjunto de tábuas modelos foi construído em 1955 pelas Nações Unidas, sendo

utilizados como marcador a expectativa de vida ao nascer $\stackrel{\circ}{e_0}$. As tábuas modelos podem ser utilizadas para a projeção da mortalidade da seguinte maneira: primeiro, um conjunto de tábuas são selecionadas, que representam a mortalidade de uma população em diferentes épocas e que possam refletir o seu comportamento no futuro. A trajetória da mortalidade de cada tábua é resumida por um conjunto de marcadores. A tendência nos marcadores são analisadas e projetadas, possibilitando a utilização de fórmulas matemáticas para prever seus valores futuros. Assim, a mortalidade específica por idade é obtida pela combinação entre as tábuas de vida modelos com vários valores projetados dos marcadores (PITACCO, 2004, p. 284).

De acordo com Bravo (2007, p. 253), "As principais limitações da utilização das tábuas modelos refere-se à dificuldade em selecionar as tábuas modelos e à necessidade de introduzir hipóteses sobre a distribuição da mortalidade por idade".

Entretanto, Brass em 1974 propôs um novo método de projeção da mortalidade, que foi denominado de método relacional. O referido autor focou na transformação logit da função sobrevivência, isto é:

$$\Lambda_x = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 - l_x}{l_x} \right) \tag{4.4}$$

Brass (1974) notou, empiricamente, que o padrão da mortalidade, dado por Λ_x , por ser expresso por uma relação linear em termos logit com uma população padrão ($\Lambda_x^{s \tan d}$):

$$\Lambda_{r} = \alpha + \beta \Lambda_{r}^{s \tan d} \tag{4.5}$$

O parâmetro α representa o nível geral da mortalidade e o parâmetro β a intensidade da sua relação com a mortalidade da população padrão. A partir da estimação dos parâmetros α e β , em cada um dos anos que compõe a amostra, serão aplicados os modelos ARIMA para a projeção dos referidos parâmetros e, posteriormente, construção das tábuas projetadas.

Para fins de projeção da mortalidade, a equação (4.5) é particularmente interessante quando aplicada para os dados em coorte. Assim, representando por $\Lambda_x(\tau)$ a função sobrevivência para a coorte nascida no ano τ , $l_x(\tau)$, tem-se:

$$\Lambda_x(\tau) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 - l_x(\tau)}{l_x(\tau)} \right) \tag{4.6}$$

A relação entre a mortalidade de duas gerações nascidas em τ_k e τ_{k+1} , será:

$$\Lambda_{x}(\tau_{k+1}) = \alpha_{k} + \beta_{k} \Lambda_{x}(\tau_{k}) \tag{4.7}$$

Note que os parâmetros α_k e β_k assumem ser independentes da idade, mas sofrem alterações em virtude do efeito coorte. Assim, o problema da projeção da mortalidade da série volta-se para a extrapolação/projeção dos dois parâmetros α_k e β_k (LIU, 2008, p. 28).

Valores projetados de várias funções de tábuas de mortalidade podem ser derivados a partir da transformação inversa da logit.

$$l_x(\tau) = \frac{1}{1 + \exp[2\Lambda_x(\tau)]} \tag{4.8}$$

4.4 Projeções baseadas em modelos paramétricos

Um dos maiores problemas ao se trabalhar com projeções da mortalidade por idade específica é a alta dimensionalidade⁴ dos dados. Assim, modelos paramétricos são amplamente utilizados para reduzir tal problema e fornecer um modelo mais parcimonioso, por meio da aplicação de leis matemáticas sobre a mortalidade (BOOTH; TICKLE, 2008, p. 3).

Nas últimas décadas, vários modelos de projeção de mortalidade, baseados em leis de mortalidade, têm-se destacado, dentre eles: Wetterstrand (1981) que utilizou a lei de Gompertz para a projeção; Fofar e Smith (1988) que se basearam na projeção da lei de Heligman e Pollard (PITACCO, 2004).

Nesse sentido, o padrão etário da mortalidade no ano-calendário será expresso por meio dos parâmetros da lei da mortalidade. Assim, o procedimento da projeção é aplicado sobre o conjunto de parâmetros e não sobre as taxas de mortalidade específicas por idade.

4.5 Principais métodos de projeção da mortalidade

Dentre os métodos de projeção de tábuas, conforme já mencionado em outro capítulo, Lambrou (2003) destaca: (a) *Logarithmic Method*; (b) *Lee-Carter Method*; (c) *CMI Projection Basis*; (d) *GAD Projection Basis*.

⁴ "Dimensionality refers to the total number of data 'cells' that are modelled, equal to the product of the numbers of categories for the factors classifying the data."(BOOTH; TICKLE, 2008, p. 3)

Além dessas abordagens, outros estudos, também, foram desenvolvidos, tais como: SOA – GAR 94 (1995), Shitole *et al* (2000), Lee (2000), Renshaw e Haberman (2006) e Blake *et al* (2006).

4.5.1 CMI Projection Basis

O método CMI *Projection Basis* foi desenvolvido pelo *Continuous Mortality Investigation Bureau (CMIB)* - comitê do *Institute and Faculty of Actuaries*.

CMIB (2004a, p. 2) afirma que: por mais de 50 anos, tem feito projeções da redução da mortalidade futura, para subsidiar as precificações e avaliações dos fundos de pensão e seguradoras. As reduções observadas na prática tem, consistentemente, excedido as projeções. Como resultado, os seguradores têm alocado mais capital para suportar as anuidades, refletindo, adversamente, as reservas e rentabilidade.

Observe-se que o CMIB tem considerado a redução na mortalidade futura nas projeções de anuidades e pensões no Reino Unido. Por exemplo, as tábuas PA (90) e a(90), construídas a partir da experiência dos fundos de pensão e seguradoras, entre 1967-1970, assumiam que a redução na mortalidade futura era uniforme, cujo efeito cumulativo após 20 anos foi equivalente à redução de 1 ano de idade na base de cálculo da tabela (WONG-FUPUY; HABERMAN, 2004, p. 63).

Em virtude dos estudos efetuados pelo CMIB, ao longo dos anos, suas recentes publicações têm incluído uma fórmula explicita que permite a projeção das taxas de mortalidade para anuidades e fundos de pensão.

No Reino Unido, o CMIB faz as projeções da redução na mortalidade dos pensionistas e compradores de anuidades. O processo envolve, basicamente, duas fases. Em primeiro lugar, para um determinado período de investigação, os dados são graduados e as tábuas de mortalidades produzidas. Na segunda fase, as tábuas de mortalidade são produzidas por meio da aplicação de fatores redutores derivados de análises da melhoria na mortalidade passada e, também, considerando melhorias futuras (SITHOLE *et al*, 2000, p. 285).

O método adotado pelo CMIB para estimar os valores projetados é feito pela multiplicação da taxa de mortalidade ($q_{x,0}$) pelo Fator Redutor de Mortalidade denominado RF(x,t).

Esse método consiste na seguinte formulação para a projeção da taxa de mortalidade:

$$q_{x,t} = q_{x,0} \cdot RF(x,t)$$
 , $t \ge 0$ (4.9)

Em que q_x representa a probabilidade de uma pessoa na idade x falecer antes de atingir a idade x+1 anos e RF(x,t) o Fator de Redução da Mortalidade sujeita à seguinte restrição: RF(x,0) = 1 para qualquer x.

Especificamente, o CMIR Report n° 10 (*Continuous Mortality Investigation Reports*) divulgou o padrão de tábuas de mortalidade denominada série "80", a qual foi baseada na experiência de 1979-1982. Essa série foi publicada em maio de 1990.

Em 1999, a série foi atualizada pelo CMIR 17 com a divulgação da série "92", que se baseou na experiência de 1991-1994. Essa nova modelagem, segundo Sithole *et al* (2000, p. 286): A formulação do modelo assume que, em cada idade, a taxa de mortalidade limite é diferente de zero e se reduz de maneira exponencial. Além disso, existe a premissa de que o decrescimento futuro total ocorrerá nos próximos 20 anos, cujo percentual varia com a idade.

Assim, o Fator de Redução da Mortalidade é calculado da seguinte maneira:

$$q_{x,t} = q_{x,0} \cdot RF(x,t)$$
 , $t \ge 0$ (4.10)

Sendo:

$$RF(x,t) = \alpha(x) + [1 - \alpha(x)][1 - f(x)]^{1/20}$$
(4.11)

Observe-se que o fator de *improvement* foi estruturado em duas funções: $\alpha(x)$ e f(x). Tal método assume que as taxas de mortalidade decrescem em cada idade exponencialmente para seus valores limites e a velocidade de convergência depende da idade.

Santos (2007, p. 30) explica que: "Assume-se que a taxa de mortalidade de longo prazo, quanto t tende a infinito, para a idade x, será $\alpha(x)$ vezes a taxa base $q_{x,0}$. Em adição, assume-se que a fração f(x) é um percentual que indica a queda total $(1-\alpha)$ que se espera ocorrer nos próximos n anos."

Para a série "80", têm-se os seguintes parâmetros:

$$RF(x,t) = \alpha(x) + [1 - \alpha(x)][1 - f(x)]^{t/n}$$

$$\alpha(x) = \begin{cases} 0.5 & x < 60\\ \frac{(x - 110)}{50} & 60 \le x \le 110\\ 1 & x > 110 \end{cases}$$
(4.12)

Observe-se que, para a série "80", foi considerado n=20, $f_{20} = 0.6$ para todas as idades e $\alpha(x)$ segue uma função linear de x entre as idades de 60 e 110 anos.

Para a série "92", o valor de n continuou fixado em 20, mas f_{20} variou linearmente entre 0,45 e 0,71 entre as idades de 60 a 110 anos. Idades abaixo de 60 anos e acima de 110 apresentam uma função com valores constantes. Assim, o Fator de Redução da Mortalidade, tem os seguintes parâmetros:

$$RF(x,t) = \alpha(x) + [1 - \alpha(x)][1 - f(x)]^{t/20}$$

$$\begin{cases} \alpha(x) = c & Para \ x < 60 \\ \alpha(x) = 1 + (1 - c)\frac{(x - 110)}{50} & Para \ 60 \le x \le 110 \\ \alpha(x) = 1 & Para \ x > 110 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = h & Para \ x < 60 \\ f(x) = \frac{(110 - x) \cdot h + (x - 60) \cdot k}{50} & Para \ 60 \le x \le 110 \\ f(x) = k & Para \ x > 110 \end{cases}$$

$$(4.13)$$

Em que:

c = 0.13

h=0.55

k=0.29

Para a aplicação da metodologia CMI basta aplicar a formulação anterior à tábua de mortalidade utilizada como referência. Assim, parte-se do pressuposto de que a taxa de mortalidade de longo prazo (segregada por idade) seguirá o comportamento capturado por esse fator redutor.

4.5.2 *GAD Projection Basis*

De acordo com Lambrou (2003, p. 35), o método GAD foi recentemente desenvolvido pelo Departamento Atuarial do Governo do Reino Unido. Tal metodologia assume que o *improvement* anual na taxa de mortalidade converge para aproximadamente 0,5% por ano, tanto para o sexo masculino como feminino, até 2.032. Após essa data, assume que o *improvement* anual reduz pela metade durante os próximos 10 anos.

4.5.3 Logarithmic Method

O $Logarithmic\ Method$ assume que a taxa de mortalidade q_x para uma idade x, reduz no futuro a uma taxa constante. A equação que representa a mortalidade para a idade específica x é:

$$q_{xt} = \alpha_x \cdot \beta_x^t \tag{4.14}$$

Observe-se que a equação do modelo relaciona diretamente os perfis de mortalidade e o tempo (t), onde α_x representa o nível inicial de q_x e β_x denota a taxa anual de variação. Ao aplicar \log na fórmula anterior, obtém-se:

$$\ln(q_{xt}) = \ln(\alpha_x) + t \ln(\beta_x) \tag{4.15}$$

Em que:

 $q_{x,t}$ = taxa de mortalidade para a idade x no tempo t;

 α_x = denota o nível inicial da mortalidade;

 $\beta_r = \acute{e}$ a percentagem anual de decréscimo na taxa de mortalidade;

t = tempo.

Os parâmetros dos modelos são ajustados pelo método dos mínimos quadrados.

4.5.4 SOA – Escala AA

Diante da complexidade dos métodos de projeção, algumas tábuas de mortalidade se utilizam de fatores anuais que buscam incorporar a melhoria na expectativa de vida segregados por sexo e idade.

Nesse sentido, o *Society of Actuaries* (SOA) recomendou uma base de projeção de tábua pela primeira vez com a publicação da GAR-94 em 1995. O modelo assume uma progressão geométrica do fator de redução em função da idade, conforme a seguinte formulação:

$$q_x^{1994+n} = q_x^{1994} \cdot (1 - AA_x)^n \tag{4.16}$$

Sendo q_x o valor da taxa inicial de mortalidade; x a idade; n representa o tempo em anos além da base de 1994 e AA é um fator de redução de mortalidade.

Observe-se que a formulação é bastante similar ao fator redutor de mortalidade proposto pelo CMI ao considerar $\alpha(x) = 0$.

A escala AA foi elaborada com base na experiência da mortalidade dos Institutos *Civil Service Retirement System* (CSRS) entre 1977 e 1993 e do *Social Security Administration* (SSA) no período de 1977 a 1988. A partir dos dados históricos, as taxas foram graduadas e suavizadas. Assim, para as idades inferiores a 85 anos, a taxa anual de melhoria na mortalidade não deveria ser inferior a 0,5%, mas, também, não deveria ultrapassar o valor de 2% ao ano. Além disso, a taxa relativa às idades acima de 85 anos foi graduada para 0,1% até 100 anos de idade. Acima de 100 anos de idade não foi considerada nenhuma melhoria na mortalidade (SOA, 2000).

Vale destacar que a GAR-94 é a mesma tábua que a UP-94 (*The Uninsured Pensioner 1994 Table*), mas incorpora uma margem de segurança de 7% e explicitamente uma escala de projeção (SOA, 1995).

A utilização da escala AA para a projeção da mortalidade é recomendada para as tábuas UP-94, GAM-94, e recentemente a tábua RP-2000.

A tábua RP-2000 foi publicada pelo SOA e, para sua construção, contou com dados coletados de empresas patrocinadoras de planos privados de aposentadoria entre 1990-1994.

O SOA recomendou a aplicação da escala AA de projeção à tábua RP-2000. A Tabela 18, a seguir mostra os fatores de *improvement* da Escala de Projeção AA.

Tabela 18 - Escala de projeção AA

Idade	Masculino	Feminino	Idade	Masculino	Feminino	Idade	Masculino	Feminino
1	0,020	0,020	41	0,009	0,015	81	0,009	0,007
2	0,020	0,020	42	0,010	0,015	82	0,008	0,007
3	0,020	0,020	43	0,011	0,015	83	0,008	0,007
4	0,020	0,020	44	0,012	0,015	84	0,007	0,007
5	0,020	0,020	45	0,013	0,016	85	0,007	0,006
6	0,020	0,020	46	0,014	0,017	86	0,007	0,005
7	0,020	0,020	47	0,015	0,018	87	0,006	0,004
8	0,020	0,020	48	0,016	0,018	88	0,005	0,004
9	0,020	0,020	49	0,017	0,018	89	0,005	0,003
10	0,020	0,020	50	0,018	0,017	90	0,004	0,003
11	0,020	0,020	51	0,019	0,016	91	0,004	0,003
12	0,020	0,020	52	0,020	0,014	92	0,003	0,003
13	0,020	0,020	53	0,020	0,012	93	0,003	0,002
14	0,019	0,018	54	0,020	0,010	94	0,003	0,002
15	0,019	0,016	55	0,019	0,008	95	0,002	0,002
16	0,019	0,015	56	0,018	0,006	96	0,002	0,002
17	0,019	0,014	57	0,017	0,005	97	0,002	0,001
18	0,019	0,014	58	0,016	0,005	98	0,001	0,001
19	0,019	0,015	59	0,016	0,005	99	0,001	0,001
20	0,019	0,016	60	0,016	0,005	100	0,001	0,001
21	0,018	0,017	61	0,015	0,005	101	0,000	0,000
22	0,017	0,017	62	0,015	0,005	102	0,000	0,000
23	0,015	0,016	63	0,014	0,005	103	0,000	0,000
24	0,013	0,015	64	0,014	0,005	104	0,000	0,000
25	0,010	0,014	65	0,014	0,005	105	0,000	0,000
26	0,006	0,012	66	0,013	0,005	106	0,000	0,000
27	0,005	0,012	67	0,013	0,005	107	0,000	0,000
28	0,005	0,012	68	0,014	0,005	108	0,000	0,000
29	0,005	0,012	69	0,014	0,005	109	0,000	0,000
30	0,005	0,010	70	0,015	0,005	110	0,000	0,000

31	0,005	0,008	71	0,015	0,006	111	0,000	0,000
32	0,005	0,008	72	0,015	0,006	112	0,000	0,000
33	0,005	0,009	73	0,015	0,007	113	0,000	0,000
34	0,005	0,010	74	0,015	0,007	114	0,000	0,000
35	0,005	0,011	75	0,014	0,008	115	0,000	0,000
36	0,005	0,012	76	0,014	0,008	116	0,000	0,000
37	0,005	0,013	77	0,013	0,007	117	0,000	0,000
38	0,006	0,014	78	0,012	0,007	118	0,000	0,000
39	0,007	0,015	79	0,011	0,007	119	0,000	0,000
40	0,008	0,015	80	0,010	0,007	120	0,000	0,000

FONTE: Society of Actuaries (SOA)

Com base nos fatores de *improvement* fornecidos pela anterior, a projeção da mortalidade é feita pela simples aplicação desses fatores para o ano em que a tábua será projetada. A fim de esclarecer mais adequadamente a projeção, segue um breve exemplo.

Imagine que se deseja projetar a probabilidade de mortalidade para o ano 2020, de uma pessoa que hoje possui 50 anos de idade. Para tanto, adota-se a tábua de mortalidade AT-2000 como referência básica:

$$q_{50}^{2000+20} = q_{50}^{2000} \cdot (1 - AA_{50})^{2020-2000}$$

Assim, como a probabilidade de morte de uma pessoa de 50 anos, dada pela tábua AT-2000 é de 0,002999 e o fator AA correspondente é de 0,0180, tem-se que:

$$q_{50} = 0.002999$$

$$AA_{50} = 0.01800$$

Portanto, a probabilidade de morte de um indivíduo de 50 anos projetada para 2020 será de 0,00208, isto é:

$$q_{50}^{2020} = 0,00299 \cdot (1 - 0,0180)^{20}$$

$$q_{50}^{2020} = 0,00208$$

Observe-se que pela aplicação da escala de projeção, a taxa de mortalidade foi reduzida de 0,00299 em 2000 para 0,00208 em 2020, ao se considerar o efeito redutor provocado pela melhoria na mortalidade.

Assim, ao se trabalhar com tábuas projetadas, insere-se o indicador do ano de referência da tábua utilizada e também o ano para qual o será feita a projeção.

4.5.5 Método Lee-Carter

Em 1992, Ronald Lee e Lawrence Carter apresentaram um novo método para a modelagem e previsão da mortalidade, aplicado aos dados da mortalidade dos Estados Unidos no período de 1900 – 1989 com um horizonte de projeção de 76 anos.

O referido método combina um modelo demográfico, específico para cada idade, com um modelo de séries temporais, na qual as matrizes de mortalidade são decompostas para se extrair um único índice que representa a variação no nível da mortalidade com o tempo.

O método Lee-Carter representa um dos mais influentes estudos desenvolvidos sobre a previsão de mortalidade (HABERMAN; RUSSOLILLO, 2005, p. 2). Além disso, Dushi, Friedberg e Webb (2006) afirmam que o método de Lee-Carter inclusive vem sendo adotado para as previsões do *United States Bureau of the Census*.

Lee-Carter e suas extensões foram aplicadas às populações nos países do G7 (TULJAPURKAR *et al* 2000), Austrália (CÓCEGA, BOOTH, 2003, 2004), Japão (WILMOTH, 1996) e Suécia (QVIST; LUNDSTROM, 2004) (BOOTH; TICKLE, 2008). Além disso, o método foi também aplicado em Portugal (COELHO, 2005) e Brasil (FIGOLI, 1998; SILVA, 2009).

De acordo com Liu (2008, p. 31), Lee e Carter "[...] propuseram um modelo simples que parecia resolver o *trade-off* entre plausabilidade da projeção por idade e a facilidade da mensuração da incerteza."

De acordo com Lee e Carter (1992), trata-se de um método estocástico de projeção da mortalidade para cada idade específica, que não leva em consideração as influências dos

avanços da medicina, das alterações nas condições de higiene e sanitária, bem como aspectos comportamentais e sociais. O método baseia-se apenas nas tendências históricas do padrão da mortalidade e fornece intervalos de confiança para as projeções.

O método Lee-Carter assume que o logaritmo das taxas centrais de mortalidade pode ser representado pelo seguinte modelo demográfico:

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x k_t + \varepsilon_{x,t}$$

$$\varepsilon_{x,t} \sim N(0, \sigma^2)$$
(4.17)

Em que $m_{x,t}$ a taxa central de mortalidade para a idade x no ano t; α_x , β_x e k_t são parâmetros do modelo e $\varepsilon_{x,t}$ é o termo de erro com distribuição normal com média zero e variância σ^2 .

