

Устранение экспоненциальной сложности оценки стоимости бермудского опциона

Анастасия Миллер

СПбГУ, 6^{ый} семестр, 322 гр.
26 мая 2014 г.

1 Вступление

В книге Glasserman, *Monte Carlo Methods in Financial Engineering* был предложен метод оценки американских опционов с конечным множеством дат погашения. Две оценки – смещённая вверх и смещённая вниз – получаются с помощью смоделированного дерева, которое ветвится при каждой возможности раннего погашения опциона. Оценки являются состоятельными (т.е. сходятся по вероятности к истинной цене опциона) и асимптотически несмещёнными.

Один из основных недостатков алгоритма – его экспоненциальная сложность. Здесь же предлагается несколько подходов, которые заменят экспоненциальную сложность полиномиальной с одновременным увеличением «случайности» алгоритма.

2 Общая идея алгоритма

Начиная с некоторого момента t_k , когда общее число состояний достигнет некоторого n , мы перестанем генерировать дочерние вершины ко всем состояниям. В следующий момент времени, t_{k+1} , мы будем иметь всё так же n состояний, а не bn . Этого можно достичь, если генерировать дочерние состояния не ко всем вершинам, а только к некоторым. К каким?

2.1 Анализ распределения состояний с помощью гистограммы

В том случае, когда состояние актива S является числом в \mathbb{R}^1 , в качестве параметра X , распределение которого нас интересует, можно использовать само S , иначе можно использовать $h(S)$.

Деля интервал $[\min_{i \in 1:n} X_i; \max_{i \in 1:n} X_i + \frac{1}{n})$ на k равных частей $[a_{k-1}, a_k)$, $a_0 = \min_{i \in 1:n} X_i$, $a_k = \max_{i \in 1:n} X_i$, мы можем определить частоты $f_k = \#\{X_i | X_i \in [a_{k-1}, a_k)\}$ попадания событий в различные части отрезка. Из состояний, сгруппированных на отрезке $[a_{k-1}, a_k)$, мы также можем создать некоторый «средний арифметический» вектор, координаты которого будут являться средним арифметическим координат всех состояний, оказавшихся на данном отрезке, и уже для этого нового среднего состояния – представителя отрезка – генерировать дочерние вершины в количестве nf_k . Для всех состояний, оказавшихся в этом отрезке, дочерними вершинами будут являться все вершины, полученные от их представителя. Таким образом, количество рассматриваемых состояний не увеличится. С другой стороны, этот метод предполагает хранение в памяти всего дерева, а не только непосредственно обсчитываемой ветки, как это предполагалось в исходной работе Broadie и Glasserman, “Pricing American-style securities by simulation”.

2.2 Кластеризация состояний

Список литературы

- Broadie, M. и P. Glasserman. “Pricing American-style securities by simulation”. Английский. В: *Journal of Economic Dynamics and Control* 21 (1997), с. 1323–1352.
- Broadie, Mark, Paul Glasserman и Gautam Jain. “Enhanced Monte Carlo estimates for american option prices”. В: *Journal of Derivatives* 5.1 (Fall) (1997), с. 25–44.
- Glasserman, Paul. *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Английский. Springer, 2004.