

## **Особенности обучения решению задач в 5 классе**

### **О развитии умения решать задачи**

Одной из основных методических линий серии учебников и учебных книг МПИ является линия обучения учащихся умению решать текстовые задачи. Реализуется эта линия *с помощью специально сконструированной системы заданий*.

Выполняя эти задания, учащиеся могут увидеть, как то или иное математическое действие используется при разборе конкретных практических ситуаций. Разумеется, такая работа учеников предполагает и актуализацию их опыта, накопленного в начальной школе.

Кроме того, в практикуме 5-го класса имеется специальный раздел «Решаем задачи». Этот раздел включает разнообразные задачи на движение – в нем рассматривается и движение одного объекта, и всевозможные случаи движения двух объектов. Работая над заданиями этого раздела, школьники осваивают и развивают многие умения, входящие в умение решать задачи.

Остановимся на идеях, лежащих в основе обучения решению текстовых задач в 5-м классе, а также приведем примеры работы над некоторыми заданиями.

Структурную схему задачи мы представляем следующим образом:



Каждая задача может быть охарактеризована по основным компонентам: условию, вопросу, базису, способу решения. В соответствии с этим система заданий для учащихся 5–6 классов содержит не только традиционные задачи (с полным набором данных, с поставленным вопросом, с указанием базиса, то есть с указанием раздела математики, знание которого требуется для решения задачи, и т.д.), но и задачи с недостающими, лишними и противоречивыми данными, задачи, связанные с изменением условия или вопроса, задания на составление задач и т.д.

Например, в задаче № 353а практикума в условии не хватает данных – учащиеся должны отметить, что время поездки складывается не только из времени, потраченного на остановки, но и из времени движения автомашины.

Вопрос «Нет ли лишних данных?» в задаче № 356 возвращает учащихся к условию, требует вчитаться в текст, выявить лишние данные (скорость 6 км/ч или весь путь и время 0,4 ч) и найти рациональный способ решения.

В задании № 357а формально учащиеся могут попытаться найти скорость движения, если известно пройденное расстояние и время в пути. Но непременно столкнутся с проблемой – ответить на вопрос задачи невозможно, т.к. неизвестен путь туриста «на лошадях». В задаче 357б для ответа на вопрос достаточно знать лишь путь (48 км) и время движения (3 ч) на лошадях, все остальные данные – лишние. Основой для работы над данным заданием может служить приведенная в нем и схема анализа задачи.

Процесс решения задачи предполагает развитие у учащихся комплекса умений. Перечислим некоторые из них.

### **1. Анализ текста задачи:**

- 1) внимательное чтение задачи;
- 2) первичный анализ текста: выделение вопроса задачи и ее условия;

- 3) оформление краткой записи текста задачи;
- 4) выполнение чертежей, рисунков по тексту задачи.

## **2. Поиск способа решения задачи:**

- 1) проведение вторичного (более детального) анализа текста задачи: выделение данных и искомого, установление связей между данными, между данными и искомыми;
- 2) выяснение полноты постановки задачи;
- 3) осуществление поиска решения, составление плана решения задачи;
- 4) перевод словесного текста задачи на математический язык;
- 5) актуализация теоретических знаний, необходимых для решения задачи.

## **3. Оформление найденного способа решения задачи:**

- 1) оформление найденного способа решения;
- 2) запись результата решения задачи.

## **4. Изучение найденного решения задачи:**

- 1) осуществление контроля решения задачи;
- 2) оценка результатов решения задачи;
- 3) анализ способов решения и их обобщение;
- 4) составление новых задач.

С нашей точки зрения, при обучении математике в 5-ом классе с целью формирования умения решать задачи особенно пристальное внимание

следует уделить первому этапу, на котором формируется умение анализировать текст задачи.

Работа на первом этапе начинается с того, что ученики должны изучить условие задачи, которую они собираются решать, овладеть теми понятиями, на которые они будут опираться при ее решении, осознать цель и выбрать способ решения. Как показывает практика, некоторые учащиеся при встрече с задачей, не вчитавшись основательно в текст, сразу пытаются ее решать. Неумение учащихся читать текст и является первой причиной затруднений в решении задач. Поэтому первое, что должен делать учитель – учить школьников «входить» в условие задачи и свободно ориентироваться в нем, учить читать и вчитываться в условие.

Учителю необходимо добиваться, чтобы учащиеся читали текст правильно, без искажения слов, с надлежащими остановками. Задача учителя помочь учащимся выделить главное в тексте задачи, используя для этого *различные формы предъявления задачи: текстом, краткой записью, рисунком, чертежом.*

Успех решения задачи зависит во многом от понимания учащимися смысла слов, входящих в текст задачи. В процессе чтения текста не все данные, входящие в условие, в равной степени привлекают внимание. В тексте задачи можно выделить слова, которые не влияют на выбор действия, и слова, которые влияют на способ решения задачи.

*Важно научить учащихся «переводить» слова текста задачи на язык математических терминов, прямо указывающих на нахождение выбора действия.* Учащиеся должны понимать, что отдельно взятое слово само по себе не определяет выбора действия, следует учесть сочетание слов и их последовательность расположения в тексте задачи.

Рассмотрим, например, задание № 360. Оно содержит четыре задачи, в текстах которых используются одни и те же числа: 12 км/ч, 4 км/ч, 16 км.

Анализ и сравнение содержания текстов задач помогает учащимся найти слова, влияющие в каждом случае на нахождение способа решения задачи. Сравнение рисунков и чертежей, полученных в ходе работы над этими четырьмя задачами окажет свое влияние на формирование умения решать задачи.

Формированию умений находить слова, определяющие способ решения задачи, находить существенные связи, отвлекаться от сюжетных подробностей способствует такой прием, как – *изменение числовых данных задачи, математических и сюжетных связей*.

Следующий шаг на этапе работы по анализу текста задачи – расчленение текста задачи на вопрос и условие. *Обучение проведению первичного анализа текста задачи, предполагающего выделение условия и вопроса, их соотнесение* – это тоже один из специальных приемов работы над текстом задачи.

Этому помогут задачи, различающиеся по характеру формулировки вопросов и по месту их расположения. Например, в задачах №№ 214(2), 247, 294 сначала сформулирован вопрос, а затем – условие. В задаче № 213, наоборот, сначала – условие, затем – вопрос, а в задаче № 375 вопрос находится внутри условия.

Таким образом, формирование умений выделять условие и вопрос задачи предполагает, прежде всего, *воспитание потребности выделять условие и вопрос задачи и может осуществляться в процессе нахождения необходимых данных для ответа на вопрос задачи, формулирования всевозможных вопросов к условию задачи, составления задачи по ее вопросу*.

Для иллюстрации приведем примеры. Так при выполнении задания № № 119(2,3), 130, 374, 376 ученики должны по виду числового выражения, по схематичному изображению условия в виде схемы-рисунка, по решению

составить условие задачи или сформулировать ее вопрос. Анализируя работы учащихся, следует акцентировать их внимание на то, что по одному и тому же вопросу можно составить различные задачи.

Учителю следует показать ученикам, что при решении задачи ее вопрос определяет все последующие преобразования исходных данных. Так, например, методический прием – *переформулирование вопроса* сразу изменяет весь последующий процесс решения задачи.

При обучении учащихся умению выделять условие и вопрос задачи в процессе ее решения следует использовать *прием постановки вопроса задачи по ее условию*. Например, в задании № 363 по одному и тому же условию задачи ставятся разные вопросы, причем некоторые предполагают два ответа. В задании № 364 предлагается сравнить тексты задач и сделать выводы о поиске способов решения этих задач.

В ходе проведения первичного анализа там, где это необходимо и целесообразно, может быть оформлена краткая запись задачи. Собственно говоря, краткая запись задачи и является результатом проведенного первичного анализа текста задачи. Краткая запись служит не только хорошей формой, организующей глубокий и планомерный анализ задачи, но и хорошим средством для понимания содержания задачи, зависимости между данными и искомыми; для облегчения поиска путей решения задачи. Это способствует не только решению конкретной задачи, но и обучению решению задач вообще.

Иногда сюжет в условии задачи поглощает внимание ученика, и, только работая над краткой записью, ученик может обнаружить, что многие задачи с разным сюжетом можно привести к единой математической схеме.

Одним из способов выполнения краткой записи может быть таблица. *Оформление краткой записи в виде таблицы* используется в тех случаях, когда в задаче содержатся сведения об изменении трех взаимосвязанных

величин. Данные и искомые при заполнении таблицы следует расположить так, чтобы яснее была выражена связь между ними. Наименование величины может быть внесено в столбец. Запись вопроса выполняется по возможности вне таблицы.

Например, в задаче № 350(2) полезно сразу по мере чтения заполнять таблицу:

Конфеты	Цена за 1 кг	Покупка в килограммах	Стоимость в марках
I сорта	7,2	0,15	} 5 марок } +7 пенни
II сорта	?	0,35	

При решении задачи нередко используется *прием оформления краткой записи в виде схемы для всей задачи или лишь для части ее условия*. В схематической записи задачи должны быть отражены лишь самые необходимые сведения из условия задачи, она должна содержать общепринятые символы и сокращения.

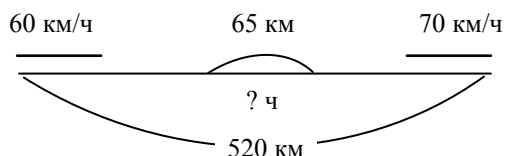
Такова, например, схематическая запись условия задачи № 300. Анализ этой краткой записи поможет учащимся дополнить условие задачи и найти путь ее решения.

Полезен *прием установления соответствия между краткими записями и текстами задач*. Учащиеся анализируют связь краткой записи с данным текстом задачи, выясняют связи между данными и искомыми задачи, вникая в каждое ее слово (задания №№ 107, 131, 373, 388).

Так как оформление рисунков, чертежей является хорошим средством обучения учащихся решению задач, то мы достаточно широко используем задания требующие выполнения чертежей, рисунков по тексту задачи, чтения

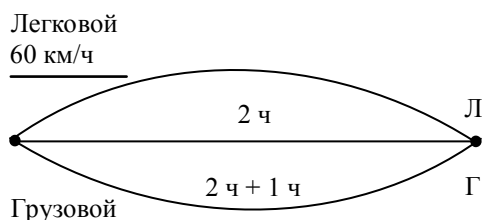
готовых чертежей, выполненных по тексту задачи, составления текста задач по готовым чертежам.

Например, в задании № 371 по тексту задачи можно предложить учащимся сделать чертеж.



Анализ текста задачи и ее записи в виде чертежа помогает прийти к выводу о двух возможных ситуациях: а) поезда не доехали друг до друга 65 км; б) поезда встретились и разъехались на расстояние 65 км.

Выполняя чертеж к задаче № 375, учащиеся замечают, что путь грузового и легкового автомобилей одинаков. Поэтому для решения задачи достаточно составить числовое выражение  $60 \cdot 2 : 3$ .



### Методические комментарии

#### к решению некоторых задач раздела «Решаем задачи»

*Матушкина З.П., Маликова Н.Г., Королева Е.В., Иванова Л.И.*

#### Задание № 358.

Работу над этим заданием можно провести в форме коллективного обсуждения-дискуссии, до начала которой можно приготовить «ящики», о которых идет речь в текстах, и «полоски» бумаги с данными в задаче

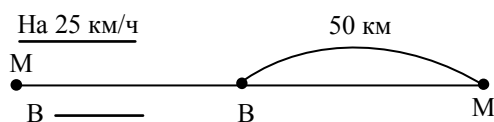


характеристиками движения. После обсуждения «полоска» опускается в соответствующий ящик (некоторые «полоски» при этом придется тиражировать). В итоге ящики вскрываются и записываются характеристики видов движения двух объектов. Можно работать и в группах, каждая из которых будет отстаивать свое мнение о распределении «полосок» по ящикам

*Ответы:*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
4	1,3	1,2	2,3	1,2	2,3	4	1,2	4	1,	1,2	1,2	1,2	1	2	4	1	2	1,2

*Задание № 359.*



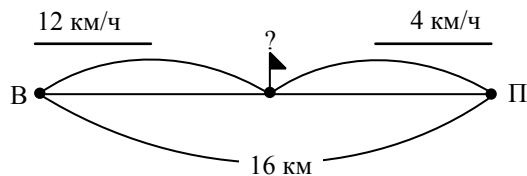
Необходимо выяснить, что означает фраза: «скорость мотоцикла на 25 км/ч больше скорости велосипедиста». Учащиеся приходят к выводу, что за один час расстояние между мотоциклистом и велосипедистом увеличивается на 25 км, значит расстояние в 50 км будет между ними через 2 ч ( $50 : 25 = 2$  (ч)). Следовательно, на первый вопрос задачи можно ответить, но узнать какое расстояние к этому моменту пройдет каждый нельзя, т.к. неизвестно чему равны скорости каждого из них. Можно предложить вопрос – какие данные следует добавить, чтобы появилась возможность ответить на второй вопрос задачи.

*Задание № 360.*

Каждая из рассматриваемых в задании ситуаций движения знакома учащимся, поэтому они многое смогут сделать самостоятельно. Полезно

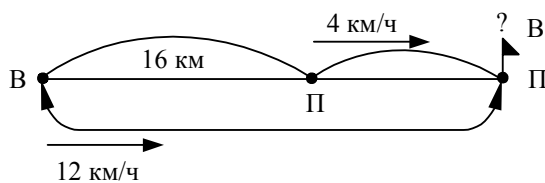
коллективно обсудить рисунки к каждой из задач, оформив их на доске. Затем предложить учащимся индивидуально, или, работая в группах, выполнить решения. В итоге появится следующая запись.

а)



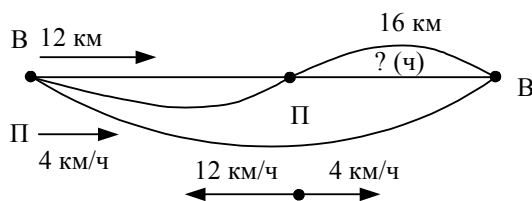
$$16 : (12 + 4) = 1 \text{ (ч)}$$

б)



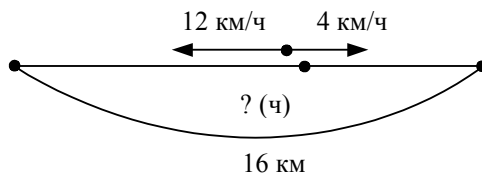
$$16 : (12 - 4) = 2 \text{ (ч)}.$$

в)



$$16 : (12 - 4) = 2 \text{ (ч)}.$$

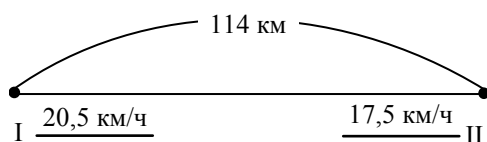
г)



$$16 : (12 + 4) = 1 \text{ (ч)}$$

Если соотнести математическую суть решения с сюжетом задачи, то можно сделать вывод – разные сюжетные ситуации могут быть описаны одним и тем же числовым или буквенным выражением.

Задание № 363.



Решение

а) Какое расстояние будет между теплоходами чрез 2 ч?

$$114 - (20,5 + 17,5) \cdot 2 = 114 - 38 \cdot 2 = 114 - 76 = 38 \text{ (км)}$$

б) Через сколько часов теплоходы встретятся?

$$114 : (20,5 + 17,5) = 3 \text{ (ч)}$$

в) Через сколько часов после начала движения расстояние между теплоходами будет 76 км? 114 км? 152 км?

1) Расстояние между теплоходами 76 км.

