

# ***Обучение решению текстовых задач.***

***Алифоренко Зинаида Ивановна,  
учитель математики  
МБОУ РКГ №2 г.Томска***

# *Процесс решения задачи*

## 1. Анализ текста задачи:

- 1) внимательное чтение задачи;
- 2) первичный анализ текста: выделение вопроса задачи и ее условия;
- 3) оформление краткой записи текста задачи;
- 4) выполнение чертежей, рисунков по тексту задачи.

## 2. Поиск способа решения задачи:

- 1) проведение вторичного (более детального) анализа текста задачи: выделение данных и искомого, установление связей между данными, между данными и искомыми;
- 2) выяснение полноты постановки задачи;
- 3) осуществление поиска решения, составление плана решения задачи;

# *Процесс решения задачи*

- 4) перевод словесного текста задачи на математический язык;
- 5) актуализация теоретических знаний, необходимых для решения задачи.

## 3. Оформление найденного способа решения задачи:

- 1) оформление найденного способа решения;
- 2) запись результата решения задачи.

## 4. Изучение найденного решения задачи:

- 1) осуществление контроля решения задачи;
- 2) оценка результатов решения задачи;
- 3) анализ способов решения и их обобщение;
- 4) составление новых задач.

Процесс обучения решению текстовых задач удобно разбить на блоки – модули, целью которых является формирование определенных умений, входящих в умение решать задачи.

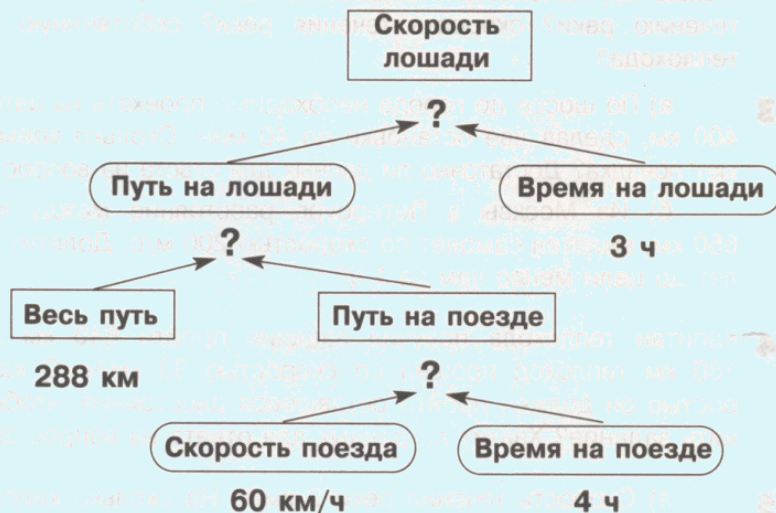
# 5 класс

- применение арифметических действий;
- решение задач на движение;
- решение задач о периметрах, площадях и объемах.

# Решение текстовых задач

- 6** Коля живет от Миши на расстоянии 2,4 км. Этот путь Коля проехал на велосипеде за 0,4 ч со скоростью 6 км/ч, а обратный путь по той же дороге он проехал со скоростью 6,5 км/ч. На какой путь Коля потратил меньше времени и на сколько? Нет ли лишних данных в задаче? Если есть, то какие именно?

- 7** Сравните условия задач.
- а) Турист проехал 288 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошадах — 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошадах?
- б) Турист проехал 288 км, причем на лошадах он проехал 48 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошадах — 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошадах, если скорость поезда была 60 км/ч?
- в) Турист проехал 288 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошадах — 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошадах, если поезд шел со скоростью 60 км/ч?
- Какая из задач может быть решена с помощью схемы:

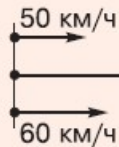


## § 38. Задачи о двух участниках движения

Решим задачу.

**Задача 1.** *От бензоколонки по шоссе в сторону города одновременно отправились два автомобиля. Скорость одного автомобиля составляет 60 км/ч, а скорость другого равна 50 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через час? Через два часа? Через какое время расстояние между ними будет 25 км?*

**Решение.** За час первый автомобиль пройдёт 60 км, а второй 50 км, значит, расстояние между ними по шоссе будет  $60 - 50 = 10$  (км).



Если автомобили будут продолжать двигаться таким же образом, то каждый час они будут удаляться друг от друга на 10 км.

Значит, через 2 ч удаление автомобилей друг от друга будет равно

$$10 \cdot 2 = 20 \text{ (км)}.$$

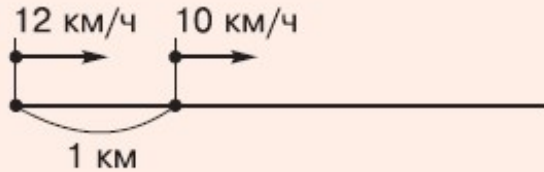
А удаление на 25 км будет достигнуто через  $25 : 10 = 2,5$  (ч).

