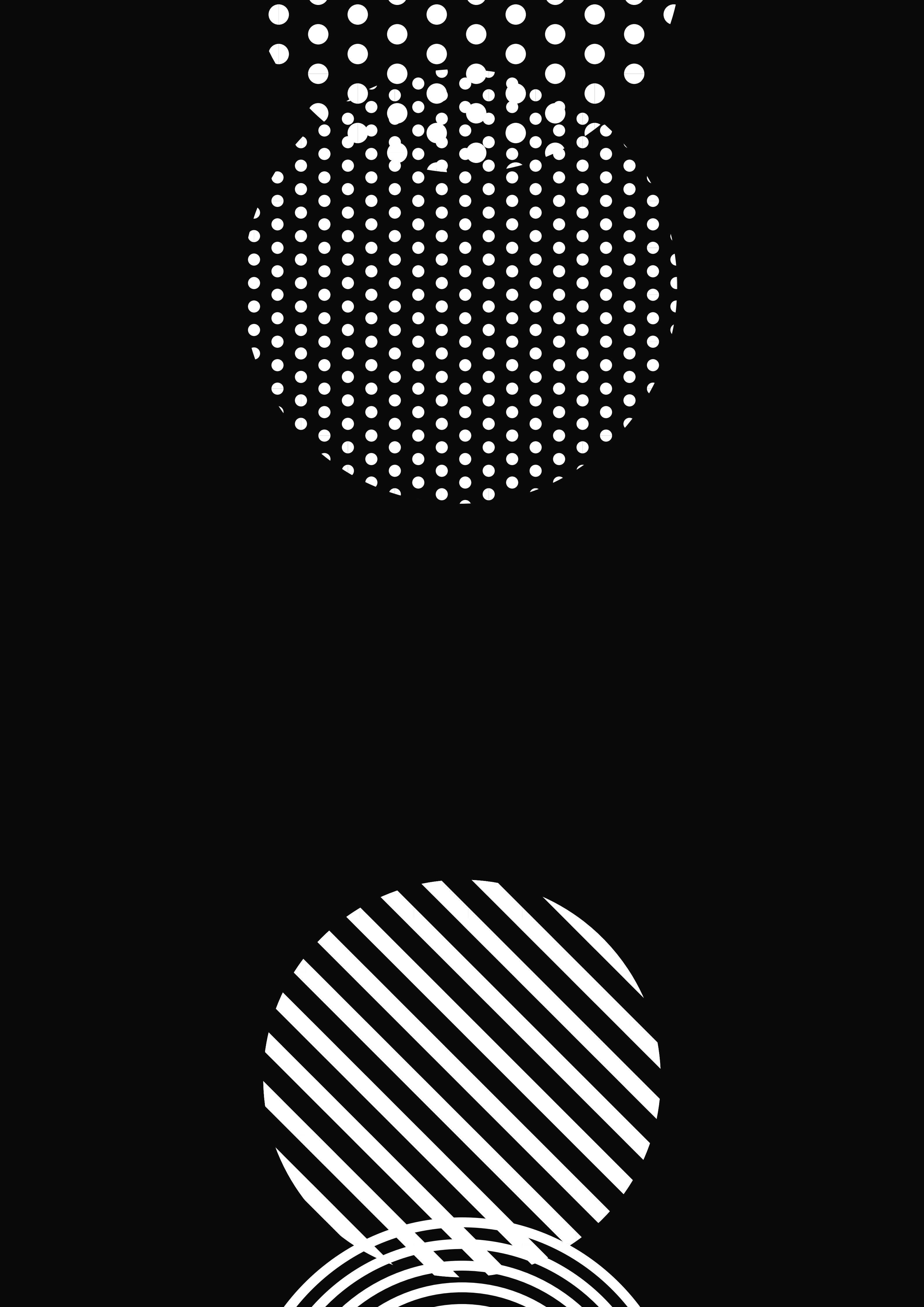


2022 Winter IMMC

概要：有限种方块构建尽可能多样的物品

Problem D　步骤（分析）

1° 设计"方块"（静态）　　∝拼接"兼容性"