Assim, α_x representa um vetor de constantes específicas para cada idade x, o qual descreve a forma geral do perfil de mortalidade por idade, independentemente do tempo (LEE; CARTER, 1992).

O k_t representa a variação no nível de mortalidade com o tempo t, capturando a tendência temporal principal da mortalidade. Se o índice k_t cai ao longo do tempo, significa que houve uma redução na mortalidade, e se k_t aumenta, quer dizer que houve um aumento da mortalidade (LEE; CARTER, 1992; SANTOS, 2007).

O coeficiente β_x descreve as alterações nas taxas de mortalidade na idade x em decorrência de alterações no nível geral da mortalidade k_t . O parâmetro β_x indica quais taxas declinam mais rapidamente e quais declinam mais lentamente dada uma alteração no parâmetro k_t .

O termo de erro $\varepsilon_{x,t}$ reflete as influências históricas específicas a cada idade que não são capturadas pelo modelo.

Cabe destacar que o modelo de Lee-Carter é análogo ao modelo de representação beta de finanças (a partir do qual é derivado o modelo CAPM – *Capital Asset Pricing Model* e APT – *Arbitrage Pricing Theory*). Esse modelo, à semelhança da abordagem de Lee-Carter, decompõe os parâmetros em dois grandes componentes: (a) dados em corte e (b) série de tempo.

4.5.5.1 Estimação dos parâmetros

Para a estimação dos parâmetros do modelo de Lee-Carter α_x , β_x e k_t é necessário dispor de um conjunto de tábuas de mortalidade, a fim de se extrairem as taxas centrais de mortalidade $m_{x,t}$.

Para calcular as taxas centrais de mortalidade $m_{x,t}$, é necessário o número de mortes ao ano e a quantidade central de expostos ao risco avaliados no meio do ano. A taxa central de mortalidade é calculada da seguinte maneira:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x}$$

Em que:

 d_x = número esperado de mortes de indivíduos com idade x;

 L_x = quantidade de pessoas expostas ao risco de morte no meio do ano, sendo calculada aproximadamente por:

$$\boldsymbol{L}_x \cong \frac{\boldsymbol{l}_x + \boldsymbol{l}_{x+1}}{2}$$

Em que: l_x é a quantidade esperada de pessoas sobreviventes à idade x e l_{x+1} é a quantidade esperada de sobreviventes à idade x+1. Vale destacar que se toma por base um coorte em l_0 como sendo a quantidade de indivíduos com zero anos de idade.

Assim, com base na matriz de taxas centrais de mortalidade segregada por ano (t) e por idade (x), pode-se ajustar o modelo demográfico (4.17) à matriz de dados.

Entretanto, observe que o modelo (4.17) não pode ser ajustado por mínimos quadrados ordinários, uma vez que não possui regressores do lado direito da equação, o que acarreta inúmeras soluções para a equação. Assim, pode-se obter a solução de duas maneiras: (a) solução exata de mínimos quadrados ordinários com a aplicação do SVD (Singular Value Decomposition) à matriz dos logaritmos das taxas, depois que a média no tempo do logaritmo das taxas específicas tiver sido subtraída ou (b) pode-se obter uma solução aproximada, por meio do método de normalização (FIGOLI, 1998).

Na alternativa (b), normaliza-se os parâmetros β_x de forma que a soma em x seja igual a 1; os parâmetros k_t são normalizados de forma que a soma em t seja igual a zero, da seguinte maneira: (FIGOLI, 1998; LEE; CARTER, 1992)

$$\sum_{x} \beta = 1$$

$$e \\ \sum_{t} k_{t} = 0$$

Sob essas hipóteses, os coeficientes α_x serão os valores médios no tempo de $\ln(\pmb{m}_{x,t})$ para cada x. Estima-se α_x como o logaritmo da média geométrica das taxas centrais de mortalidade, avaliadas sobre todo tempo t, para cada idade x (SANTOS, 2007).

$$\hat{\alpha}_{x} = \frac{1}{h} \sum_{t=1}^{m} \ln(mx, t) = \ln(\prod_{t=1}^{m} m_{x, t}^{1/h})$$
 (4.18)

Em que: $h = t_n - t_1$

Assim, k_t é igual a soma sobre as idades dos logaritmos das taxas centrais de mortalidade, subtraídos os coeficientes α_x :

$$k_t = \sum_{x} (\ln(\mathbf{m}_{x,t}) - \alpha_x) \tag{4.19}$$

Já, para a estimação dos coeficientes β_x , é realizada uma regressão de $(\ln(m_{x,t}) - \alpha_x)$ em k_t , sem o termo constante, e segregada por idade, ou seja, estima-se β_x pela equação (SANTOS, 2007):

$$(\ln(\boldsymbol{m}_{xt}) - \boldsymbol{\alpha}_x) = \boldsymbol{\beta}_x \boldsymbol{k}_t^1 + \boldsymbol{\varepsilon}_{xt}$$
 (4.20)

Num segundo momento, após a estimação dos coeficientes α_x , β_x e k_t , o parâmetro k_t é reestimado, ajustando-o à estrutura etária da população e para os coeficientes α_x , β_x se ajustem ao número de mortes observados à distribuição etária.

Essa reestimação pode ser necessária, pois ao trabalhar com o $\ln(m_{x,t})$ para estimar os coeficientes e não na própria matriz de dados originais, pode gerar uma distribuição etária que não coincide exatamente com o número de óbitos da tábua. Assim, busca-se um parâmetro k_t , por meio da seguinte equação:

$$d_{t} = \sum_{x} \left\{ \exp(\hat{\alpha}_{x} + \hat{\beta}_{x} k_{t}) N_{x,t} \right\}$$

$$(4.21)$$

Em que:

 d_t = número de mortes no ano t;

 $N_{x,t}$ = população de idade x no tempo t.

Nesse sentido, o modelo demográfico é realizado em duas etapas: estimação dos parâmetros α_x , β_x e k_t , bem como reestimação do k_t para que o número de óbitos ajustado coincida com o número de óbitos efetivamente verificado.

Após o ajuste do modelo demográfico com a obtenção do parâmetro k_t , a próxima etapa é modelar a referida série k_t como um processo estocástico de séries temporais.

Para a modelagem do k_t , Lee e Carter utilizam a modelagem de séries temporais ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) de Box-Jenkins, que permite modelar e prever uma série tomando por base apenas seus valores presentes e passados mais um termo de erro estocástico.

Assim, para a modelagem da série k_t pelo processo Box Jenkins é necessário identificar os parâmetros do modelo ARIMA (p,d,q) que melhor descreve o comportamento da série.

Os parâmetros p,d,q representam a ordem dos componentes: Autorregressivo –AR(p); Filtro de Integração – I(d); e Médias Móveis – MA(q).

Lee e Carter (1992) utilizando a metodologia Box-Jenkins, concluíram que a série k_t , para os dados e período analisados (dados da mortalidade dos Estados Unidos no período de 1900 – 1989), melhor se ajustaram ao modelo ARIMA (0,1,0), dado por:

$$k_{t} = c + K_{t-1} + e_{t} (4.22)$$

$$e_t \sim N(0, \sigma^2)$$

Observe que o método combina um modelo demográfico com um de séries temporais, permitindo obter intervalos probabilísticos para as previsões. Tal método é extrapolativo, ou seja, baseia-se na experiência histórica da mortalidade para a previsão da mortalidade futura.

Conforme Liu (2008, p. 32), o aspecto mais importante no modelo Lee-Carter é que ele considera a incerteza nas projeções, uma vez que a variável k_t é intrinsecamente vista como um processo estocástico (não uma mera quantificação determinística que pode ser expressa pela interpolação de fórmulas e leis matemáticas). Portanto, os valores de k_t constituem uma série temporal que captura a alteração da mortalidade ao longo do tempo.

Dentre as vantagens da utilização do Modelo Lee-Carter, Lee e Tuljapurkar *apud* Figoli (1998, 95) destaca:

[...] descrição dos procedimentos para estimativa indireta da mortalidade em períodos sobre os quais não dispomos de taxas específicas de mortalidade; a projeção conjunta do padrão de mortalidade com nível, ao invés da obtenção de uma tábua padrão; não é necessário estabelecer um limite arbitrário para a esperança de vida; a possibilidade de se calcular intervalos de confiança para todos os elementos da tábua de vida projetada; e a possibilidade de se usar projeções como componentes aleatórias da matriz de Leslie e gerar projeções de população totalmente aleatórias.

Na mesma linha Brouhns *et al apud* Santos (2007), destacam as seguintes vantagens do modelo Lee-Carter:

- Os parâmetros α_x, β_x e k_t podem ser interpretados facilmente;
 A influência do tempo é sumarizada em um único índice que é extrapolado ano através da
- A influência do tempo é sumarizada em um único índice que é extrapolado ano através da série k_t permitindo-se a obtenção de tábuas projetadas;
- Há a possibilidade de interpretação do modelo utilizando os fatores de improvement.

Além disso, o método Lee-Carter contorna algumas das principais limitações dos métodos paramétricos de projeção, uma vez que reduz a complexidade do problema, oferecendo uma solução simples para a obtenção de intervalos de confiança e, contorna o problema da irregularidade dos parâmetros, o que dificulta a projeção (BRAVO, 2007, p. 211).

Após a publicação do método Lee-Carter, diversas extensões do referido método foram propostas e implementadas na literatura demográfica e atuarial com o intuito de aprimorar os ajustes do modelo. Mas, embora outros métodos tenham sido desenvolvidos posteriormente, o Lee-Carter é sempre considerado como ponto de referência para a realização de projeções estocásticas de mortalidade (SILVA, 2009).

5. TRAJETÓRIA METODOLÓGICA

O presente trabalho adota uma abordagem metodológica empírico-analítica, dividida em três fases: (a) revisão da literatura; (b) estimação dos fatores de *improvement* e (c) verificação do impacto da adoção do *improvement* na obrigação atuarial.

Na primeira fase, revisão da literatura, foram discutidos os aspectos conceituais e empíricos da evolução da expectativa de vida e do risco de longevidade. Além disso, foram levantadas as principais metodologias de projeção da mortalidade e estimação dos fatores de *improvement*.

A segunda fase foi dedicada à estimação do *improvement* pela metodologia de Lee-Carter e do CMI e à sua aplicação sobre a tábua AT-2000. Embora a abordagem do CMI seja relativamente simples, o método de Lee Carter requer dados históricos de tábuas de mortalidade para estimar o parâmetro k_t , o que dificulta a sua utilização para o cenário brasileiro. Para contornar a carência de informações, fez-se uso da técnica de pareamento (*propensity score*), a qual consiste na identificação do "vizinho mais próximo" em termos das características que explicam a mortalidade, por intermédito de uma regressão logística, ou seja, buscou-se, dentre os países que possuem histórico no *Human Mortality Database* (HMD) que permita aplicar a metodologia de Lee Carter, aquele que mais se assemelha ao Brasil no que se refere às variáveis relevantes para prever a evolução da expectativa de vida. A amostra contou com 21 países da OCDE.

A terceira fase buscou comparar o fluxo de caixa estocástico de uma carteira simulada de beneficio concedido considerando a tábua AT-2000 pura e ela com *improvement* pelo método de CMI e Lee-Carter. Além disso, foi comparado, também, o valor presente esperado desses fluxos de caixa estocásticos com diferentes cenários de taxas de desconto, a saber: 3%, 4%, 5% e 6% ao ano.

5.1 Estimação dos fatores de *improvement* para a população brasileira pela metodologia de Lee-Carter

Diante das várias metodologias de projeção de mortalidade, destaca-se o trabalho de Lee e Carter (1992), que é um método que combina um modelo demográfico com um modelo de séries temporais para a extrapolação das tendências e dos padrões etários da mortalidade, ou seja, o método traduz padrões históricos de variabilidade em padrões projetados baseados em modelagem de séries temporais ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) de Box-Jenkins, que permitem mensurar os erros associados ao cálculo dos valores futuros.

Nesse sentido, busca-se por meio do modelo demográfico proposto por Lee-Carter tentar projetar a expectativa de vida da população coberta por planos privados de aposentadoria no Brasil, utilizando como *proxy* os dados disponíveis de 21 países da OCDE.

Como no Brasil não há dados históricos suficientes para efetuar a projeção da expectativa de vida, bem como para analisar se seu padrão de evolução mantém uma relação de longo prazo com outro país, parte-se da premissa de que o comportamento de evolução da expectativa de vida no Brasil é semelhante a pelo menos um dos países estudados.

Para a obtenção do parâmetro k_t proposto por Lee-Carter, foi necessário considerar a experiência da evolução desse parâmetro com base no país mais semelhante dentre os analisados. Para escolher o país mais semelhante, fez-se uso da técnica de pareamento (propensity score), que consiste na aplicação de uma regressão logística, cuja variável resposta é categórica: (1) Brasil ou (2) outro país, sendo as variáveis independentes as variáveis socioeconômicas, ano a ano, que melhor explicam a taxa de mortalidade infantil, expectativa de vida ao nascer e o k_t feminino e masculino.

Sendo assim, para identificar o vizinho mais próximo pela técnica de pareamento, faz-se uso da probabilidade obtida pela regressão logística de ser Brasil, buscando para cada ano do Brasil o país e o correspondente ano que tem a probabilidade mais semelhante (conceito de "vizinho mais próximo"). O país que se mostrar mais semelhante ao Brasil será utilizado para efetuar a projeção do parâmetro k_t para o *improvement* da tábua AT-2000.

Para maiores detalhes sobre a técnica de pareamento (*propensity score*), ver Rosenbaum e Rubin (1983a), Rosenbaum e Rubin (1983b) e Dehejia e Wahba (1984).

Para a estimação dos fatores de *improvement* para o Brasil seguiram-se as seguintes etapas:

- 1. Aplicação do modelo Lee-Carter para os 21 países;
- 2. Estimação dos parâmetros α_x , β_x e k_t ;
- 3. Identificação das variáveis socioeconômicas significativas para explicar o índice k_t (que representa a variação no nível de mortalidade com o tempo t, capturando a tendência temporal principal da mortalidade) e se essas também fazem sentido para as variáveis mortalidade infantil e expectativa de vida ao nascer;
- 4. Identificação das relações entre índice k_t e variáveis socioeconômicas (taxa de fertilidade, índice de Gini, taxa de desemprego anual, variação anual do PIB, PIB *per capita*, saúde, analfabetismo e escolaridade), por meio da técnica de regressão simples e múltiplas para o período de 1960-2006, sendo testada a significância das variáveis até a quinta defasagem (à semelhança de Leigh e Jencks (2006));
- 5. Utilização da técnica de pareamento a fim de identificar o país mais semelhante ao Brasil, por meio de regressão logística;
- 6. Em seguida, é aplicado o teste de aderência entre a tábua AT-2000 (que é, atualmente, uma das tábuas mais comuns utilizadas nos planos novos no Brasil) e a tábua do país escolhido, ano a ano. O objetivo é identificar o ano da tábua do país selecionado correspondente à tábua AT-2000 e, a partir daí, utilizar o parâmetro k_t deste para projetar a AT-2000.
- 7. Utilização do país mais semelhante ao Brasil para a modelagem do k_t pela metodologia Box-Jenkins ARIMA;
- 8. Projeção da tábua AT-2000 para os próximos 35 anos a partir do k_t do país mais semelhante ao Brasil no ano em que se mostra aderente à referida tábua.

Nesse sentido, primeiramente, foi aplicado teste de aderência de médias, a fim de identificar se a mortalidade dos países utilizados no estudo não apresenta diferenças significativas ao do

Brasil, com base nos dados de mortalidade infantil para o período compreendido entre 1980 e 2006.

Na sequência, estimou-se o modelo Lee-Carter para cada um dos 21 países selecionados para o período entre 1950-2005, mas levando-se em consideração o período disponível de dados socioeconômicos. Para tanto, foram selecionadas as informações sobre a taxa central de mortalidade $m_{x,t}$ sobre o intervalo de 56 anos, do ano de 1950 ao ano de 2005 separadas por sexo e faixa etária e sem agrupamentos por faixa etária, ou seja, a tábua de mortalidade contemplou informações de 0 a 110 anos ou mais.

Com base nas taxas centrais de mortalidade dos 21 países, foram calculados os parâmetros do modelo demográfico de Lee e Carter (1992) para cada país individualmente, demonstrados a seguir:

$$\ln(\boldsymbol{m}_{x,t}) = \boldsymbol{\alpha}_x + \boldsymbol{\beta}_x \boldsymbol{k}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_{x,t}$$

Para o processamento do índice k_t foi utilizado o *software* SAS. Além disso, os testes estatísticos foram realizados por meio dos *softwares* Eviews e SAS.

Após a obtenção do parâmetro k_t , que representa a variação no nível de mortalidade com o tempo, capturando a tendência temporal principal da mortalidade, para cada país e para cada ano, foram analisadas regressões simples e múltipla entre os parâmetros k_t e os indicadores socioeconômicos.

Posteriormente, buscou-se identificar/mensurar o impacto de variáveis socioeconômicas no índice k_t por meio da estimação de um modelo de regressão, a fim de verificar as variáveis significativas para explicar a mortalidade geral (dada pelo parâmetro temporal k_t , a mortalidade infantil e a expectativa de vida ao nascer) e as flutuações econômicas para todos os países e ao longo do tempo.

Com base nas variáveis socioeconômicas que melhor explicariam a mortalidade, aplicou-se a técnica de pareamento, a qual faz uso da regressão logística para identificar em termos de probabilidade o "vizinho mais próximo" ao Brasil.

Por último, será aplicado ao k_t do país mais semelhante ao Brasil a metodologia Box-Jenkins ARIMA para estimar o *improvement*.

A Metodologia Box-Jenkins proposta em 1976, tem por objetivo a previsão da série. "Essa metodologia permite que valores futuros de uma série sejam previstos tomando por base apenas seus valores presentes e passados" (FAVA IN: VASCONCELLOS; ALVES, 2000, p. 199).

Os modelos ARIMA resultam da combinação de três componentes denominados filtros:

- Componente Autorregressivo (AR);
- Filtro de Integração (I);
- Componente de Médias Móveis (MA).

A referida metodologia pode ser aplicada a séries não estacionárias após essas se tornarem estacionárias com a aplicação do operador de diferenças, ou seja, o número de diferenças necessárias para tornar a série estacionária reflete o parâmetro "d" no modelo. Nesse caso, o modelo apresenta "d" raízes sobre o círculo unitário e "p" raízes fora do círculo unitário.

O modelo aplicado a séries não estacionárias pode ser representado pela seguinte formulação:

$$w_{t} = \phi_{1} w_{t-1} + \dots + \phi_{p} w_{t-p} + \varepsilon_{t} - \theta_{1} \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_{q} \varepsilon_{t-q}$$
(5.1)

Em que:

 $w_t = \Delta^d y_t$ representa o filtro de integração.

 $\phi_1,\phi_2,...,\phi_p$ são parâmetros e "p" é a ordem do modelo AR(p).

 $\theta_1,\theta_2,\!...,\theta_q$ são os parâmetros e "q" é a ordem do modelo MA(q).

Assim, "[...] se y_t tornar-se estacionária após a aplicação de "d" diferenças e a série resultante for representada por um modelo ARMA (p,q), diz que y_t é descrita por um ARIMA (p,d,q)" (FAVA IN: VASCONCELLOS; ALVES, 2000, 199).

Para se verificar se a série em estudo é estacionária, aplicam-se os testes que avaliam a hipótese de raiz unitária. Dentre os principais testes, podem-se citar o: DP – Dickey e Pantula e ADF – Dickey e Fuller Ampliado.

A metodologia Box-Jenkins é constituída pelas seguintes etapas (Fava in Vasconcellos e Alves, 2000):

- Identificação: tem por objetivo identificar os componentes (AR, I, MA), bem como as respectivas ordens que melhor refletem as características da série. Mais especificamente, busca-se identificar os valores dos parâmetros p, d e q. A identificação é feita com auxílio da Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP).
- **Estimação:** busca a estimação dos p parâmetros ϕ (B), os q parâmetros do polinômio θ (B) e a variância σ_{ϵ}^2 do modelo identificado cuja estimação pode ser feita por MOO ou máxima verossimilhanca.
- Verificação: verifica-se se o modelo escolhido é adequado. As formas de verificação são: análise dos resíduos (comportam-se como ruído branco), avaliação da ordem do modelo (superespecificação ou subespecificação). Analisam-se, também, os critérios de informação Akaike Information Criterion (AIC) e Schwarz Bayesian Criterion (SBC) e o erro padrão do modelo.
- **Previsão:** o modelo mais adequado será utilizado para a previsão.

Vale relembrar que o objetivo do estudo é realizar previsões da mortalidade com base na série k_t gerada pelo modelo demográfico de Lee-Carter (1992), por meio da metodologia Box-Jenkins.

Antes da aplicação da metodologia de Box-Jenkins foram realizados os seguintes testes de raiz unitária: DP – Dickey e Pantula e ADF – Dickey e Fuller.

O teste Dickey Pantula (DP), ao contrário dos demais testes, possibilita testar a existência de mais de uma raiz unitária. De acordo com Fava *in* Vasconcellos e Alves (2000, p. 248), o teste DP tem o seguinte procedimento:

[...] realiza-se uma sequência de testes, começando pelo maior número de raízes unitárias presumido, e reduz-se esse número de um em um cada vez que a hipótese nula H_0 : existem d raízes unitárias for rejeitada. O procedimento termina quando H_0 não for rejeitada ou quando a última hipótese nula H_0 : existe uma raiz unitária também for rejeitada.

