2022 IMMC 国际赛 2022.3.9 20:00 ~ 2022.3.14 20:00.

读题时间 ≥30 min

Aspect 1 排队不一定好 —— 满意度 / 局部拥堵 ⟶ 在贵客优先的基础上全随机.

Aspect 2 (1) 慢人先走

(2) "多线程" 总是 >1 个人坐下 E.g. 用石头沙填充瓶子

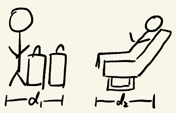
假设 ① 每个人的行李放在他(她)所在行对应的行李架上

$\boxed{\text{② 行李架空间无限大}}$ ⟹ 后期可以把空间问题也考虑在内

③ 对于一位固定乘客, 他(她)放行李的时间与取行李的时间相等.

④ (不用正式写进假设, 但是默认的前提) 乘客的行为遵循一套固定模式

⑤

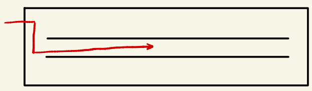


$d_1 \simeq d_2$

⑥ 乘客在过道中的行走速度相同

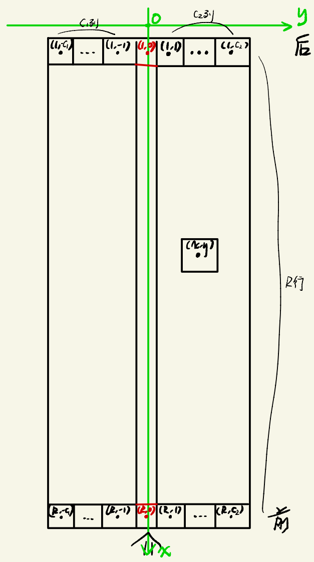
⑦ 乘客不会后退

登机流程图:



乘客走上飞机 ⟶ 来到自己座位 ⟶ 带来拥堵, 时间 max{放行李时间, 靠内乘客起立让座时间}

前面拥堵? ⟶ 等待 ⟶ 向前推进



· 对于很人座或是不对齐的座位, 把它加入长方形中

· 空座位不管它

* 模拟间隔 $= \frac{\tau_0}{6} = \frac{1}{6}s$ (让 $\frac{\mathbb{Z}_+}{6}\tau_0$ 是整数个 time steps)

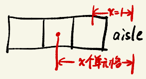
* 常量A：全局常量

常量B：对于一种飞机而言的常量

单位时间	τ_0 常量A $=1s$ (让 $\frac{1}{D\tau_0}\in\mathbb{Z}_+$)	s	(time step)	
座位间距	d 常量B $=0.8m$	m		
过道格数	M 常量B	1	E.g. single-aisle：$M=33$	
乘客总数	N	1		

对于一个乘客A：

放行李的时间	$t_L(A)$ (Luggage)	1	
横向移动(上/让座)时间	t_S 常量B (Seat)	1	所用时间 $= x\cdot t_S\cdot\tau_0$ (s)



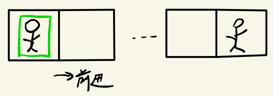
向前移动一个Cell需要多少 τ_0 的时间

(实际速度 $=\frac{d}{v_0\tau_0}$ (m/s)) $=\frac{0.8}{1\times1}\approx 2.88\,km/h$

* 之后的"时间" $=\frac{\text{现实中时间}}{\tau_0}$

"速度" ~~……~~

正常移动速度 (越小越快)	v_0 常量A $=1$	1	
拥挤度	$D(A)$	1	$D(A)=\frac{\text{A前D个格子里空格数}}{D}$

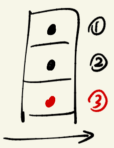


畅通标准	D 常量A	1	前面有几个格子时旅客认为畅通
实际移动速度	$v(A)$	1	$v(A)=\begin{cases}\frac{v_0}{1-D(A)} & \text{，前面那个人在往前走}\\ \infty & \text{，前面那个人在放行李, etc.}\end{cases}$
现在坐标	$(x(A),0)$	$\mathbb{Z}^2$	$(x(A)\in\mathbb{Z}_+)$
在单元格 $(0,a)$ 中停留的时间	$t(A,a)$	1	多少倍 τ_0