—— 存储空间

$f(\text{Block}) = (a_1, \cdots, a_k)$（向量）

可供考虑：几何-形状

图案

Q 1

外观、功能，… —— 由不随具体位置变化的内在属性所组成的矩阵

属性

Block

'Relationship(s)'

Cluster of Blocks

① (x, y, z) 空间位置 ———— 精度？　Hint：IMMC往年 HK Map

绝对位置

② $f(\text{Block})$

③ 它要用来造什么（$T \leftarrow g_{\text{target}}(\text{Block})$）E.g. T="一栋楼"

④ 在 T 中的相对位置

---

① 定义'Cluster'：最小的具有完整意义的方块集合　E.g. 一栋楼

$\text{Pos} = \{(\mathcal{X}(\text{Block})$

不允许：违反物理规律？

需要建造的东西

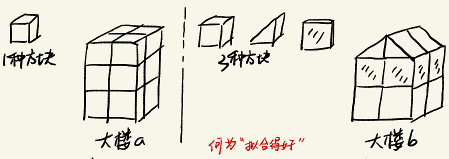
1、交通工具（动）｛轨道 / 海上 / 道路 / 空中

2、楼，etc（静）

决定方块类型

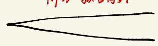
$\alpha_{\text{fit}}(\text{object})$

E.g.



$\alpha_{\text{fit}}(a)$

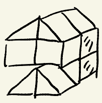
何为"拟合得好"



$\alpha_{\text{fit}}(b)$

数学化

Problems to solve

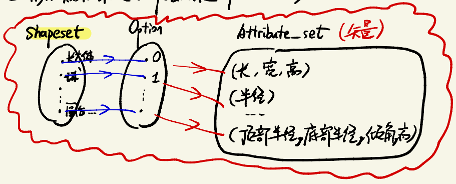
① 为什么不能 （拟合度不高）

② 如何数学化

Block的内在属性

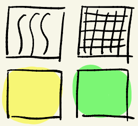
$f(Block)=$

- 体积 V
- 几何形状（拓扑特征）
  - Option ←(int) A　Eg. 长方体、球 ---
  - 形状属性集（内部指标随Option变化）



最后问题：数学化过程
　　　　向统一矩阵

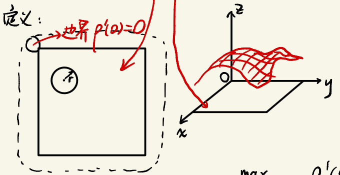
- 外表纹饰图案



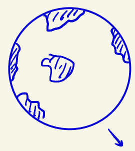
抽象 →

- 纹路：线条密度 ρ_1, ρ_2 (surface)
  - 定义：不同于纯色底色的部分

定义：



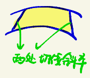
选定 surface 线度 L 的一定比例 α_{radius}（别过大或过小），$r \overset{def}{=} L \cdot \alpha_{radius}$，以 surface 中的每一个点 O 为圆心作无数个圆，$\rho'(O) = \frac{\#\{线条面积\}}{\pi r^2}$ 绘成连续三维曲面（一定连续）→ 非严格证明　阴影代表纹饰



过个方向平移

① 与边界有交点的区域分块
② ∃ $d \to 0$，平移 d 后块的"方位"不变
③ 对于一个"块" $d \to 0$ 时

可近似成显然连续变化

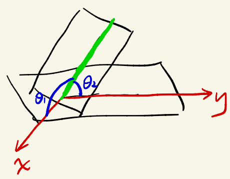


① 连续度 $\rho_1 \overset{def}{=} \frac{\max\limits_{O \in Surface} \rho'(O) - \min\limits_{O \in Surface} \rho'(O)}{L}$

② 密度 $\rho_2 \overset{def}{=} \frac{\iint\limits_{Surface} \rho'(x,y)\, d\sigma}{S(Surface)}$