Em seguida ao teste DP, foi utilizado o teste Dickey Fuller Ampliado (ADF), elaborado em Dickey e Fuller (1981). Esse teste tem por hipótese nula a existência de uma raiz unitária contra a hipótese alternativa de não haver qualquer raiz unitária. O modelo é baseado na seguinte equação:

$$\Delta y_{t} = \alpha + \beta \cdot t + \gamma \cdot y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \delta_{i} \Delta y_{t-1} + \varepsilon_{t}$$
(5.2)

Finalmente, o melhor modelo ARIMA (p,d,q) será utilizado para a projeção do índice k_t Brasil para 2037 dando subsídios para a construção dos fatores de *improvement* para o período de análise.

5.2 Países e indicadores selecionados

Bases de Dados

Para contornar a carência de dados no Brasil para estimação do k_t pelo modelo Lee-Carter, fez-se uso da técnica de pareamento com base nas variáveis relevantes para explicar o comportamento da mortalidade. Nesse sentido, foi necessário identificar as variáveis socioeconômicas significativas para explicar a mortalidade.

A justificativa para a adoção de variáveis socioeconômicas como determinantes da mortalidade está fundamentada nos trabalhos de Ruhm (2000), Brenner (2005), Prata (1992),

Wilkinson (1992), Judge *et al* (1998), Messias (2003), Jacinto *et al* (2005), Leigh e Jencks (2006), Fischer *et al* (2007), Hanewald (2009), e Costa *et al* (2003) entre outros.

Para tanto, foram selecionados todos os países da OCDE que possuíam estatísticas sobre tábuas de mortalidade na base do *Human Mortality Database* (HMD) entre o período de 1950 e 2005, uma vez que, em períodos anteriores, os dados estão afetados por guerras (Primeira e Segunda Guerra Mundial) e pela falta de qualidade de registros históricos nas idades avançadas.

Tabela 19 - Lista de países

	1 abela 19 - Lista de países						
	Período Dispor País (Tábua de Mortalidad		Região				
1	Alemanha	1956-2008	Europa				
2	Austrália	1921-2004	Ásia e Oceania				
3	Áustria	1947-2008	Europa				
4	Bélgica	1841-2006	Europa				
5	Canadá	1921-2006	América				
6	Dinamarca	1835-2007	Europa				
7	Espanha	1908-2006	Europa				
8	Estados Unidos	1933-2006	América				
9	Finlândia	1878-2007	Europa				
10	França	1816-2007	Europa				
11	Holanda	1950-2006	Europa				
12	Hungria	1950-2006	Europa				
13	Irlanda	1950-2006	Europa				
14	Itália	1872-2006	Europa				
15	Japão	1947-2007	Ásia e Oceania				
16	Noruega	1846-2007	Europa				
17	Polônia	1958-2006	Europa				
18	Portugal	1940-2007	Europa				
19	Reino Unido	1922-2006	Europa				
20	Suécia	1751-2007	Europa				
21	Suíça	1876-2007	Europa				

Para todos os países da amostra, será aplicado o método Lee-Carter para a obtenção dos parâmetros k_t , o qual por sua vez, será utilizado em conjunto com variáveis socioeconômicas para a técnica de pareamento.

Fonte dos Dados

• Mortalidade Infantil e Expectativa de Vida ao Nascer

A expectativa de vida ao nascer pode ser representada como a média de anos esperado de vida de um recém-nascido, mantendo-se constantes as condições de mortalidade vigentes no ano de referência. Tal indicador sintetiza o efeito da mortalidade que age em todas as idades.

Além da variável expectativa de vida ao nascer, um dos indicadores comumente utilizados para avaliar as condições de vida e saúde da população é a mortalidade infantil. A taxa de mortalidade infantil refere-se ao número de óbitos de menores de um ano por mil nascidos vivos, o que representa, portanto, o risco que um nascido vivo tem de vir a falecer antes de completar um ano de idade.

A taxa de mortalidade infantil é um índice utilizado para mensurar ganhos na qualidade de vida da população, no que se refere à nutrição, acesso à água potável e saneamento básico, moradia, serviços de saúde, educação, entre outros, isto é, a utilização da taxa de mortalidade infantil busca identificar o estágio de socioeconômico da população, apontando tendências e situações de desigualdade social, a fim de dar subsídio ao direcionamento de política de saúde pública.

Utilizou-se, portanto duas medidas de mortalidade, além do parâmetro k_t , para identificar as variáveis relevantes para explicar a mortalidade dos países: mortalidade infantil ($Mort_Inf$) e a expectativa de vida ao nascer para a população total ($Exp\ Tot$).

Para as variáveis mortalidade infantil e expectativa de vida ao nascer foram utilizados os dados disponíveis na Base de dados da *OECD – Worldwide Statistical Sources* (2009), a qual contempla informações anuais entre 1960 a 2006 para os 22 países da amostra (inclui o Brasil).

Gasto Total com Saúde como Percentual do PIB

A fim de identificar a influência dos gastos com saúde na mortalidade da população, buscouse o histórico da variável "gasto total com saúde como percentual do PIB" (Saúde) que representa os gastos com saúde do país (privado e estatal) dividido pelo PIB. Os dados foram extraído do banco de dados disponível na Organização Mundial de Saúde - OMS (World Health Organization — WHO). O referido banco de dados contempla informações de 193 países, para os anos de 1995 a 2007 (Contas Nacionais), sendo construído a partir de informações da OECD Health Database, Eurostat, World Bank (WDI), bem como estatísticas oficiais dos próprios países analisados.

Os dados estão disponíveis no seguinte site: http://www.who.int/nha/country/en/

É importante ressaltar que não foram encontrados históricos anteriores a 1995, o que restringe a utilização dessa variável no presente estudo.

• Desigualdade de Renda – Coeficiente de Gini

Existem várias formas de mensurar a desigualdade de renda, tais como: índice de Gini, L de Theil, parcela da riqueza que fica com os 10% mais ricos, dentre outros. Todavia, é de se notar que qualquer medida de desigualdade tem por objetivo agregar diferenças de renda entre a população por meio de um indicador escalar. (IPEA, 2006)

Dentre os diversos índices existentes, um dos instrumentos mais utilizados para a representação da desigualdade de renda na bibliografía consultada é o coeficiente de Gini (IPEA, 2006). Trata-se de um índice derivado da curva de Lorenz, que é obtida a partir da ordenação das pessoas segundo o seu nível de renda. Assim, pode-se dividir a população em estratos, sendo que cada estrato populacional seria possuidor de uma dada parcela da renda total. A ilustração, a seguir, mostra uma Curva de Lorenz, relacionado à fração acumulada da renda (Φ) com a fração acumulada da população (p).

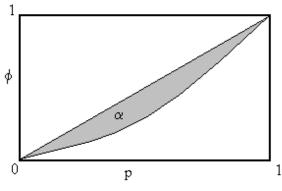


Ilustração 5 - Curva de Lorenz FONTE: IPEA (2006)

De acordo com IPEA (2006, p. 15):

O coeficiente de Gini equivale ao dobro da área (α) entre a curva de Lorenz (a que forma um arco no gráfico) e a diagonal (que representa a distribuição onde todos têm exatamente a mesma renda e, por isso, é chamada de linha de perfeita igualdade). Ou seja, quanto mais "distante", medida por essa área, da linha de perfeita igualdade estiver a curva de Lorenz de uma distribuição, mais desigual ela é e maior o Gini (não é dificil mostrar que ele varia entre 0 e 1).

Portanto, o coeficiente de Gini mede o grau de desigualdade existente na distribuição de indivíduos segundo a renda. Seu valor varia de 0, quando não há desigualdade (a renda de todos os indivíduos tem o mesmo valor), a 1, quando a desigualdade é máxima (apenas um indivíduo detém toda a renda da sociedade e a renda de todos os outros indivíduos é nula) (IPEA, 2006).

A fonte de dados utilizada para a seleção das séries históricas do índice de Gini foi a *World Income Inequality Database* (WIID) de 2008. Essa base é organizada pelo *World Institute for Development Economics Research*, que pertence à *United Nations University* (UNU-WIDER).

A base de dados é uma compilação de informações sobre desigualdade de renda de 159 países, com dados de órgãos oficiais ou não, cujo período da amostra vai desde 1867 até 2006. Entretanto, para a maior parte dos países, a disponibilidade de informações restringe-se a poucos anos, sendo que a maior parte se concentra entre 1970 a 2006.

Como a base é uma base secundária de dados, há valores de índices diferentes para o mesmo país no mesmo ano, uma vez que existem diversas fontes de pesquisa referenciadas na base. Assim, faz-se necessária a adoção de metodologia adequada para a seleção de uma amostra comparável entre anos e países.

Para tanto, a fim de dar mais confiabilidade à seleção da amostra utilizaram-se os passos sugeridos por Barboza (2008) a fim de aumentar a confiabilidade e reduzir a questão de duplicidade dos dados por país. Portanto, procede-se da seguinte maneira: foram desconsiderados dados com índice de qualidade baixo (na base de dados consta a o nível de qualidade da informação disponibilizada pela própria fonte). Em seguida, foram selecionados os dados de desigualdade de renda baseados na renda familiar e não se consideraram os baseados na renda individual (Segundo Barboza (2008, p. 30), "dentro das famílias há grande transferência de renda entre seus membros, de forma que, se olhássemos dados baseados em indivíduos, muito provavelmente teríamos uma desigualdade acima da real"). E, finalmente, para cada país foi considerado apenas uma única fonte de dados.

Entretanto, no caso dos dados brasileiros foi utilizada a base de dados disponíveis no IPEADATA. A referida série contém dados de 1976 a 2008, exceto para os anos 1980, 1991, 1994 e 2000. Os dados estão disponíveis em: www.ipeadata.gov.br.

Em função da limitação do histórico de dados para o Brasil, também não foi possível utilizar essa variável no pareamento, pois se poderia incorrer em conclusões equivocadas como dizer que dois países são semelhantes por não disporem de informações.

Nível de Educação

A variáveis consideradas no modelo serão: (a) a taxa de analfabetismo (*Analf*), que representa o percentual de não escolarizados (analfabetos) (*Escolar*) na população total e (b) a média de anos de estudo, o qual será representada pela variável escolaridade.

Para manter a homogeneidade da fonte, utilizou-se a base disponibilizada por Barro e Lee (2000) (CID Harvard) que está disponível no *site*: http://www.cid.harvard.edu/ciddata/ciddata.html

Como a referida base possui dados quinqüenais entre 1960-2000, optou-se pela interpolação por meio da técnica *Cubic Spline*, a fim de transformar a série em dados anuais.

Jacinto *et al* (2005) utilizaram, como *proxy* das condições econômicas, a taxa de desemprego, renda média e *status* da educação. A variável *status* da educação foi representada pela escolaridade média medida em médias de anos de estudos e pela taxa de analfabetismo.

Leigh e Jencks (2007) utilizaram a média dos anos de estudos de adultos com 15 anos ou mais, com base nos dados disponibilizados por Barro e Lee (2000) no *site* CID (*Center for International Development*) da Universidade de Harvard.

• Taxa de Desemprego

A variável de taxa de desemprego (*Desemp*) foi obtida na Base de Dados da OECD (*Labour Force Statistics (MEI)*), que possui dados anuais a partir de 1955. Entretanto, alguns países não possuíam a série completa, mas apenas a partir de determinado ano.

Crescimento Econômico

Como *proxy* para o crescimento econômico dos países, foi utilizado, a princípio, dois indicadores: Crescimento do PIB (*Cresc PIB*), e PIB *per capita* (*PIB percapita*).

Para garantir a comparabilidade entre os países e ao longo do tempo, trabalhou-se com a informação do PIB real em dólares com paridade de poder de compra (PPP). Os dados utilizados estavam mensurados em dólares internacionais de 1990 pela metodologia de Geary-Khamis.

Os dados foram coletados da base disponível de Angus Maddison (2006), *Historical Statistics* of the World Economy: 2006, o qual está disponível em: http://www.ggdc.net/maddison/. A referida base contém informações anuais de 162 países entre 1882 e 2006.

• Taxa de Fertilidade

O indicador de fertilidade representa a quantidade média de filhos por mulher, sendo um indicador bastante utilizado, uma vez que está diretamente relacionado ao processo de transição demográfica e indicativo do estágio de desenvolvimento do país.

Foram utilizados os dados disponíveis na Base de dados da OCDE – *Worldwide Statistical Sources* (2009), a qual contempla informações anuais entre 1960 e 2006, para os 22 países da amostra (inclui o Brasil).

5.3 Estimação dos fatores de improvement pela metodologia de CMI

Conforme já comentado, o método CMI *Projection Basis* consiste na projeção da taxa de mortalidade $(q_{x,0})$, a partir da multiplicação pelo Fator Redutor de Mortalidade denominado RF(x,t):

$$q_{xt} = q_{x0} \cdot RF(x,t)$$
 , $t \ge 0$

A formulação utilizada para estimar a tábua AT-2000 para os próximos 35 anos por essa metodologia foi baseada no CMIR 17 com a divulgação da série "92", cujo RF(x,t) é determinado da seguinte maneira:

$$RF(x,t) = \alpha(x) + [1 - \alpha(x)][1 - f(x)]^{t/20}$$

Sendo:

$$\begin{cases} \alpha(x) = c & Para \ x < 60 \\ \alpha(x) = 1 + (1 - c) \frac{(x - 110)}{50} & Para \ 60 \le x \le 110 \\ \alpha(x) = 1 & Para \ x > 110 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = h & Para \ x < 60 \\ f(x) = \frac{(110 - x) \cdot h + (x - 60) \cdot k}{50} & Para \ 60 \le x \le 110 \\ f(x) = k & Para \ x > 110 \end{cases}$$

Em que:

$$c=0,13$$

$$h=0.55$$

$$k=0,29$$

5.4 Impacto da adoção do improvement na obrigação atuarial

Para avaliar o impacto dos métodos de *improvement* aplicados e a tábua AT-2000 pura, faz-se necessária a sua em um portfólio, no caso específico, uma carteira de benefício concedido simulada com 1.000 aposentados. A partir da semente aleatória 123, foram geradas:

- A renda a partir de uma distribuição normal com média de 5.000 e desvio-padrão de 200;
- A idade considerando a parte inteira dos números aleatórios gerados com base na distribuição normal com média de 60 anos e desvio-padrão de 2;
- O sexo a partir da distribuição uniforme sendo considerado do sexo masculino se o número aleatório for menor ou igual à 0,5 e feminino se for maior.

Assim, para comparar o impacto do *improvement*, comparou-se o valor presente esperado dos fluxos de caixa estocásticos das seguintes abordagens:

- AT-2000 pura;
- AT-2000 com *improvement* pelo método de Lee-Carter;
- AT-2000 com improvement pelo método de CMI.

Foram utilizados diferentes cenários de taxas de desconto, a saber: 3%, 4%, 5% e 6% ao ano.

A abordagem de fluxo de caixa estocástico mostra-se mais razoável, pois mesmo que 2 participantes apresentem a mesma idade e sexo, podem possuir rendas diferentes.

Assim, sorteiam-se 1000 números aleatórios, os quais são comparados com as respectivas taxas de mortalidade, considerando o sexo e a idade. Quando o número aleatório é menor que a taxa de mortalidade, considera-se que o participante faleceu no ano e quando é maior, sobreviveu. O participante que sobreviver recebe o valor da renda, sendo o fluxo de pagamento total a somatória das rendas dos participantes sobreviventes. No ano seguinte, gera-se novamente 1000 números aleatórios, sendo a idade do participante acrescida de um ano, o que altera a taxa de mortalidade em que o valor aleatório é comparado, mas, se no ano anterior, já faleceu, não se procede ao cálculo. Repete-se o processo até zerar o fluxo de caixa.

A diferença entre a aplicação da tábua AT-2000 pura para a tábua AT-2000 com *improvement*, independente do método, é que no primeiro a taxa de mortalidade é fixa por idade e sexo (q_x) , enquanto no segundo tem-se um q_x por idade, sexo e ano.

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A fim de comparar o impacto das projeções do método Lee-Carter e CMI, fez-se uso de uma carteira de aposentados simulada, cujo perfil é apresentado na tabela a seguir.

Tabela 20 – Perfil da carteira de aposentados

			•	
			Feminino	Total
Quantidade d	le participantes	485	515	1000
Renda Re	Máximo	5.538,54	5.592,27	5.592,27
	Média	4.991,9	5.005,86	4.999,09
	Mediana	4.988,36	5.000,21	4.991,64
	Mínimo	4.349,67	4.171,09	4.171,09
Danda	Percentil 05	4.700,42	4.682,09	4.689,14
Renda	Percentil 25	4.872,62	4.883,59	4.876,88
	Percentil 75	5.115,37	5.140,28	5.130,68
	Percentil 95	5.294,51	5.334,79	5.318,58
	Percentil 99	5.454,24	5.447,71	5.449,97
	Méximo 5.538,54 5.592,27 Média 4.991,9 5.005,86 Mediana 4.988,36 5.000,21 Mínimo 4.349,67 4.171,09 Percentil 05 4.700,42 4.682,09 Percentil 25 4.872,62 4.883,59 Percentil 95 5.294,51 5.334,79 Percentil 99 5.454,24 5.447,71 Desvio Padrão 190,62 199,63 Máximo 66 65 Média 60 60 Mínimo 53 53 Percentil 05 56 56 Percentil 25 58 58 Percentil 75 61 61 Percentil 99 64 64	199,63	195,34	
	Máximo	66	65	66
	Média	60	60	60
	Mediana	pantes 485 515 5.538,54 5.592,27 4.991,9 5.005,86 4.988,36 5.000,21 4.349,67 4.171,09 1.05 4.700,42 4.682,09 1.25 4.872,62 4.883,59 1.75 5.115,37 5.140,28 1.95 5.294,51 5.334,79 1.99 5.454,24 5.447,71 Padrão 190,62 199,63 66 65 60 60 60 60 1.05 5.6 5.6 5.6 1.25 5.8 1.75 61 1.25 63 1.75 61 61 61 1.95 63 63 63 1.99 64 64 64	60	
	Mínimo	53	53	53
Idada	Percentil 05	56	56	56
Idade	Percentil 25	58	58	58
	Percentil 75	61	61	61
	Percentil 95	63	63	63
	Percentil 99	64	64	64
	Desvio Padrão	2	2	2

Projetou-se o *run-off* do fluxo de caixa do benefício concedido dessa carteira a partir de uma simulação estocástica. Foram realizadas 1.000 simulações, sendo que, a cada rodada, simulava-se participante a participante, ano a ano, até zerar o fluxo de caixa do ano.

É importante observar que, embora a taxa de mortalidade a cada ano para cada idade e sexo seja constante, os participantes possuem rendas diferenciadas, o que ressalta a relevância do processo de simulação, resultando em uma distribuição de probabilidade para o fluxo de caixa, ou seja, é gerado um número aleatório, o qual, se for superior à taxa de mortalidade associada ao sexo e à idade do participante, se considera que esse sobreviverá até próximo ano, caso contrário falecerá no ano.

O gráfico, a seguir, mostra o seu comportamento, considerando a tábua AT-2000 ao longo do tempo, sem qualquer *improvement*.

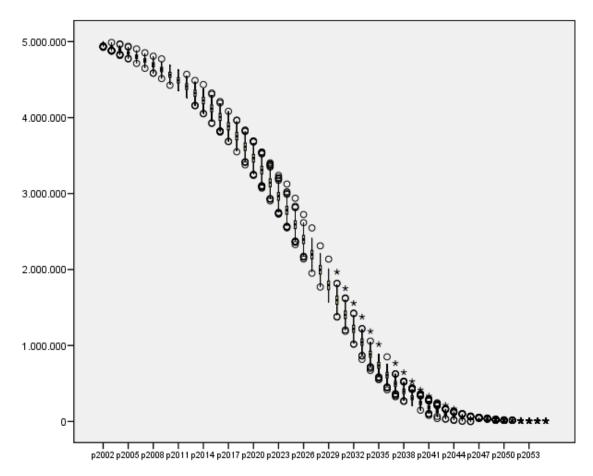


Gráfico 9 - Box-Plot do fluxo de caixa estocástico considerando AT-2000

Para investigar o impacto do *improvement*, comparar-se-á esse resultado com o fluxo de caixa projetado, considerando as principais metodologias de projeção da mortalidade.

A seguir, serão discutidos os resultados da aplicação de cada metodologia de *improvement* sobre a tábua AT-2000.

6.1 Método de Lee-Carter

Conforme explicado no Capítulo de 4 – Métodos de Projeção de Mortalidade, o Método de Lee-Carter requer a existência de um histórico de evolução de tábua de mortalidade para se estimar o parâmetro k_t . No entanto, tal histórico é escasso no Brasil, inviabilizando, por sua

vez, a obtenção direta do parâmetro k_t . Assim, para utilizar essa metodologia foi necessário considerar a experiência da evolução desse parâmetro com base no país mais semelhante que dispõe de histórico suficiente para aplicação do modelo.

Para selecionar o país mais semelhante, fez-uso da técnica de pareamento (*propensity score*). Essa técnica consiste na aplicação de uma regressão logística, cuja variável resposta é categórica: (1) Brasil ou (2) outro país, sendo as variáveis independentes as que melhor explicam a taxa de mortalidade infantil, expectativa de vida ao nascer e o k_t feminino e masculino. A base de dados está estruturada de maneira a apresentar a evolução, ano a ano, das variáveis explicativas de cada país.