а) До встречи:

$$(114 - 76) : 38 = 1 \text{ (ч)}$$

б) После встречи:

$$3 + 76 : 38 = 5 \text{ (ч)}.$$

2) Расстояние между теплоходами 114 км

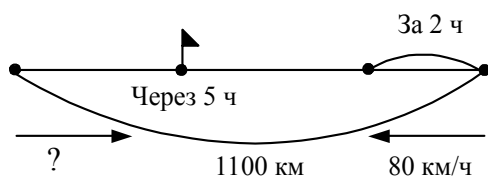
$$(114 + 114) : 38 = 6 \text{ (ч)}.$$

3. Расстояние между теплоходами 152 км.

До встречи такого расстояния невозможно достичь, а после встречи – можно:

$$(114 + 152) : 38 = 266 : 38 = 7 \text{ (ч)}$$

Задание № 372.



Для ответа на вопрос информации недостаточно. В зависимости от ее уточнения, могут быть получены следующие решения:

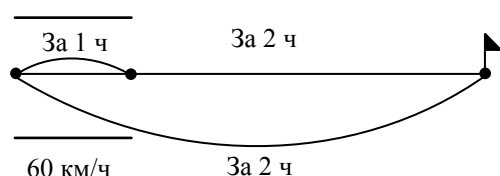
$$(1100 - 2 \cdot 80) : 5 - 80 = 108 \text{ (км/ч);}$$

$$(1100 - 80 \cdot 5) : 3 = 233,3 \text{ (км/ч);}$$

$$(1100 - 80 \cdot 5) : 7 = 100 \text{ (км/ч);}$$

$$(1100 - 80 \cdot 3) : 5 = 216 \text{ (км/ч).}$$

Задание № 375.



Полезны такие вопросы:

Что нужно найти в задаче? (Скорость грузовика).

Что нужно знать, чтобы найти скорость грузовика? (Расстояние, пройденное грузовиком и время, потраченное на прохождение этого расстояния).

Что известно о времени движения грузовика? (Он вышел на один час раньше?)

Как двигались грузовик и легковой автомобиль? (Из одного пункта, в одном направлении.)

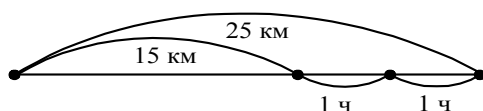
Могли бы вы указать время, которое был в пути грузовик до встречи с легковым автомобилем? ( $2 + 1 = 3$  (ч))

Что известно о расстоянии, которое прошел грузовик? (Оно равно расстоянию, которое прошел легковой автомобиль за 2 часа.)

Как найти расстояние, которое прошел легковой автомобиль? ( $60 \cdot 2 = 120$  км).

*Задание № 387.*

Наглядное представление текста задачи:



Анализ задачи позволяет сделать вывод, что за 2 часа турист прошел 10 км. Значит скорость туриста равна 5 (км/ч). 25 км он прошел за  $25 : 5 = 5$  (ч).

### ***Формируем открытую познавательную позицию***

#### *3. И. Алифоренко*

Часто одному заданию, направленному на обучение решению задач, может быть посвящен целый урок, т.к. оно выполняет несколько функций в формировании у учащихся умения решать задачу.

Приведем пример работы в классе над одним из таких заданий.

*Задача № 367.*

*Два поезда вышли навстречу друг другу одновременно из двух городов, расстояние между которыми 1260 км, и встретились через 7 часов после выхода. Скорость одного из них – 80 км/ч. Найти скорость другого поезда.*

*Ответьте, что произойдет, если:*

- а) в тексте слово «одновременно» отсутствует?*
- б) слова « через 7 часов» заменили словами «через 2 часа»? «через 9 часов»?*

в) слово «одновременно» заменили словами «причем второй поезд вышел на 2 часа позже первого».

*Запишите решение задачи в случае в).*

Первая часть этого задания была предложена в качестве домашнего задания. Урок начался с того, что я задала вопрос классу: «Все ли решили эту задачу?» Оказалось, что справились все. Следующий вопрос был таким: «Какая главная идея решения задачи?»