- 颜色：标准 (R, G, B) 三色

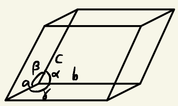
- 基准面与空间 xOy 平面（地面）的夹角（两个参数 θ_1, θ_2）

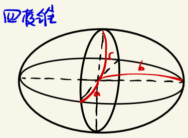


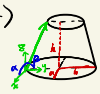
$$f(Block)=\begin{pmatrix} V \\ (\rho_1, \rho_2) \\ (R, G, B) \\ \text{Shapeset中定义的矢量} \\ (\alpha_1, \cdots, \alpha_k) \end{pmatrix}$$

Shapeset　通用参数：x, y, z（空间坐标），θ_1, θ_2 (与O_x, O_y夹角)，type（决定形体）

type	几何体	参数
0	"平行六面体"	$a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ $k\left(\frac{上表面线度}{下表面线度}\right)$ E.g. $k=1$ 平行六面体　$k=0$ 四棱锥
1	椭球体	a, b, c
2	椭圆柱台	$a, b, h, \alpha, \beta, k\left(\frac{上表面线度}{下表面线度}\right)$ E.g. $k=1$ 椭圆斜体 $k=0$ 椭圆锥体







↑ 静态

↓ 实体

Hint：实体拟合度一般较高，基本只需考虑动态

拟合度计算

[!] 算的是绝对拟合度

① 形状(体积)因素

- 体积较原图形的重叠程度 Overlap(Cluster)
- 多余部分 Excessive(Cluster)

$$因子 = \frac{Overlap(Cluster) - Excessive(Cluster)}{Total\_Volume}$$

② 与Block 相关

i> 外表纹饰部分:

$$\left|\underset{实际}{\rho_1(surface(Block))} - \underset{目标}{\rho_1(surface(Target))}\right| = \Delta\rho_1$$

$$\left|\rho_2(surface(Block)) - \rho_2(surface(Target))\right| = \Delta\rho_2$$

$$\underset{(越大越拟合)}{因子} = e^{-(k_1\Delta\rho_1 + k_2\Delta\rho_2)}$$

ii> 颜色部分: 绝对肉眼最小可见色差为 Δe

$(R_{Block}, G_{Block}, B_{Block})$, $(R_{standard}, G_{standard}, B_{standard})$.

$$\Delta_{color} \overset{def}{=} \sqrt{\sum_{R,G,B} \frac{|R_{block} - R_{standard}|^2}{3}}$$ (显得高级)

$$因子 = e^{-\left(\frac{\Delta_{color}}{\Delta e} - 1\right)}$$ ($\Delta color = \Delta e$ 时恰为 100%)

iii> 形状部分

[原则] 对应块的三维形状必须属于同一类 $I \in \{0,1\}$ (同类为1, 不同类为0)

$$\Delta_{shape} = \sqrt{\frac{\sum_{x \in attribute\_set(Block)} |x_{拟合的} - x_{真实的}|^2}{\# attribute\_set}}$$

待改进

$$因子 = I \cdot e^{-\Delta_{shape}}$$

方法:

step Ⅰ: 大卸八块 (指方块智能分割)

step Ⅱ: 对每一块计算相对拟合度

由每一种拼搭(组合)方式决定

组合方式间的转换: Q-Learning ✓

注: 所有因子 = max{100%, 计算值}

即介于 0%~100%

综合以上因素得到一个拟合度矢量 $\vec{J} = $ (体积因子, 纹饰因子, 颜色因子, 形状因子)

列向量

$$\overset{def}{=} (V_v, \underset{stripe}{V_{st}}, V_c, V_{sh})$$

$$\begin{pmatrix} V_v & & & \\ & V_{st} & & \\ & & V_c & \\ & & & V_{sh} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \underset{J_1}{V} & & & \\ & \underset{J_2}{(\rho_1, \rho_2)} & & \\ & & \underset{J_3}{(R,G,B)} & \\ & & & \underset{J_4}{(\alpha_1, \cdots, \alpha_k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_v J_1 & & & \\ & V_{st} J_2 & & \\ & & V_c J_3 & \\ & & & V_{sh} J_4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} VV & & & \\ & (V_{st}\rho_1, V_{st}\rho_2) & & \\ & & (V_c R, V_c G, V_c B) & \\ & & & (V_{sh}\alpha_1, \cdots, V_{sh}\alpha_k) \end{pmatrix} = f_{same}(Block, Cluster).$$