**Ответ:** через час между автомобилями будет 10 км, через два часа — 20 км, 25 км будет через 2,5 ч.

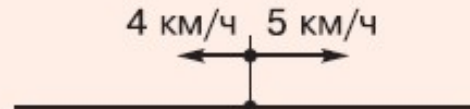


## Задачи о двух участниках движения

**Задача 2.** Лыжник отправился по маршруту со скоростью  $10 \text{ км/ч}$ . Когда он удалился от базы на  $1 \text{ км}$ , вслед за ним вышел второй лыжник. Так как его скорость была выше ( $12 \text{ км/ч}$ ), то он смог догнать первого лыжника. Через какое время после старта второго лыжника это произошло?



**Задача 3.** Из лагеря одновременно в противоположных направлениях вышли два туриста. Скорость одного равна  $5 \text{ км/ч}$ , другого —  $4 \text{ км/ч}$ . С какой скоростью туристы удаляются друг от друга? Какое расстояние будет между ними через  $2 \text{ ч}$ ?





## Подведём итоги

1. Если два объекта движутся в одном направлении, то можно найти скорость их сближения или удаления, вычитая их скорости.
2. Если два объекта движутся в противоположных направлениях, то можно найти скорость их сближения или удаления, складывая их скорости.



## Проверь себя

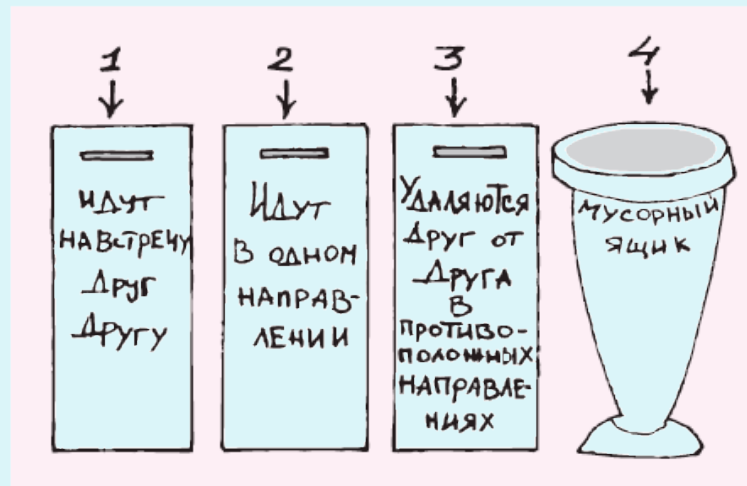


1. Найдите скорость сближения участников движения или их удаления друг от друга:
  - а) два муравья выбежали из муравейника в противоположных направлениях, скорость одного из них равна  $5 \text{ см/с}$ , другого равна  $3 \text{ см/с}$ ;
  - б) две собачьи упряжки показали на соревнованиях в одном забеге следующие скорости —  $15 \text{ км/ч}$  и  $18 \text{ км/ч}$ ;
  - в) Петя шёл по дороге навстречу Васе, Вася — навстречу Пете, а Петина собака бегала от одного мальчика к другому, пока те не встретились; скорость Пети равна  $2 \text{ км/ч}$ , Васи —  $3 \text{ км/ч}$ , а собаки —  $15 \text{ км/ч}$ .

# Решение текстовых задач

- ① 358. Пункты  $A$  и  $B$  расположены на одном и том же шоссе. Из каждого пункта одновременно вышло по пешеходу. Они идут, не меняя направления и скорости своего движения.

Разложи по ящикам следующие утверждения относительно их движения (некоторые — сразу в несколько ящиков, а некоторые попадут в мусорный ящик).



- произведение скоростей пешеходов определяет быстроту их сближения;
- сумма скоростей одного и другого пешеходов определяет быстроту изменения расстояния между ними;
- пешеходы обязательно встретятся, если будут идти достаточно долго;

## Решение текстовых задач

① 360. Сравните четыре задачи.

а) Велосипедист, скорость которого  $12 \text{ км/ч}$ , и пешеход, скорость которого  $4 \text{ км/ч}$ , движутся навстречу друг другу. Первоначальное расстояние между ними  $16 \text{ км}$ . Через какое время они встретятся?

б) Велосипедист, скорость которого  $12 \text{ км/ч}$ , движется вдогонку пешеходу, скорость которого  $4 \text{ км/ч}$ . Первоначальное расстояние между ними  $16 \text{ км}$ . Через какое время велосипедист догонит пешехода?

