此条目需要**精通或熟悉数学的编者**参与及协助编辑。

请邀请适合的人士改善本条目。更多的细节与详情请参见讨论页。

首页 分类索引 特色内容 新闻动态 最近更改 随机条目 资助维基百科 帮助

帮助 维基社群 方针与指引

知识问答 字词转换 IRC即时聊天 联络我们 关于维基百科 工具 链入页面 相关更改

互助客栈

上传文件 特殊页面 固定链接 页面信息 引用本页 短链接

其他语言 English

✔编辑链接

1 历史

条目 讨论 大陆简体 > 维基百科爱好者交流群(Telegram:@wikipedia_zh_n函、Discord函及IRC:#wikipedia-zh函 IRC://互联)欢迎大家加入。[关闭]

有限元分析 [編輯]

维基百科、自由的百科全书

积分方程组数值解的数值方法。 整个区域上变化,或者当解缺少光滑性时,有限元方法是在复杂区域(像汽车、船体结构、输油管道)上解偏微

分方程的一个很好的选择。

另见其他需要数学专家关注的页面。

在解偏微分方程的过程中,主要难点是如何构造一个方程来逼近原本研究的方程,并且该过程还需要保持数值稳 定性。目前有许多处理的方法,他们各有利弊。当区域改变时(就像一个边界可变的固体),当需要的精确度在

阅读

Q

搜索维基百科

查看历史

有限单元分析,即使用**有限单元法**(英语:Finite element method)分析物理现象,是一种用于求解微分方程组或

[1]。然后,将对这些有限元建模的简单方程式组合成一个对整个问题进行建模的较大方程式系统。然后,有限单元 法通过最小化关联的误差函数,使用来自变异演算的变异方法来近似求解。 将整个物理系统细分为 **Shaded Plot** 更简单的部分具有以下 IBI smoothed 优点^[2]:

为了解决问题,有限单元法将大型物理系统细分为更小、更简单的部分,称为有限元(英文: finite element)。

这是通过在空间维度上进行特定的空间离散化来实现的,该离散化是通过构建对象的网格实现的:解决方案的数

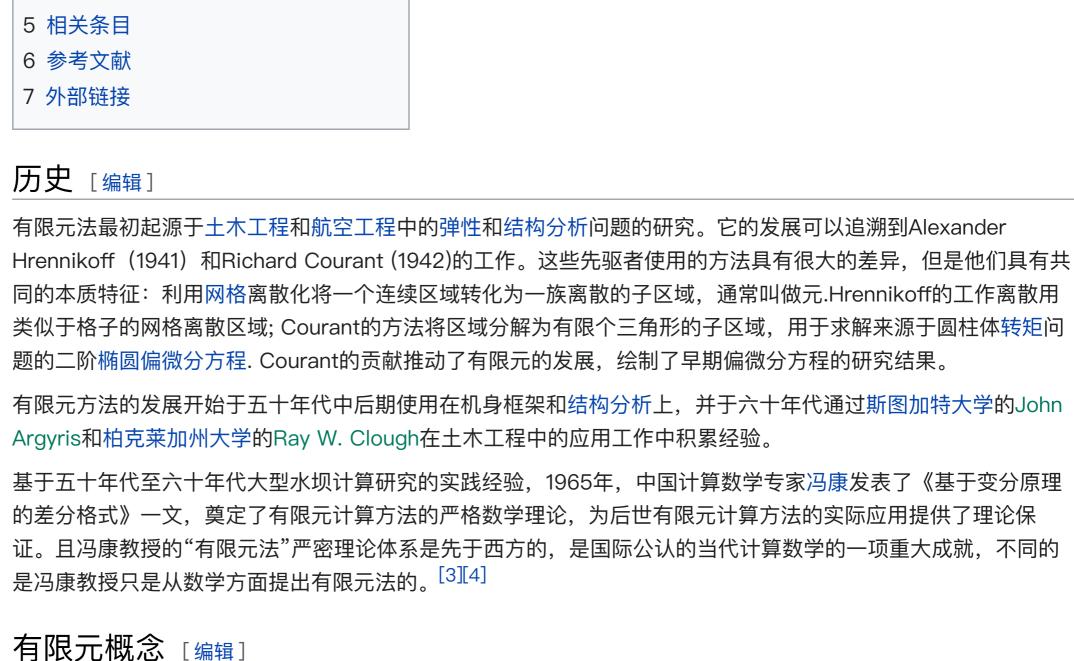
值域具有有限数量的点。边值问题的有限单元法公式化最终形成了一个代数方程组。该方法在域上近似未知函数