概念: 等同方块 → "整体感"

$$综上得出拟合度指数 \alpha_{fit} = \frac{\sum_{Block} \frac{f_{same}(Block, Cluster)}{f_{same}(Block, Building)}}{\# Block}$$ (0%~100%)

$$\Delta_{same}(Block 1, Block 2, Cluster): \sqrt{\frac{\Sigma(相应的4个元素分别作差^2)}{4}}$$

我们定义, 若 $\Delta_{same} < \delta_{eye}$, 则认为是相同的方块. → 计算出方块数.

上聚类算法

Q2

信息的获取　Eg. ADS-B
　　　　　　AIS 船舶定位

假设 ① "事件" { 小规模　Eg. 车辆移动
　　　　　　　　大规模　Eg. 大楼倒塌 ⟶ 手动更新

②

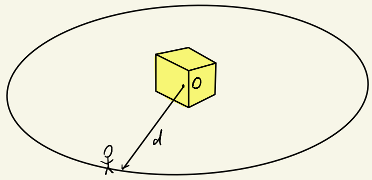

③ 线条、道路有宽度

④ 实体(entity)视为质点

⑤ "中间态" —— minecraft
　0 ∪ 1
　{ block 静态
　　entity 实体

问题：Eg. ① 车进得去人进不去.
　　　② 船基本要在海上

⑥ 面对每一个实体，从不同角度看，只要与它中心位置的距离不变，观察到的那一面的面积是相同的.



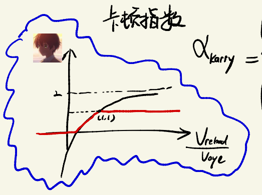
⑦ 由于车不多，因此不考虑实体的遮挡

本地

动态起来 —— 刷新速度 V_{reload} = 每秒刷新次数
（单位：Hz (s^{-1})）

每秒计算次数 $M = V_{reload}$ · 每次刷新多少个实体的位置 (P_{reload})
(s^{-1})　(s^{-1})　(1)

卡顿指数

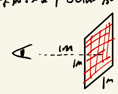


$$\alpha_{karry} = \begin{cases} 1, & \frac{V_{reload}}{V_{eye}} \in (1, +\infty) \\ 2 - e^{1-\frac{V_{reload}}{V_{eye}}}, & \frac{V_{reload}}{V_{eye}} \in [\ln\frac{e}{2}, 1] \\ 0, & \frac{V_{reload}}{V_{eye}} \in (0, \ln\frac{e}{2}) \end{cases}$$

$\ln\frac{e}{2} \approx 0.30$

假设人眼反应为 V_{eye}（单位：Hz）Ⅺ $\frac{1}{16}s$ = 16 Hz

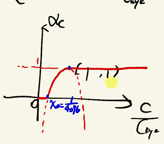
清晰度 C 定义：离观者在观察游戏中距离观者实际为 1m 的面积为 $1m^2$ 的区域的像素数



假设一指标的人眼舒适值为 C_{eye}

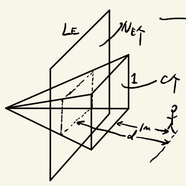
清晰度指数 α_c
(clear)
0% ⁓ 100%
完全不舒适　完全舒适

$$\alpha_c = \begin{cases} 1, & \frac{C}{C_{eye}} \in (1, +\infty) \\ -\left(\frac{4096}{4095}\right)^2 (x-1)^2 + 1, & \frac{C}{C_{eye}} \in [\frac{1}{4096}, 1] \\ 0, & \frac{C}{C_{eye}} \in (0, \frac{1}{4096}) \end{cases}$$