в) Велосипедист, скорость которого  $12 \text{ км/ч}$ , и пешеход, скорость которого  $4 \text{ км/ч}$ , вышли одновременно из одного пункта в одном и том же направлении. Через сколько часов расстояние между ними будет  $16 \text{ км}$ ?

г) Велосипедист, скорость которого  $12 \text{ км/ч}$ , и пешеход, скорость которого  $4 \text{ км/ч}$ , начали двигаться одновременно из одного пункта в противоположных направлениях. Через какое время расстояние между ними будет  $16 \text{ км}$ ?

Сделайте рисунки к задачам. Запишите решение каждой задачи с помощью числового выражения.

# Решение текстовых задач

17

Два поезда вышли навстречу друг другу одновременно из двух городов, расстояние между которыми 1260 км, и встретились через 7 ч после выхода. Скорость одного из них 80 км/ч. Найдите скорость другого поезда.

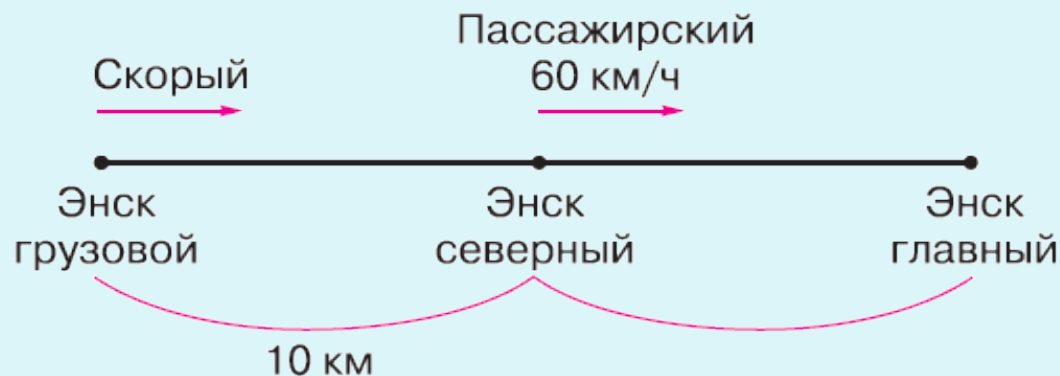
Ответьте, что произойдет, если:

- а) слово «одновременно» в тексте задачи будет отсутствовать;
- б) слова «через 7 ч» заменили словами «через 2 ч»; «через 9 ч»;
- в) слово «одновременно» заменили словами «причем второй поезд вышел на 2 ч позже первого».

Запишите решение задачи в случае в.

# Решение текстовых задач

① 374. По следующей схеме составьте задачу.



Известно, что скорый и пассажирский поезда одновременно прибыли на вокзал Энск главный, причём за полчаса до этого скорый вышел со станции Энск грузовой, а пассажирский — со станции Энск северный.

Сколько разных вопросов можно задать в этой задаче?



## Решение текстовых задач

① 376. Прочтите условие задачи.

«Мама пошла в магазин, но забыла кошелёк с деньгами. Машенька увидела это, схватила кошелёк и побежала вдогонку. Когда она догнала свою маму, та уже успела уйти на 200 м от дома.

Найдите \_\_\_\_\_, если мама шла со скоростью 0,8 м/с, а Машенька бежала со скоростью 4 м/с.»

Каков был вопрос в задаче, если решалась она так:

$$1) 200 : 0,8 = 250; \quad 2) 200 : 4 = 50; \quad 3) 250 - 50 = 200.$$

Ответ: \_\_\_\_\_200\_\_\_\_\_.

① 363. Расстояние между пристанями 114 км. Одновременно навстречу друг другу вышли два теплохода, скорости которых 20,5 км/ч и 17,5 км/ч.

Ответьте на вопросы:

- а) Какое расстояние будет между теплоходами через 2 ч?
- б) Через сколько часов теплоходы встретятся?
- в) Через сколько часов после начала движения расстояние между ними будет 76 км, 114 км, 152 км?

Все ли вопросы имеют единственный ответ?



# 6 класс

- решение задач с помощью уравнений;
- задачи на нахождение части от числа и числа по его части;
- задачи на проценты.

# Решение задач с помощью уравнений

- Мотивация метода.
- Выделение шагов метода.
- Понимание каждого шага решения задач с помощью уравнений. Использование разных способов кодирования информации.
- Формирование умения контролировать свою учебную деятельность.
- Формирование самооценки учебной деятельности.

# Мотивация метода

Решите задачи:

- 1) Расстояние между двумя посёлками 66 км. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу и встретились через 2 ч. Скорость первого велосипедиста 14 км/ч. Найдите скорость второго велосипедиста.
- 2) Расстояние между двумя посёлками 66 км. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу и встретились через 2 ч. Скорость первого велосипедиста на 3 км/ч больше скорости второго. Найдите скорости каждого из велосипедистов.

