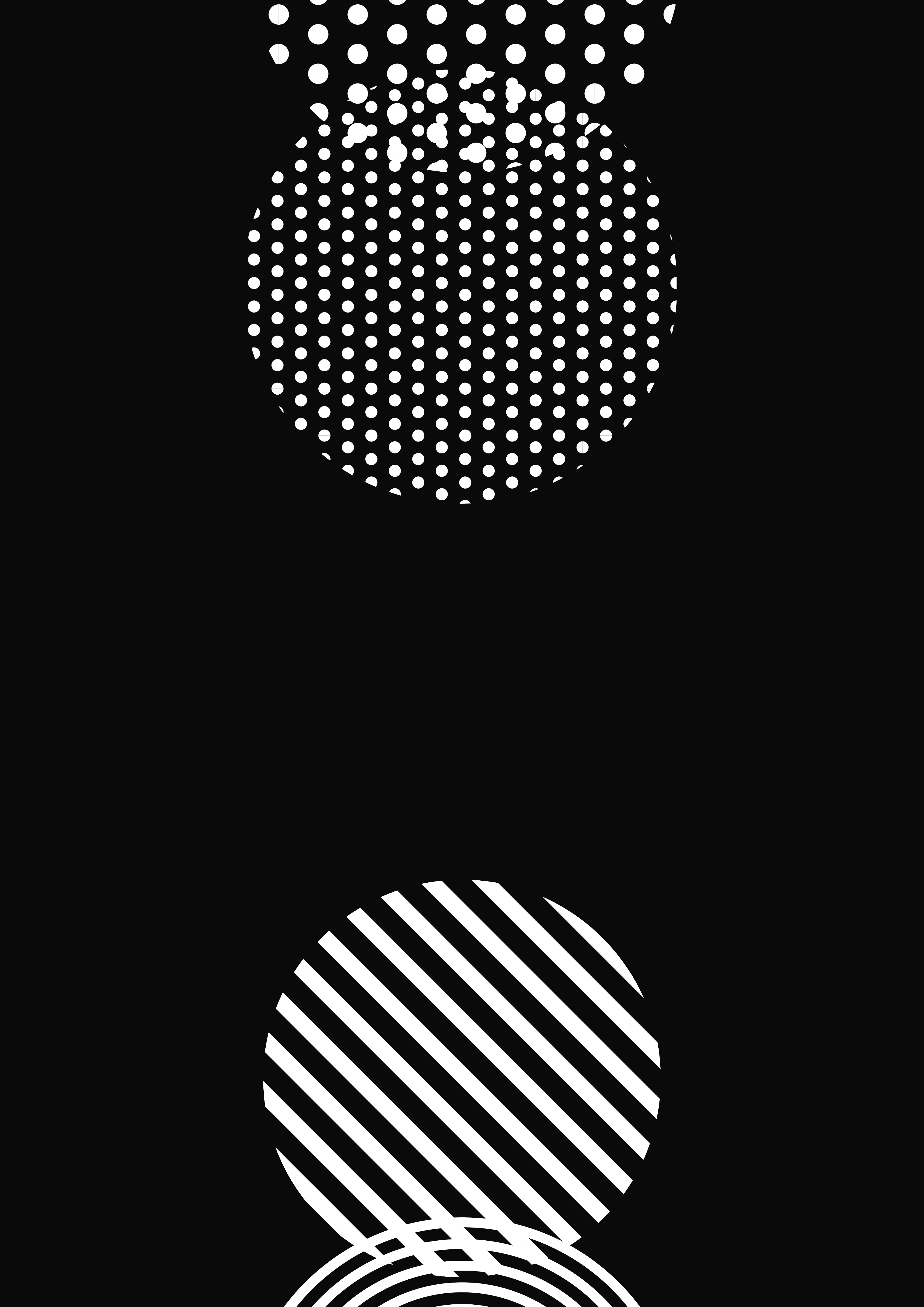


2022 Winter IMMC

概要：有限种"方块"构建尽可能多样的物品

Problem D

步骤（分析）

1' 设计"方块"（静态）

—— 存储空间

∝ 拼接"兼容性"

$f(\text{Block}) = (a_1, \cdots, a_k)$ （向量）

可供考虑：几何-形状

图案

Q 1

属性

Block

'Relationship(s)'