Para identificar o vizinho mais próximo pela técnica de pareamento, faz-se uso da probabilidade obtida pela regressão logística de ser Brasil, buscando para cada ano do Brasil o país e o correspondente ano que tem a probabilidade mais semelhante (conceito de "vizinho mais próximo"). O país que se mostrar mais semelhante ao Brasil será utilizado para efetuar a projeção do parâmetro k_t para o *improvement* da tábua AT-2000.

Os países de que se obteve histórico de tábua de mortalidade foram apresentados anteriormente na Tabela 19, cuja amostra contempla informações de 21 países da OCDE.

Depois de selecionado o país, é realizado o estudo de aderência de tábua para identificar qual o ano da tábua de mortalidade daquele país que é correspondente à AT-2000, sendo os anos subsequentes, juntamente com a projeção do parâmetro pela técnica de séries temporais Box-Jenkins ARIMA, utilizados para efetuar o *improvement* da referida tábua de mortalidade.

Antes de aplicar a técnica de pareamento, foram avaliadas as variáveis explicativas que seriam utilizadas para essa finalidade, cuja discussão é apresentada na sequência.

Teste de Médias

Primeiramente, foi avaliado se a média da taxa de mortalidade dos países utilizados no estudo não apresenta diferenças significativas com as do Brasil no período de 1980 a 2006. Para tanto, procedeu-se ao teste de médias de Wilcoxon e de Kruskal-Wallis para a variável taxa de

mortalidade infantil no referido período. A tabela, a seguir, mostra o valor-P do resultado dos testes aplicados.

Tabela 21 - Teste de médias - Wilcoxon e Kruskal-Wallis

	Va	Valor-P			
País	Wilcoxon Two-Sample Test	Kruskal-Wallis Test			
Alemanha	0,3086	0,3068			
Austrália	0,2127	0,2113			
Áustria	0,4140	0,4118			
Bélgica	0,2166	0,2151			
Canadá	0,2179	0,2165			
Dinamarca	0,1858	0,1845			
Espanha	0,7381	0,7353			
Estados Unidos	0,1987	0,1974			
Finlândia	0,2127	0,2113			
França	0,2404	0,2389			
Holanda	0,2127	0,2113			
Hungria	0,8286	0,8256			
Irlanda	0,2909	0,2891			
Itália	0,6208	0,6181			
Japão	0,2544	0,2528			
Noruega	0,2127	0,2113			
Polônia	0,7096	0,7068			
Portugal	0,1267	0,1257			
Reino Unido	0,2127	0,2113			
Suécia	0,2127	0,2113			
Suíça	0,2127	0,2113			

Conforme pode-se observar, os resultados sugerem que não há diferenças significativas entre as médias de taxas de mortalidade infantil dos países relacionados na tabela anterior e a do Brasil ao nível de significância de 5%.

Avaliação preliminar das variáveis

Para projetar o k_t pela técnica estocástica de séries temporais Box-Jenkins ARIMA, é preciso obter uma série histórica da evolução desse parâmetro. No entanto, o histórico da evolução da tábua de mortalidade no Brasil é recente, o que inviabiliza, por sua vez, obter diretamente uma série histórica do parâmetro k_t . Assim, a estratégia utilizada, nesta pesquisa, é utilizar a experiência do país mais semelhante, com base nas variáveis socioeconômicas razoáveis para

explicar a taxa de mortalidade infantil, expectativa de vida ao nascer e k_t feminino e masculino. Nesse sentido, realizou-se um intenso levantamento de variáveis disponíveis em cada país da OCDE.

As variáveis socioeconômicas levantadas foram: fertilidade (Fert), desemprego (Desemp), gastos com saúde (Saúde), índice de gini (Gini), crescimento do PIB (Cresc_Pib), PIB *per capita* (LnPib_cap), índice de analfabetismo (Analf) e índice de escolaridade (Escolar). A quantidade de observações encontrada de cada variável, bem como o mínimo, o máximo, a média, o desvio-padrão e a sua variância estão apresentadas na tabela a seguir.

Tabela 22 - Estatística descritiva das variáveis socioeconômicas

Variáveis	Quantidade de observações	Mínimo	Máximo	Média	Desvio- Padrão	Variância
Fert	804	1,155	4,060	1,818	0,442	0,195
Desemp (%)	768	0,200	24,100	6,329	4,125	17,017
Saúde (%)	286	5,476	15,790	8,809	1,794	3,220
Gini	351	19,600	63,557	33,241	9,761	95,282
Cresc_Pib (%)	1.23	-0,127	0,123	0,035	0,027	0,001
LnPib_cap	1.245	7,422	10,343	9,240	0,615	0,378
Analf (%)	890	0,000	47,500	5,245	8,493	72,138
Escolar	902	1,860	12,050	7,930	2,115	4,475
LnMort_Inf				·		
	1.008	0,875	4,486	2,405	0,727	0,529
LnExp_Tot						
	1.210	4,070	4,415	4,294	0,057	0,003
k_t fem (K_F)	1.161	-128,056	95,744	-6,545	34,567	1.194,887
k_t mas (K_M)	1.161	-85,908	75,497	-5,779	26,882	722,639

Infelizmente, pela pouca quantidade de registros encontrados para as variáveis saúde e gini, essas não foram consideradas nas etapas seguintes.

Além disso, em função da disponibilidade de dados, o período considerado para as regressões foi de 1960 a 2006.

Para as variáveis Analf, Escolar, LnPib_cap e Cresc_Pib, foram testados os seus respectivos valores defasado até 5 anos à semelhança do estudo de Leigh e Jencks (2006), uma vez que os impactos de tais variáveis podem não ser contemporâneos.

Tendo-se em vista que o k_t é um parâmetro obtido com base na tábua de mortalidade, investigou-se não apenas a relação do k_t feminino e masculino, cujo histórico levantado começa em 1950, com as variáveis socioeconômicas, mas também com a taxa de mortalidade infantil e a expectativa de vida ao nascer, a fim de entender se as variáveis que melhor o explicam, também, fazem sentido para tais variáveis. Portanto, nessa etapa, foram testadas as seguintes variáveis como variáveis dependentes: (a) logaritmo neperiano da taxa de mortalidade infantil; (b) logaritmo neperiano da expectativa de vida ao nascer; (c) k_t feminino e (d) k_t masculino.

A tabela, a seguir, mostra a disponibilidade de informação das variáveis socioeconômicas levantadas para o Brasil:

Tabela 23 - Disponibilidade histórica de variáveis socioeconômicas para o Brasil

	Disponibilidad		
País	Ano mínimo Ano máximo		Variável
Brasil	1980	2006	Fert
Brasil	1981	2008	Desemp
Brasil	1995	2007	Saude
Brasil	1976	2008	Gini
Brasil	1951	2006	Cresc_Pib
Brasil	1950	2006	LnPib_cap
Brasil	1960	2000	Analf
Brasil	1960	2000	Escolar

Dado que foram testadas algumas variáveis defasadas até 5 anos, por vezes, deparou-se com a existência de *missing values*. Nessas situações, os valores foram zerados e criados *dummy* de controle para capturar o efeito de ausência de informação.

Para as variáveis que foram construídas, as defasagens de até 5 anos, como estariam correlacionadas, primeiramente, foram testadas regressões individuais com cada defasagem e escolhida aquela que apresentou o maior R² ajustado. Após a pré-seleção das potenciais variáveis, foi testado o modelo de regressão múltipla com o método de seleção *Stepwise*.

Assim, para cada variável dependente, foram testadas as variáveis que mostraram maior poder explicativo com a variável resposta, conforme quadro a seguir:

Quadro 4 - Variáveis com maior poder explicativo em relação às variáveis dependentes

	Quadro 4 - Variaveis com maior poder expilcativo em relação as variaveis dependentes					
	Mortalidade infantil	Expectativa de vida ao nascer	$oldsymbol{k}_t$ feminino	\boldsymbol{k}_t masculino		
	Fert	Fert	Fert	Fert		
70	Desemp	Desemp	Desemp	Desemp		
veis	Analf	def5Analf	Def5Analf	def5Analf		
Variáveis	def5Escolar	def5Escolar	def5Escolar	def5Escolar		
>	def5_LnPib_cap	def1LnPib_cap	def5_LnPib_cap	def5_LnPib_cap		
	def1_Cresc_Pib def5_Cre		def5_Cresc_Pib	def5_Cresc_Pib		
de .	d_Fert	d_Fert	d_Fert	d_Fert		
controle	d_Desemp	d_Desemp	d_Desemp	d_Desemp		
y de cont missing	d_Analf	d_def5Analf	d_def5Analf	d_def5Analf		
' de miss	d_def5Escolar	d_def5Escolar	d_def5Escolar	d_def5Escolar		
Dummy de miss	d_def5_LnPib_cap	d_def1LnPib_cap	d_def5_LnPib_cap	d_def5_LnPib_cap		
Dur	d_defl_Cresc_Pib	d_def5_Cresc_Pib	d_def5_Cresc_Pib	d_def5_Cresc_Pib		

Obs.: def5Escolar = Escolaridade defasada em 5 anos; def5Analf = Taxa de analfabetismo defasada em 5 anos; def1LnPib_cap = LnPib per capita defasado em 1 ano; def5_LnPib_cap = LnPib per capita defasado em 5 anos; def1 Cresc Pib = Crescimento do PIB defasado em 1 ano; def5 Cresc Pib = Crescimento do PIB defasado em 5 anos.

A seguir, serão mostrados os resultados dos modelos finais de regressão com cada variável dependente mencionada. Vale destacar que as regressões foram realizadas considerando o método de correção de heterocedasticidade de White ou também chamado de regressão robusta (Fávero *et al*, 2009).

A) Variável dependente: logaritmo neperiano da taxa de mortalidade infantil

A tabela, a seguir, mostra o resultado do teste ANOVA.

Tabela 24 - Teste ANOVA - modelo logaritmo neperiano da taxa de mortalidade infantil

		Sum of	Mean		
Source	DF	Squares	Squares	F Valor	Pr > F
Model	10	447.58127	44.75813	525.33	<.0001
Error	997	84.94421	0.0852		
Corrected					
Total	1007	532.52548			
		100000	l	1	

O resultado do teste ANOVA sugere que o modelo é significativo ao nível de 5% de significância.

Em seguida, são apresentados os valores dos coeficientes das variáveis que entraram no modelo. Cabe destacar que a variável LnPib_cap mais significativa foi a defasada em cinco anos (def5 LnPib cap).

Tabela 25 - Output do modelo de regressão (logaritmo neperiano da taxa de mortalidade infantil)

•		Parâmetros				Variance
Variável	DF	Estimados	Erro-Padrão	Valor t	Pr > t	Infation
Intercepto	1	8.78418	0.28693	30.61	<.0001	0
Fert	1	0.39388	0.02747	14.34	<.0001	6.25537
Desemp	1	-0.01781	0.00277	-6.43	<.0001	1.93216
Analf	1	0.01468	0.00158	9.28	<.0001	1.32843
def5_LnPib_cap	1	-0.75981	0.02735	-27.78	<.0001	5.38793
def1_Cresc_Pib	1	-1.61004	0.38573	-4.17	<.0001	1.22334
d_Fert	1	1.13035	0.06629	17.05	<.0001	8.57579
d_Desemp	1	-0.04933	0.02856	-1.73	0.0844	2.05894
d_Analf	1	-0.29275	0.02894	-10.12	<.0001	1.17092
d_def5_LnPib_cap	1	-6.98851	0.28048	-24.92	<.0001	3.67872
d_defl_Cresc_Pib	1	0.0327	0.29322	0.11	0.9112	1.00815

Obs.: Fert = Fertilidade; Desemp = Desemprego; Analf = Taxa de analfabetismo; def5_LnPib_cap = LnPib per capita defasado em 5 anos; def1_Cresc_Pib = Crescimento do PIB defasado em 1 ano; d_Fert = dummy para controle de missing da variável fertilidade; d_Desemp = dummy para controle de missing da variável desemprego; d_Analf = dummy para controle de missing da variável Analfabetismo; d_def5_LnPib_cap = dummy para controle de missing da variável LnPib per capita defasado em 5 anos; d_def1_Cresc_Pib = dummy para controle de missing da variável Crescimento do PIB defasado em 1 ano.

Como é possível observar, as *dummies* referentes ao desemprego (d_Desemp) e ao crescimento do PIB defasado de 1 ano (d_def1_Cresc_Pib) não se mostraram significativas. No entanto, como essas *dummies* são apenas para controle de *missing* das variáveis originais, foram mantidas no modelo. Além disso, é importante ressaltar que o modelo não apresentou problema de multicolinearidade pelo *Inflation Value*. Também foram efetuados testes de normalidade dos resíduos, sendo os resultados apresentados na tabela seguinte.

Tabela 26 - Teste de normalidade dos resíduos (logaritmo neperiano da taxa de mortalidade infantil)

Teste	Estatística		P-Valor	
Shapiro-Wilk	W	0.997506	Pr < W	0.127
Kolmogorov-Smirnov	D	0.025563	Pr < D	0.108
Cramer-von Mises	W-Sq	0.10674	Pr < W-Sq	0.094
Anderson-Darling	A-Sq	0.649303	Pr < A-Sq	0.092

Conforme se pode observar com base na tabela anterior, todos os testes efetuados não sugerem a rejeição da hipótese nula de normalidade dos resíduos ao nível de significância de 5%.

Embora o R² ajustado do modelo tenha sido de 0,8389, observou-se problema de autocorrelação dos resíduos de primeira ordem pelo teste de Durbin Watson.

B) Variável dependente: logaritmo neperiano da expectativa de vida ao nascer

A tabela seguinte mostra o resultado do teste ANOVA, o qual sugere que o modelo é significativo.

Tabela 27 - Teste ANOVA - modelo logaritmo neperiano da expectativa de vida ao nascer

			Mean		
Source	DF	Sum of Square	Square	F Valore	Pr > F
Model	4	2.28063	0.57016	407.51	<.0001
Error	1205	1.68595	0.0014		
Corrected					
Total	1209	3.96657			

A tabela, a seguir, apresenta os valores dos coeficientes das variáveis que entraram no modelo.

Tabela 28 - Output do modelo de regressão (logaritmo neperiano da expectativa de vida ao nascer)

		Parâmetros				Variance
Variável	DF	Estimados	Erro-Padrão	Valor t	Pr > t	Infation
Intercepto	1	4.36301	0.00937	465.55	<.0001	0
Fert	1	-0.05188	0.00319	-16.24	<.0001	7.69381
def5Escolar	1	0.00631	0.0006728	9.37	<.0001	6.10818
d_Fert	1	-0.15126	0.00703	-21.51	<.0001	9.60154
d_def5Escolar	1	0.02936	0.00614	4.78	<.0001	6.39353

Obs.: Fert = Fertilidade; def5_Escolar = Escolaridade defasada em 5 anos; d_Fert = dummy para controle de missing da variável fertilidade; d_ def5_Escolar = Escolaridade defasada em 5 anos = dummy para controle de missing da variável escolaridade.

Também foram testadas a presença de multicolinearidade pelo *Inflation value*, a normalidade dos resíduos pelos testes de Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises, Anderson-Darling e a autocorrelação dos resíduos pelo teste de Durbin Watson.

À semelhança do modelo anterior, esse apresentou problema de autocorrelação dos resíduos de primeira ordem, embora o R² ajustado tenha sido de 0,5736.

Também foram efetuados testes de normalidade dos resíduos, sendo os resultados apresentados na tabela seguinte.

Tabela 29 - Teste de normalidade dos resíduos (logaritmo neperiano da expectativa de vida ao nascer)

Teste	Es	tatística	P-Valor		
Shapiro-Wilk	W	0.967758	Pr < W	0	
Kolmogorov-Smirnov	D	0.066675	Pr > D	< 0.010	
Cramer-von Mises	W-Sq	1.324874	Pr > W-Sq	< 0.005	
Anderson-Darling	A-Sq	8.064565	Pr > A-Sq	< 0.005	

Conforme se pode observar com base na tabela anterior, os testes efetuados sugerem a rejeição da hipótese nula de normalidade dos resíduos ao nível de significância de 5%. No entanto, embora tenha apresentado problema de normalidade e autocorrelação dos resíduos, trata-se apenas de uma análise preliminar para a seleção das variáveis a serem testadas no modelo de pareamento, ou seja, o objetivo dessas regressões não é fazer nenhuma inferência quanto aos resultados, mas somente quais variáveis apresentam alguma correlação com a variável resposta.

C) Variável dependente: k_t feminino

À semelhança dos resultados anteriores, a tabela, a seguir, mostra o resultado do teste ANOVA da regressão, considerando como variável dependente o k_t feminino.

Tabela 30 - Teste ANOVA – modelo k_t feminino

		Sum of	Mean		
Source	DF	Squares	Square	F Valor	Pr > F
Model	10	621598	62160	219.01	<.0001
Error	954	270772	283.82798		
Corrected					
Total	964	892370			

O resultado do teste ANOVA sugere que o modelo é significativo ao nível de 5%.

A seguir, são apresentados os coeficientes estimados e o *Inflation Value* da regressão, cujo R² ajustado foi 0,6934.

Tabela 31 – Output do modelo de regressão (k_t feminino)

Variável	DF	Parâmetros Estimados	Erro- Padrão	Valor t	Pr > t	Variance Infation
Intercepto	1	135.89362	16.7822	8.1	<.0001	0
Fert	1	24.45013	1.79622	13.61	<.0001	7.2758
Desemp	1	-1.78963	0.16218	-11.03	<.0001	1.8783
def5Analf	1	-0.59854	0.1172	-5.11	<.0001	1.84755
def5Escolar	1	-1.89878	0.4529	-4.19	<.0001	6.77174
def5_LnPib_cap	1	-18.6369	1.70034	-10.96	<.0001	6.0258
d_Fert	1	69.72901	4.19312	16.63	<.0001	10.17789
d_Desemp	1	-8.22614	1.64131	-5.01	<.0001	1.9971
d_def5Analf	1	1.05075	4.94573	0.21	0.8318	8.86052
d_def5Escolar	1	-13.50897	6.39715	-2.11	0.035	13.49206
d_def5_LnPib_cap	1	-165.51112	16.92906	-9.78	<.0001	4.02223

Obs.: Fert = Fertilidade; Desemp = Desemprego; def5_Analf = Taxa de Analfabetismo defasada em 5 anos; def5_Escolar = Escolaridade defasada em 5 anos; def5_LnPib_cap = LnPib per capita defasado em 5 anos; d_Fert = dummy para controle de missing da variável fertilidade; d_Desemp = dummy para controle de missing da variável desemprego; d_def5Analf = dummy para controle de missing da variável Taxa de Analfabetismo defasada em 5 anos; d_ def5_Escolar = dummy para controle de missing da variável Escolaridade defasada em 5 anos; d_ def5_LnPib_cap = dummy para controle de missing da variável LnPib per capita defasado em 5 anos.

Embora a *dummy* d_def5Analf não tenha se mostrado significativa, optou-se por deixá-la no modelo por se tratar de uma variável de controle de *missing*. Além disso, o *Inflation Value* das *dummies* d_Fert e d_def5Escolar sugere que essas variáveis podem apresentar algum problema de multicolinearidade com outras variáveis do modelo. O problema de multicolinearidade pode propiciar alguma distorção nos sinais das variáveis, mas como o objetivo é somente investigar quais variáveis apresentam indícios de que são significativas para explicar a variável dependente, não se preocupou com esse ponto.

Tabela 32 - Teste de normalidade dos resíduos (k_t feminino)

Teste	Es	tatística	P-Valor	
Shapiro-Wilk	W	0.95317	Pr < W	< 0.0001
Kolmogorov-Smirnov	D	0.063074	Pr > D	< 0.0100
Cramer-von Mises	W-Sq	1.480025	Pr > W-Sq	< 0.0050
Anderson-Darling	A-Sq	8.930361	Pr > A-Sq	< 0.0050

Conforme se pode observar com base na tabela anterior, os testes efetuados sugerem a rejeição da hipótese nula de normalidade dos resíduos ao nível de significância de 5%.

D) Variável dependente: k_t masculino

A seguir, é apresentado o resultado do teste ANOVA da regressão, considerando como variável dependente o k_t masculino, na qual observa-se que o modelo é significativo.

Tabela 33 - Teste ANOVA - Modelo k_t masculino

Source	DF	Sum of Square	Mean Square	F Valor	Pr > F
Model	10	356959	35696	121.58	<.0001
Error	954	280103	293.60914		
Corrected					
Total	964	637062			

A tabela, a seguir, mostra os coeficientes da regressão estimada, considerando como variável dependente o k_t masculino.