\# 说明一下逻辑自洽(前面人速度 ≥ 后面人速度)

以乘客A为中心 { 它路过哪些 Cell(s) / 它在每个 Cell 中的停留时间 } 合并 (未路过=0)

TBD:



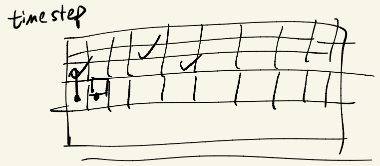
若③已入座，①②想到到区，则③需站起来让再次入座。

τ_0

① 飞机 cell 格出来

② 以Cell为中心模拟

· t_n 时刻每个Cell 的情况 { 无人 / 有人 }



状态组(备注)

$t_L(A)$ - 随机性

A bunch of Constants

$V(A)$

↑ 决定

$D(A)$ 最重要的

V(A, 进入这个Cell的时间点)

$$\underset{(A)}{route} = \begin{pmatrix} 1\\ 1\\ \vdots\\ 1\\ 0\\ \vdots\\ 0 \end{pmatrix}\begin{matrix}\text{经过的Cell 从上到下m个}\\(m个)\\ \text{剩下}=0.\end{matrix}$$

*注：$t(A)$ 不包含放行李等时间

$$total\ time = (V_1(A),\cdots,V_m(A),0,\cdots,0)\times route(A)$$

$$V_i(A)=\frac{V_0}{1-D_i(A)}=\frac{V_0}{1-\frac{\text{前面人数}_i}{D}}$$

前面人数$_i$ =

给定时间点 t，返回A在哪个Cell中：将此函数记为 Cell(A, t)

某一时刻的Cell（过道）的情况

$$\text{有人的Cell数} = (\underbrace{1,\ \cdots\cdots,1}_{\#\text{Cell个数}})\times \left[\sum_{A\in \text{Passengers Aboard}} \begin{pmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ 1\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{pmatrix}\right] \leftarrow \text{第Cell}(A,t)\text{位}$$

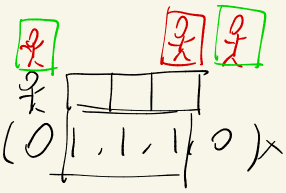
$\rightarrow$ Cell_Distribution (t)：某一时刻 t 时的旅客分布.

$$\begin{array}{l}\text{限制范围}\\ \text{中的占有数}\end{array} := (0,\cdots,\underset{\text{人的位置}}{0},\underbrace{1,1,1,1}_{D+1},0,\cdots,0)\times\left[\sum_{A\in \text{Passengers Aboard}} \begin{pmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ 1\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{pmatrix}\right] \leftarrow \text{第Cell}(A,t)\text{位}.$$

= 前D位中有多少个Cell被占有

$\rightarrow$ 人当前位置对应的"能否运行向量"

Eg.



$$(0,\boxed{1,1,1},0)\times\left[\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\1\end{pmatrix}\right]$$

$\rightarrow$ 构成整个过道上的乘客分布

$$(0,1,1,1,0)\cdot(1,0,0,1,1)=1$$

① A前面那格的人在移动或A已抵达座位

前提：在动

对每个乘客A，它前 $v_1(A)$ 在第一个过道格，接下来的 $v_2(A)$ 在下一个过道格，……

记 $S_i(A)=\sum_{j=1}^{i} v_j(A)^{>0}\ (i=1,\cdots,M)$

$$\boxed{\text{Cell}>i:\quad \frac{t}{S_{i-1}(A)}>1 \quad \frac{t}{S_i(A)}\le 1}$$

$$\Rightarrow \text{Cell}(A,t)=\min_{\substack{\frac{t}{S_i(A)}\le 1\\ 1\le i\le M}}\{i\} \approx v\ \text{的某个线性组合}$$

