

ST22t-12

GRT P5
Aufgaben

Praktikum 5: PID-Regelung und Führungs- und Störverhalten

1 / 7

Voice-Coil (PT2 Schwingungsfähig) PID-Regelung und Führungs- und Störverhalten

Teammitglied 1:		Teammitglied 2:	
-----------------	--	-----------------	--

Darstellung der Resultate / Abgabe:

Alle Berechnungen und Darstellung, sind wann immer möglich mit MATLAB/Simulink durchzuführen. Versuchen Sie auf den Taschenrechner zu verzichten.

Alle Resultate sind als Handnotizen oder Screenshots in den vorgesehenen Feldern in diesem Dokument einzutragen.

PID-Regelung

- Ein idealer PID-Regler besteht aus der Summe von Proportional-, Integral- und Differential-Anteil gemäss:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_n} \int e(t) dt + T_v \frac{d}{dt} e(t) \right) \text{ mit den Parametern Regler}$$

Verstärkung K_p , Nachstellzeit T_n und der Vorhaltezeit T_v .

Berechnen Sie symbolisch die Übertragungsfunktion vom Regelfehler zur Stellgrösse $G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)}$ in Parallel-Form (Summen-Form) und bestimmen Sie wie sie eine der angegebenen Formen in die andere überführen können.

Erweitern Sie den idealen PID-Regler mit einem Tiefpassfilter mit der Zeitkonstanten T_f in Serie so, dass dieser kausal und somit auch realisierbar wird (PID- wird zu PID-T1-Regler).

Bestimmen Sie für den idealen als auch für den realen PID-Regler die Null- und die Polstellen.

Übertragungsfunktion und Skizze Blockschaltbild der PID-Regelungen sowie Skizze Null- und Polstellen als Pol-Nullstellen Diagramm:

PID (ideal)

$$G_R = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = K_p \left(1 + \frac{1}{T_n s} + T_v s \right)$$

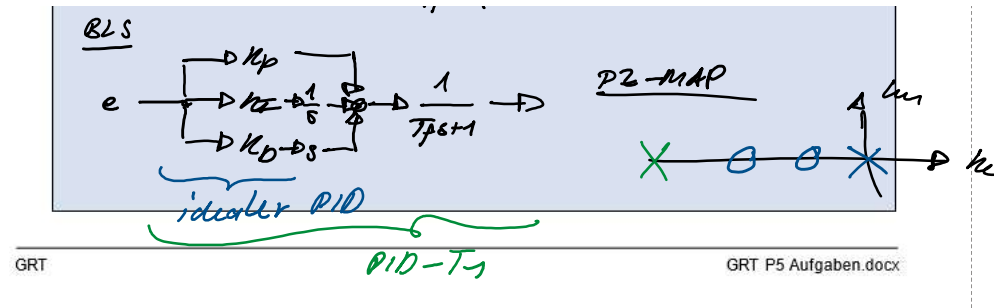
"parallel"

$$= \frac{K_p s + K_i + K_d s^2}{s} = K_p \frac{T_v s^2 + 1 + T_n T_v s^2}{T_n s}$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_n} \Leftrightarrow T_n = \frac{K_p}{K_i} \quad K_d = K_p T_v \Leftrightarrow T_v = \frac{K_d}{K_p}$$

PID-T1 (realisierbar)

$$G_R = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \cdot \frac{1}{T_f s + 1} = \frac{K_p (T_v T_f s^2 + T_n s + 1)}{T_n s} \cdot \frac{1}{T_f s + 1}$$



PID-Regler Entwurf: Polvorgabe

Für nachfolgende Berechnungen setzen wir den idealen PID-Regler in Parallelstruktur in folgender Form an

$$G_R(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$$

Als Übertragungsfunktion der schwingungsfähigen PT2-Regelstrecke verwenden wir die allgemeine Form

$$G_S(s) = \frac{K_S \omega_0^2}{s^2 + 2D \omega_0 s + \omega_0^2}$$

und bestimmen die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ des geschlossenen Regelkreises symbolisch.

$$G_W(s) = \frac{G_R(s) G_S(s)}{1 + G_R(s) G_S(s)} = \frac{b_W(s)}{a_W(s)} = \frac{K_S \omega_0^2 (K_d s^2 + K_p s + K_i)}{s^3 + (K_d K_S \omega_0 + 2D) \omega_0 s^2 + (K_p K_S + 1) \omega_0^2 s + K_i K_S \omega_0^2}$$

Die Ordnung der Führungsübertragungsfunktion ist 3 (Strecke 2 + Regler 1), diese weist folglich 3 Polstellen auf. Diese 3 Polstellen können durch die 3 Regler Parameter K_p , K_i und K_d frei vorgegeben werden, daher auch der Name des Entwurfsverfahrens: **Polvorgabe**.

Durch einen Koeffizienten-Vergleich mit einem gewünschten, jedoch noch nicht weiter spezifizierten charakteristischen Polynom (Nenner Polynom der Führungsübertragungsfunktion) der Form

$$a_W(s) = s^3 + a_{W2} s^2 + a_{W1} s + a_{W0} \triangleq s^3 + (K_d K_S \omega_0 + 2D) \omega_0 s^2 + (K_p K_S + 1) \omega_0^2 s + K_i K_S \omega_0^2$$

können wir die Abbildungsvorschriften für K_p , K_i und K_d bestimmen.

Für die Festlegung der Polstellen resp. des Wunschpolynoms konstruieren wir ein Polynom mit einer doppelten Polstelle und einer 5 mal schnelleren Polstelle der Form

$$\hat{a}_W(s) = s^3 + a_{W2} s^2 + a_{W1} s + a_{W0} \triangleq (s + \omega_m)^2 (s + 5\omega_m) \triangleq s^3 + (7\omega_m) s^2 + (11\omega_m^2) s + 5\omega_m^3$$

Hierbei beschreibt $\omega_m = 1/T_m$ die zur Zeitkonstanten T_m korrespondierende Grenzfrequenz und $5\omega_m$ die Grenzfrequenz einer 5 mal schnelleren 3ten Polstelle.

Durch Koeffizientenvergleich erhalten wir

$$\rightarrow a_{W2} = 7\omega_m, \quad a_{W1} = 11\omega_m^2, \quad a_{W0} = 5\omega_m^3$$

ω_m wählen wir so, dass $\omega_m \approx 2.3 \cdot \omega_0$ also ca. Faktor 2.3-mal schneller als die Eigenkreisfrequenz der Regelschrecke ist.

Bestimmen Sie K_p , K_i und K_d durch den Koeffizientenvergleich von $a_W(s)$ und $\hat{a}_W(s)$:

$$\begin{aligned} a_W &= (s + a_m)^2 (s + 5a_m) = \\ &= s^3 + 7a_m s^2 + 11a_m^2 s + 5a_m^3 \\ &: -3, \quad (K_d K_S + 2D) \omega_0 s^2, \quad (K_p K_S + 1) \omega_0^2 s + K_i K_S \omega_0^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_d &= \left(\frac{T_{um}}{\omega_0} - 2D \right) \frac{1}{K_s \omega_0} \\
 K_p &= \left(\frac{A_{um}}{\omega_0^2} - 1 \right) \frac{1}{K_s} \\
 K_I &= \frac{T_{um}^3}{K_s \omega_0^2}
 \end{aligned}$$

GRT

GRT P5 Aufgaben.docx



Praktikum 5: PID-Regelung und Führungs- und Störverhalten

3 / 7

2. Bestimmen Sie die Parameter des PID-T1 Reglers gemäss obigen Berechnungen.

Um den idealen PID-Regler realisierbar zu machen ist es erforderlich diesen mit einem Tiefpass Filter zu erweitern, also in die Form

$$G_R(s) = \frac{K_p}{T_f s + 1} \left(1 + \frac{1}{T_n s} + T_v s \right)$$

überzuführen.

Die Nachstellzeit und die Vorhaltezeit können anhand von

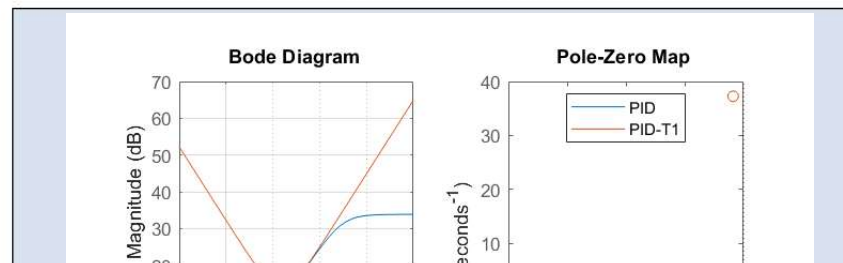
$$\rightarrow T_n = \frac{K_p}{K_i}, \quad T_v = \frac{K_d}{K_p}$$