Cluster of Blocks

外观，功能，……一堆不随具体位置变化的内在属性所组成的矩阵

① (x, y, z) 空间位置 —— 精度？ 绝对位置

Hint：IMMC往年 HK Map

② $f(\text{Block})$

③ 它要用来造什么（$T \leftarrow g_{target}(\text{Block})$） E.g. T = "一栋楼"

④ 在 T 中的相对位置

---

① 定义'Cluster'：最小的具有完整意义的方块集合 E.g. 一栋楼

$Pos = \{(X(\text{Block})$

不允许：违反物理规律？

需要建造的东西

1、交通工具（动）

轨道

海上

道路

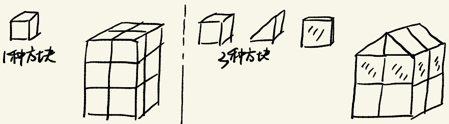
空中

2、楼，etc（静）

决定方块类型

$\alpha_{fit}(\text{object})$

E.g.



1种方块

大楼 a

$\alpha_{fit}(a)$

2种方块

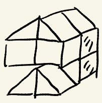
大楼 b

$\alpha_{fit}(b)$

何为"拟合得好"

Problems to solve

① 为什么不能



（拟合度不高）

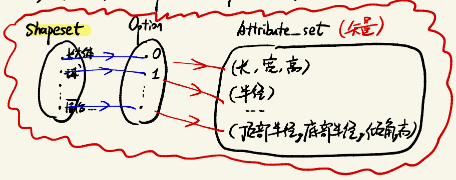
② 如何数学化

数学化

Block的内在属性

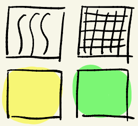
$f(\text{Block})=$

- 体积 V
- 几何形状（拓扑特征）
  - Option ⟵(int) A　Eg. 长方体、球 ---
  - 形状属性集（内部指标随Option变化）



遗留问题：数学化过程
的统一矩阵

- 外表纹饰图案

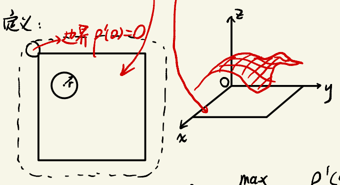


抽象 ⟶

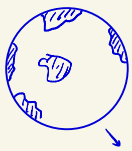
- 纹路：线条密度 ρ_1, ρ_2 (surface)

定义：不同于设定底色的部分

定义：



选定surface 线度L的一定比例 α_{radius}（别过大或过小），$r \overset{def}{=} L\cdot\alpha_{radius}$，以surface中的每一个点O为圆心作无数个圆，$\rho'(0)=\dfrac{\#\{\text{线条面积}\}}{\pi r^2}$ 绘成连续三维曲面（一定连续）⟶ 非严格证明　阴影代表纹饰



这个方向平移

① 与边界有交点的区域分块
② ∃ $d\to 0$，平移d后块的“方位”不变
③ 对于一个“块” $d\to 0$时

可近似成

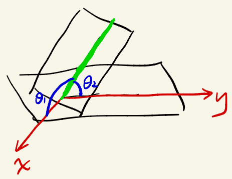
显然连续变化

① 连续度 $\rho_1 \overset{def}{=} \dfrac{\max\limits_{O\in Surface}\rho'(0)-\min\limits_{O\in Surface}\rho'(0)}{L}$

② 密度 $\rho_2 \overset{def}{=} \dfrac{\iint\limits_{Surface}\rho'(x,y)\,d\sigma}{S(\text{surface})}$

- 颜色：标准 (R,G,B) 三色

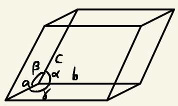
- 基准面与空间xOy平面（地面）的夹角（两个参数 θ_1, θ_2）

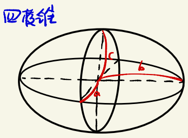


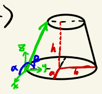
$$f(\text{Block})=\begin{pmatrix} V \\ (\rho_1,\rho_2) \\ (R,G,B) \\ \text{Shapeset中定义的矢量 } (\alpha_1,\cdots,\alpha_k) \end{pmatrix}$$

Shapeset　通用参数：x, y, z（空间坐标），θ_1, θ_2（与O_x, O_y夹角），type（决定形体）

type	几何体	参数
0	“平行六面体”	$a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ $k\left(\frac{\text{上表面线度}}{\text{下表面线度}}\right)$ Eg. $k=1$ 平行六面体　$k=0$ 四棱锥
1	椭球体	a, b, c
2	椭圆柱台	$a, b, h, \alpha, \beta, k\left(\frac{\text{上表面线度}}{\text{下表面线度}}\right)$ Eg. $k=1$ 椭圆斜体 $k=0$ 椭圆锥体