Tabela 34 – Output do modelo de regressão (k_t masculino)

Variável	DF	Parâmetros Estimados	Erro-Padrão	Valor t	Pr > t	Variance Infation
Intercepto	1	159.28542	17.06892	9.33	<.0001	0
Fert	1	16.35052	1.82691	8.95	<.0001	7.2758
Desemp	1	-1.30868	0.16495	-7.93	<.0001	1.8783
def5Analf	1	-0.93124	0.1192	-7.81	<.0001	1.84755
def5Escolar	1	-3.31896	0.46064	-7.21	<.0001	6.77174
def5_LnPib_cap	1	-17.67707	1.72939	-10.22	<.0001	6.0258
d_Fert	1	42.76481	4.26476	10.03	<.0001	10.17789
d_Desemp	1	-6.00791	1.66935	-3.6	0.0003	1.9971
d_def5Analf	1	-8.22293	5.03022	-1.63	0.1024	8.86052
d_def5Escolar	1	-21.2068	6.50644	-3.26	0.0012	13.49206
d_def5_LnPib_cap	1	-160.63462	17.21829	-9.33	<.0001	4.0222

Obs.: Fert = Fertilidade; Desemp = Desemprego; def5_Analf = Taxa de Analfabetismo defasada em 5 anos; def5_Escolar = Escolaridade defasada em 5 anos; def5_LnPib_cap = LnPib per capita defasado em 5 anos; d_Fert = dummy para controle de missing da variável fertilidade; d_Desemp = dummy para controle de missing da variável desemprego; d_def5Analf = dummy para controle de missing da variável Taxa de Analfabetismo defasada em 5 anos; d_ def5_Escolar = dummy para controle de missing da variável Escolaridade defasada em 5 anos; d_ def5_LnPib_cap = dummy para controle de missing da variável LnPib per capita defasado em 5 anos.

À semelhança da análise anterior, manteve-se no modelo, *dummies* que tiveram *Inflation Value* maior que 10, o que sugere a existência de multicolinearidade. Mas, como o objetivo se restringe a identificar se as variáveis candidatas selecionadas fazem sentido para explicar a variável dependente em questão, não se preocupou com os sinais dos coeficientes.

O R² ajustado do modelo foi 0,5557, mas não deve ser levado em consideração, pois o modelo apresentou problema de normalidade e autocorrelação dos resíduos, conforme se observa na tabela a seguir.

Tabela 35 - Teste de normalidade dos resíduos (k_t masculino)

Teste	Es	tatística	P-Valor		
Shapiro-Wilk	W	0.95871	Pr < W	< 0.000	
Kolmogorov-					
Smirnov	D	0.07873	Pr > D	< 0.0100	
Cramer-von Mises	W-Sq	1.79790	Pr > W-Sq	< 0.0050	
Anderson-Darling	A-Sq	10.86144	Pr > A-Sq	< 0.0050	

Pareamento

Como mencionado, a técnica de pareamento consiste na identificação do "vizinho mais próximo" em termos de probabilidade da regressão logística. Para selecionar as variáveis explicativas e as respectivas defasagens, foi dada preferência às variáveis que melhor explicam o k_t feminino e masculino e, em seguida, a mortalidade infantil e expectativa de vida ao nascer. O Quadro 5 a seguir sintetiza as variáveis utilizadas em cada modelo.

Quadro 5 - Resumo das variáveis utilizadas em cada modelo

Mortalidade infantil	Expectativa de vida ao nascer	k_t feminino	k_t masculino	Pareamento
Fert	Fert	Fert	Fert	def5Escolar
Analf	def5Escolar	Desemp	Desemp	def5_LnPib_cap
Def5_LnPib_cap	d_Fert	def5Analf	def5Analf	Fert
Desemp	d_def5Escolar	def5Escolar	def5Escolar	def5Analf
Def1_Cresc_Pib		def5_LnPib_cap	def5_LnPib_cap	Desemp
d_Fert		d_Fert	d_Fert	def1_Cresc_Pib
d_Analf		d_Desemp	d_Desemp	d_def5Escolar
d_def5_LnPib_cap		d_def5Analf	d_def5Analf	d_def5_LnPib_cap
d_Desemp		d_def5Escolar	d_def5Escolar	d_Fert
d_defl_Cresc_Pib		d_def5_LnPib_cap	d_def5_LnPib_cap	d_def5Analf
				d_Desemp
				d_def1_Cresc_Pib

Obs.: Fert = Fertilidade; Desemp = Desemprego; def5_Analf = Taxa de Analfabetismo defasada em 5 anos; def5_Escolar = Escolaridade defasada em 5 anos; def5_LnPib_cap = LnPib per capita defasado em 5 anos; def1_Cresc_Pib = Crescimento do PIB defasado em 1 ano; d_Fert = dummy para controle de missing da variável fertilidade; d_Desemp = dummy para controle de missing da variável desemprego; d_def5Analf = dummy para controle de missing da variável Taxa de Analfabetismo defasada em 5 anos; d_def5_Escolar = dummy para controle de missing da variável Escolaridade defasada em 5 anos; d_def5_LnPib_cap = dummy para controle de missing da variável LnPib per capita defasado em 5 anos, d_def1_Cresc_Pib = dummy para controle de missing da variável Crescimento do PIB defasado em 1 ano.

Para melhor entender o método de pareamento, faz-se necessário um exemplo. Suponha que a probabilidade de ser Brasil para o registro "Brasil em 1977" seja de 0,4030835748. Busca-se o outro país em qualquer data que tenha a probabilidade mais próxima desse valor, sendo, no caso específico, "Portugal em 1973", cuja probabilidade era de 0,4033773095.

Desde 1960 a 2006, têm-se 47 registros, sendo a distribuição de frequência do país considerado como o vizinho mais próximo para cada ano mostrado na Tabela 36:

Tabela 36 – Resultado do pareamento – distribuição de frequência do país considerado vizinho mais

próximo					
Par (Vizinho mais próximo)	Total				
Canadá	6				
Irlanda	3				
Itália	1				
Portugal	34				
Espanha	3				
Total geral	47				

Conforme se pode observar, o país mais semelhante ao Brasil dentre os de que se tinha informação disponível para estimação do parâmetro k_t e das variáveis explicativas utilizadas no pareamento foi Portugal.

Para se ter uma ideia da adequação do pareamento, é apresentado, a seguir, um gráfico que mostra a distribuição do escore da regressão logística por percentil antes e após o pareamento, comparando-se com o escore do Brasil.

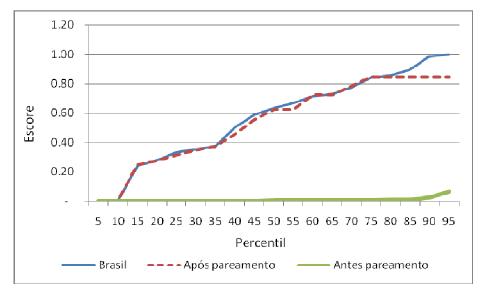


Gráfico 10 - Adequação do pareamento - distribuição do escore da regressão logística

Em seguida, procedeu-se a um teste de aderência para escolher o ano de referência de mortalidade de Portugal que melhor reflete o estágio atual da mortalidade adotada pelos planos privados de previdência complementar no Brasil, considerando a tábua AT-2000 como referência. Vale destacar que a maior parte das EAPCs já adotam a AT-2000 como tábua mínima na constituição dos planos novos. Sendo assim, o parâmetro assumido como estágio atual da mortalidade dos participantes de planos privados no Brasil será a AT-2000.

Para se verificar a aderência da tábua de mortalidade de Portugal com a AT-2000, aplicou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov. Assim, fez-se o estudo de aderência ano a ano com a tábua de Portugal, até encontrar o ano que melhor se adere ao estágio atual dos planos privados de aposentadoria no Brasil. Com base nos resultados do teste, a tábua de mortalidade de Portugal, em 2002, foi aderente à tábua AT construída em 2000. No caso, o *p-value* foi de 0,1164 para o sexo masculino e 0,9967 para o feminino.

Em seguida, buscou-se projetar a tendência de mortalidade segregada por sexo por meio da técnica de Box-Jenkins ARIMA.

O modelo demográfico de Lee-Carter (1992) foi ajustado aos dados disponíveis de Portugal no período de 1950 a 2007. Os resultados foram analisados por sexo, para preservar a diferença na expectativa de vida entre homens e mulheres.

Foram estimados os parâmetros α_x , β_x e k_t de acordo com metodologia proposta por Lee-Carter e, posteriormente foi projetado o k_t para 30 anos à frente.

Os parâmetros $\hat{\alpha}_x$ e $\hat{\beta}_x$ obtidos pelo modelo proposto estão representados nos gráficos a seguir.

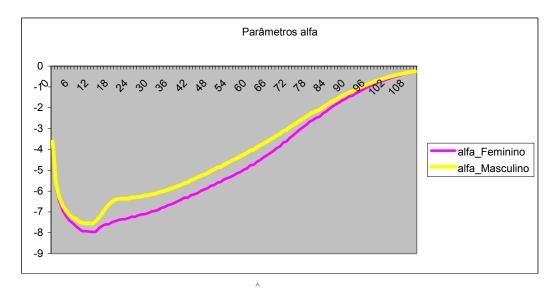


Gráfico 11 - Coeficientes α_x estimados por sexo (1950-2007)

O Gráfico 11 dos parâmetros α_x estimados mostra que a curva referente ao sexo masculino encontra-se acima da curva do feminino, o que significa que a mortalidade entre os homens é maior que nas mulheres, em média, o que é coerente com a literatura.

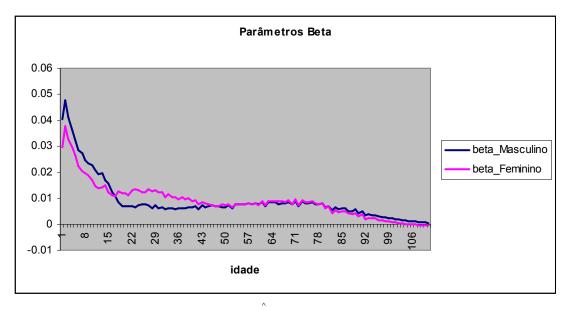


Gráfico 12 - Coeficientes β_x estimados por sexo (1950-2007)

Os parâmetros estimados β_x , os quais descrevem as alterações na mortalidade na idade x em resposta às alterações no nível geral de mortalidade k_t , mostram que "se $\hat{\beta}_x$ é pequeno,

conclui-se que as taxas de morte variam pouco quando o nível geral de mortalidade se altera, o que é o caso da mortalidade nas idades mais avançadas" (SANTOS, 2007).

Observe-se pelo Gráfico 12, no caso das mulheres, quanto menor a idade, maior é a sensibilidade à variação no parâmetro k_t , resultantes semelhantes foram encontrados no caso masculino.

Os parâmetros k_t reestimados estão demonstrados no gráfico a seguir.

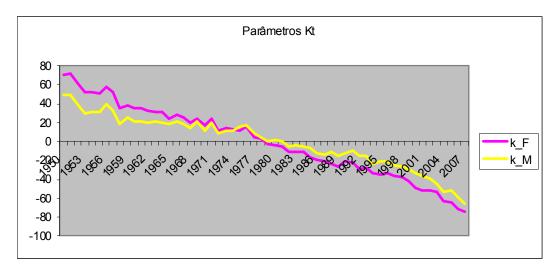


Gráfico 13 - Coeficientes k_t estimados por sexo (1950-2007)

No gráfico anterior, pode-se observar o comportamento das estimativas de k_t para os sexos masculino e feminino, respectivamanente K_M e K_F, para o período de 1950 a 2007. Observe-se seu declínio em ambos os sexos, o que corrobora a expectativa inicial de queda na taxa de mortalidade ao longo dos anos.

Após a estimação dos parâmetros k_t para ambos os sexos, será realizada a modelagem de séries temporais pela metodologia Box-Jenkins ARIMA.

Antes de proceder à estimação do método de Box-Jenkins ARIMA, aplicou-se os testes de raiz unitária mostrados na sequência.

Testes de Raízes Unitárias

Foi aplicado dois testes de raízes unitárias para as variáveis K_F e K_M: DP – Dickey e Pantula e ADF – Dickey e Fuller Ampliado, DF. O teste Dickey Pantula (DP), ao contrário do teste DF, possibilita testar a existência de mais de uma raiz unitária.

De acordo com Fava in Vasconcellos e Alves (2000, p. 248), o teste DP tem o seguinte procedimento:

[...] realiza-se uma sequência de testes, começando pelo maior número de raízes unitárias presumido, e reduz-se esse número de um em um cada vez que a hipótese nula H_0 : existem d raízes unitárias for rejeitada. O procedimento termina quando H_0 não for rejeitada ou quando a última hipótese nula H_0 : existe uma raiz unitária também for rejeitada.

Foi considerada, inicialmente, a existência de, no máximo, duas raízes unitárias, sendo estimado na primeira etapa a seguinte equação de regressão por MQO:

$$\Delta^{2} y_{t} = \alpha + \beta_{1} \Delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \delta_{i} \Delta^{2} y_{t-i} + \varepsilon_{t}$$
(6.1)

A hipótese, inicialmente testada, foi se $\beta_1=0$, portanto, existem duas raízes unitárias. Se essa hipótese for rejeitada, ao nível de significância de 5%, será estimado o seguinte modelo:

$$\Delta^{2} \mathbf{y}_{t} = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}_{1} \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \boldsymbol{\beta}_{2} \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \boldsymbol{\delta}_{i} \Delta^{2} \mathbf{y}_{t-i} + \boldsymbol{\varepsilon}_{t}$$
(6.2)

Busca-se com a regressão anterior, testar a existência de duas raízes unitárias. Nesse caso, a hipótese testada é de que $\beta_2=0$ e, $\beta_1<0$ e, caso não for rejeitada a hipótese nula, indicará a presença de uma raiz.

Além disso, deve-se levar em conta na estimação da regressão, o número de defasagens necessárias (k) a fim de que o modelo não apresente autocorrelação nos resíduos. A Tabela 37, a seguir, mostra os resultados dos testes efetuados.

Tabela 37 - Resultado do teste DP					
Variável	Dickey e Pantula				
$\mathbf{K}_{\mathbf{F}}(^{\Delta^{2}}y_{t})$	Etapa 1	Etapa 2			
Δy_{t-1}	-7.01517	-7.12219			
y_{t-1}		1.123999			
Constante	-5.94898	-6.02506			
Defasagens de $\Delta^2 y_t$	3	3			
$\frac{1}{\mathbf{K}_{\mathbf{M}}(\Delta^{2}y_{t})}$	Etapa 1	Etapa 2			
Δy_{t-1}	-5.32169	-6.3766			
y_{t-1}		1.338109			
Constante	-6.02506	-3.66519			
Defasagens de $\Delta^2 y_t$	2	1			

Para as duas variáveis foram testados os modelos com os termos deterministas e utilizando como comparação a tabela de valores críticos $\tau_{\alpha\mu}$ de Dickey e Fuller (1981). O valor crítico proposto pelos autores, $\tau_{\alpha\mu}$ considerando uma amostra de 50 observações, tem-se o valor de 2,56. Portanto, a constante foi significativa em todas as variáveis.

Conforme se observa na tabela anterior, na primeira etapa, como a estatística t é menor que o valor crítico dado por MacKinnon (-2,91), ao nível de significância de 5%, os resultados sugerem a rejeição de H0, cabendo testar no segundo passo a existência de uma raiz unitária. Na segunda etapa, observa-se para as duas variáveis a não rejeição da hipótese nula de uma raiz unitária.

Em seguida ao teste DP, foi utilizado o teste Dickey Fuller Ampliado (ADF), elaborado em Dickey e Fuller (1979,1981). Esse teste tem por hipótese nula a existência de uma raiz unitária contra a hipótese alternativa de não haver qualquer raiz unitária. O modelo é baseado na seguinte equação:

$$\Delta y_{t} = \alpha + \beta \cdot t + \gamma \cdot y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \delta_{i} \Delta y_{t-1} + \varepsilon_{t}$$

Para as duas variáveis foram testadas (1) com constante e tendência, (2) com constante e (3) sem constante e sem tendência.

Foi utilizado o critério manual de seleção, considerando no máximo 12 defasagens e reduzindo-a até a maior defasagem que seja significante e que não possua autocorrelação dos resíduos. Os resultados estão apresentados a seguir:

Tabela 38 - Resultados do teste ADF

		Modelos	
Variável K_F	(1)	(2)	(3)
Tendência	-3.071		
Constante	2.959	-1.695	
Defasagens	10	7	7
Prob	0.149	0.993	0.834
Variável K_M	(1)	(2)	(3)
Tendência	0.878		
Constante	-1.455	-4.767	
Defasagens	4	4	10
Prob	1.000	1.000	0.975

Conforme se pode observar na Tabela 38, os testes ADF os resultados sugerem a não rejeição da hipótese nula da presença de uma raiz unitária.

Em relação a tendência linear e da constante para cada variável, comparou-se a estatística teste com o valor crítico das tabela $^{\tau_{\beta\tau}}$ (2,81) e $^{\tau_{\alpha\tau}}$ (2,56) de Dickey e Fuller (1981), para um nível de confiança de 95% e uma amostra de 50 observações.

Assim, o teste individual indicou significância da tendência para a variável K_F e significância da constante para a variável k_M, mas como não houve diferença na interpretação dos testes em função dos termos deterministas, não se procedeu aos testes conjuntos.

Metodologia Box-Jenkins

A primeira etapa da metodologia é a identificação, que tem por objetivo identificar os componentes (AR, I, MA), bem como as respectivas ordens que melhor descrevem o comportamento da série.

Lee e Carter (1992) utilizaram a metodologia Box-Jenkins para a projeção da mortalidade nos EUA, selecionando um modelo ARIMA (0,1,0), ou seja, um passeio aleatório com termo constante.

A fim de avaliar a capacidade de previsão dos modelos, as últimas cinco observações serão excluídas da estimação, para, posteriormente, serem utilizados na comparação. Assim, a amostra estimada contempla as observações de 1950 a 2002.

Para tentar identificar qual o melhor modelo que representa cada série, estimaram-se 13 modelos, cujos resultados estão apresentados na Tabela 39 a seguir.

Tabela 39 - Resumo dos modelos testados para a variável k_t feminino

Tabela 39 - Resumo dos modelos testados para a variável ** feminino						
ARIMA	σ_{ϵ}	SC	AIC	P[Q(6)]	P[Q(12)]	Parâmetros não- significativos
						-10%
(1,1,0)	4.531929	5.974356	5.898598	0.050	0.058	
(2,1,0)	4.426618	5.985995	5.871273	0.020	0.015	φ ₂
(3,1,0)	4.201402	5.941256	5.786821	0.121	0.043	ф _{2, ф3}
(4,1,0)	3.710165	5.753279	5.558362	0.197	0.099	
(5,1,0)	3.783077	5.853885	5.617696	0.082	0.036	φ5
(0,1,1)	4.308272	5.871701	5.796653	0.097	0.071	
(0,1,2)	4.324862	5.935171	5.822599	0.069	0.040	θ_2
(1,1,1)	4.529818	6.0299	5.916263	0.057	0.052	ф1,
(1,1,3)	4.513255	6.134203	5.944809	0.045	0.058	φ1, θ1, θ2, θ3

Entretanto, 4 modelos não foram reportados na tabela acima, pois não atenderam à condição de invertibilidade do componente MA, a saber: ARIMA(2,1,2), ARIMA(2,1,3), ARIMA(2,1,1) e ARIMA(1,1,2).

O modelo selecionado foi obtido em função da autocorrelação dos resíduos, significância dos coeficientes ao nível de 10% (a partir do modelo ARIMA apresentado na fórmula (5.1)) e critérios de informação (SC e AIC).

Observe-se na tabela anterior, que, dentre os modelos testados para a variável k_t feminino, foi escolhido o ARIMA (4,1,0), por possuir os menores AIC e SBC e maior significância da estatística de Q de Ljung Box.

A seguir, têm-se os resultados dos modelos utilizados para a variável k_t masculino. Vale destacar, que, também, o melhor modelo foi o ARIMA (4,1,0), como a variável k_t feminino.

Tabela 40 - Resumo dos modelos testados para a variável k_t masculino

	Tabela 40 - Resumo dos modelos testados para a variável "t masculino							
ARIMA	σ_{ϵ}	SC	AIC	P[Q(6)]	P[Q(12)]	Parâmetros não- significativos -10%		
(1,1,0)	4.63694	6.02017	5.944414	0.115	0.198			
(2,1,0)	4.51898	6.0273	5.912574	0.057	0.089	ϕ_2		
(3,1,0)	4.28298	5.97972	5.825281	0.228	0.120	ф _{2, ф} 3		
(4,1,0)	3.98446	5.89593	5.701011	0.394	0.619			
(5,1,0)	4.06084	5.99559	5.759402	0.125	0.499	ф _{2, ф} 5		
(0,1,1)	4.5009	5.95918	5.884134	0.229	0.244			
(0,1,2)	4.53217	6.02881	5.916238	0.173	0.155	θ_2		
(1,1,1)	4.6586	6.08597	5.972328	0.162	0.184	ф1,		
(1,1,3)	4.62031	6.18109	5.991693	0.162	0.341	φ1, θ1, θ2		

Vale destacar que o modelo ARIMA(1,1,2) testado para a variável k_t masculino não atendeu a condição de invertibilidade. Em relação à etapa de estimação, o qual busca a estimação dos p parâmetros $\phi(B)$, os q parâmetros do polinômio $\theta(B)$ e a variância σ_{ϵ}^2 do modelo

identificado estimado por MQO. O modelo escolhido para o sexo feminino possui os seguintes parâmetros:

Tabela 41 - Parâmetros estimados para k_t feminino

Tubela ii Tulumeti os estimados para Telimino					
Variável	Coeficiente	Erro-padrão	Estatística t	Prob.	
С	-2.207638	0.188419	-11.71662	0	
AR(1)	-0.632519	0.131656	-4.804325	0	
AR(2)	-0.390263	0.140713	-2.773469	0.0082	
AR(3)	-0.366801	0.13427	-2.731819	0.0091	
AR(4)	-0.456261	0.122046	-3.738443	0.0005	

A seguir, são apresentados os parâmetros k_t masculino.