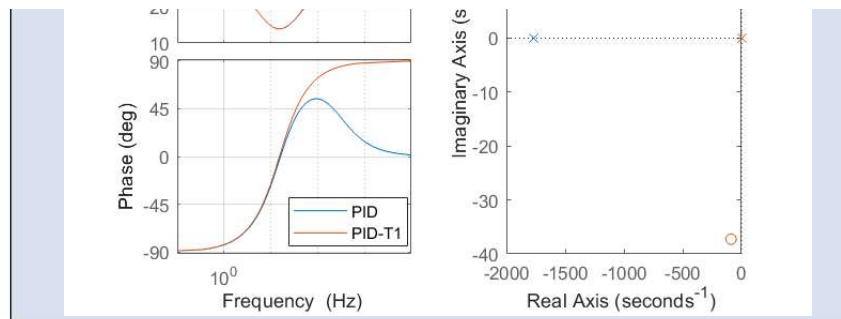
berechnet werden.

Die Zeitkonstante des zusätzlichen Tiefpassfilters wählen wir so, dass diese 10mal schneller ist als die Vorhaltezeit $T_f = T_v/10$. Durch diese Wahl kann der Einfluss der zusätzlichen Polstelle des Filters vernachlässigt werden (das Filter wurde bei der obigen Herleitung nicht berücksichtigt).

Parameter	K_s	ω_0	D	ω_m	K_p	T_n	T_v	T_f
Einheit	mm/A	rad/s	%	rad/s	A/mm	s	s	s
Wert	11.61	48.88	13.15	112.43	4.92	$19.2 \cdot 10^{-3}$	$5.7 \cdot 10^{-3}$	$0.57 \cdot 10^{-3}$

3. Vergleichen Sie die Bode-Diagramme des idealen PID- sowie des um einen Tiefpass erweiterten PID-T1-Reglers. Wie gross wird die Verstärkung (das Gain) des idealen PID-Reglers für Frequenzen $\rightarrow \infty$?





GRT

GRT P5 Aufgaben.docx



Praktikum5: PID-Regelung und Führungs- und Störverhalten

4 / 7

4. Bestimmen Sie die Bode-Diagramme der Störübertragungsfunktion G_z mit Hilfe von MATLAB. Verwenden Sie für die Berechnung die Übertragungsfunktion des PID-T1 Reglers (*tf-Object*) und die Frequenzgangmessung der Strecke (*frd-Object*).

Es gilt die Beziehung

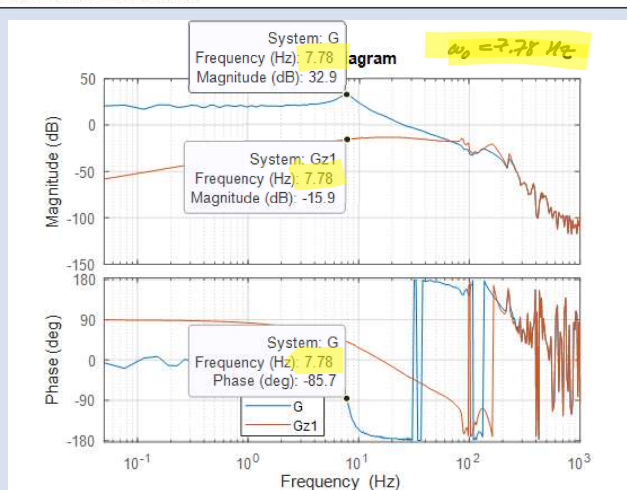
$$G_{z_1}(s) = \frac{G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)}$$

Bestimmen Sie die Unwucht Antwort für $\omega_M = \omega_0$

$$|F_{u,i}| = \frac{1}{k_m} m_u \cdot r_u \cdot \omega_M^2$$

für das unregelte sowie das geregelte System anhand des Amplitudengang.

Vergleich Bode-Diagramm der Strecke G_S und der Störübertragungsfunktion G_{z_1} sowie Amplitude Unwuchtantwort unregelt und geregelt:



Handwritten notes and block diagram:

Block diagram: $w \rightarrow G_v \rightarrow \text{summing junction} \rightarrow G_R \rightarrow \text{summing junction} \rightarrow G_S \rightarrow y$. The first summing junction has a negative feedback from G_R . The second summing junction has a positive feedback from G_S . Zeros z_1 and z_2 are marked on the G_R and G_S blocks respectively.

