



**Voice-Coil (PT2 Schwingungsfähig)
PID-Regelung und Führungs- und Störverhalten**

Teammitglied 1:		Teammitglied 2:	
-----------------	--	-----------------	--

Darstellung der Resultate / Abgabe:

Alle Berechnungen und Darstellung, sind wann immer möglich mit MATLAB/Simulink durchzuführen. Versuchen Sie auf den Taschenrechner zu verzichten.

Alle Resultate sind als Handnotizen oder Screenshots in den vorgesehenen Feldern in diesem Dokument einzutragen.

PID-Regelung

- Ein idealer PID-Regler besteht aus der Summe von Proportional-, Integral- und Differential-Anteil gemäss:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_n} \int e(t) dt + T_v \frac{d}{dt} e(t) \right) \text{ mit den Parametern Regler Verstärkung } K_p, \text{ Nachstellzeit } T_n \text{ und der Vorhaltezeit } T_v.$$

Berechnen Sie symbolisch die Übertragungsfunktion vom Regelfehler zur Stellgröße $G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)}$ in Parallel-Form (Summen-Form) und bestimmen Sie wie sie eine der angegebenen Formen in die andere überführen können.

Erweitern Sie den idealen PID-Regler mit einem Tiefpassfilter mit der Zeitkonstanten T_f in Serie so, dass dieser kausal und somit auch realisierbar wird (PID- wird zu PID-T1-Regler).

Bestimmen Sie für den idealen als auch für den realen PID-Regler die Null- und die Polstellen.

Übertragungsfunktion und Skizze Blockschaltbild der PID-Regelungen sowie Skizze Null- und Polstellen als Pol-Nullstellen Diagramm:

PID (ideal)

$$G_R = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s = K_p \left(1 + \frac{1}{T_n s} + T_v s \right)$$

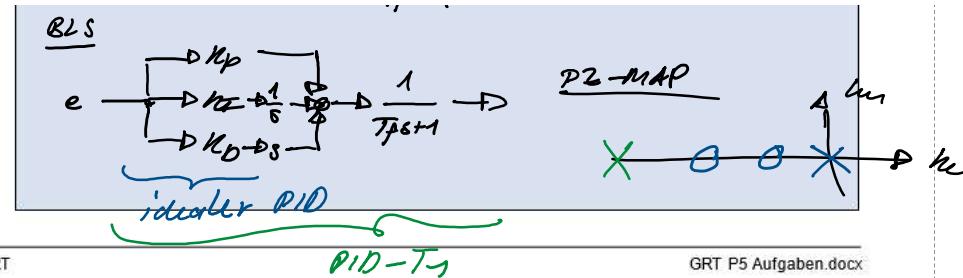
"parallel"

$$= \frac{K_p s + K_I + K_D s^2}{s} = K_p \left(\frac{T_n s + 1 + T_v T_f s^2}{T_n s} \right)$$

$$K_I = \frac{K_I}{T_n} \Leftrightarrow T_n = \frac{K_I}{K_I} \quad K_D = K_D T_f \Leftrightarrow T_f = \frac{K_D}{K_D}$$

PID-T1 (wechselseitig)

$$G_R = \frac{K_p s^2 + K_D s + K_I}{s} \cdot \frac{1}{T_f s + 1} = \frac{K_p (T_n T_f s^2 + T_n + 1)}{T_n s} \cdot \frac{1}{T_f s + 1}$$

**PID-Regler Entwurf: Polvorgabe**

Für nachfolgende Berechnungen setzen wir den idealen PID-Regler in Parallelstruktur in folgender Form an

$$G_R(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$$

Als Übertragungsfunktion der schwingungsfähigen PT2-Regelstrecke verwenden wir die allgemeine Form

$$G_S(s) = \frac{K_S \omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2}$$

und bestimmen die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ des geschlossenen Regelkreises symbolisch.

$$G_W(s) = \frac{G_R(s) G_S(s)}{1 + G_R(s) G_S(s)} = \frac{b_W(s)}{a_W(s)} = \frac{K_S \omega_0^2 (K_d s^2 + K_p s + K_i)}{s^3 + (K_d K_S \omega_0 + 2D) \omega_0 s^2 + (K_p K_S + 1) \omega_0^2 s + K_i K_S \omega_0^2}$$

Die Ordnung der Führungsübertragungsfunktion ist 3 (Strecke 2 + Regler 1), diese weist folglich 3 Polstellen auf. Diese 3 Polstellen können durch die 3 Regler Parameter K_p , K_i und K_d frei vorgegeben werden, daher auch der Name des Entwurfsverfahrens: **Polvorgabe**.

Durch einen Koeffizienten-Vergleich mit einem gewünschten, jedoch noch nicht weiter spezifizierten charakteristischen Polynom (Nenner-Polynom der Führungsübertragungsfunktion) der Form

$$a_W(s) = s^3 + a_{W_2} s^2 + a_{W_1} s + a_{W_0} \triangleq s^3 + (K_d K_S \omega_0 + 2D) \omega_0 s^2 + (K_p K_S + 1) \omega_0^2 s + K_i K_S \omega_0^2$$

können wir die Abbildungsvorschriften für K_p , K_i und K_d bestimmen.

Für die Festlegung der Polstellen resp. des Wunschpolynoms konstruieren wir ein Polynom mit einer doppelten Polstelle und einer 5 mal schnelleren Polstelle der Form

$$\hat{a}_W(s) = s^3 + a_{W_2} s^2 + a_{W_1} s + a_{W_0} \triangleq (s + \omega_m)^2 (s + 5\omega_m) \triangleq s^3 + (7\omega_m) s^2 + (11\omega_m^2) s + 5\omega_m^3$$

normiert auf 1. Pol \downarrow *Einfacher weiter Pol* ω_{W_0}

Hierbei beschreibt $\omega_m = 1/T_m$ die zur Zeitkonstanten T_m korrespondierende Grenzfrequenz und $5\omega_m$ die Grenzfrequenz einer 5 mal schnelleren 3ten Polstelle.

Durch Koeffizientenvergleich erhalten wir:

$$\rightarrow a_{W_2} = 7\omega_m, \quad a_{W_1} = 11\omega_m^2, \quad a_{W_0} = 5\omega_m^3$$

ω_m wählen wir so, dass $\omega_m \approx 2.3 \cdot \omega_0$ also ca. Faktor 2.3-mal schneller als die Eigenkreisfrequenz der Regelschreke ist.

Bestimmen Sie K_p , K_i und K_d durch den Koeffizientenvergleich von $a_W(s)$ und $\hat{a}_W(s)$:

$$\begin{aligned}
 a_W &= (s + \omega_m)^2 (s + 5\omega_m) = \\
 &= s^3 + 7\omega_m s^2 + 11\omega_m^2 s + 5\omega_m^3 \\
 &\stackrel{!}{=} s^3 + (K_d K_S \omega_0 + 2D) \omega_0 s^2 + (K_p K_S + 1) \omega_0^2 s + K_i K_S \omega_0^2
 \end{aligned}$$

$$= s + \underbrace{(n_a n_s \omega_0)}_{\text{green}} + \underbrace{j \omega_0}_{\text{orange}} + \underbrace{\frac{1}{\kappa_s \omega_0}}_{\text{red}}$$

$\kappa_d = \left(\frac{\omega_m}{\omega_0} - 2D \right) \frac{1}{\kappa_s \omega_0}$
 $\kappa_p = \left(\frac{\omega_m^2}{\omega_0^2} - 1 \right) \frac{1}{\kappa_s}$
 $\kappa_i = \frac{5 \omega_m^3}{\kappa_s \omega_0^2}$

2. Bestimmen Sie die Parameter des PID-T1 Reglers gemäss obigen Berechnungen.

Um den idealen PID-Regler realisierbar zu machen ist es erforderlich diesen mit einem Tiefpass Filter zu erweitern, also in die Form

$$G_R(s) = \frac{K_p}{T_f s + 1} \left(1 + \frac{1}{T_n s} + T_v s \right)$$

überzuführen.

Die Nachstellzeit und die Vorhaltezeit können anhand von

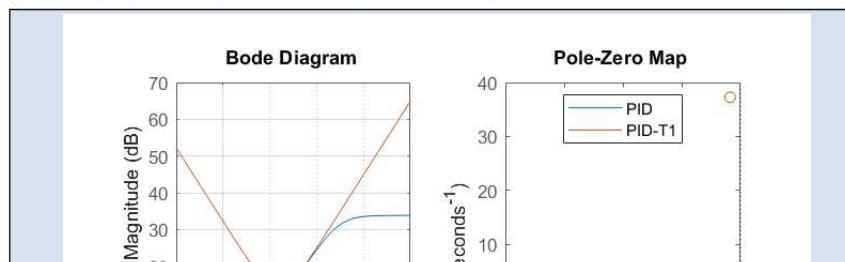
$$\rightarrow T_n = \frac{K_p}{K_i}, \quad T_v = \frac{K_d}{K_p}$$