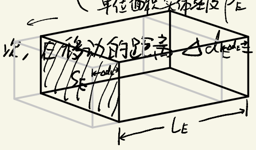


对于一个实体 E (Entity) {
- 正常移动速度 V_E　单位：m/s
- 线度 L_E　单位：m
- 截面积 $S_E = L_E^2$　单位：m^2
- 距离观察者距离 d　单位：m
- 占用像素数 N_E　单位：1
- 单位面积实体密度 ρ_E　单位：m^{-2}

能见度亿为 r



每刷新一次，E 移动的距离 $\Delta d_E = \frac{V_E}{V_{reload}}$



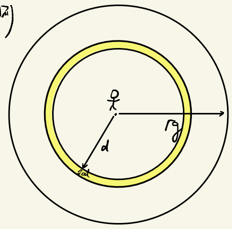
$\Delta V_E = S_E \cdot \Delta d_E$

每动一步，有 $\frac{2\Delta d_E}{L_E} N_E$ 个像素被刷新

$N_E = \left(\frac{r-d}{r-1}\right)^2 L_E^2 C$　$= 2\Delta d_E L_E C \cdot \left(\frac{r-d}{r-1}\right)^2$

E.g. $\rho_{car} \approx 0.001023\ m^{-2}$

P_{reload} ① 地面上观察

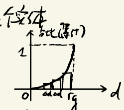


r_g (ground)：地面视野能见度 ≈ 2000 m

视野内共有 $N_g = \pi r_g^2 \rho_E$ 个实体

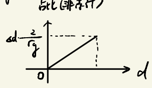
距离为 d 的范围共有 $N_g(d) = \pi d^2 \rho_E$ 个实体

占比为 $\sigma_g(d) = \frac{N_g(d)}{N_g} = \left(\frac{d}{r_g}\right)^2 \propto d^2$

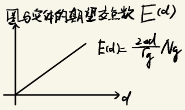


微元差分：$\frac{1}{r_g^2}[(d+\Delta d)^2 - d^2] \xlongequal{\Delta d \to 0} \frac{2}{r_g^2}\Delta d$

另 $\sigma_g'(d) = \frac{2d}{r_g^2}$



经外推 ⟶



对于每一个  圆环，其视野每刻刷新像素数为 $\frac{2\Delta d}{r_g} N_g \cdot 2\Delta d_E L_E C \frac{r-d}{r-1}$
（期望值）

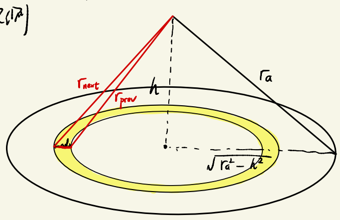
累加：$\lim\limits_{\Delta d \to 0} \sum\limits_{i=1}^{[\frac{r_g}{\Delta d}]} \frac{2\Delta d}{r_g} N_g \cdot 2\Delta d_E L_E C \cdot \left(\frac{r_g - i\Delta d}{r_g - 1}\right)^2$

$$\stackrel{def}{=} A \sum_{i=1}^{[\frac{r_g}{\Delta d}]} \Delta d \cdot \left(\frac{r_g - i\Delta d}{r_g - 1}\right)^2 \doteq A \int_0^{r_g} \left(\frac{r_g - x}{r_g - 1}\right)^2 dx = \frac{4\pi r_g^4 \rho_E \Delta d_E L_E C}{3(r_g-1)^2}$$

$\left(A = \frac{4 N_g \Delta d_E L_E C}{r_g} = 4\pi r_g \rho_E \Delta d_E L_E C\right)$