*Маша:* «Зная расстояние и время, затраченное на его прохождение, можно найти скорость поезда».

*Андрей:* «Зная скорость сближения поездов и одну из скоростей, можно найти другую скорость».

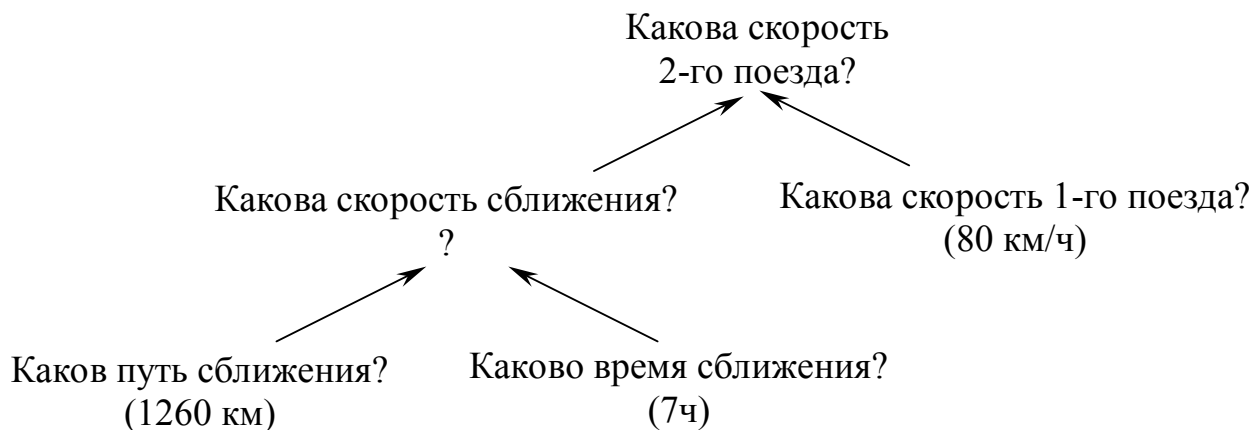
На этих двух идеях остановились. Два ученика вышли к доске продемонстрировать свои решения. Кроме того, я попросила сделать рисунок на доске.

А в это время было предложено подумать, какие вопросы они могут задать отвечающим, чтобы те могли с их помощью остальным объяснить свои решения. Причем, мы договорились, что вопросы принимаем все, но они не должны повторяться. А еще на доске вопросы будут записываться так, чтоб их последовательность помогала человеку, который учится решать такие задачи.

Глядя на решения, дети задавали вопросы, а я оформляла их на доске в виде «**дерева решений**». Если на вопрос был готов ответ, то его вносили в получившуюся схему. Вот так это выглядело:



Второе «дерево решений» выглядит так:



Затем мы с ребятами решили уточнить: «Что это за вид движения?»; «Что мы о нем уже знаем?»

*Юра:* «Недавно мы решали красивую задачу, в которой надо было по ящикам разложить данные утверждения».

*Учитель:* « Почему ты вспомнил об этой задаче?» (речь шла о задаче №8)

*Юра:* « В ней речь шла о разных видах движения: навстречу друг другу, в одном направлении, в противоположных направлениях. Можно использовать опыт этой задачи. Наша задача на встречное движение».

Здесь мы возвращаемся к задаче о различных видах движения и еще раз напоминаем, какие слова и словосочетания связаны со встречным движением.

Продолжаем обсуждать задачу. Прошу ответить на вопрос: «Почему мы считаем, что поезда были в пути до встречи одно и то же время?»

*Алеша:* «Потому что поезда выходят по данному условию в одно и то же время, значит, сверяются по часам, а встретившись, опять глядят на часы, которые показывают одинаковое время».

*Лена:* «Короче: вышли одновременно и встретились через 7 часов, значит, каждый был в пути 7 часов».

