Voice-Coil (PT2 Schwingungsfähig)
PID-Regelung und Führungs- und Störverhalten

Teammitglied 1:		Teammitglied 2:	

Darstellung der Resultate / Abgabe:

Alle Berechnungen und Darstellung, sind wann immer möglich mit MATLAB/Simulink durchzuführen. Versuchen Sie auf den Taschenrechner zu verzichten.

Alle Resultate sind als Handnotizen oder Screenshots in den vorgesehenen Feldern in diesem Dokument einzutragen.

PID-Regelung

1. Ein idealer PID-Regler besteht aus der Summe von Proportional-, Integral- und Differential-Anteil gemäss:

   $u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t)dt + K_d \frac{d}{dt} e(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_n} \int e(t)dt + T_v \frac{d}{dt} e(t) \right)$ mit den Parametern Regler Verstärkung K_p, Nachstellzeit T_n und der Vorhaltezeit T_v.

   Berechnen Sie symbolisch die Übertragungsfunktion vom Regelfehler zur Stellgrösse $G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)}$ in Parallel-Form (Summen-Form) und bestimmen Sie wie sie eine der angegebenen Formen in die andere überführen können.

   Erweitern Sie den idealen PID-Regler mit einem Tiefpassfilter mit der Zeitkonstanten T_f in Serie so, dass dieser kausal und somit auch realisierbar wird (PID- wird zu PID-T1-Regler).

   Bestimmen Sie für den idealen als auch für den realen PID-Regler die Null- und die Polstellen.

   Übertragungsfunktion und Skizze Blockschaltbild der PID-Regelungen sowie Skizze Null- und Polstellen als Pol-Nullstellen Diagramm:

PID-Regler Entwurf: Polvorgabe

Für nachfolgende Berechnungen setzten wir den idealen PID-Regler in Parallelstruktur in folgender Form an

$$G_R(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$$

Als Übertragungsfunktion der schwingungsfähigen PT2-Reglestrecke verwenden wir die allgemeine Form

$$G_S(s) = \frac{K_S \omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2}$$

und bestimmen die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ des geschlossenen Regelkreises symbolisch.

$$G_W(s) = \frac{G_R(s)\,G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)} = \frac{b_W(s)}{a_W(s)} = \frac{K_S\omega_0^2\left(K_d s^2 + K_p s + K_i\right)}{s^3 + (K_d K_S \omega_0 + 2D)\,\omega_0 s^2 + \left(K_p K_S + 1\right)\omega_0^2 s + K_i K_S \omega_0^2}$$

Die Ordnung der Führungsübertragungsfunktion ist 3 (Strecke 2 + Regler 1), diese weist folglich 3 Polstellen auf. Diese 3 Polstellen können durch die 3 Regler Parameter K_p, K_i und K_d frei vorgegeben werden, daher auch der Name des Entwurfsverfahrens: **Polvorgabe.**

Durch einen Koeffizienten-Vergleich mit einem gewünschten, jedoch noch nicht weiter spezifizierten charakteristischen Polynom (Nenner Polynom der Führungsübertragungsfunktion) der Form

$$a_W(s) = s^3 + a_{W_2} s^2 + a_{W_1} s + a_{W_0} \triangleq s^3 + (K_d K_S \omega_0 + 2D)\,\omega_0 s^2 + \left(K_p K_S + 1\right)\omega_0^2 s + K_i K_S \omega_0^2$$

können wir die Abbildungsvorschriften für K_p, K_i und K_d bestimmen.

Für die Festlegung der Polstellen resp. des Wunschpolynoms konstruieren wir ein Polynom mit einer doppelten Polstelle und einer 5 mal schnelleren Polstelle der Form

$$\hat{a}_W(s) = s^3 + a_{W_2} s^2 + a_{W_1} s + a_{W_0} \triangleq (s + \omega_m)^2(s + 5\omega_m) \triangleq s^3 + \underbrace{(7\,\omega_m)}_{a_{W_2}} s^2 + \underbrace{(11\omega_m^2)}_{a_{W_1}} s + \underbrace{5\omega_m^3}_{a_{W_0}}$$

Hierbei beschreibt $\omega_m = 1/T_m$ die zur Zeitkonstanten T_m korrespondierende Grenzfrequenz und $5\omega_m$ die Grenzfrequenz einer 5 mal schnelleren 3ten Polstelle.

Durch Koeffizientenvergleich erhalten wir

$$\rightarrow a_{W_2} = 7\omega_m, \;\; a_{W_1} = 11\omega_m^2, \;\; a_{W_0} = 5\omega_m^3$$

ω_m wählen wir so, dass $\omega_m \approx 2.3 \cdot \omega_0$ also ca. Faktor 2.3-mal schneller als die Eigenkreisfrequenz der Regelschrecke ist.

Bestimmen Sie K_p, K_i und K_d durch den Koeffizientenvergleich von $a_W(s)$ und $\hat{a}_W(s)$:

2. Bestimmen Sie die Parameter des PID-T1 Reglers gemäss obigen Berechnungen.

   Um den idealen PID-Regler realisierbar zu machen ist es erforderlich diesen mit einem Tiefpass Filter zu erweitern, also in die Form

$$G_R(s) = \frac{K_p}{T_f s + 1}\left(1 + \frac{1}{T_n s} + T_v s\right)$$

   überzuführen.