Tabela 42 - Parâmetros estimados para k_t masculino

Variável	Coeficiente	Erro-padrão	Estatística t	Prob.
С	-1.490833	0.222843	-6.690068	0
AR(1)	-0.603519	0.139438	-4.328219	0.0001
AR(2)	-0.279825	0.147738	-1.894068	0.065
AR(3)	-0.326494	0.13682	-2.386305	0.0215
AR(4)	-0.373937	0.126435	-2.957547	0.005

Cabe destacar que os dois modelos consideraram a constante como significativa. A tendência linear, também, foi testada, mas não se mostrou significativa.

A terceira etapa, chamada de "Diagnóstico ou Verificação", tem por objetivo verificar se o modelo estimado é adequado. De acordo com Fava *in* Vasconcellos e Alves (2000, p.219), as formas de verificação mais comumente consideradas são: análise dos resíduos e avaliação da ordem do modelo.

A autocorrelação dos resíduos foi analisada pelo teste Q de Ljung Box e também por meio do teste LM de Breusch-Godfrey. Buscam-se evidências de que os resíduos se comportam como ruído branco.

Em relação ao teste Q de Ljung Box não houve evidências de rejeição da hipótese nula, dado nível de significância de 5%, para a variável k_t masculino. Entretanto, no caso feminino, aceitação de H0 pode ser dada ao nível de 1%, pois, em algumas defasagens, o prob da estatística Q foi em torno de 3%.

A hipótese nula do teste LM prevê que os erros não são correlacionados até a ordem p. Com base no nível de significância de 5%, não houve evidências para se rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação nos resíduos para as duas.

Além disso, verificou-se que os resíduos seguem distribuição normal, por meio do teste de Jarque-Bera. Com base nas probabilidades apresentadas a seguir, não há indícios que levem à rejeição da hipótese nula de normalidade dos resíduos, ao nível de significância de 5%.

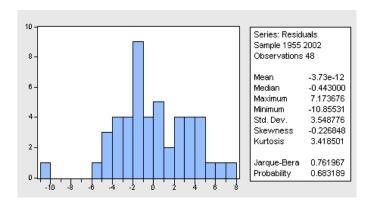


Ilustração 6 - Teste de normalidade dos resíduos – variável \boldsymbol{k}_t feminino

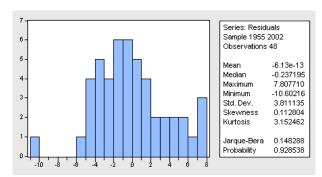


Ilustração 7 - Teste de normalidade dos resíduos — variável k_t masculino

Além disso, nessa etapa deve-se analisar a significância dos coeficientes estimados, por meio da estatística t. Conforme se observa nos dois modelos escolhidos, todos os parâmetros foram significativos, adotando-se nível de significância de 10%.

A última etapa da metodologia de Box-Jenkins consiste na previsão da série. No caso, as duas séries foram modeladas por um ARIMA(4,1,0).

Vale lembrar que, a fim de possibilitar a verificação da previsibilidade do modelo, os últimos 5 anos foram extraídos da amostra, para, posteriormente, serem utilizados na comparação.

Com base nos modelos escolhidos, o próximo passo foi fazer as projeções para as variáveis K_M e K_F. A seguir, são mostradas as previsões estáticas para as duas séries.

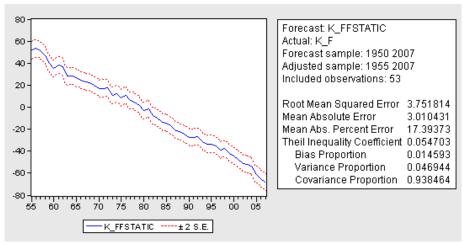


Ilustração 8 - Previsão estática feminina

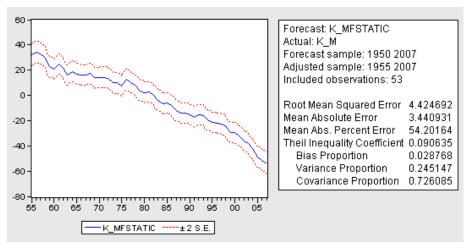


Ilustração 9 - Previsão estática masculina

A previsão dinâmica é mostrada a seguir:

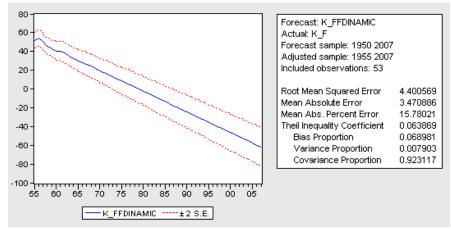


Ilustração 10 - Previsão dinâmica feminina

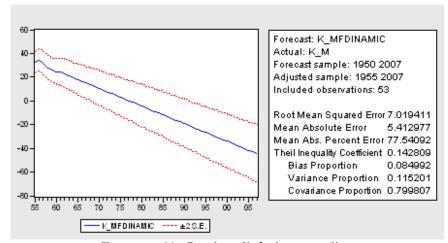


Ilustração 11 - Previsão dinâmica masculina

Foram realizadas as projeções para as séries para os anos que ficaram fora da estimação, a fim de se comparar o ajustamento das previsões.

Após as projeções do k_t para o sexo masculino e feminino com base na metodologia de Box-Jenkins, será feita a comparação com as estatísticas de previsão MAPE (*Mean Absolute Percent Error*), MAE (*Mean Absolute Error*) e RMSE (*Root Mean Square Error*) dos modelos estáticos e dinâmicos.

Tabela 43 - Estatísticas de previsão

	- 113 0-11 10 = 3 0111-3 1- 011						
	Previsão Dinâmica	Previsão Estática					
K feminino							
RMSE	4,4005	3,7518					
MAE	3,4708	3,0100					
MAPE	0,15802	0,173937					
K masculino							
RMSE	7,0194	4,4246					
MAE	5,4129	3,4409					
MAPE	0,775409	0,542016					

Inicialmente, a previsão foi realizada para 5 anos. Em termos de medidas de aderência para a amostra de 5 anos, foi observado que a previsão estática teve os melhores resultados, sendo, portanto, utilizada como base de projeção.

A partir dos valores de previsão para as séries k_t masculino e k_t feminino serão calculadas as taxas de mortalidade projetadas, que servirão de base para a projeção da tábua de mortalidade entre 2008 a 2037.

A primeira etapa consiste nas projeções das taxas de mortalidade a partir do último dado empírico disponível, $m_{x,2007}$, por meio da seguinte fórmula (SANTOS, 2007):

$$\hat{m}_{x,2007+s} = m_{x,2007} \exp \left\{ \hat{\beta}_x (k_{2007+s} - k_{2007}) \right\}$$
(6.3)

Assim, a partir das taxas centrais de mortalidade projetadas, podemos obter as probabilidades de morte (q_x), por meio da seguinte equação (SANTOS, 2007):

$$q_x = \frac{2m_x}{2 + m_x}$$

E, consequentemente,

$$q_{x,t} = \frac{2m_{x,t}}{2 + m_{x,t}}$$

Sendo q_x a probabilidade de uma pessoa de idade x falecer antes de completar a idade x+1 ou a probabilidade de morte na idade x. Observe que este é um procedimento inverso, a fim de se obter novamente as taxas de mortalidade a partir do parâmetro k_t projetado.

Fluxo de caixa estocástico com improvement baseado no método de Lee-Carter

Tendo-se em vista que a tábua AT-2000 é aderente à tábua de Portugal em 2002, considerouse o k_t observado de 2002 a 2007 e projetado de 2008 a 2037 (30 anos de projeção), sendo que para os anos subsequentes, foi adotada como constante a última tábua projetada, ou seja, a de 2037.

Assim, adotando a mesma metodologia de simulação já comentada, mas considerando tábuas diferente por ano, obteve-se o seguinte fluxo de caixa estocástico:

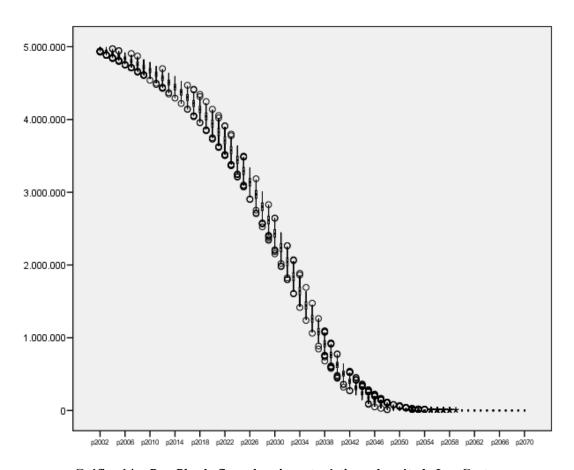


Gráfico 14 – Box-Plot do fluxo de caixa estocástico pelo método Lee-Carter

Comparando-se as médias dos fluxos de caixa da AT-2000 com *improvement* pelo método de Lee-Carter (AT-2000+LC) e a AT-2000 sem *improvement*, tem-se:

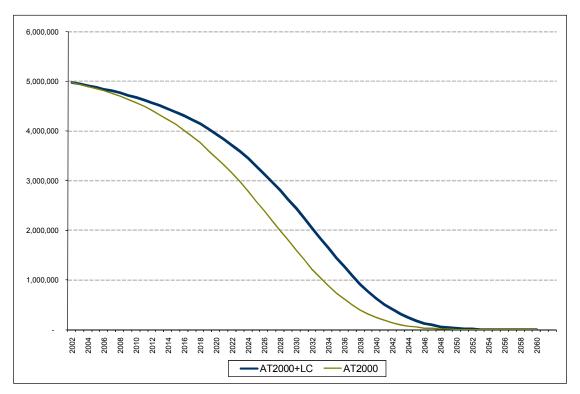


Gráfico 15 - Média dos fluxos de caixa da AT-2000 com *improvement* pelo método de Lee-Carter (AT-2000+LC) e a AT-2000 sem *improvement*

Conforme se pode observar pelo Gráfico 15, ao não considerar o *improvement*, grande parte do fluxo de caixa projetado não é coberto. Para mensurar o impacto do fluxo de caixa a valor presente, consideraram-se os seguintes cenários de taxa de juros: 3%, 4%, 5% e 6% ao ano, cujos resultados estão sintetizados na tabela abaixo.

Tabela 44 – Comparação do fluxo de caixa a valor presente da AT-2000 com *improvement* pelo método Lee-Carter

Taxa de juros	AT - 2000	AT - 2000+LC	Variação
3% a.a.	81.476.800	90.036.253	10,51%
4% a.a.	73.606.748	80.392.954	9,22%
5% a.a.	66.974.277	72.404.576	8,11%
6% a.a.	61.339.954	65.724.662	7,15%

Com base na referida tabela, pode-se afirmar que quanto maior a taxa de juros, menor é a sensibilidade do impacto da projeção do aumento da expectativa de vida. O efeito da projeção pelo método de Lee-Carter varia entre 7,15% a 10,51% caso a taxa de juros seja entre 3% a 6% ao ano. É importante ressaltar que esse efeito tende a aumentar quanto mais jovem for a média da carteira, pois maior seria o prazo em que esse efeito se observa.

6.2 Método CMI

Foi aplicado o método de projeção CMI sobre a tábua AT-2000 e, à semelhança do método anterior, para os anos subsequentes a 2037, considerou-se constante a última tábua projetada.

Como AT-2000 tinha se mostrado aderente à tábua de Portugal em 2002, para fins comparativos, utilizar-se-á nos resultados o ano de 2002 como referência, sendo projetado até 2037 e, a partir dessa data, utilizou-se a tábua projetada de 2037.

O gráfico, a seguir, mostra o fluxo de caixa estocástico considerando esse cenário de projeção de tábua.

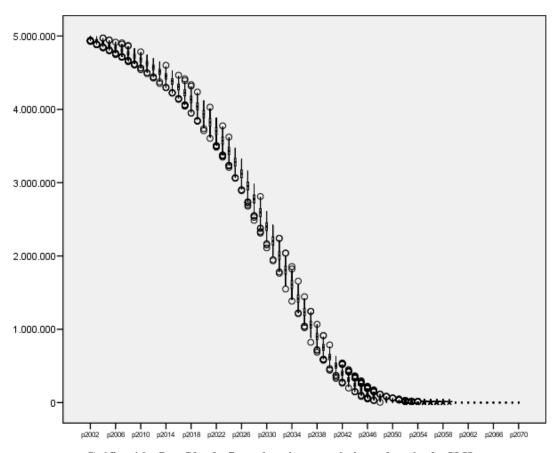


Gráfico 16 - Box-Plot do fluxo de caixa estocástico pelo método CMI

O gráfico, a seguir, mostra a comparação entre a tábua AT-2000 com *improvement* pelo método do CMI e a tábua sem *improvement*.

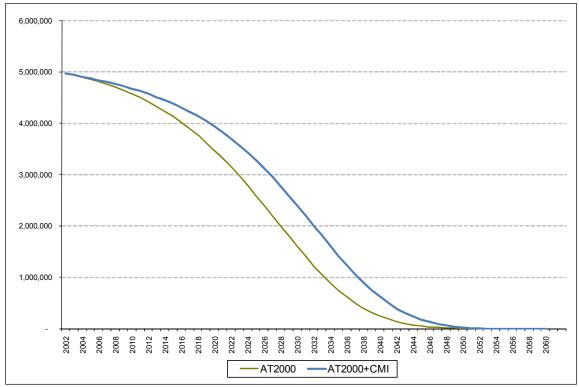


Gráfico 17 - Média dos fluxos de caixa da AT-2000 com e sem improvement pelo método de CMI

Conforme pode ser observado, o efeito do *improvement* é bem semelhante ao do método anterior de projeção da tábua de mortalidade.

A Tabela 45, a seguir, apresenta o resumo da comparação entre a tábua pura e a tábua com *improvement* pelo CMI com diferentes cenários de taxas de juros, a saber: 3%, 4%, 5% e 6% ao ano.

Tabela 45 - Comparação do fluxo de caixa a valor presente da AT-2000 com *improvement* pelo método

CMI						
Taxa de juros	AT - 2000	AT - 2000+CMI	Variação			
3% a.a.	81.476.800	89.887.938	10,32%			
4% a.a.	73.606.748	80.283.133	9,07%			
5% a.a.	66.974.277	72.323.527	7,99%			
6% a.a.	61.339.954	65.665.161	7,05%			

Resultado análogo ao método de projeção de Lee-Carter foi observado, sendo que o impacto varia entre 7,05% a 10,32%, conforme a taxa de juros utilizada, desde que ela esteja entre 3% a 6% ao ano.

6.3 Comparação entre os resultados das projeções pelo método Lee-Carter e CMI

Os resultados anteriores mostraram que não considerar a tendência de aumento da expectativa de vida na constituição das provisões técnicas pode expor as entidades abertas e fechadas de previdência complementar a riscos pouco suportáveis no longo prazo.

Embora as entidades fechadas de previdência complementar possam alterar a tábua de mortalidade ao longo da vigência do plano, uma gestão eficiente pressupõe a identificação oportuna de eventuais desvios em relação à realidade subjacente de maneira a permitir, gradualmente, a absorção de seus impactos, sem onerar desnecessariamente os participantes e a patrocinadora.

Para as entidades abertas de previdência complementar, a regulamentação local não permite a atualização da tábua de mortalidade na fase de percepção de beneficios, o que pode comprometer sua solvência se não for considerado os efeitos da tendência de aumento da expectativa de vida, como mostrado anteriormente no descasamento de fluxos de caixa.

A tabela, a seguir, apresenta a comparação do valor presente do fluxo de caixa esperado da carteira simulada, considerando 3 cenários: (a) tábua AT-2000; (b) tábua AT-2000 com *improvement* pelo método de Lee-Carter adaptado à realidade brasileira e (c) tábua AT-2000 com *improvement* pelo método de CMI.

Tabela 46 - Comparação dos fluxos de caixa a valor presente da AT-2000 pelos métodos Lee-Carter e CMI

Taxa de juros	AT2000	AT2000+LC	AT2000+CMI	Variação entre AT2000+LC e AT2000	Variação entre AT2000+CMI e AT2000	Variação entre AT2000+LC e AT2000+CMI
3% a.a.	81.476.800	90.036.253	89.887.938	10,51%	10,32%	0,16%
4% a.a.	73.606.748	80.392.954	80.283.133	9,22%	9,07%	0,14%
5% a.a.	66.974.277	72.404.576	72.323.527	8,11%	7,99%	0,11%
6% a.a.	61.339.954	65.724.662	65.665.161	7,15%	7,05%	0,09%

Conforme pode ser observado pela Tabela 46, quanto menor a taxa de juros, maior é a sensibilidade do impacto da projeção do aumento da expectativa de vida, dado que a taxa de juros é utilizada como taxa de desconto para trazer o fluxo de caixa a valor presente, reduzindo o montante a ser constituído como provisão em termos contábeis ou reservas em termos atuariais.

Além disso, também é possível notar que, no cenário de taxa de juros de 3% ao ano, por exemplo, o efeito do *improvement* pelo método de Lee-Carter é de 10,51% enquanto o do CMI é de 10,32%, diferença de menos de 0.5 pontos percentuais. O mesmo comportamento se observa para os demais cenários de taxa de juros, o que sugere que embora haja diferenças significativas entre as metodologias de projeção, ambas tendem a convergir, apresentando resultados bem semelhantes.

O gráfico seguinte ilustra a comparação entre o valor médio esperado do fluxo de caixa estocástico nas 3 abordagens mencionadas.

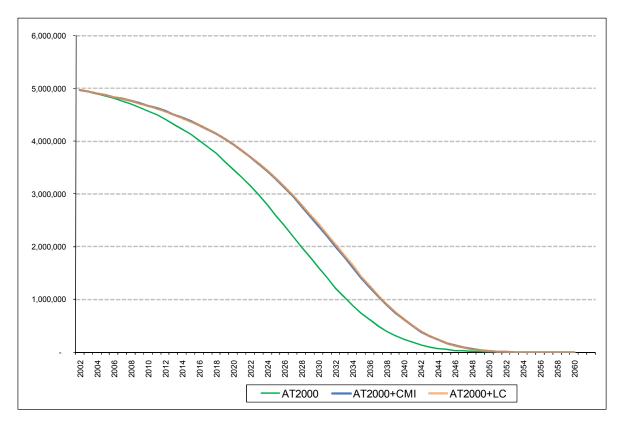


Gráfico 18- Média dos fluxos de caixa da AT-2000 com e sem *improvement* pelos métodos CMI e Lee-Carter

Percebe-se, pelo gráfico, que as duas formas de projeções de tábuas de mortalidade mostram, aproximadamente, o mesmo efeito, corroborando com os resultados anteriores.

6.4 Comparação entre os resultados das projeções pela tábua RP-2000 Geracional e Tábua SUSEP (BR-EMSsb)

Adicionalmente, realizou-se um estudo comparativo entre a AT-2000 com a tábua geracional RP-2000 e a nova tábua publicada pela SUSEP (*BR-EMS*) em 2010.

A tábua RP-2000 foi publicada pelo SOA e, para sua construção, contou com dados coletados de empresas patrocinadoras de planos privados de aposentadoria entre 1990-1994, sendo recomendada a aplicação da escala AA de projeção. Portanto, a referida tábua permite a adoção de fatores de *improvement* para a incorporação do aumento da expectativa de vida.

A Circular SUSEP no. 402, de 18 de março de 2010, aprovou os critérios de elaboração e atualização das tábuas biométricas (sobrevivência e mortalidade) para o mercado segurador, culminando com a publicação das tábuas denominadas *BR-EMS*. As referidas tábuas tiveram início de vigência em 1°. de abril de 2010 e término previsto de vigência em 31 de março de 2015.

Assim, para se ter uma sensibilidade adicional da adoção das tábuas *BR-EMS* e a tábua geracional RP-2000, efetuaram-se as projeções dos fluxos de caixa, considerando a mesma carteira simulada.

A tabela, a seguir, mostra o resultado do fluxo de caixa a valor presente da tábua geracional RP-2000 (considerando a escala de projeção AA) e comparando-a com a tábua AT-2000, considerando diferentes cenários de taxas de juros, a saber: 3%, 4%, 5% e 6% ao ano.

Tabela 47 - Comparação do fluxo de caixa a valor presente da AT-2000 e RP-2000 Geracional

Taxa de juros	AT - 2000	RP – 2000 Geracional (Escala AA)	Variação
3% a.a.	81.476.800	83.211.239	2,13%
4% a.a.	73.606.748	74.994.490	1,89%
5% a.a.	66.974.277	68.093.650	1,67%
6% a.a.	61.339.954	62.250.058	1,48%

Observe-se pela tabela anterior que a adoção da tábua RP-2000 geracional provocou um aumento no fluxo de caixa entre 1,48% a 2,13%, dependendo da taxa de juros adotada. Entretanto, cabe destacar que, em determinadas populações, a tábua geracional RP-2000 pode

gerar expectativas de vida média inferiores às geradas pela tábuas, por exemplo AT-83 (TOWERS PERRIN, 2009).

A tabela seguinte mostra o resumo do comparativo do fluxo de caixa a valor presente entre a tábua AT-2000 e a tábua de sobrevivência *BR-EMSsb* de 2010, considerando diferentes cenários de taxas de juros, a saber: 3%, 4%, 5% e 6% ao ano.