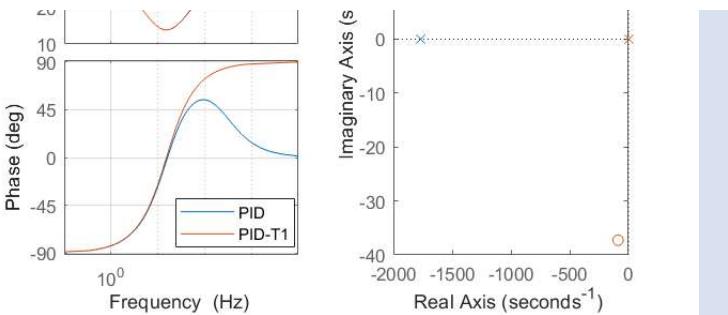
berechnet werden.

Die Zeitkonstante des zusätzlichen Tiefpassfilters wählen wir so, dass diese 10mal schneller ist als die Vorhaltezeit $T_f = T_v/10$. Durch diese Wahl kann der Einfluss der zusätzlichen Polstelle des Filters vernachlässigt werden (das Filter wurde bei der obigen Herleitung nicht berücksichtigt).

Parameter	K_s	ω_0	D	ω_m	K_p	T_n	T_v	T_f
Einheit	mm/A	rad/s	%	rad/s	A/mm	s	s	s
Wert	11.61	98.88	13.15	112.43	4.92	$19.2 \cdot 10^{-8}$	$3.7 \cdot 10^{-3}$	$0.57 \cdot 10^{-3}$

3. Vergleichen Sie die Bode-Diagramme des idealen PID- sowie des um einen Tiefpass erweiterten PID-T1-Reglers. Wie gross wird die Verstärkung (das Gain) des idealen PID-Reglers für Frequenzen $\rightarrow \infty$?





4. Bestimmen Sie die Bode-Diagramme der Störübertragungsfunktion G_{z_1} mit Hilfe von MATLAB. Verwenden Sie für die Berechnung die Übertragungsfunktion des PID-T1 Reglers (tf -Object) und die Frequenzgangmessung der Strecke (frd -Object).

Es gilt die Beziehung

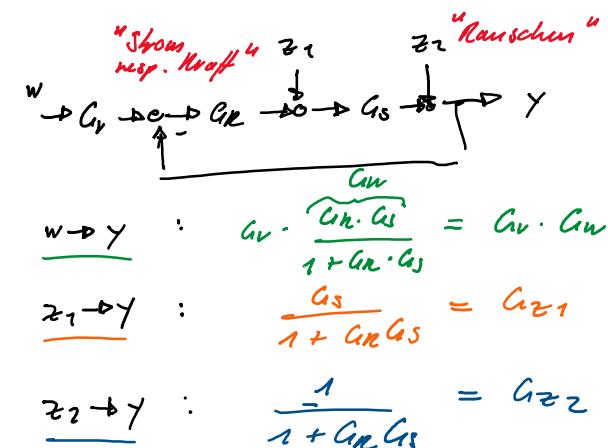
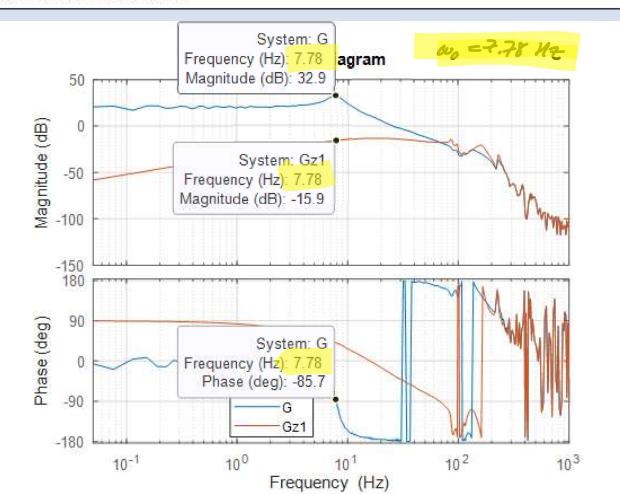
$$G_{z_1}(s) = \frac{G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)}$$

Bestimmen Sie die Unwucht Antwort für $\omega_M = \omega_0$

$$|F_{k,i}| = \frac{1}{k_m} m_u \cdot r_u \cdot \omega_M^2$$

für das ungeregelte sowie das geregelte System anhand des Amplitudengang.