↑静态
↓实体

Hint：实体拟合度一般较高，基本只需考虑动态

拟合度计算

[!] 算的是绝对拟合度

① 形状(体积)因素

- 体积较原图形的重叠程度 Overlap(Cluster)
- 多余部分 Excessive(Cluster)

$$因子 = \frac{Overlap(Cluster) - Excessive(Cluster)}{Total\_Volume}$$

② 与Block相关

i) 外表纹饰部分：

$$\left| \underset{实际}{\rho_1(surface(Block))} - \underset{目标}{\rho_1(surface(Target))} \right| = \Delta\rho_1$$

$$\left| \rho_2(surface(Block)) - \rho_2(surface(Target)) \right| = \Delta\rho_2$$

$$因子 = e^{-(k_1\Delta\rho_1 + k_2\Delta\rho_2)}$$

(越大越拟合)

ii) 颜色部分： 绝对肉眼最小可见色差为 Δe

$(R_{Block}, G_{Block}, B_{Block})$, $(R_{standard}, G_{standard}, B_{standard})$.

$$\Delta_{Color} \stackrel{def}{=} \sqrt{\sum_{R,G,B} \frac{|R_{block} - R_{standard}|^2}{3}}$$ (显得高级)

$$因子 = e^{-\left(\frac{\Delta_{color}}{\Delta e} - 1\right)}$$ ($\Delta color = \Delta e$ 时恰为100%)

iii) 形状部分

[原则] 对应块的三维形状必须属于同一类 $I \in \{0,1\}$ (同类为1，不同类为0)

$$\Delta_{shape} = \sqrt{\frac{\sum_{x \in attribute\_set(Block)} |x_{拟合的} - x_{真实的}|^2}{\# attribute\_set}}$$

待改进

$$因子 = I \cdot e^{-\Delta_{shape}}$$

方法：

step I ：大卸八块（按方块智能分割）

step II ：对每一块计算相对拟合度

由每一种拼接(组合)方式决定

组合方式间的转换： Q-Learning ✓

注：所有因子 = max{100%, 计算值}

即介于 0%~100%

综合以上因素得到一个拟合度矢量 $\vec{J}$ = (体积因子，纹饰因子，颜色因子，形状因子)

引向量

$$\stackrel{def}{=} (V_v, \underset{stripe}{V_{st}}, V_c, V_{sh})$$

$$\begin{pmatrix} V_v & & & \\ & V_{st} & & \\ & & V_c & \\ & & & V_{sh} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \underset{J_1}{V} & & & \\ & \underset{J_2}{(\rho_1, \rho_2)} & & \\ & & \underset{J_3}{(R,G,B)} & \\ & & & \underset{J_4}{(\alpha_1, \cdots, \alpha_k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_v J_1 & & & \\ & V_{st} J_2 & & \\ & & V_c J_3 & \\ & & & V_{sh} J_4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} V_v V & & & \\ & (V_{st}\rho_1, V_{st}\rho_2) & & \\ & & (V_c R, V_c G, V_c B) & \\ & & & (V_{sh}\alpha_1, \cdots, V_{sh}\alpha_k) \end{pmatrix} = f_{same}(Block, Cluster).$$

概念：等同方块 ⟶ "整体感"

综上得出拟合度指数 $\alpha_{fit} = \frac{\sum_{Block} \frac{f_{same}(Block, Cluster)}{f_{same}(Block, Building)}}{\# Block}$ (0%~100%)

$$\Delta_{same}(Block 1, Block 2, Cluster) : \sqrt{\frac{\sum(相应的4个元素分别作差^2)}{4}}$$

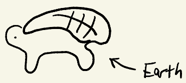
我们定义，若 $\Delta_{same} < \delta_{eye}$，则认为是相同的方块. ⟶ 计算出方块数.

上聚类算法

Q2

信息的获取 Eg. ADS-B
AIS 船舶定位

假设 ① "事件" { 小规模 Eg. 车辆移动
大规模 Eg. 大楼倒塌 ⟶ 手动更新

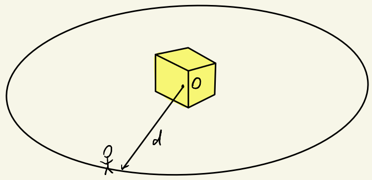
② 

③ 线条、线路有宽度
④ 实体(entity)视为质点

⑤ "中间态" —— minecraft
0 o 1
{ block 静态
entity 实体

问题：Eg. ① 车进得去人进不去
② 船基本要在海上

⑥ 面对每一个实体，从不同角度看，只要与它中心位置的距离不变，观察到的那一面的面积是相同的。



⑦ 由于车不多，因此不考虑实体的遮挡
⑧ 由于途经香港的航班大多于 HKG 起降，因此在香港领空观测到飞机的概率 ≈ 0，故本模型中只考虑 HKG 中观测到飞机起降
⑨ 所有数据取疫情后为准
⑩ 对飞机的观测可近似为二维情况（因为由⑧，不会有飞机在低空中掠过 HKG，故人若要观测起降飞机，其运动方向大致与视线共线

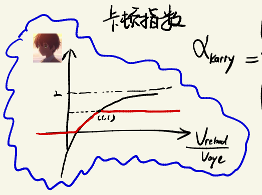
⑪ $z=0$ 以标准海平面为基准

本地

动态起来 —— 刷新速度 V_{reload} = 每秒刷新次数
(单位：Hz (s^{-1}))

每秒计算次数 $M = \underset{(s^{-1})}{V_{reload}}^{(s^{-1})} \cdot$ 每次刷新多少个实体的位置 $(P_{reload})^{(1)}$

卡顿指数

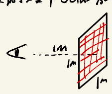


$$\alpha_{karry} = \begin{cases} 1, & \frac{V_{reload}}{V_{eye}} \in (1, +\infty) \\ 2 - e^{1-\frac{V_{reload}}{V_{eye}}}, & \frac{V_{reload}}{V_{eye}} \in [\ln\frac{e}{2}, 1] \\ 0, & \frac{V_{reload}}{V_{eye}} \in (0, \ln\frac{e}{2}) \end{cases}$$

$\ln\frac{e}{2} \approx 0.30$

假设人眼反应为 V_{eye} (单位：Hz) $\approx \frac{1}{16}s = 16\ Hz$

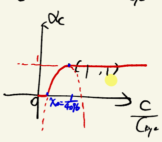
清晰度 C 定义：意观者在观察游戏中距离意观者实际为 1m 的面积为 1m² 的区域的像素数



假设一指标的人眼舒适值为 $C_{eye} \approx 40960000$

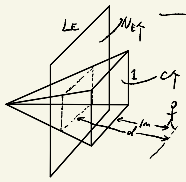
清晰度指数 α_c
(clear)
0% ⁓ 100%
完全不舒适 完全舒适

$$\alpha_c = \begin{cases} 1, & \frac{C}{C_{eye}} \in (1, +\infty) \\ -\left(\frac{4096}{4095}\right)^2 (x-1)^2 + 1, & \frac{C}{C_{eye}} \in [\frac{1}{4096}, 1] \\ 0, & \frac{C}{C_{eye}} \in (0, \frac{1}{4096}) \end{cases}$$

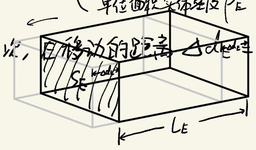


对于一个实体 E (Entity) {
正常移动速度 V_E 单位：m/s
线度 L_E 单位：m
截面积 $S_E = L_E^2$ 单位：m²
距离观察者距离 d 单位：m
占观像素数 N_E 单位：1
单位面积实体密度 ρ_E 单位：m⁻²

能见度范围



每刷新一次，E 移动的距离 $\Delta d_E = \frac{V_E}{V_{reload}}$



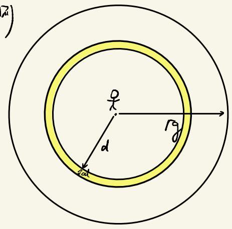
$\Delta V_E = S_E \cdot \Delta d_E$

每动一步，有 $\frac{2\Delta d_E}{L_E} N_E$ 个像素被刷新

$N_E = \left(\frac{r-d}{r-1}\right)^2 L_E^2 C$ ↓ $= 2\Delta d_E L_E C \cdot \left(\frac{r-d}{r-1}\right)^2$

E.g. $\rho_{car} \approx 0.001023\ m^{-2}$

P_{reload} ① 地面上观测

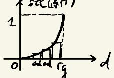


$\underset{(ground)}{r_g}$：地面视野能见度 ≈ 2000 m

视野内共有 $N_g = \pi r_g^2 \rho_E$ 个实体

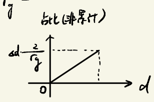
距离为 d 的范围共有 $N_g(d) = \pi d^2 \rho_E$ 个实体

占比为 $\sigma_g(d) = \frac{N_g(d)}{N_g} = \left(\frac{d}{r_g}\right)^2 \propto d^2$

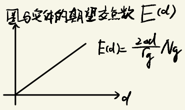


微分元差分：$\frac{1}{r_g^2}[(d+\Delta d)^2 - d^2] \xlongequal{\Delta d \to 0} \frac{2}{r_g^2} \Delta d$

即 $\sigma_g'(d) = \frac{2d}{r_g^2}$



经外推 ⟶



对于每一个  圆环，其视野每刻刷新像素数为 $\frac{2\Delta d}{r_g} N_g \cdot 2\Delta d_E L_E C \frac{r-d}{r-1}$
(期望值)

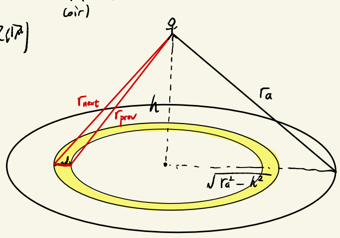
累加：$\lim_{\Delta d \to 0} \sum_{i=1}^{\left[\frac{r_g}{\Delta d}\right]} \frac{2\Delta d}{r_g} N_g \cdot 2\Delta d_E L_E C \cdot \left(\frac{r_g - i\Delta d}{r_g - 1}\right)^2$

$$\stackrel{def}{=} A \sum_{i=1}^{\left[\frac{r_g}{\Delta d}\right]} \Delta d \cdot \left(\frac{r_g - i\Delta d}{r_g - 1}\right)^2 \doteq A \int_0^{r_g} \left(\frac{r_g - x}{r_g - 1}\right)^2 dx = \frac{4\pi r_g^4 \rho_E \Delta d_E L_E C}{3(r_g-1)^2}$$

$\left(A = \frac{4 N_g \Delta d_E L_E C}{r_g} = 4\pi r_g \rho_E \Delta d_E L_E C\right)$

r_a (air) : 平均能见度 $\approx 13000\,m$

② 空中观测



对于阴影部分圆环中, 由于 $\Delta d \to 0$ $(\Delta d \ll h)$, 我们取 r_{next} 作为与圆环中所有实体之距离

$$\text{像素数} = \frac{2\Delta d}{\sqrt{r_a^2-h^2}} N_g\left(\sqrt{r_a^2-h^2}\right) \cdot 2\Delta d_E L_E C \cdot \left(\frac{r_a - r_{next}}{r_a - 1}\right)^2$$

$$= \underbrace{\frac{4\pi\sqrt{r_a^2-h^2}\,\rho_E \Delta d_E L_E C}{(r_a-1)^2}}_{\to B} \cdot \Delta d\,(r_a - r_{next})^2 \qquad r_{next} = \sqrt{h^2+(i\Delta d)^2}$$

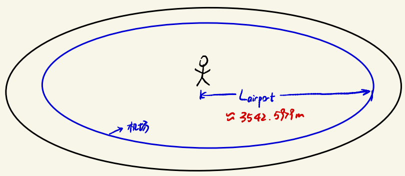
$$\text{共} \sum_{i=1}^{\left[\frac{\sqrt{r_a^2-h^2}}{\Delta d}\right]} B\Delta d\left(r_a - \sqrt{h^2+(i\Delta d)^2}\right)^2 = \int_0^{\sqrt{r_a^2-h^2}} B\left(r_a - \sqrt{h^2+x^2}\right)^2 dx$$

$$= B\left(x(h^2+r_a^2) + r_a\sqrt{h^2+x^2}\left(-\frac{h\sinh^{-1}\frac{x}{h}}{\sqrt{\left(\frac{x}{h}\right)^2+1}} - x\right) + \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^{\sqrt{r_a^2-h^2}}$$