Tabela 48 - Comparação do fluxo de caixa a valor presente da AT-2000 e BR-EMS

Taxa de juros	AT - 2000	BR-EMSsb-v.2010	Variação
3% a.a.	81.476.800	86.776.973	6,51%
4% a.a.	73.606.748	77.815.408	5,72%
5% a.a.	66.974.277	70.344.070	5,03%
6% a.a.	61.339.954	64.060.298	4,43%

Com base na tabela anterior, observa-se que a tábua BR-EMSsb fornece um fluxo de caixa atuarial maior que o apresentado pela AT-2000, o que permite inferir que a BR-EMS se apresentou mais conservadora, uma vez que ambas não incorporam o efeito redutor da mortalidade futura.

Finalmente, a tabela, a seguir, apresenta um quadro comparativo do valor presente do fluxo de caixa esperado da carteira simulada, considerando 5 cenários: (a) tábua AT-2000 com *improvement* pelo método de Lee-Carter adaptado à realidade brasileira; (b) tábua AT-2000 com *improvement* pelo método de CMI; (c) BR-EMSsb-v.2010; (d) RP-2000 geracional e (e) tábua AT-2000.

Tabela 49- Comparação do fluxo de caixa a valor presente da AT-2000+LC, AT-2000+CMI, BR-EMS, RP-2000 Geracional e AT-2000

Taxa de juros	AT-2000+LC	AT- 2000+CMI	BR-EMSsb- v.2010	RP - 2000 Geracional (Escala AA)	AT-2000
3% a.a.	90.036.253	89.887.938	86.776.973	83.211.239	81.476.800
4% a.a.	80.392.954	80.283.133	77.815.408	74.994.490	73.606.748
5% a.a.	72.404.576	72.323.527	70.344.070	68.093.650	66.974.277
6% a.a.	65.724.662	65.665.161	64.060.298	62.250.058	61.339.954

Observe-se que a Tábua AT-2000 com *improvement* pelo método de Lee-Carter adaptado à realidade brasileira proporcionou o maior fluxo de caixa a valor presente em comparação as demais tábuas analisadas.

Tais resultados evidenciam a necessidade cada vez maior da introdução nos cálculos atuariais da estimativa do aumento da expectativa de vida para não expor as entidades de previdência a riscos pouco suportáveis no longo prazo.

7. CONCLUSÕES

Nos últimos anos, tem-se observado uma elevação significativa da expectativa de vida em virtude de melhorias nas condições de higiene e sanitária, nutrição, urbanização, vacinas, avanço da medicina e do ambiente socioeconômico, sendo esse um fenômeno mundial.

Nesse sentido, o presente trabalho teve como objetivo estimar os fatores de *improvement* para a população coberta por planos privados de aposentadoria, com base no método Lee-Carter e na abordagem CMI (*Continuous Mortality Investigation Bureau*). Além disso, buscou-se analisar o impacto da incorporação da estimativa do aumento da expectativa de vida no fluxo de caixa atuarial em uma carteira de beneficio definido.

Para contornar a carência de dados históricos de tábuas de mortalidade no Brasil, para estimar o referido modelo, fez-se uso da técnica de pareamento, o qual consiste na identificação do país mais semelhante ao Brasil a partir de variáveis socioeconômicas relevantes para prever a a evolução da mortalidade, considerando uma amostra de 21 países da OCDE. Após a identificação do país mais semelhante ao Brasil, que com base nos testes efetuados foi Portugal, aplicou-se o modelo de Lee-Carter para a obtenção dos fatores de *improvement* para a projeção da mortalidade.

Comparando-se as médias dos fluxos de caixa da AT-2000 com e sem *improvement* e levando-se em consideração os cenários de taxas de juros de 3%, 4%, 5% e 6% ao ano para uma carteira de benefício definido, observou-se que, ao considerar o *improvement*, elava-se o fluxo atuarial em cerca de 7,15%, ao considerar uma taxa de desconto de 6% a.a. a 10,51% considerando uma taxa de 3% a.a. para a carteira simulada. Assim, observou-se que quanto maior a taxa de juros, menor é a sensibilidade do impacto do aumento da expectativa de vida, como é esperado. A projeção pelo método CMI forneceu resultado semelhante, sendo que o impacto variou entre 7,05% a 10,32%, conforme a taxa de juros utilizada.

Estudo realizado por Antolin (2007) indicou que a adoção do *improvement* no valor presente da obrigação atuarial variou entre 8,2% e 10,4%, dependendo da estrutura etária da carteira. Além disso, o referido autor informou que estudos realizados apontam que um aumento não

previsto de um ano na expectativa de vida no decorrer de uma década pode elevar o valor atual líquido das despesas com benefícios em cerca de 10%.

Na comparação dos fluxos de caixa esperado da carteira simulada, considerando 3 cenários: (a) tábua AT-2000; (b) tábua AT-2000 com *improvement* pelo método de Lee-Carter adaptado à realidade brasileira e (c) tábua AT-2000 com *improvement* pelo método de CMI, foi observado um comportamento bastante similar em termos de constituição de necessidades adicionais de caixa para a cobertura do risco de longevidade, o que sugere que, embora haja diferenças significativas entre as metodologias de projeção, os resultados se mostraram semelhantes.

Adicionalmente, buscou-se comparar o fluxo de caixa estocástico com a aplicação da tábua geracional RP-2000 e a tábua SUSEP BR-EMS. Observou-se que a adoção da tábua RP-2000 geracional provocou um aumento no fluxo de caixa entre 1,48% a 2,13%, dependendo da taxa de juros adotada, em comparação à AT-2000 sem *improvement*. Já, na comparação com a Tábua SUSEP BR-EMS, foi observado uma elevação do fluxo de caixa atuarial em cerca de 4,43% a 6,51%, dependendo da taxa de juros adotada se comparada a AT-2000 sem projeção.

Ao se comparar todas as tábuas analisadas, observou-se que a AT-2000 com *improvement* pelos métodos Lee-Carter e CMI proporcionaram uma necessidade maior de fluxo de caixa atuarial dada a realidade da carteira.

A justificativa para a adoção das técnicas de *improvement* decorre da necessidade cada vez maior de as entidades de previdência complementar adotarem medidas que busquem a mitigação dos riscos de descasamento entre a mortalidade utilizada para os cálculos das obrigações atuariais ante o real fluxo futuro de pagamento de benefícios.

Embora as entidades fechadas de previdência complementar possam alterar a tábua de mortalidade ao longo da vigência do plano, uma gestão eficiente pressupõe a identificação oportuna de eventuais desvios em relação à realidade subjacente de maneira a permitir, gradualmente, a absorção de seus impactos, sem onerar, desnecessariamente, os participantes e a patrocinadora. Para as entidades abertas de previdência complementar, a regulamentação local não permite a atualização da tábua de mortalidade na fase de percepção de benefícios, o que pode comprometer sua solvência se não forem considerados os efeitos da tendência de

aumento da expectativa de vida, como mostrado anteriormente no descasamento de fluxos de caixa.

Os resultados dos testes efetuados sugerem que a não adoção do aumento da expectativa de vida na constituição das provisões técnicas pode expor as entidades abertas e fechadas de previdência complementar a riscos pouco suportáveis no longo prazo. Além disso, com a tendência de queda da taxa de juros, maior é a sensibilidade do impacto da projeção do aumento da expectativa de vida.

Portanto, a não observância e gestão adequada do aumento da expectativa pode influenciar a solvência das entidades de previdência na sua capacidade de prover benefícios aos participantes.

Dentre as limitações do trabalho, vale lembrar que todo método de projeção parte do pressuposto de que o futuro será muito semelhante ao passado, mas o decurso da vida humana pode estar sujeita a diversos fatores que podem não vir a se realizar conforme o esperado. Assim, partiu-se do pressuposto de que o comportamento da mortalidade dos participantes que adquirem planos de aposentadoria no Brasil é similar a mortalidade da população países analisados em função da carência de dados históricos do Brasil. Nessa linha, a escolha de Portugal foi dada pela técnica de pareamento a partir das variáveis socioeconômicas significativas identificadas no trabalho.

Além disso, os resultados não podem ser generalizados para qualquer carteira de plano de benefícios, uma vez que se trabalhou com uma carteira simulada de benefício concedido madura e em *run-off*, isto é, os resultados podem ser diferentes dependendo das características da massa de participantes, tais como: estrutura etária e distribuição do valor do benefício.

Como possíveis extensões da pesquisa, poder-se-ia estudar e comparar outras variações do modelo Lee-Carter e o seu impacto na obrigação atuarial, bem como comparar o efeito da adoção do *improvement* aplicado a outras tábuas de mortalidade, por exemplo, AT-83, IBGE etc.. Além disso, poderia ser aprofundada a discussão sobre a influência de outras variáveis socioeconômicas no fator redutor de mortalidade.

REFERÊNCIAS

AFONSO, Luís Eduardo. **Previdência Social e Fundos de Pensão.** Rio de Janeiro: FUNENSEG, 1996.

ALVERNAZ, Luiz Alberto Garcia; TEIXEIRA NETO, Sátyro Florentino; SANTOS, Raquel Rodrigues. **Tábuas Geracionais: Um enfoque dinâmico.** WATSON WYATT WORLDWIDE, 2007.

ANTOLIN, Pablo. Risco de Longevidade: Cuidado com Ele. **Revista Fundos de Pensão**. São Paulo, ed. 318, 2006. Disponível em: http://www.abrapp.org.br/portal/produtos/ProdutoDetalhes.asp?ProdutoId=57 Acesso em 10/12/08.

ANTOLIN, Pablo. *Longevity risk and private pensions*. OECD Working Paper Insurance and Private Pensions no. 3, janeiro de 2007.

ARRIAGA, E. E.; DAVIS, K.. The pattern of mortality change in Latin America. **Demography**, v. 6, p. 223-242, 1969.

BAIMA, Francisco de Resende. Estratégias e desempenho de investimentos dos fundos de pensão no Brasil. Florianópolis, 2004. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e sistemas) – Universidade de Santa Catarina.

BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS (BIS). *The New Basel Capital Accord*. 2001. Disponível em: http://www.bis.org. Acesso em: 05/01/2009.

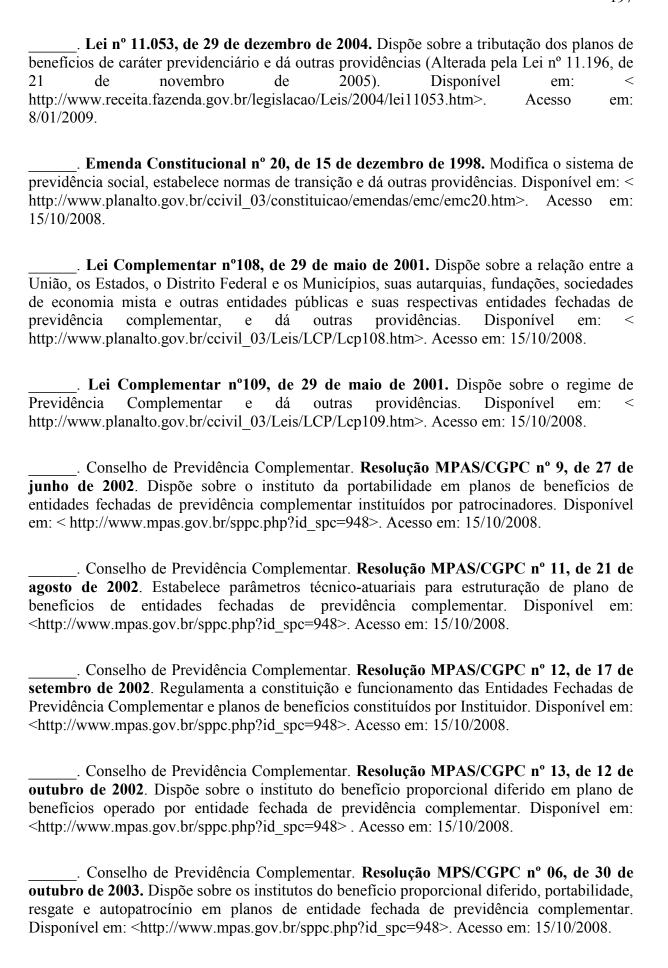
BARBOZA, André Luiz Medrado. **A relação entre inflação e distribuição de renda**. São Paulo, 2008. Dissertação (Mestrado em Economia) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo.

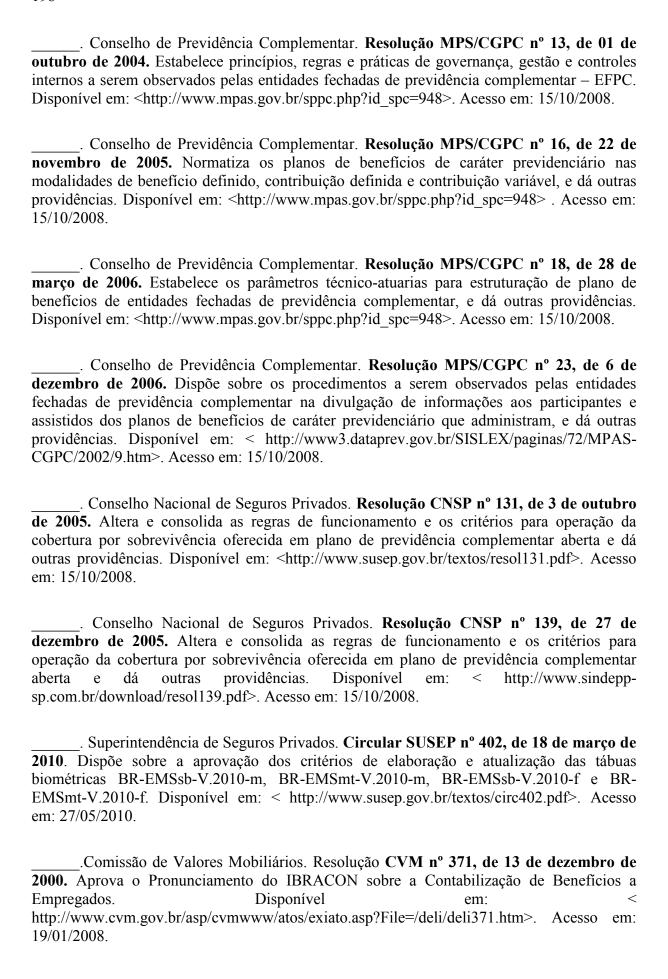
BARRO, Robert J.; LEE, Jong-Wha. *International Data on Educational Attainment: Updates and Implications*. **CID Working Paper** No. 42, April 2000. Disponível em: http://www.cid.harvard.edu/ciddata/ciddata.html Acesso em: 10/02/2010.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; LEME, Fernanda Paes; MENDONÇA, João Luís, SUGAHARA, Sonoe. **Análise da Estrutura da Previdência Privada Brasileira: Evolução do Aparato Legal.** IPEA, Rio de janeiro. Texto para Discussão nº 1043. Setembro/2004.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; SUGAHARA, Sonoe; SILVA, Danilo Cláudio da; SALLES, Elder Vieira. **Tábuas de Mortalidade no Mercado Brasileiro de Seguros – Uma Comparação.** IPEA, Rio de janeiro. Texto para Discussão nº 1047. Outubro/2004. Disponível em http://desafios2.ipea.gov.br/pub/td/2004/td_1047.pdf Acesso em: 18/05/09.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; PINHEIRO, Sonoe Sugahara. Estimativa de mortalidade para a população coberta pelos seguros privados. Texto para Discussão nº 868. Rio de Janeiro, março de 2002. Disponível em http://www.ipea.gov.br Acesso em: 10/06/08.
SUGAHARA, Sonoê. Tábua de mortalidade para os funcionários públicos civis federais do poder executivo por sexo e escolaridade: comparação com tábuas do mercado. Escola Nacional de Ciências Estatísticas. Rio de Janeiro: 2002. Disponível em: <www.ibge.gov.br>. Acesso em: 15/06/08.</www.ibge.gov.br>
BLAKE, David; CAIRNS; Andrew J.; DOWD, KEVIN. Living with Mortality Longevity Bonds and other Mortality-Linked Securities. Working Paper. Faculty of Actuaries. Jan/2006. Disponível em: < http://www.ma.hw.ac.uk/~andrewc/papers/baj2006.pdf>. Acesso em: 10/12/08.
BLAKE, D.; CAIRNS, A.J.G.; DOWD, K.; MACMINN, R Longevity Bonds: Financial Engineering, Valuation & Hedging. Journal of Risk and Insurance, v. 73, p. 647-72, 2006b.
BOOTH, Heather. <i>Demographic forecasting: 1980 to 2005 in review</i> . International Journal of Forecasting , v. 22, p. 547–581, 2006.
BOOTH, Heather; TICKLE, Leonie. <i>Mortality Modelling and Forecasting: A review of methods</i> . ADSRI (The Australian Demographic & Social Research Institute). Working Paper , no. 3, 2008.
BOWERS, Newton L. et al. Actuarial Mathematics. The Society of Actuaries, 1997.
BRASIL, Gilberto. O ABC da Matemática Atuarial e Princípios Gerais de Seguros . Porto Alegre: Sulina, 1985.
BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil de 1988 . Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constitui%C3%A7ao.htm>. Acesso em: 10/10/2008.
Emenda Constitucional nº 41, de 19 de dezembro de 2003. Modifica os arts. 37, 40, 42, 48, 96, 149 e 201 da Constituição Federal, revoga o inciso IX do § 3 do art. 142 da Constituição Federal e dispositivos da Emenda Constitucional nº 20, de 15 de dezembro de 1998, e dá outras providências. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/emendas/emc/emc41.htm>. Acesso em: 15/10/2008.
Lei nº 6.435, de 20 de julho de 1977. Dispõe sobre as Entidades de Previdência Privada, e dá outras Providências. Disponível em: http://www3.dataprev.gov.br/SISLEX/paginas/42/1977/6435.htm >. Acesso em: 05/06/2007.





BRASS, W. *Mortality models and their uses in demography*. **Transactions of the Faculty of Actuaries**, vol. 33, p. 123–132, 1974.

BRAVO, Jorge Miguel Ventura. **Tábuas de mortalidade contemporâneas e prospectivas:** modelos estocásticos, aplicações actuariais e cobertura do risco de longevidade. Évora: 2007. Tese (Doutorado) — Universidade de Évora, Portugal.

BRENNER, M. Harvey. Economic growth is the basis of mortality rate decline in the 20th century— experience of the United States 1901–2000. International Journal of Epidemiology, v. 34, p. 1214–1221, 2005.

CAETANO, Marcelo Abi-Ramia. **Fundamentos Acerca dos Riscos Associados à Previdência Social**. IPEA, Brasília. Texto para Discussão nº 1214. Setembro/2006.

CAPELO, Emilio Recamonde. **Uma introdução ao estudo atuarial dos fundos privados de pensão.** São Paulo: 1986. Tese (Doutorado em Administração Contábil e Financeira) — Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas.

Beneficio Proporcional Diferido na Previdência Complementar. Ministério da Previdência e Assistência Social (MPAS). Brasília, 2000.

CAIRNS, Andrew J. G.; BLAKE, David; DOWD, Kevin. *Modelling and Management of Mortality Risk: A Review.* **Pension Institute. Discussion Paper** PI-0814. Mai/2008.

CHAN, Betty Lilian. **Equilíbrio atuarial dos planos de benefício definido e evidenciação das entidades fechadas de previdência complementar: um estudo de caso**. São Paulo: 2004. Dissertação (Mestrado em Controladoria e Contabilidade) — Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo .

CHAN, Betty Lilian; SILVA, Fabiana Lopes da; MARTINS, Gilberto de Andrade. **Fundamentos da Previdência Complementar: da Atuária à Contabilidade**. São Paulo: Atlas, 2006a.

_____.Tendência de Aumento da Expectativa de Vida e a Solvência das Entidades Abertas de Previdência Complementar. **6°. Congresso USP de Controladoria e Contabilidade**. São Paulo- SP, 2006b.

CHAVES, Fernanda. **Aumento da Longevidade e riscos Sistêmicos para a Atividade de Previdência**. 3ª Conferência de seguros, Resseguros, Previdência Privada e Capitalização. Conseguro: 10/11/2005.

COELHO, Edviges I. F. O método Lee-Carter para Previsão de Mortalidade. Lisboa, Portugal. **Revista de Estudos Demográficos**, n. 37, 2005, p.25-37.

CONTINUOUS MORTALITY INVESTIGATION BUREAU. *Continuous Mortality Investigation Reports*. CMIR 10. The Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, UK, 1990.

_____. Continuous Mortality Investigation Reports. CMIR 17. The Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, UK, 1999.

COSTA, Maria da Conceição Nascimento; MOTA, Eduardo Luiz Andrade; PAIM, Jairnilson Silva; SILVA, Lígia Maria Vieira da; TEIXEIRA, Maria da Glória; MENDES, Carlos Maurício Cardeal. Mortalidade infantil no Brasil em períodos recentes de crise econômica. **Revista de Saúde Pública**, n. 37, 2003; p. 699-706.

COSTA, Raimisson Rodrigues Ferreira. **O efeito da educação sobre estado de saúde individual no Brasil.** Belo Horizonte: 2008. Dissertação (Mestrado em Economia). Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais..