Vergleich Bode-Diagramm der Strecke G_S und der Störübertragungsfunktion G_{z_1} sowie Amplitude Unwuchtausgang ungeregelt und geregelt:



```

Fu = mu * ru * w0^2; % magnitude of unbalanced force (N)
Fui = 1/km * Fu; % magnitude converted to current "force" (A)

% |y(w0)| = |Gs(w0)| * |Fui(w0)|
yu = db2mag(32.9) * Fui
                                          ^ yu = 1.2237 mm

% |y_cl(w0)| = |Gz1(w0)| * |Fui(w0)|
yu_cl = db2mag(-15.9) * Fui
                                          ^ yu_cl = 0.0044 mm

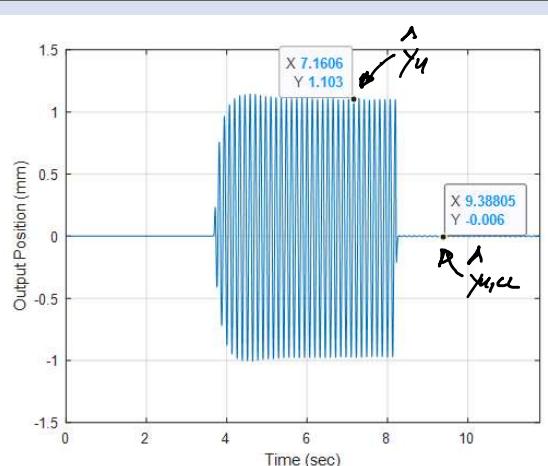
```

$$\frac{G_1}{1 + G_1 \cdot G_2}$$

Diagram showing two blocks, G1 and G2, connected in series. A signal enters G1 from the left, exits G1 to the right, and then enters G2 from the left. A feedback signal exits G2 to the right.

5. Implementieren Sie den PID-T1 Regler mit SLDRT und messen Sie die Unwucht-Antwort des geregelten Systems während 2 Sekunden. Wie viel kleiner ist die Unwucht-Antwort des geregelten Systems verglichen mit dem ungeregelten System? Entsprechen die Resultate Ihren Erwartungen?

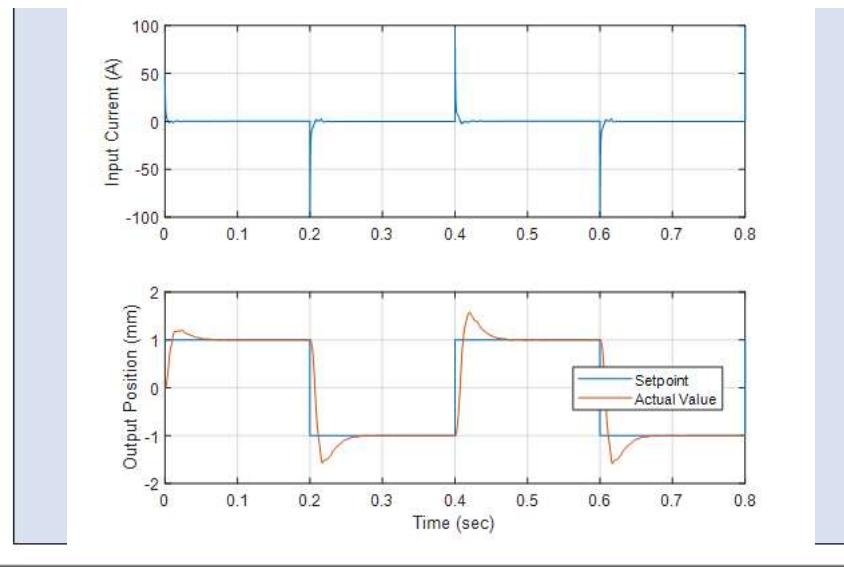
Messung Unwucht-Antwort und Verhältnis Amplitude Regelstrecke zu Amplitude Closed-Loop:



$$\frac{y_u}{y_{u,cl}} = \frac{1.103 \text{ mm}}{0.006 \text{ mm}} = 183.8$$

6. Messen Sie die Sprungantwort des Führungsverhalten mit einer Amplitude von $\hat{w} = 1 \text{ mm}$. Entspricht die Messung Ihren Erwartungen?