*Учитель:* «Что в этом движении у участников движения может быть разным? Одинаковым? А что одинаковым будет *обязательно?*»

*Голоса:*

- Расстояния разные!
- И "одинаковые" могут быть!
- Скорости разные, а могут одинаковые быть!
- Машинисты разные!
- Возраст у них может быть одинаковый!
- Цвет поездов одинаковый!
- Количество вагонов разное!

*(Фантазии на данную тему – дети решили немного отдохнуть).*

*Миша (перекрикивая всех):* «А вот время до встречи будет обязательно только одинаковым». Шум прекратился, ребята задумались, что же еще может быть обязательно только одинаковым».

Продолжаем работать над задачей: в заранее подготовленном на доске тексте задачи прошу стереть слова «через 7 часов» и заменить «через 2 часа». Прошу прочесть задачу и, не решая ее, подумать над вопросами: «Какого ответа вы ожидаете?»; «Что произойдет?»; «Что изменится?»; «А что останется неизменным?»

*Голоса:*



- Ответ изменится!
- И даже очень изменится!
- Увеличится....!
- И даже очень увеличится!
- Значит, скорость II поезда станет очень большой?
- Проверить надо!
- А вот расстояние между поездами не изменится.

*Учитель:* «А что еще не изменится?»

Дети задумались. Наконец Миша: «Решать можно точно также полученную задачу».

*Учитель:* «Значит, ход наших рассуждений не изменится». Тогда Оля предлагает стереть в решении задачи число «7» и вписать «2». Решаем задачу и получаем ответ 550 км/ч.

Смотрим на ответ задачи и рассуждаем с ребятами, может ли быть такое в жизни? Рассматриваем таблицу скоростей, вывешенную на доске. Видим, что скорость поезда очень уж близка к скорости самолета ИЛ-18. Затем ребята самостоятельно проделывают аналогичную работу, заменив слова “через 2 часа” словами “через 9 часов” и получают, что скорость II поезда 60 км/ч.

Делаем вывод: надо быть осторожным при произвольном изменении условия, иначе, даже в том случае, если ход решения не нарушается, можно получить нереальный ответ.

А) Сотрем в тексте задачи слово “одновременно”. Прочтем условие задачи и подумаем, что произошло?

*Дима:* “Так как неизвестно, как вышли поезда, то неизвестно и время движения одного из поездов, того, который вышел позже”.

*Миша:* “А может поезда шли одновременно, то есть наша задача стала неопределенной, значит ее нельзя решить”.

Основное внимание уделяем случаю В). Для этого в условии задачи, записанной на доске, вместо слова “одновременно” запишем “причем второй поезд вышел на 2 часа позже первого”. Читаем условие новой задачи:

Два поезда вышли навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 1260 км., причем второй поезд вышел на 2 часа позже первого, и встретились через 7 часов после выхода. Скорость одного из них – 80 км/ч. Найти скорость другого поезда.

Для записи полученных результатов на доске заготовила таблицу и по мере получения решений (я уже видела, что они разные) попросила заполнить ее. Вот что получилось:

	$S$ (км)	$S_1$ (км)	$S_2$ (км)	$t_1$ (ч)	$t_2$ (ч)	$V_1$ (км/ч)	$V_2$ (км/ч)
Результаты большинства	1260	560	700	7	5	80	140
Результаты Оли	1260	860	400	7	5	>120	80
Результаты Юры	1260	720	540	9	7	80	≈77

*Учитель:* « В чем причина? Ответы получились разные. У кого ошибка?»

Поступило предложение – оформить решение на доске. После оформления разных решений прошу записать уточненные условия задач.

*Задача большинства:*

Два поезда вышли навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 1260 км, причем второй поезд вышел на 2 часа позже первого и встретились через 7 часов после выхода первого поезда. Скорость первого поезда 80 км\ч. Найти скорость второго.

*Задача Оли:*

Два поезда вышли навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 1260 км., причем второй поезд вышел на 2 часа позже первого и встретились через 7 часов после выхода первого поезда. Скорость второго поезда 80 км\ч. Найти скорость первого.

После этого сделали вывод, что первоначальное условие было неопределенным. Поэтому получили разные решения.