Handwritten notes:

- "Shows resp. Kraft" near z_1
- "Rauschen" near z_2

Transfer function derivations:

$$w \rightarrow y : G_v \cdot \frac{G_R \cdot G_S}{1 + G_R \cdot G_S} = G_v \cdot G_w$$

$$z_1 \rightarrow y : \frac{G_S}{1 + G_R \cdot G_S} = G_{z1}$$

$$z_2 \rightarrow y : \frac{1}{1 + G_R \cdot G_S} = G_{z2}$$

```
Fu = mu * ru * w0^2; % magnitude of unbalanced force (N)
Fui = 1/km * Fu;      % magnitude converted to current "force" (A)
```

```
% |y(w0)| = |Gs(w0)| * |Fui(w0)|
yu = db2mag(32.9) * Fui
```

$$\hat{y}_u = 1.2237 \text{ mm}$$

```
% |y_cl(w0)| = |Gz1(w0)| * |Fui(w0)|
yu_cl = db2mag(-15.9) * Fui
```

$$\hat{y}_{u,cl} = 0.0044 \text{ mm}$$



5. Implementieren Sie den PID-T1 Regler mit SLDRT und messen Sie die Unwucht-Antwort des geregelten Systems während 2 Sekunden. Wie viel kleiner ist die Unwucht-Antwort des geregelten Systems verglichen mit dem ungeregelten System? Entsprechen die Resultate Ihren Erwartungen?

GRT

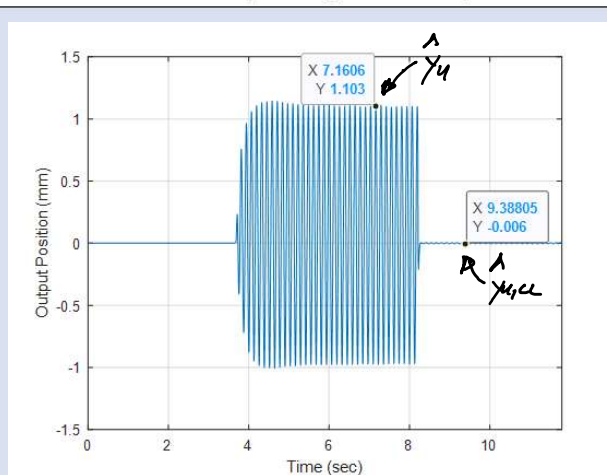
GRT P5 Aufgaben.docx



Praktikum5: PID-Regelung und Führungs- und Störverhalten

5 / 7

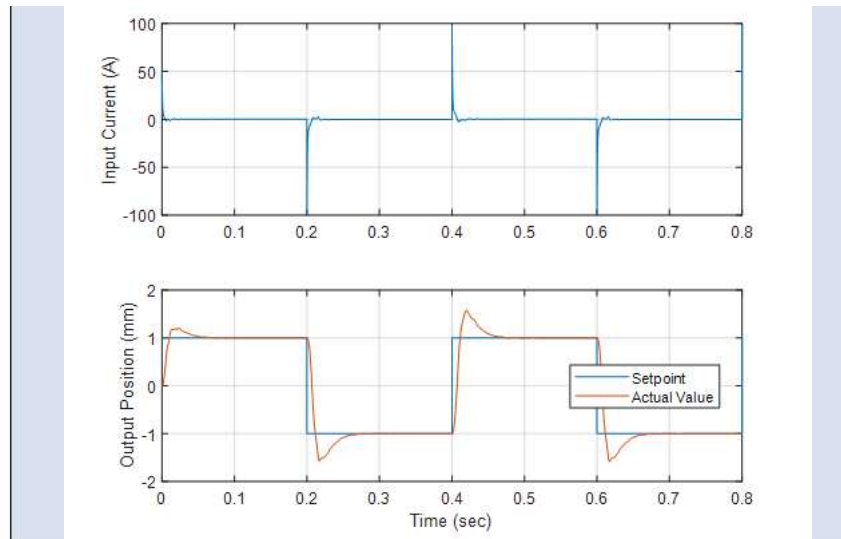
Messung Unwucht-Antwort und Verhältnis Amplitude Regelstrecke zu Amplitude Closed-Loop:



$$\frac{\hat{y}_u}{\hat{y}_{u,cl}} = \frac{1.103 \text{ mm}}{0.006 \text{ mm}} = 183.8$$

6. Messen Sie die Sprungantwort des Führungsverhalten mit einer Amplitude von $\hat{w} = 1 \text{ mm}$. Entspricht die Messung Ihren Erwartungen?