Führungs-Sprungantwort (Subplot Stellsignal u und Subplot Sollwert w und Istwert y):



GRT

GRT P5 Aufgaben.docx

6 / 7



Praktikum5: PID-Regelung und Führungs- und Störverhalten

6 / 7

Vorfilter zur Kompensation der Nullstellen der Regelung im Führungsverhalten

Die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ setzt sich aus dem Regler $G_R(s) = \frac{d(s)}{c(s)}$ und der Regelstrecke $G_S(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ gemäss

$$G_W(s) = \frac{G_R(s) G_S(s)}{1 + G_R(s) G_S(s)} = \frac{\frac{d(s)}{c(s)} \frac{b(s)}{a(s)}}{1 + \frac{d(s) b(s)}{c(s) a(s)}} = \frac{d(s) b(s)}{c(s) a(s) + d(s) b(s)} = \frac{b_W(s)}{a_W(s)}$$

zusammen.

Die Polstellen von $G_W(s)$ wurden durch die Vorgabe bereits festgelegt, $a_W(s) = (s + \omega_m)^2(s + 5\omega_m)$

Da bei der Polvorgabe-Methode die Nullstellen des Reglers nicht die Polstellen der Strecke kompensieren, bleiben die Nullstellen von Regler und Strecke auch die Nullstellen der Führungsübertragungsfunktion.

Die Nullstellen von G_W entsprechen der Summe der Nullstellen des Reglers und der Regelstrecke.

Diese Nullstellen sind je nach Anforderungen nicht gewünscht und erzeugen wie in Aufgabe 8 festgestellt ein Überschwingen in der Führungsprungantwort. Diese ungewünschten Nullstellen können mit den Polstellen eines geeigneten Vorfilters G_v kompensiert werden. Dieses Vorfilter wird in Serie vor den Regelkreis gesetzt und filtert den Sollwert. Die Dynamik des Feedback-Loops wird nicht beeinflusst.

Allgemein wird das Vorfilter wie folgt berechnet:

$$G_v(s) = \frac{k}{d(s)b(s)}$$

Wobei der Faktor k so bestimmt wird, dass die statische Verstärkung von $G_v(0) G_W(0) = \frac{\hat{v}}{\hat{w}} = 1$ wird. Da die Regelstrecke im vorliegenden Fall keine Nullstellen aufweisen wird

$$G_v(s) = \frac{1}{T_n T_v s^2 + T_n s + 1}$$

so dass

$$G_V(s) G_W(s) = \frac{2\omega_m}{(s + \omega_m)^2(s + 5\omega_m)}$$

wird.

GRT

GRT P5 Aufgaben.docx

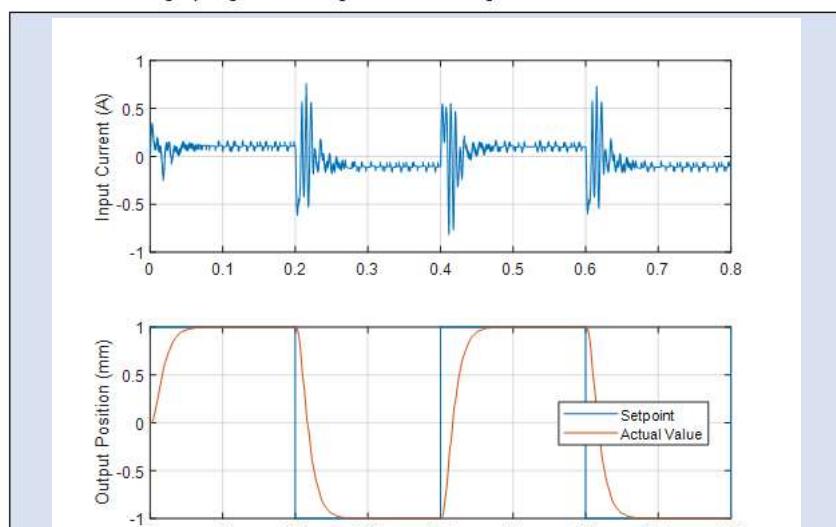
zhaw

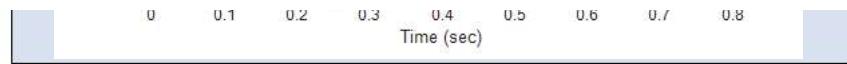
Praktikum 5: PID-Regelung und Führungs- und Störverhalten

7 / 7

7. Erweitern Sie das SLDRT-Programm mit dem Vorfilter G_V und messen Sie die Führungssprungantwort erneut. Bestimmen Sie mit *Data-Tips* die Anstiegszeit $T_a = t_{90\%} - t_{10\%}$.

Gemessene Führungssprungantwort und gemessene Anstiegszeit:





GRT

GRT P5 Aufgaben.docx