• 精确表示复杂的几 何形状。 • 可以描述多样的材

料特性。 • 轻松表示整体解决 方案。 • 精确描述局部现 象。 由研究人员建立的有限单元网格,然后使用 该方法的工作流程包括 示分析人员已为每个区域设置了材料属性, (1) 将问题的域划分 在此图中, 浅蓝色的铁磁成分(可能是 为子域的集合,每个子 铁),浅紫色的是空气。 域由一组单元方程表示 罩的性能达到了设计目标。 为原始问题, 然后

程是将残差和加权函数取内积,并将该积分设为零。简而言之,它是通过将试验函数拟合到偏微分方程中来最小 化近似误差的过程。残差是由试验函数引起的误差,权重函数是投影残差的多项式逼近函数。该过程消除了偏微 分方程中的所有空间导数,从而使偏微分方程局部近似为**一组稳态问题的代数方程**,或是**一组用于瞬态问题的常** 微分方程。如果基础偏微分方程是线性的,则单元方程也是线性的,反之亦然。稳态问题中出现的代数方程组, 便利用数值线性代数方法求解,而瞬态问题中出现的常微分方程组则使用其他数值方法(例如欧拉方法或Runge-Kutta法)通过数值积分来求解。

2 有限元概念 2.1 单元 2.2 节点 2.3 自由度 2.4 网格 3 分析方法 3.1 弱解形式 3.1.1 P1的弱解形式 3.1.2 P2的弱解形式 3.1.3 证明解的存在性和唯一性



分析方法 [编辑]

单元 [编辑]

节点 [编辑]

网格 [编辑]

P1是一个较简单的**一维**问题 $ext{P1} \,: \left\{ egin{aligned} u''(x) &= f(x) ext{ in } (0,1), \ u(0) &= u(1) = 0, \end{aligned}
ight.$

以下用有限元分析解决两个简单问题,更一般的问题可以类似的推导出来。

单元(Element)是由节点组成的几何体,如三角形单元,四面体单元等。

y的二阶导数。问题P1能够通过计算不定积分而直接解决。然而,解决边值问题的这一方法只有在空间维数为1时 才可用,并且不能推广到高维问题以及形如u+u''=f的问题。出于这种考虑,我们将用有限元方法解决P1并将 其推广至问题P2.

维问题由计算机求解。

的光滑函数v,有

二维比较简单的问题是狄利克雷问题

弱解形式 [编辑] P1的弱解形式 [编辑]

 $= u'(x)v(x)|_0^1 - \int_0^1 u'(x)v'(x)\,\mathrm{d}x$ (2)

此处 abla代表梯度,即为二维平面上的内积 。另外 ϕ 可以转为内积空间 $H^1_0(\Omega)$,且 Ω 的一次微分函数 $\partial\Omega$ 为零。 我们也可以假设 $v \in H^1_0(\Omega)$ (详见索伯列夫空间) 也可以显示解的存在性和唯一性。 证明解的存在性和唯一性 [编辑]

离散化 [编辑]

维线性问题替换掉:

找到 $u \in H^1_0$ 使

表示唯有限维度的形式:

对于 P1 [编辑]

分积分运算。

对于 P2 [编辑]

• 广义有限元方法

• 虚拟工作场所

参考文献 [编辑]

• 机能使用监控系统

• 集成车辆健康管理系统

Analysis Community

of FEA links and programs

 $orall v \in H^1_0, \; -\phi(u,v) = \int fv$

 $\int_{\Omega} fv\,ds = -\int_{\Omega}
abla u \cdot
abla v\,ds \equiv -\phi(u,v),$

通过对(1)的右侧使用分部积分,可以得到

 $\int_0^1 f(x)v(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 u''(x)v(x)\,\mathrm{d}x$

在此在区间 (0,1)之中选择 $n \cap x$ 的可能值 $0=x_0 < x_1 < \cdots < x_n < x_{n+1} = 1$ 接着定义V 为: $V=\{v:[0,1] o\mathbb{R}\ : v ext{ is continuous, } v|_{[x_k,x_{k+1}]} ext{ is linear for } k=0,\ldots,n, ext{and } v(0)=v(1)=0\}$ 令e $x_0=0$ 和 $x_{n+1}=1$ 。观察到在 V 之中的函数根据微积分的基本定义是不可微分的。 当然,当 $v\in V$,则

单元而言,在此将假定V存在于分段多项式函数的空间中。

三角分割,以及该多边形的分段线性函数(图片上半部彩色部分),即 在三 角分割所形成的每个三角形上呈线性; 空间 $oldsymbol{V}$ 则由在所在的三角分割的每个 三角形上的函数线性组合而成。 我们希望当下面的三角形网格变得越来越精细,离散子问题(3)的解在某种 意义上将收敛到原始边界值问题P2的解。 为了测量此网格的细度,三角分割

外部链接 [编辑] MIT Video Lecture

 on the Finite Element Method Multiphysics Glossary
 ② (页面存档备份型,存于互联网档案馆) (Glossary of Multiphysics and Finite) Element Modeling terms by COMSOL)

• Intro to FEA必 propagation☑ (页面存档备份☑,存于互联网档案馆)

存档备份@,存于互联网档案馆)

查·论·编

有限体积法

有限元法

无网格方法

馆) – FEM, CAD, Programming, discussion forums

热传导方程及其相关 FTCS 格式 · 克兰克 – 尼科尔森方法 有限差分法 双曲方程

Meshfree methods · Mortar methods

有限单元法解决左侧问题的方法,涉及电磁 套装软件找到解决磁性问题的方法。 颜色表 屏蔽。 磁性圆筒形遮蔽罩保护内部区域不受 外部磁场影响。 如插入图例中的比例尺所 示,颜色表示磁场的强度,红色为高强度磁 场。 圆柱体内部的区域是低强度的(深蓝 色, 具有宽间隔的磁通量线), 这表明遮蔽

目录[隐藏] 4 离散化 4.1 对于 P1 4.2 对于 P2 有限元法最初起源于土木工程和航空工程中的弹性和结构分析问题的研究。它的发展可以追溯到Alexander

自由度 [编辑] 节点自由度(Degree of Freedom, 简写 DoF),是节点上变量的个数,例如用位移法解结构问题时节点自由度 为3,表示单个节点上三个坐标方向上的位移,又例如热分析时节点自由度为1,表示某个节点处的温度值。

网格(Mesh)是由多个单元通过共用节点组成的单元网络,用以表示待解问题域。

节点(Node)是单元几何体的端点、顶点或特定点,单元的各物理量变化均体现在节点上,例如在弹性力学问题

中,一个有两个节点的线单元的质量集中在两个节点上,受力也只能作用在节点上,变形也用节点的位移表示。

 $ext{P2} \ : egin{cases} u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = f(x,y) & ext{in } \Omega, \ u = 0 & ext{on } \partial \Omega, \end{cases}$ 其中 Ω 是(x,y)平面上的连通开区域,它的边界 $\partial\Omega$ 是良好的(例如,光滑流形或多边形), u_{xx} 和 u_{yy} 分别表示x和

其中f是已知函数, u是关于x的未知函数, u''是u对x的二阶导数。

我们的描述分为两步,每步都反映了用有限元解决边值问题的本质。 • 将原问题描述为它的弱形式,或变分形式。这一步很少或不需要计算。 • 离散化,将弱形式在有限维空间离散化。

(1) $\int_0^1 f(x)v(x) dx = \int_0^1 u''(x)v(x) dx$ 相反如果 u对任何光滑函数v(x)满足u(0)=u(1)=0和(1),那么u是P1的解。对于二次可导函数u证明这一 点是非常容易的(利用中值定理)。

这两步之后,我们可以构造一个大型有限维线性方程,线性方程的解就是原边值问题的逼近解。然后,这一有限

第一步是将问题P1和P2转化为他的等价变分形式,或弱解形式。如果 $m{u}$ 是问题P1的解,那么对任何满足边界条件

 $=-\int_0^1 u'(x)v'(x)\,\mathrm{d}x=-\phi(u,v)$ 其中假设v(0) = v(1) = 0。 P2的弱解形式 [编辑]

f当我们使用格林恒等式来表示式(2), P2可以 u的积分型式表示,在此定义 $\phi(u,v)$

P1 和 P2 通过上述过程被离散化,并简化为 子问题 (3)。 基本思路是将无限

A function in H_0^1 , with zero 子问题(3) Find $u \in V$ such that values at the endpoints (blue), $orall v \in V, \; -\phi(u,v) = \int fv$ and a piecewise linear approximation (red) 此处 V 是 H_0^1 的一个有限维度线性子空间。V有许多可能的形式,但对于有限

通常不定义 $x = x_k$, $k = 1, \ldots, n$ 的导数,但导数事实上存在于每一个x的位置,并可以利用这些导数来进行部

1. ^ Logan, Daryl L. A first course in the finite element method ₽ 5th ed. Stamford, CT: Cengage Learning. 2012.

• IFER❷ (页面存档备份❷, 存于互联网档案馆) -- Internet Finite Element Resources - an annotated list

CAD, Finite Element Analysis (Abaqus, Ansys), CAE, Programming型 (页面存档备份型,存于互联网档案)

World Association of Fatigue, Durability and Fracture Mechanics – Fatigue for Finite Element Models ☑ (页面

数值偏微分方程

戈杜诺夫格式・High-resolution scheme・MUSCL 格式・AUSM・Riemann solver

hp-FEM·扩展有限元法·不连续伽辽金法(Galerkin)·Spectral element method·

光滑粒子流体动力学 (SPH)·移动粒子半隐式法 (MPS)·Material point method (MPM)

Finite Element Methods for Partial Differential Equations☑ (页面存档备份☑,存于互联网档案馆)

• FEM AVI-gallery at CompMechLab site, St.Petersburg State Polytechnical University, Russia №

 $x_0 = 0$ x_1 x_2 x_3 x_4 $x_5 = 1$

两种不同维度(二维及三维空 🗗

[隐藏]

WIKIMEDIA

Powered by

MediaWiki

间)的分段线性函数

小有关。 当我们提高三角分割的精度时(分割出更多三角形),分段线性函 数的空间V应会随h变动。因此,在某些文献中会以 V_h 来代表。 相关条目 [编辑]

由一很小的实数h > 0所表示。此参数将与三角分割中最大或平均三角形的大

V 是属于 Ω 的一系列函数。 在右图中,图片下半部是一个15边形的平面 Ω 的

2. ^ Reddy, J. N., An Introduction to the Finite Element Method (Third ed.). An Introduction to the Finite Element Method (Third ed.). McGraw-Hill. 2006. ISBN 9780071267618. 请检查 | isbn=值 (帮助). 3. ^ 冯, 康. 基于变分原理的差分格式. 应用数学与计算数学. 1965. 4. ^ 实践出题、直觉判断、求异思维——冯康的创新要诀函. 中国科学院数学与系统科学研究院. [2010–07–26]. (原始内 容❷存档于2013-07-10).

ISBN 978-0-495-66825-1. OCLC 664675951₺.

• Workshop "The Finite Element Method in Biomedical Engineering, Biomechanics and Related Fields" @ (页面 存档备份函,存于互联网档案馆) Finite Element Analysis Resources de Finite Element news, articles and tips ● COMSOL Multiphysics Finite Element Analysis Software❷ (页面存档备份❷,存于互联网档案馆) – Official site

Mathematics of the Finite Element Method☑ (页面存档备份☑,存于互联网档案馆)

• Introduction to FEA for EM modeling (includes list of currently available software) Finite Element modeling of light feapower☑[永久失效链接]

Lax-Friedrichs 方法·Lax-Wendroff 方法·MacCormack 方法· 迎风格式・ 其他方法 交替方向隐式法(ADI)·有限差分时间域法

Schur complement method · Fictitious domain method · Schwarz alternating method · Additive Schwarz method · Abstract additive Schwarz method · Neumann-Dirichlet method · 区域分解法 Neumann-Neumann methods · Poincaré-Steklov operator · Balancing domain decomposition · BDDC · FETI · FETI-DP 谱方法・拟谱方法・Method of lines・多重网格法・Collocation method・水平集方法・ 其他方法 Boundary element method · Analytic element method · Particle-in-cell · 无限差分法・ 无限单元法・基本解方法 分类: 连续介质力学 | 数值微分方程 | 偏微分方程 | 结构分析 本页面最后修订于2022年3月14日(星期一)09:36。

本站的全部文字在知识共享署名-相同方式共享3.0协议之条款下提供、附加条款亦可能应用。(请参阅使用条款) Wikipedia®和维基百科标志是维基媒体基金会的注册商标;维基™是维基媒体基金会的商标。 维基媒体基金会是按美国国内税收法501(c)(3)登记的非营利慈善机构。

隐私政策 关于维基百科 免责声明 手机版视图 开发者 统计 Cookie声明

维基数据项目 打印/导出 下载为PDF 可打印版本 在其他项目中 维基共享资源 (2) 系统地将所有单 元方程组重组为用于最终计算的全域方程组。 Español 한국어

在上面的第一步中,单元方程是简化过的方程,可以局部地近似要研究的原始复杂方程组,其中原始方程通常是 偏微分方程。为了求此方程式的近似解,通常将有限单元法作为伽辽金法的特例来处理。用数学语言来说,该过