$\underset{(air)}{r_a}$：平均能见度 $\approx 13000m$

② 空中观测



对于阴影部分圆环中，由于 $\underset{(\Delta d \ll h)}{\Delta d \to 0}$，我们取 r_{next} 作为与圆环中所有实体之距离

$$像素数 = \frac{2\Delta d}{\sqrt{r_a^2-h^2}} N_g\left(\sqrt{r_a^2-h^2}\right) \cdot 2\Delta d_E L_E C \cdot \left(\frac{r_a - r_{next}}{r_a - 1}\right)^2$$

$$= \underbrace{\frac{4\pi\sqrt{r_a^2-h^2}\,\rho_E \Delta d_E L_E C}{(r_a-1)^2}}_{B} \cdot \Delta d\left(r_a - r_{next}\right)^2 \qquad r_{next} = \sqrt{h^2+(i\Delta d)^2}$$

$$共 \sum_{i=1}^{\left[\frac{\sqrt{r_a^2-h^2}}{\Delta d}\right]} B\Delta d\left(r_a - \sqrt{h^2+(i\Delta d)^2}\right)^2 = \int_0^{\sqrt{r_a^2-h^2}} B\left(r_a - \sqrt{h^2+x^2}\right)^2 dx$$

$$= B\left(x(h^2+r_a^2) + r_a\sqrt{h^2+x^2}\left(-\frac{h\sinh^{-1}\frac{x}{h}}{\sqrt{\left(\frac{x}{h}\right)^2+1}} - x\right) + \frac{x^3}{3} \right)\Bigg|_0^{\sqrt{r_a^2-h^2}}$$

$$= B\left(\sqrt{r_a^2-h^2}(h^2+r_a^2) - r_a^2\left(\frac{h\sinh^{-1}\frac{\sqrt{r_a^2-h^2}}{h}}{\frac{r_a}{h}} + \sqrt{r_a^2-h^2}\right) + \frac{(r_a^2-h^2)^{\frac{3}{2}}}{3} + \underbrace{r_a h^2 \sinh^{-1}(0)}_{0} \right)$$

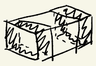
$$= \frac{4\pi\sqrt{r_a^2-h^2}\,\rho_E \Delta d_E L_E C}{(r_a-1)^2}\left(\sqrt{r_a^2-h^2}\cdot h^2 - h^2 r_a \sinh^{-1}\frac{\sqrt{r_a^2-h^2}}{h} + \frac{(r_a^2-h^2)^{\frac{3}{2}}}{3}\right)$$

回答两个问题：For a specific type of entity:

① 每秒需进行多少次计算：设为 P_{calc_local}（本地）与 P_{calc_cloud}（云端）

$$P_{calc\_cloud} = \text{每秒多少次更新} \times \underbrace{\text{每次更新实体数}}_{\text{设为 } U_E} \times \text{每个实体计算数}$$

$$= V_{reload} \cdot U_E \cdot C \cdot (2L_E^2 \cdot \Delta d_E)$$



$$P_{calc\_local} = \text{每秒多少次更新} \cdot \left(\sum_{E \in \text{实体}} N_E \right)$$

$$= V_{reload} \cdot \sum_{E \in \text{实体}} \frac{r-d}{r-1} L_E^2 C$$

② 共占据多少存储空间 S (storage) $\begin{cases} S\_local \\ S\_cloud \end{cases}$

$$S\_cloud = \text{实体数} \times \text{参数数} = \sum_{\text{实体种类}} \text{参数数} \times \text{实体数}$$

$$S\_local = \sum_{E \in \text{实体}} N_E = k \sum_{E \in \text{实体}} \frac{r-d}{r-1} L_E^2 C$$

③（自己提出的）综合指数 K

	积极/消极影响	值	权重 ($\sum w_i = 1$)
清晰度指数 α_c	+		w_1
卡顿指数 α_{karry}	+	均介于0~1间	w_2
拟合度指数 α_{fit}	+		w_3
刷新速度指数 $\alpha_{refresh} = 2 - e^{1 - \frac{\text{理论刷新时间}}{\text{实际刷新时间}}}$	+		w_4

$$K = w_1 \alpha_c + w_2 \alpha_{karry} + w_3 \alpha_{fit} + w_4 \alpha_{refresh}$$