最后化为：
$$V_i(A_\ell,t)=\frac{1}{E_\ell+\sum_{\alpha=1}^{N}\left|\sum_{\beta=1}^{M}\left(\lambda_{\alpha\beta}^{(\ell)}\cdot V_\beta(A_\alpha)\right)\right|}\quad(\ell=1,\cdots,N)\Rightarrow \boxed{\sum_{\alpha=1}^{N}\left|\sum_{\beta=1}^{M}\left(\lambda_{\alpha\beta}^{(\ell)}\cdot V_\beta(A_\alpha)\right)\right|}=\frac{1}{V_i(A_\ell,t)}-E$$

$N\times M$ 个 V 的线性组合

$\downarrow$

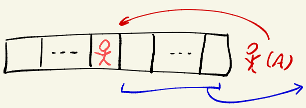
过去所有速度的"表"

$$\begin{pmatrix} V_1(A_1) & \cdots & V_1(A_N)\\ V_2(A_1) & \cdots & V_2(A_N)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ V_M(A_1) & \cdots & V_M(A_N)\end{pmatrix}$$

② (一①) A前面那格的人停住了且A没有到达座位（此时 $U(A,t)=\infty$）

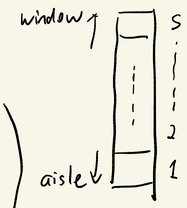
直观想法：等那个人放完了继续（最终化为情形①）

$$\text{总时间}=\sum_{i=1}^{M} t_i(A)+\max\{t_L(A),\text{让座时间}\}$$



= 这些人中最靠里的人的位次 $\cdot\ t_s$

登机位次列向量



$$\begin{pmatrix}\sigma_s\\ \vdots\\ \sigma_2\\ \sigma_1\end{pmatrix}$$

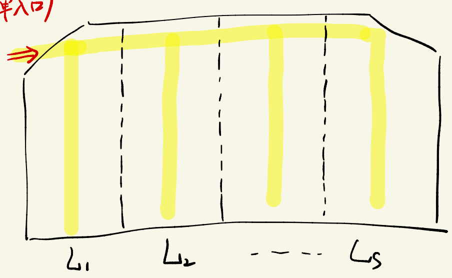
$$\text{这个位置的总让座时间}=t_s\times(\underbrace{s,s-1,\cdots,2,1}_{\text{分配的初始权值}})\times\underbrace{\begin{pmatrix}\\ \\ \\ \end{pmatrix}}_{\text{乘客的初始权值}}$$

（用于计算满意度）

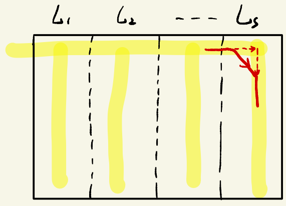
乘客满意指数 $\begin{cases} \text{到座位时间} \\ \text{等别人放行李而啥什么也干不了的时间} \\ \text{让座次数}(\propto \text{时间}) \end{cases}$

应用于其它机型

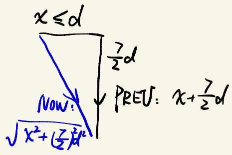
① Flying-Wing (单入口)　主体思想：分块　共分成S块



Step1° 扩充



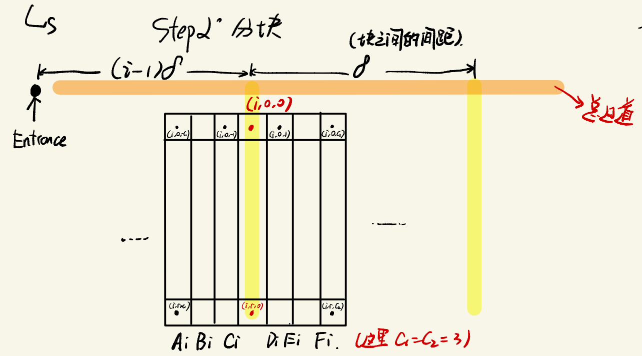
(写进假设，影响十分小)



$$|Now - PREV| = \left|\sqrt{x^2+(\tfrac{7}{2}d)^2} - (x+\tfrac{7}{2}d)\right| \le \left|\left(\sqrt{1^2+(\tfrac{7}{2})^2} - (1+\tfrac{7}{2})\right)d\right| = \frac{-2\sqrt{53}+18}{5} \approx 0.688m$$