DEHEJIA, Rajeev H.; WAHBA, Sadek. *Propensity Score-Matching Methods For Nonexperimental Causal Studies*. **The Review of Economics and Statistics**, Vol. 49, No. 1, Fevereiro, p. 151-161, 2002.

DICKEY, David A.; FULLER, Wayne A. *Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root.* **Econometrica,** v. 49, n. 4, Julho/1981.

DUSHI, Irena; FRIEDBERG, Leora; WEBB, Anthony. *The Impact of Aggregate Mortality Risk on Defined Benefit Pension Plan. Center for Retirement Research at Boston College.* Working Papers. 2006. Disponível em: http://crr.bc.edu/images/stories/Working_Papers/wp_2006-21.pdf?phpMyAdmin=43ac483c4de9t51d9eb41. Acesso em 30/05/2009.

ERNST & YOUNG, FIPECAFI. Manual de Normas Internacionais de Contabilidade: IFRS versus Normas Brasileiras. São Paulo: Atlas, 2001.

FÁVERO, Luiz Paulo; BELFIORE, Patrícia; SILVA, Fabiana Lopes da; CHAN, Betty Lilian. **Análise de Dados: modelagem multivarida para tomada de decisões**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.

FIGOLI, Moema G. Bueno. Modelando e projetando a mortalidade no Brasil. Brasília. **Revista Brasileira de Estudos Populacionais**, 15, p.95-113, 1998.

FINANCIAL ACCOUNTING STANDARDS BOARD. *Statement of Financial Accounting Standards no 87 – Employer's Accounting for Pensions.* Disponível em: http://www.fasb.org/pdf/fas87.pdf. Acesso: 24/03/2008.

FISCHER, Tatiana Konrad; LIMA, Daniel; OSA, Rosiléia; OSÓRIO, Denise; BOING, Antonio Fernando. A mortalidade infantil no Brasil: série histórica entre 1994-2004 e

associação com indicadores socioeconômicos em municípios de médio e grande porte. **Medicina**, Ribeirão Preto, v. 40, n. 4, p. 559-66, 2007.

FRIEDBERG, Leora; WEBB, Anthony. *Life is Cheap: Using Mortality Bonds to Hedge Aggregate Mortality Risk. Center for Retirement Research at Boston College.* Working Papers. 2005. Disponível em: http://www.bc.edu/crr. Acesso em: 30/05/2009.

GIAMBIAGI, Fabio; ZYLBERSTAJN, Hélio; AFONSO, Luís Eduardo; SOUZA, André Portela; ZYLBERSTAJN, Eduardo. Impacto de reformas paramétricas na previdência social brasileira: simulações alternativas. IPEA, Rio de Janeiro. Texto para Discussão nº 1289. Julho/2007.

GONZAGA, Marcos Roberto; QUEIROZ, Bernardo Lanza; MACHADO, Carla Jorge. Medindo o processo de compreensão da mortalidade no Brasil: uma apresentação dos indicadores. **Revista brasileira de Estudos de População**, São Paulo, v. 25, n. 2, p.401-404, jul./dez. 2008.

GOVERNMENT ACTUARY'S DEPARTMENT - GAD. **National Population Projections: Review of Methodology for Projecting Mortality**. National Statistics Quality Review Series. Report no. 8. 2001. Disponível em: < http://www.ons.gov.uk/about-statistics/methodology-and-quality/quality/nat-stats-qual-revs/qual-revs-by-theme/population/index.html> Acesso em: 20/05/2009.

GROSSMAN, Michael. On the Concept of Health Capital and the Demand for Health. **The Journal of Political Economy**, v. 80, n. 2, p. 223-255, mar/apr 1972.

HABERMAN, S.; RUSSOLILLO, M. *Lee Carter mortality forecasting: application to the Italian population*. London: City University - Faculty of Actuarial Science and Statistics: Actuarial Research Paper 167, 2005.

HANEWALD, Katja. *Mortality Modeling: Lee-Carter and the Macroeconomic*. SFB 649 Discussion Paper, 2009-008, Humboldt-Universität zu Berlin.

_____. Beyond the Business Cycle – Factors Driving Aggregate Mortality Rates. SFB Discussion Paper, 2008-031, Humboldt-Universität zu Berlin.

HANEWALD, Katja; POST, Thomas; GRÜNDL, Helmut. *Stochastic Mortality, Macroeconomic Risks, and Life Insurer Solvency*. SFB 649 Discussion Paper 2009-015, Humboldt-Universität zu Berlin.

INTERNATIONAL MONETARY FUND – IMF. World Economic Outlook. The Global Demographic Transition, Setembro/2004. Disponível em: http://www.imf.org/external/pubs/ft/weo/2004/02/index.htm. Acesso em 29/08/2008.

HSBC. **O Futuro da Aposentadoria em um Mundo com Expectativa de Vida Cada Vez Maior**. 2007. Disponível em: < http://www.portaldoenvelhecimento.net/artigos/06-2007/futuro.pdf> Acesso em 21/05/2009.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE. **Evolução e Perspectivas da Mortalidade Infantil no Brasil.** Estudos e Pesquisas Informação Demográfica e Socioeconômica n. 2. Rio de Janeiro, 1999.

Indicadores	Sociodemográficos:	Prospectivos para	o Brasil 1991-2030.	Rio de
Janeiro.	Out/2006.	Disponível	em:	<
http://www.ibge.gov.	br/home/estatistica/po	pulacao/projecao da	populacao/publicacao	UNF
PA.pdf>. Acesso em:	: 07/05/2009.			_
_				
IBGE: popula	ação brasileira envelhe	ece em ritmo acelerad	o. Comunicação Soci	al 27 de
novembro	de	2008.	Dis	sponível
me: <http: td="" www.ibge<=""><td>e.gov.br/home/preside</td><td>ncia/noticias/noticia_i</td><td>mpressao.php?id_not</td><td>icia=12</td></http:>	e.gov.br/home/preside	ncia/noticias/noticia_i	mpressao.php?id_not	icia=12
72>. Acesso em: 07/0	05/2009.	_		

INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA - IPEA. Sobre a recente queda da desigualdade de renda no Brasil. Nota Técnica. Brasília, Agosto de 2006.

INTERNATIONAL ACCOUNTING STANDARDS BOARD. *IAS 19 – Employee Benefits*. Disponível em: http://www.iasb.org>. Acesso em: 24/03/2008.

JACINTO, Paulo de Andrade; TEJADA, Cesar Augusto Oviedo; SOUSA, Tanara Rosangela Vieira. Recessões econômicas reduzem a taxa de mortalidade? Evidências para o Brasil. *In*: XXXIII Encontro Nacional de Economia – ANPEC, 2005, Natal. **Anais...** Natal: ANPEC, 2005.

JORION, Philippe. Value at Risk: A nova forma de referência para a gestão do risco financeiro. 2 ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuro, 2003.

JUDGE, Ken; MULLIGAN, Jo-Ann; BENZEVAL, Michaela. *Income Inequality and Population Health*. **Social Science & Medicine**, v. 46, n. 4-5, p. 567-579, 1998.

KANNISTO, Väinö. *Measuring the Compression of Mortality*. **Demographic Research** - Volume 3, Article 6. 2000.

KESSLER, Emily. RP-2000 Mortality Table. 2006 ASPPA Advanced Actuarial Conference.

LAMBROU, Nikos A. *Analysis of causes of death in England and Wales for the period* 1976-2000 and mortality forecast for 2030. Dissertação (Mestrado em Ciências Atuariais e Estatística). London: 2003.

LEE, Ronald D.; CARTER, Lawrence R. *Modeling and Forecasting U.S. Mortality*. **Journal of the American Statistical Association**, vol. 87, n. 419, p. 659-671, sep.,1992.

LEE, Ronald D.. The Lee-Carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications. North American Actuarial Journal, v. 4, n. 1, p.80-93, 2000.

LEIGH, Andrew; JENCKS, Christopher. *Inequality and mortality: Long-run evidence from a panel of countries.* **Journal of Health Economics**, v. 26, p.1-24, 2007.

LIU, Xiaoming. *Stochastic Mortality Modelling*. (Thesis) Department of Statistics, University of Toronto, 2008.

MADDISON, Angus. *Historical Statistics of the World Economy*: 2006. Disponível em: http://www.ggdc.net/maddison/ Acesso em 15/01/2009.

MAIA, Heloísa Helena Rocha. **A evidenciação** (disclosure) dos planos de aposentadoria complementar nas empresas patrocinadoras brasileiras e a tendência mundial. São Paulo: 2001. Dissertação (Mestrado em Controladoria e Contabilidade) — Faculdade de economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo.

MARTINS, Fábio Garrido Leal. **Metodologias de Construção de Tábuas Biométricas Seletas e Finais a Partir de Modelos Paramétricos e Não-Paramétricos.** Dissertação (Mestrado em Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais). Rio de Janeiro: 2007. Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

MESSIAS, Erick. *Income Inequality, Illiteracy Rate, and Life Expectancy in Brazil.* **American Journal of Public Health**, v. 93, n. 8, p. 1294-96, August 2003.

MCGILL, Dan M. et al. Fundamentals of Private Pensions. Pension Research Council. The Wharton School of the University of Pennsylvania. 1996.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL - MPS. **Informe Estatístico.** Secretaria de Previdência Complementar. Dezembro/2003.

Informe Estatístico. Secretaria de Previdência Complementar. Dezembro/2004.
Informe Estatístico. Secretaria de Previdência Complementar. Dezembro/2005.
Informe Estatístico. Secretaria de Previdência Complementar. Dezembro/2006.
Informe Estatístico. Secretaria de Previdência Complementar. Dezembro/2007.
. Informe Estatístico. Secretaria de Previdência Complementar. Dezembro/2008.

Informe Estatístico. Secretaria de Previdência Complementar. Junho/2009.
Informe Estatístico. Secretaria de Previdência Complementar. Dezembro/2009.
Panorama da Previdência Social Brasileira , Dez/2006. Disponível em: www.fsindical.org.br/previdencia/panorama_previdencia_brasileira.ppt Acesso em 12/05/2009.
Panorama da Previdência Social Brasileira . 3 ed. Brasília : MPS, SPS, SPC, ACS, 2008. 80 p.
Boletim Estatístico da Previdência Social. Vol. 14, nº 06, junho de 2009.
Livro Branco da Previdência Social. Brasília - Distrito Federal (dez./2002).
NAKAGOME, Nobuyuki; KAWAGUCHI, Muneki. <i>The Longevity Risk Associated with the Pension Liability</i> . Working Paper. 2008. Disponível em: http://www.afir2008.it/Download/Papers/AFIR2008_Paper_Nobuyuki_Nakagome.pdf. Acesso em: 12/05/2009.
NAKAHODO, Sidney Nakao; SAVOIA, José Roberto. A reforma da previdência no Brasil: estudo comparativo dos governos Fernando Henrique Cardoso e Lula. Revista Brasileira de Ciências Sociais , v. 23, n. 66, p.45-58, fevereiro/2008.
NEUMAYER, E. Recessions lower (some) mortality rates: Evidence from Germany, Social Science & Medicine, vol. 58, p. 1037–1047, 2004.
NOBRE, Waldir de Jesus. As Entidades Fechadas de Previdência Privada: Revisão de Conceitos, Tendências, e Aspectos Contábeis. São Paulo. 1996. Dissertação (Mestrado em Controladoria e Contabilidade) — Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo.
As Entidades Fechadas de Previdência Privada: Um Estudo sobre a Divulgação de Informações Contábeis. São Paulo. 2001. Tese (Doutorado em Controladoria e Contabilidade) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo.
NOVO, Mehmed; HAMMARSTRÖ, JANLET, Urban. Do high levels of unemployment

influence the health of those who are not unemployed? A gendered comparison of young men and women during boom and recession. Social Science & Medicine, v. 53, p. 293–303, 2001.

NUNES, Felipe da Costa; CARVALHO, João Marcelo Barros Leal. Tábuas geracionais: uma aplicação em planos de benefícios de entidades fechadas de previdência complementar. 290. Congresso Brasileiro das Entidades Fechadas de Previdência Complementar – ABRAPP, Rio de Janeiro, 2008.

OECD - Organisation for Economic Co-operation and Development. Worldwide Statistical Sources (2009). Disponível em: http://stats.oecd.org/source/. Acesso em: 10/01/2009.

_____. *Health Database*. Disponível em:< http://www.oecd.org/els/health/data>. Acesso em:15/09/2009.

_____. Labour Force Statistics. Disponível em:< http://www.oecd.org/>. Acesso: 20/10/2009.

OMS – Organização Mundial de Saúde. *World Health Organization – WHO*. Disponível em: http://www.who.int/nha/country/en/>. Acesso em: 15/07/2009.

OEPPEN, Jim; VAUPEL, James W. Broken Limits to Life Expectancy. Science, v. 296, p. 1029-1031, Mai/2002.

OLIVEIRA, Maria Aparecida Castilho. Uma Análise da Utilização de ALM pelos Fundos de Pensão no Brasil e uma Contribuição para Análise do Risco de Solvência nos Planos de Benefício Definido. São Paulo: 2005. Dissertação (Mestrado em Controladoria e Contabilidade) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo.

OLIVIERI, Annamaria. *Uncertainty in Mortality Projections: an Actuarial Perspective*. **Insurance: Mathematics and Economics**, n. 29, p.231-245, 2001.

OMRAN, A. R. The epidemiologic transition: a theory of the epidemiology of population change. **The Milbank Quarterly**, New York, v. 83, n. 4, p.731-757, Mar. 2005.

OLSHANSKY, S. Jay; CARNES, Bruce A.; CASSEL, Christine. *In Search of Methuselah:* estimating the upper limits to human longevity. **Science**, v. 250, p. 634-640, 1990.

OLSHANSKY, S. Jay et al. A Potential Decline in Life Expectancy in the United States in the 21st Century. The New England Journal of Medicine, v. 352, p. 1138-1145, 2005.

PAIXÃO, Leonardo André. **A previdência complementar fechada: uma visão geral.** Working Paper, SPC, Brasília, Setembro/2006. Disponível em: http://www.mpas.gov.br/docs/pdf/SPC-uma-visao-geral.pdf>. Acesso em: 09/09/2007.

PINHEIRO, Ricardo Pena. **A Demografia dos Fundos de Pensão**. Brasília. Ministério da Previdência Social, 2007.

PITACCO, Ermanno. <i>Longevity Risk in Living Benefits</i> . Center for Risk & Insurance Studies . Working Paper 23/02 – jun/2002.
Survival Models in Actuarial Mathematics from Halley to Longevity Risk. Invited lecture, 7th International Congress Insurance: Mathematics & Economics, ISFA, Lyon, June 2003.
Survival models in a dynamic context: a survey. Insurance: Mathematics and Economics, v. 35, p. 279–298, 2004.
PRATA, Pedro Reginaldo. A Transição Epidemiológica no Brasil. Caderno de Saúde Pública. Rio de Janeiro, v. 8, p.168-175, 1992.
PRESTON, Samuel H. <i>The changing relation between mortality and level of economic development.</i> Population Studies , v. 29, n. 2, p. 231-247, Jul/1975.
REIS, Adacir (coordenador). Fundos de Pensão em Debate. Brasília: Brasília Jurídica, 2002.
RENSHAW, A. E.; HABERMAN, S. <i>Modelling for reduction factors. Actuarial Research Paper</i> , n. 127. 2000.Cass Business School. City University London.
A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors. Insurance: Mathematics and Economics, v. 38, p. 556-570, 2006.
RIBEIRO, Aloísio Joaquim Freitas. 2006. Um estudo sobre mortalidade dos aposentados por invalidez do Regime Geral da Previdência Social (RGPS). Dissertação (Doutorado em Demografia) — Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional da Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal de Minas Gerais.
RIECHE, Fernando Ceschin. Gestão de Riscos em Fundos de Pensão no Brasil: Situação Atual da Legislação e Perspectivas. Revista do BNDES nº 23, de junho de 2005. Disponível em: http://www.previdenciasocial.gov.br/arquivos/office/3_081014-103751-730.pdf
RODRIGUES, José Ângelo. Gestão de previdência com estudos atuariais. 2002. 317p. Dissertação (Mestrado em Economia Empresarial) — Universidade Cândido Mendes, Rio de Janeiro.
Gestão de Risco Atuarial. São Paulo: Saraiva, 2008.
ROSENBAUM, Paul R; RUBIN, Donald B The Central Role of the Propensity Score in

Observational Studies for Causal Effects. **Biometrika,** v. 70, n. 1., pp. 41-55, Apr. 1983a.

_____. Assessing Sensitivity to an Unobserved Binary Covariate in an Observational Study with Binary Outcome. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), v. 45, n. 2, pp. 212-218, 1983b.

RUHM, Christopher J. Are Recessions Good for Your Health?. National Bureau of Economic Research, Working Paper, No. 5570, 1996.

_____. Are recessions good for your health?. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 115, n. 2, pp. 617-650, Mai/2000.

SANTOS, Raquel Rodrigues. **Técnicas de modelagem do improvement para construção de tábuas geracionais.** Rio de Janeiro: 2007. Dissertação (Mestrado em Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais). Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

SANTOS, Jerônimo Jesus dos. **Previdência Privada: Lei da Previdência Complementar Comentada.** 2ª edição. Rio de Janeiro: Editora e Livraria Jurídica do Rio de Janeiro, 2005.

SCHWARZER, Helmut. Paradigmas de previdência social rural: um panorama da experiência internacional. **Planejamento e Políticas Públicas**, n. 23, p.119-163, jun 2001.

SIEGEL, Jacob S. *The Great Debate on the Outlook for Human Longevity: Exposition and Evaluation of Two Divergent Views*. Society of Actuaries (SOA). 2005. Disponível em: http://ccp.ucr.ac.cr/creles/100m/m-rs05-1 xv.pdf>. Acesso em 30/04/2009.

SILVA, Anderson Gomes Ferreira da. A Importância dos Controles Internos na Mitigação de Riscos das Entidades Fechadas de Previdência Complementar: Uma aplicação da Resolução CGPC nº 13/2004. Trabalho Apresentado no 29° Congresso Brasileiro dos Fundos de Pensão - ABRAPP. São Paulo, 2008. Disponível em: http://www.abrapp.org.br/congresso/trabalhos/DEMAIS_TRABALHOS/A_IMPORTANCIA_DOS_CONTROLES_INTERNOS.pdf. Acesso em: 28/04/2009.

SILVA, Flávia Sommerlatte. **Tendências e projeção da mortalidade do município de São Paulo – 1920 a 2100.** Belo Horizonte: 2009. Dissertação (Mestrado em Demografia). Universidade Federal de Minas Gerais/Cedeplar.

SITHOLE, Terry Z., HABERMAN, Steven, VERRALL, Richard J. An Investigation into parametric models for mortality projections, with applications to immediate annuitants' and life office pensioners' data. **Insurance: Mathematics and Economics**, n. 27, p. 285-312, 2000.

SOCIETY OF ACTUARIES - SOA. The UP-94 and GAR-94 *Tables: issues in choosing the appropriate table.* **Transactions of Society of Actuaries**, v. 47, 1995.

____. *The RP-2000 Mortality Tables*. 2000. Disponível em: http://www.soa.org/files/pdf/rp00_mortalitytables.pdf

STALLARD, Eric. Demographic Issues in Longevity Risk Analysis. The Journal of Risk and Insurance, v. 73, n. 4, 575-609, 2006.

TAPIA GRANADOS, José A. Recessions and Mortality in Spain, 1980–1997. European Journal of Population, v. 21: p. 393–422, 2005.

TOWERS PERRIN. **CVM 371: Mudanças a Caminho**. 2009. 8ª. Edição. Disponível em: http://www.towersperrin.com/tp/getwebcachedoc?country=bra&webc=BRA/2009/200908/Update_CVM_371_final.pdf. Acesso em 4/02/2010.

_____.Benefícios no Brasil: 2005. Disponível em: <a href="http://www.towers.com/towers/webcache/towers/jsp/publications_search

TULJAPURKAR, Shripad; LI, Nan; BOE, Carl. *A universal pattern of mortality decline in the G7 countries.* Nature, v. 405, p. 789-792, 15/06/2000.

VASCONCELLOS, Marco Antonio S., ALVES, Denisard. (Editores). Manual de Econometria. Editora Atlas, São Paulo: 2000.

VILANOVA, Wilson. **Matemática atuarial.** São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1969. 233p.

WESTENBERGER, Roberto; PEREIRA, Fernanda Chaves. Previdência Social no Brasil. **CEPS-COPPEAD**, Rio de Janeiro, n°7, 1997.

WETTERSTRAND, W.H. Parametric models for life insurance mortality data: Gompertz's law over time. **Transactions of the Society of Actuaries** v. 33, 159–175, 1981.

WILKINSON, R. G. Income distribution and life expectancy. BMJ, v.304, p.165-8, 1992.

WILMOTH, John R.; HORIUCHI, Shiro. *Rectangularization Revisited: Variability of Age at Death within Human Populations*. **Demography**, v. 36, n. 4, pp. 475-495, Nov., 1999. Published by Population Association of America.

WONG-FUPUY, Carlos; HABERMAN, Steven. *Projecting Mortality Trends: Recent Development in the United Kingdom and the United States.* **North American Actuarial Journal,** v.8 n. 2, p. 56-83, Apr 2004.

United Nations University; World Institute for Development Economics Research (UNU-WIDER). **World Income Inequality Database (WIID)**, 2008. Disponível em: http://www.wider.unu.edu/research/en GB/index/ Acesso em: 10/01/2010.