   Die Nachstellzeit und die Vorhaltezeit können anhand von

$$\rightarrow T_n = \frac{K_p}{K_i},\ \ T_v = \frac{K_d}{K_p}$$

   berechnet werden.

   Die Zeitkonstante des zusätzlichen Tiefpassfilters wählen wir so, dass diese 10mal schneller ist als die Vorhaltezeit $T_f = T_v/10$. Durch diese Wahl kann der Einfluss der zusätzlichen Polstelle des Filters vernachlässigt werden (das Filter wurde bei der obigen Herleitung nicht berücksichtigt).

Parameter	K_S	ω_0	D	ω_m	K_p	T_n	T_v	T_f
Einheit	$\mathrm{mm/A}$	$\mathrm{rad/s}$	$\%$	$\mathrm{rad/s}$	$\mathrm{A/mm}$	s	s	s
Wert								

3. Vergleichen Sie die Bode-Diagramme des idealen PID- sowie des um einen Tiefpass erweiterten PID-T1-Reglers. Wie gross wird die Verstärkung (das Gain) des idealen PID-Reglers für Frequenzen → ∞?

4. Bestimmen Sie die Bode-Diagramme der Störübertragungsfunktion G_{Z_1} mit Hilfe von MATLAB. Verwenden Sie für die Berechnung die Übertragungsfunktion des PID-T1 Reglers (*tf-Object*) und die Frequenzgangmessung der Strecke (*frd-Object*).

   Es gilt die Beziehung

$$G_{Z_1}(s) = \frac{G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)}$$

   Bestimmen Sie die Unwucht Antwort für $\omega_M = \omega_0$

$$|F_{u,i}| = \frac{1}{k_m} m_u \cdot r_u \cdot \omega_M^2$$

   für das ungeregelte sowie das geregelte System anhand des Amlitudengang.

   Vergleich Bode-Diagramm der Strecke G_S und der Störübertragungsfunktion G_{Z_1} sowie Amplitude Unwuchtantwort ungeregelt und geregelt:

5. Implementieren Sie den PID-T1 Regler mit SLDRT und messen Sie die Unwucht-Antwort des geregelten Systems während 2 Sekunden. Wie viel kleiner ist die Unwucht-Antwort des geregelten Systems verglichen mit dem ungeregelten System? Entsprechen die Resultate Ihren Erwartungen?

Messung Unwucht-Antwort und Verhältnis Amplitude Regelstrecke zu Amplitude Closed-Loop:

6. Messen Sie die Sprungantwort des Führungsverhalten mit einer Amplitude von $\hat{w} = 1\ \mathrm{mm}$. Entspricht die Messung Ihren Erwartungen?

   Führungs-Sprungantwort (Subplot Stellsignal u und Subplot Sollwert w und Istwert y):

Vorfilter zur Kompensation der Nullstellen der Regelung im Führungsverhalten

Die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ setzt sich aus dem Regler $G_R(s) = \frac{d(s)}{c(s)}$ und der Regelstrecke $G_S(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ gemäss

$$G_W(s) = \frac{G_R(s)\,G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)} = \frac{\frac{d(s)}{c(s)}\frac{b(s)}{a(s)}}{1 + \frac{d(s)}{c(s)}\frac{b(s)}{a(s)}} = \frac{d(s)b(s)}{c(s)a(s) + d(s)b(s)} = \frac{b_W(s)}{a_W(s)}$$

zusammen.

Die Polstellen von $G_W(s)$ wurden durch die Vorgabe bereits festgelegt, $a_W(s) = (s + \omega_m)^2(s + 5\omega_m)$

Da bei der Polvorgabe-Methode die Nullstellen des Reglers nicht die Polstellen der Strecke kompensieren, bleiben die Nullstellen von Regler und Strecke auch die Nullstellen der Führungsübertragungsfunktion.

Die Nullstellen von G_W entsprechen der Summe der Nullstellen des Reglers und der Regelstrecke.

Diese Nullstellen sind je nach Anforderungen nicht gewünscht und erzeugen wie in Aufgabe 8 festgestellt ein Überschwingen in der Führungssprungantwort. Diese ungewünschten Nullstellen können mit den Polstellen eines geeigneten Vorfilters G_v kompensiert werden. Dieses Vorfilter wird in Serie vor den Regelkreis gesetzt und filtert den Sollwert. Die Dynamik des Feedback-Loops wird nicht beeinflusst.

Allgemein wird das Vorfilter wie folgt berechnet:

$$G_v(s) = \frac{k}{d(s)b(s)}$$

Wobei der Faktor k so bestimmt wird, dass die statische Verstärkung von $G_v(0)\,G_w(0) = \frac{\hat{y}}{\hat{w}} = 1$ wird. Da die Regelstrecke im vorliegenden Fall keine Nullstellen aufweisen wird

$$G_v(s) = \frac{1}{T_n T_v s^2 + T_n s + 1}$$

so dass

$$G_V(s)G_W(s) = \frac{5\omega_m^3}{(s + \omega_m)^2(s + 5\omega_m)}$$

wird.

7. Erweitern Sie das SLDRT-Programm mit dem Vorfilter G_v und messen Sie die Führungssprungantwort erneut. Bestimmen Sie mit *Data-Tips* die Anstiegszeit $T_a = t_{90\%} - t_{10\%}$.

   Gemessene Führungssprungantwort und gemessene Anstiegszeit: