1 Про распределение

Когда мы строим случайное дерево («рядами», т.е. дочерние вершины порождаются от всех родителей одновременно), на k-той итерации процесса у нас есть набор вершин $X = (x_1, \cdots, x_n) \in \mathbb{R}^n$. Итерация состоит в том, что от каждой родительской вершины из X мы генерируем дочерние вершины. Более точно – генерируем b реализаций случайной величины с распределением, зависящим от родительской вершины (в моём случае – $N\left(\underbrace{x_i\left(1+\mu\triangle t\right)}_{\mu_i}, \underbrace{x_i\sigma\sqrt{\triangle t}}_{\sigma_i}\right)$).

Если обозначать как $x_i^j, i \in 1:n, j \in 1:b$ j-ю дочернюю вершину вершины x_i (j-ю случайную величину с распределением $N\left(\mu_i, \sigma_i\right)$), а за X_{new} обозначить множество всех дочерних вершин $\left\{x_i^j\right\}_{j\in 1:b, i\in 1:n}$, то правда ли, что случайная величина, наугад взятая из X_{new}, имеет распределение, являющееся равномерной смесью распределений $\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} N\left(\mu_i, \sigma_i\right)$?

2 Про квантили смеси распределений

Как находить квантили смеси нормальных распределений? Т.е. если $\mathcal{P} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} N\left(\mu_i, \sigma_i\right)$, $\xi \in \mathcal{P}$, каков лучший метод для решения системы

$$\begin{cases} P(\xi < x_1) = \frac{1}{n} \\ \vdots \\ P(\xi < x_{m-1}) = \frac{m-1}{m} \end{cases}$$

Можно расписать подробнее:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{x_1} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{N(\mu_i,\sigma_i)}(t)dt = \frac{1}{n} \\ \vdots \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{x_{m-1}} p_{N(\mu_i,\sigma_i)}(t)dt = \frac{m-1}{m} \end{cases}$$

Эта система не решается аналитически (обратная функция от нормальной функции распределения не выражается ничем хорошим, обратная функция от суммы также ничем внятным не является), но, возможно, вы слышали/видели/знаете, как кто-то решал это численными методами? Я сама придумала совсем немного (запоминать вычисленные при решении каждого уравнения системы значения функции как приближения к решению следующих уравнений). Может быть, эта задача уже где-то решалась?