Führungs-Sprungantwort (Subplot Stellsignal u und Subplot Sollwert w und Istwert y):



GRT

GRT P5 Aufgaben.docx



Vorfilter zur Kompensation der Nullstellen der Regelung im Führungsverhalten

Die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ setzt sich aus dem Regler $G_R(s) = \frac{d(s)}{c(s)}$ und der Regelstrecke

$G_S(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ gemäss

$$G_W(s) = \frac{G_R(s) G_S(s)}{1 + G_R(s) G_S(s)} = \frac{\frac{d(s)}{c(s)} \frac{b(s)}{a(s)}}{1 + \frac{d(s)}{c(s)} \frac{b(s)}{a(s)}} = \frac{d(s)b(s)}{c(s)a(s) + d(s)b(s)} = \frac{b_W(s)}{a_W(s)}$$

zusammen.

Die Polstellen von $G_W(s)$ wurden durch die Vorgabe bereits festgelegt, $a_W(s) = (s + \omega_m)^2(s + 5\omega_m)$

Da bei der Polvorgabe-Methode die Nullstellen des Reglers nicht die Polstellen der Strecke kompensieren, bleiben die Nullstellen von Regler und Strecke auch die Nullstellen der Führungsübertragungsfunktion.

Die Nullstellen von G_W entsprechen der Summe der Nullstellen des Reglers und der Regelstrecke.

Diese Nullstellen sind je nach Anforderungen nicht gewünscht und erzeugen wie in Aufgabe 8 festgestellt ein Überschwingen in der Führungssprungantwort. Diese ungewünschten Nullstellen können mit den Polstellen eines geeigneten Vorfilters G_v kompensiert werden. Dieses Vorfilter wird in Serie vor den Regelkreis gesetzt und filtert den Sollwert. Die Dynamik des Feedback-Loops wird nicht beeinflusst.

Allgemein wird das Vorfilter wie folgt berechnet:

$$G_v(s) = \frac{k}{d(s)b(s)}$$

Wobei der Faktor k so bestimmt wird, dass die statische Verstärkung von $G_v(0)G_W(0) = \frac{\hat{y}}{\hat{w}} = 1$ wird. Da die Regelstrecke im vorliegenden Fall keine Nullstellen aufweisen wird

$$G_v(s) = \frac{1}{T_n T_v s^2 + T_n s + 1}$$

so dass

$$G_V(s)G_W(s) = \frac{3\omega_m}{(s + \omega_m)^2(s + 5\omega_m)}$$

wird.

GRT

GRT P5 Aufgaben.docx

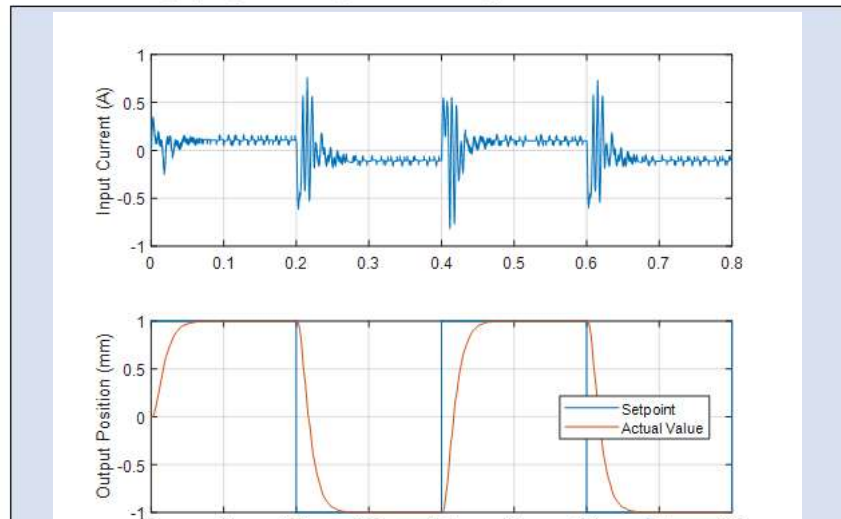


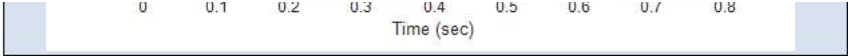
Praktikum 5: PID-Regelung und Führungs- und Störverhalten

7 / 7

7. Erweitern Sie das SLDRT-Programm mit dem Vorfilter G_V und messen Sie die Führungssprungantwort erneut. Bestimmen Sie mit *Data-Tips* die Anstiegszeit $T_d = t_{90\%} - t_{10\%}$.

Gemessene Führungssprungantwort und gemessene Anstiegszeit:





GRT

GRT P5 Aufgaben.docx