真正影响 < 1s，可以省去．

Step2° 分块



L_i $(i=1,\cdots,S)$
有 M_i 个人

$\begin{cases} ①\text{懂者优先} \\ ②\ \text{Steffen Perfect} \end{cases}$

Step 3° 根据前面模型的一些简单推论 $\xrightarrow{\text{引出}}$ 问题的转化

- 记在块L_i中登机的乘客集合为 $P_i=(A_{i1}, A_{i2}, \cdots, A_{iM_i})$ $(M_i=|P_i|)$ 则显然块之间是独立且保序的（根据假设，目标在某个块中的乘客无法到别的块中去，且先后顺序不变，变的只有入块的初始时间间隔）而通过运用并行性的证明方式，对于任意一种初始的间隔（由保存性，排序不受影响），故块内乘客的排序可唯一地根据乘客情况确定：

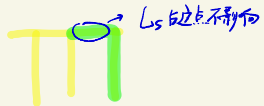
$$\sigma_i(P_i): \{1,\cdots,\underset{\substack{\| \\ |P_i|}}{\text{any } \mathbb{Z}^+}\} \xrightarrow{\sigma_i} \{1,\cdots,\underset{\substack{\| \\ |P_i|}}{\text{any } \mathbb{Z}^+}\}.$$

↑
最优排序方案

并行性表达式

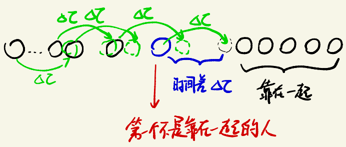
（即：A_{ij} 在排序时会排到第 $\sigma_i(j)$ 位，$i=1,\cdots,S$，$j=1,\cdots,|P_i|=M_i$）

- 定义L_i在t时效率 $y_i(t)$: $\begin{cases} \text{占总过道的格数} \downarrow, & y_i \uparrow \\ \text{占分过道 i 的格数} \ \& \ \underbrace{\text{并行性}}_{r_i(t)} \uparrow, & y_i \uparrow. \end{cases}$



<u>Claim 1</u> 在占总过道格数均为0（更一般地，在占总过道格数一定时），但内间隔若全不增，则效率不减

<u>Proof of Claim 1</u>　1° 调整法．



2° 更极端地

木态：全靠在一起——效率相对最高．（但会堵过道）

<u>Corollary</u> 对主过道亦可如此．

<u>Claim2</u> 过道时刻塞满是最理想的．

最优化 $\xrightarrow{\text{转化为}}$ 过道何时能塞得最满？ $\xrightarrow[\text{转化为}]{\text{一种方案}}$ 取定一个"满载指数"(Loaded index)

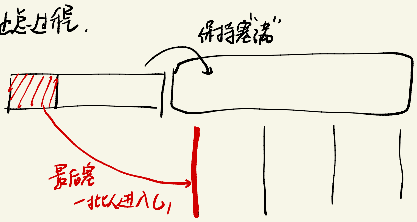
可以:
- 指示我们接下来塞哪个人．
- 注意到组内顺序是定的，故接下来要塞的人只有S种选择

S ‖ 4 ↓转化为

枚举极少数的情况．

<u>Claim 3</u> 最后塞一批人最优（逆推法）

理想过程．

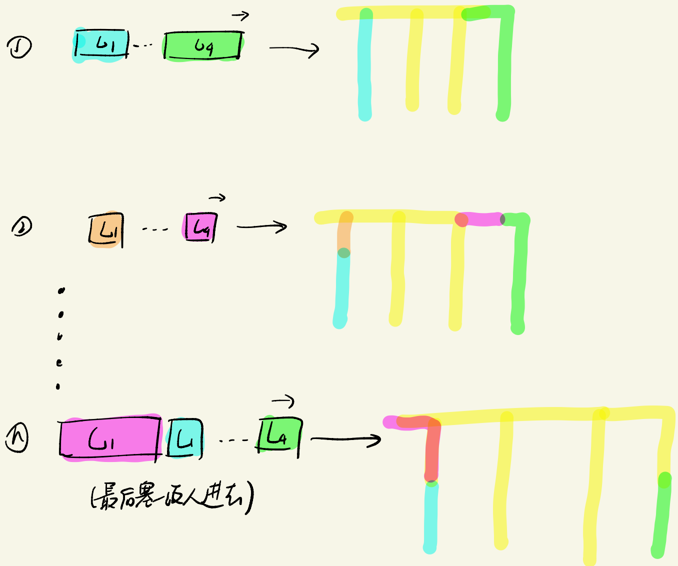


Step 4° 满载指数 (Loaded Index)

大权 · 不要造成主过道的拥堵. (在独立的组内其实影响不大).

小权 ·

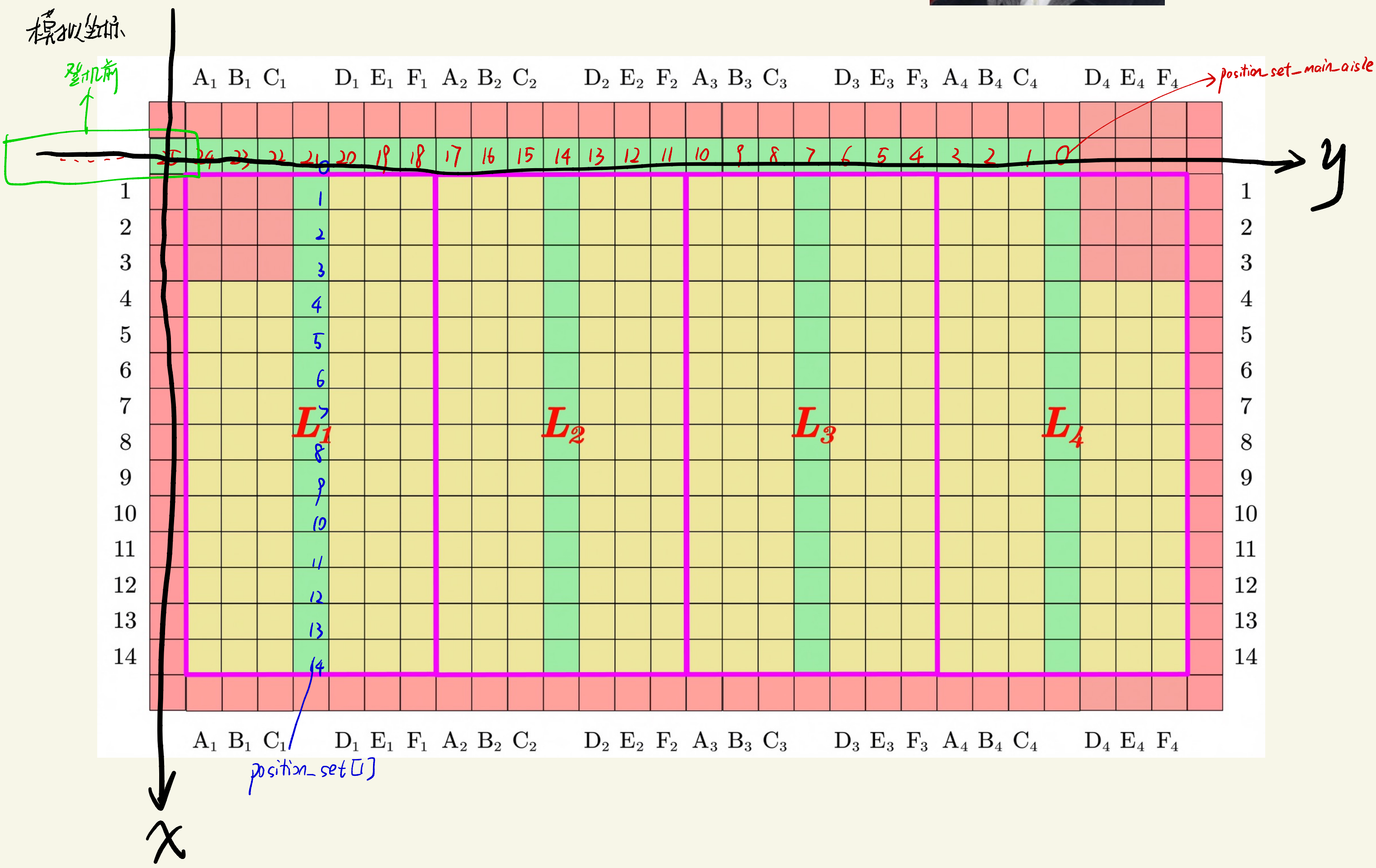
Step 5° 总过程:

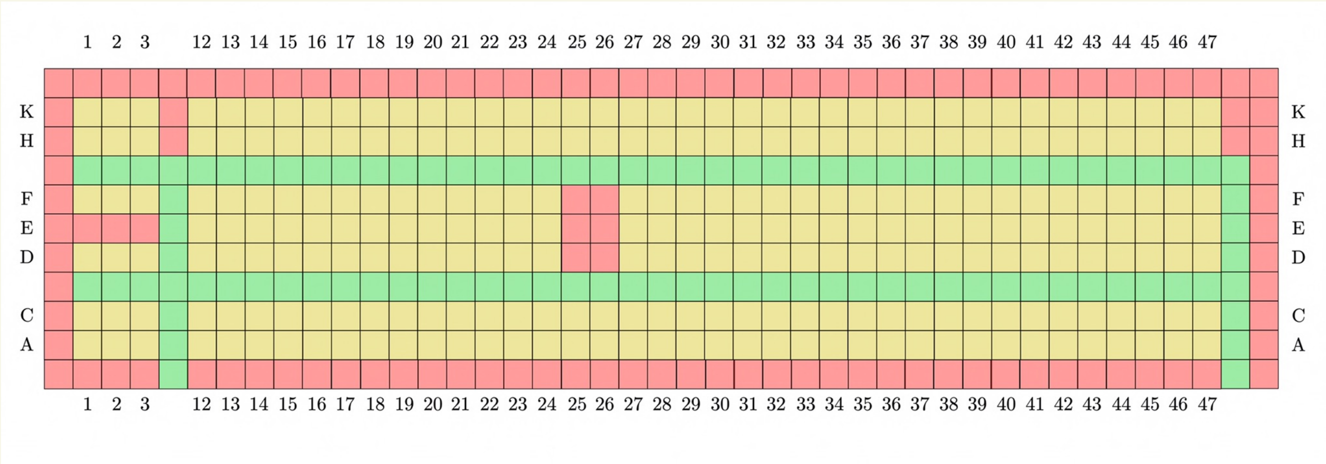


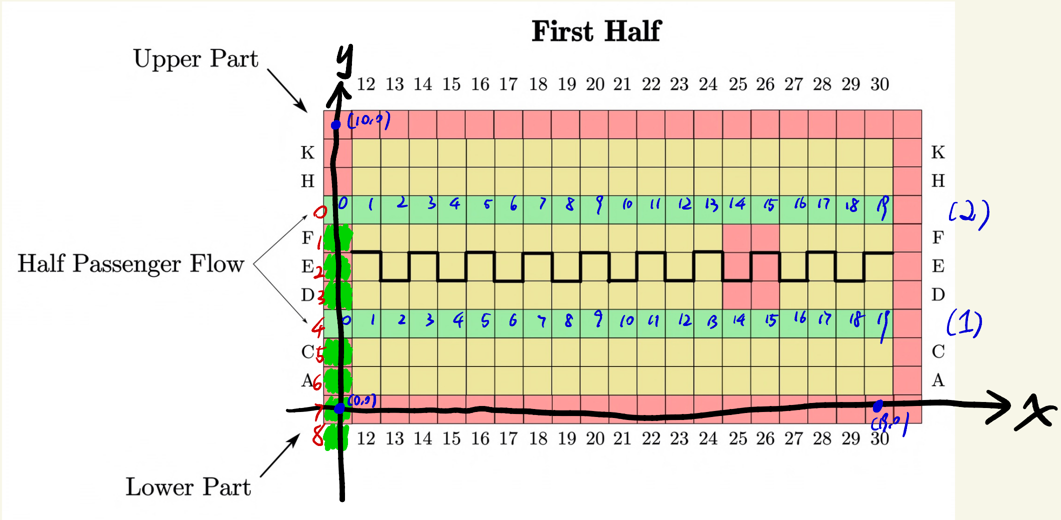
用$\{L\}$表示$\{L_1, \cdots, L_S\}$

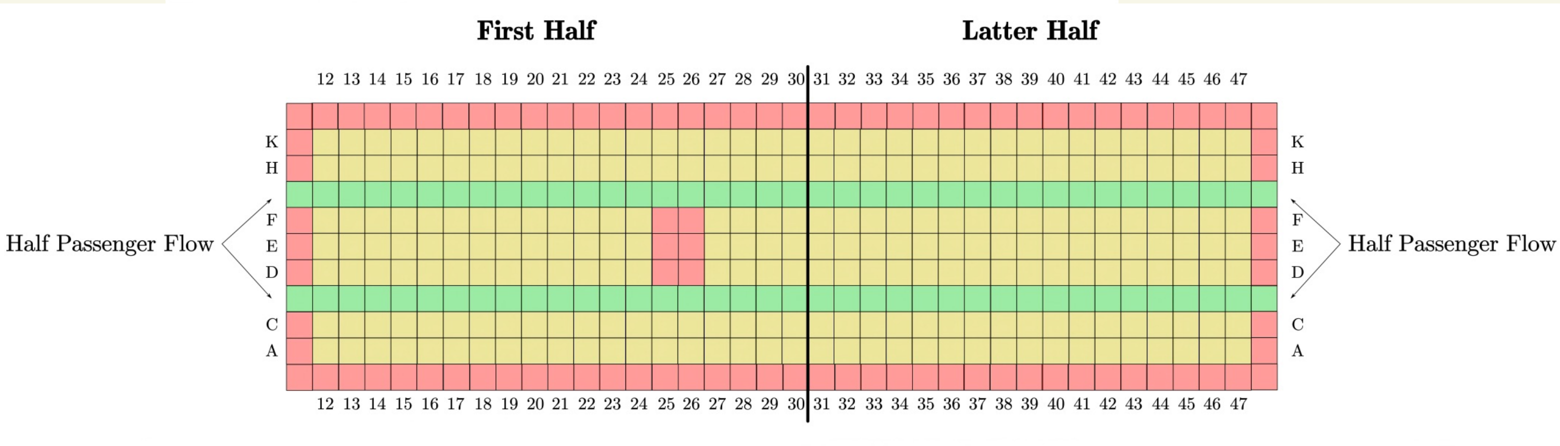
还是"分块思想"用$L_{\{\}}$表示块之间的顺序