$$= B\left(\sqrt{r_a^2-h^2}\,(h^2+r_a^2) - r_a^2\left(\frac{h\sinh^{-1}\frac{\sqrt{r_a^2-h^2}}{h}}{\frac{r_a}{h}} + \sqrt{r_a^2-h^2}\right) + \frac{(r_a^2-h^2)^{\frac{3}{2}}}{3} + \underbrace{r_a h^2\sinh^{-1}(0)}_{0}\right)$$

$$= \frac{4\pi\sqrt{r_a^2-h^2}\,\rho_E \Delta d_E L_E C}{(r_a-1)^2}\left(\sqrt{r_a^2-h^2}\cdot h^2 - h^2 r_a \sinh^{-1}\frac{\sqrt{r_a^2-h^2}}{h} + \frac{(r_a^2-h^2)^{\frac{3}{2}}}{3}\right)$$

③ 关于飞机 以地面上的Et或性一维估算 $\ll r_a$



$r_{g\_airport} \approx r_a \gg L_{airport}$

$$P_{reload} = \frac{4\pi L_{airport}^4 \rho_E \Delta d_E L_E C}{3(L_{airport}-1)^2}$$

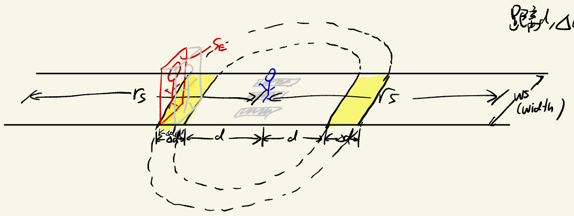
$v_{plane} \approx 900\,m/s$

$L_{plane} \approx \sqrt[3]{58.82\times 12.61\times 17.39}$

$\approx 23.452\,m$

$\rho_{plane} = 0.163\times 10^{-6}\ m^{-2}$

④ 关于人 类比为直线(一条街) r_s (street)



距离d, Δd一圈: 共有 $\rho_E \Delta d\, w_s$ 个实体(期望值)

$$P_{reload} = \lim_{\Delta d\to 0}\sum_{i=1}^{\left[\frac{r_s}{\Delta d}\right]} \rho_E \Delta d\, w_s \cdot C \cdot \left(\frac{r_s - i\Delta d}{r_s - 1}\right)^2 \cdot \frac{S_E}{L_E} \cdot 2\Delta d_E$$

$$= \frac{2\rho_E w_s C S_E \Delta d_E}{(r_s-1)^2 L_E}\int_0^{r_s} x(r_s - x)^2 dx$$

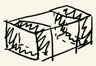
$$= \frac{r_s^4 \rho_E w_s C S_E \Delta d_E}{6(r_s-1)^2 L_E}$$

回答两个问题：For a specific type of entity:

① 每秒需进行多少次计算：设为 P_{calc_local}（本地）与 P_{calc_cloud}（云端）

$$P_{calc\_cloud} = \text{每秒多少次更新} \times \underbrace{\text{每次更新实体数}}_{\text{设为 } U_E} \times \text{每个实体计算数}$$

$$= V_{reload} \cdot U_E \cdot C \cdot (2L_E^2 \Delta d_E)$$



$$P_{calc\_local} = \text{每秒多少次更新} \cdot \left(\sum_{E \in \text{实体}} N_E \right)$$

$$= V_{reload} \cdot \sum_{E \in \text{实体}} \left(\frac{r-d}{r-1}\right)^2 L_E^2 C$$

② 共占据多少存储空间 S (storage) $\begin{cases} S\_local \\ S\_cloud \end{cases}$

$$S\_cloud = \text{实体数} \times \text{参数数} = \sum_{\text{实体种类}} \text{参数数} \times \text{实体数}$$

$$S\_local = \sum_{E \in \text{实体}} N_E = k \sum_{E \in \text{实体}} \left(\frac{r-d}{r-1}\right)^2 L_E^2 C$$

③（自己提出的）综合指数 K

	积极/消极影响	值	权重 ($\sum w_i = 1$)
清晰度指数 α_c	+		w_1
卡顿指数 α_{karry}	+	介于0~1间	w_2
拟合度指数 α_{fit}	+		w_3
刷新速度指数 $\alpha_{refresh} = 2 - e^{1 - \frac{\text{理论刷新时间}}{\text{实际刷新时间}}}$	+		w_4

$$K = w_1 \alpha_c + w_2 \alpha_{karry} + w_3 \alpha_{fit} + w_4 \alpha_{refresh}$$