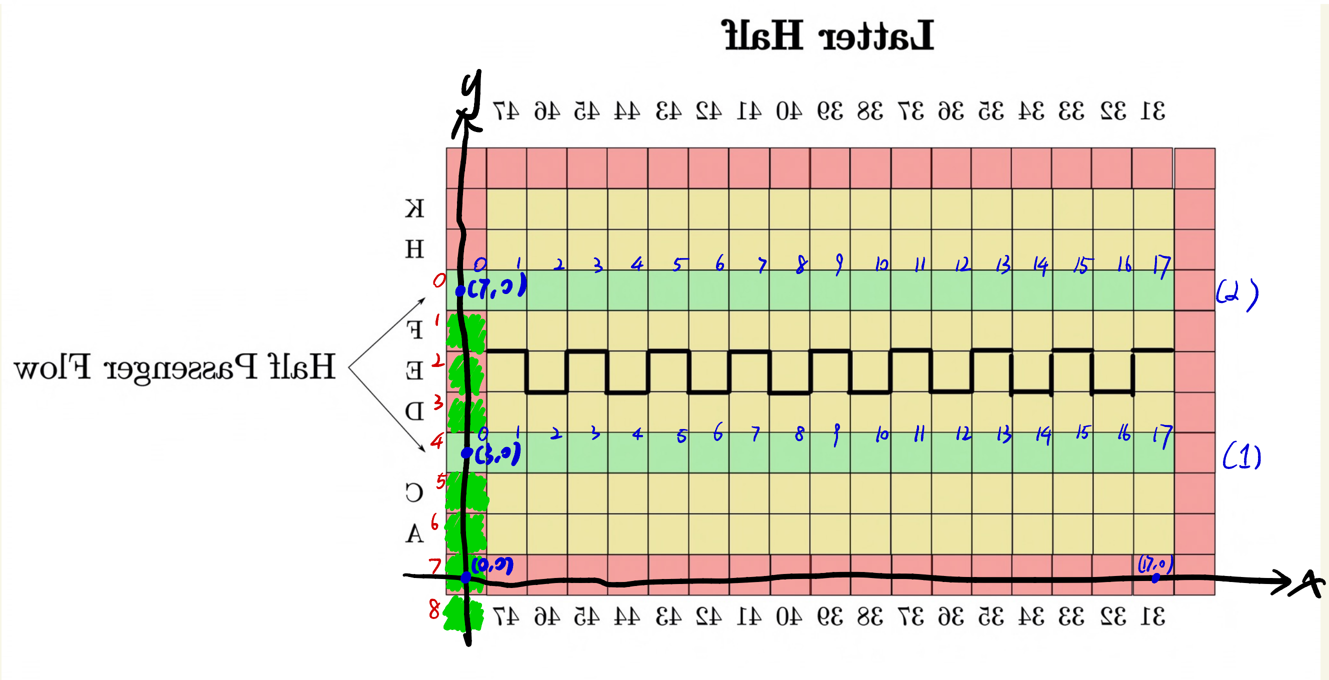
TBD: 块的计算






First Half
Upper Part
Half Passenger Flow
Lower Part

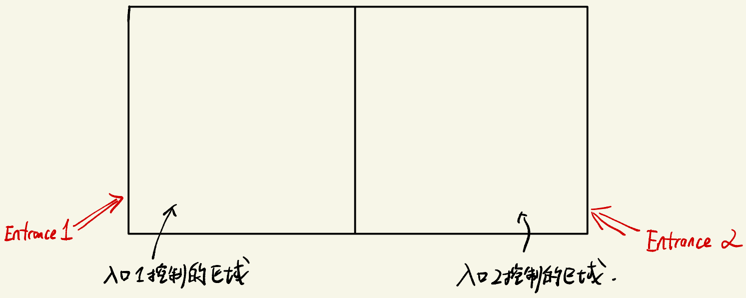

First Half
Latter Half
Half Passenger Flow
Half Passenger Flow



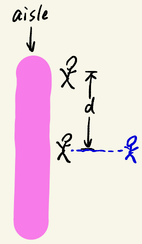
关于double-aisle-plane:

1° 分块:

Claim 分块必有明显"界限" ⟺ 方块互不重复



若重叠: 看间距 →



2° 对块内.