Для решения предложены две задачи. Что у них общего? Чем они отличаются?

# Выделение шагов метода

Решая следующую задачу, рассмотрим возможные шаги при решении задач с помощью уравнений.

В первой корзине яблок в 4 раза больше, чем во второй. Когда из первой корзины переложили во вторую 18 яблок, то в обеих корзинах яблок стало поровну. Сколько яблок было в каждой корзине первоначально?

Решим задачу с помощью уравнения. Рассмотрим возможные шаги при данном способе решения.

**ШАГ 1.** Проанализируйте условие задачи. Ответьте на вопросы: о чем идёт речь в задаче? Сколько было корзин? Что нужно узнать в задаче? Можем ли мы сразу ответить на условие задачи? Как связаны между собой данные и искомые величины? Можно ли связь между количеством яблок в каждой корзине охарактеризовать с помощью слов — «было», «изменилось», «стало».

**ШАГ 2.** представьте условие задачи рисунком, схемой или таблицей.

# Выделение шагов метода



I

в 4 раза  
больше



II

I

в 4 раза  
больше

II



I

18 яблок  
→



II

I

18 яблок  
→

II



I

=



II

I

=

II

Корзина	Было	Изменилось	Стало
1-я	в 4 раза больше, чем во второй	взяли 18	поровну
2-я		положили 18	

# Выделение шагов метода

ШАГ 3. Найдите «основание» для составления уравнения, с помощью которого можно решить задачу. (Одним из таких «оснований» могут быть слова «стало поровну»).

ШАГ 4. Запишите выражения, позволяющие составить уравнение. (Это легко сделать, если количество яблок во 2-й корзине принять за неизвестную. Все остальные неизвестные величины выразите через эту неизвестную величину и другие данные величины).

Корзина	Было	Изменилось	Стало	
1-я	$4x$	$- 18$	$4x - 18$	поровну
2-я	$x$	$+ 18$	$x + 18$	

ШАГ 5. Запишите уравнение, учитывая, что яблок в корзинах стало поровну:

$$4x - 18 = x + 18.$$

ШАГ 6. Решите уравнение.

$$4x - 18 = x + 18,$$

$$4x - x = 18 + 18,$$

$$3x = 36,$$

$$x = 36 : 3,$$

$$x = 12.$$



# Выделение шагов метода

ШАГ 7. Ответьте на вопрос задачи. (12 яблок было первоначально во второй корзине;  $12 \cdot 4 = 48$  (яблок) было в 1-й корзине).

ШАГ 8. проверьте, могло ли быть (согласно условию задачи) такое количество яблок в корзинах. (из 1-й корзины убрали 18 яблок, после этого в ней осталось  $48 - 18 = 30$  (яблок). Во вторую корзину добавили 18 яблок. После этого в ней стало  $12 + 18 = 30$  (яблок). В обеих корзинах яблок стало поровну, что соответствует условию задачи.)

ШАГ 9. Запишите ответ.

*Ответ:* 48 яблок, 12 яблок.

# Выделение шагов метода

Сравните этапы решения рассмотренных задач. Какие шаги, с вашей точки зрения, полезно использовать при решении задач методом уравнений? Сравните их со следующими:

1. Выяснить, о чем идёт речь в задаче.
2. Указать, какими величинами можно описать эти процессы.
3. Представить условие задачи в виде рисунка, схемы, таблицы (в случае необходимости).
4. Выбрать в условии задачи предложение, позволяющее составить уравнение (то есть выбрать «основание» для составления уравнения).
5. Выбрать неизвестную.
6. Выразить через эту неизвестную все остальные неизвестные величины.
7. Составить уравнение.
8. Решить уравнение.
9. Проверить, удовлетворяет ли найденный корень уравнения условию задачи.
10. Записать ответ.

## 7-9 класс

- формирование умения планировать учебную деятельность при решении текстовых задач
- систематизация знаний о решении текстовых задач с помощью уравнений

# ***В 7–9 классах продолжается работа по развитию умения решать задачи:***

## **I. Умение анализировать текст задачи:**

- проводить первичный анализ текста задачи: выделять вопрос и условие;
- оформлять краткую запись текста задачи;
- выполнять чертежи, рисунки по тексту задачи.

## **II. Умение проводить поиск способа решения задачи:**

- проводить вторичный (более детальный) анализ текста задачи: выделять данные и искомые, устанавливать всевозможные связи между данными и искомыми.

- переводить текст задачи на математический язык;
- устанавливать полноту данных в условии задачи;
- актуализировать теоретические знания, необходимые для решения задачи;
- составлять план решения задачи.

### **III. Умение оформлять найденное решение:**

- записывать найденное решение;
- записывать ответ.

#### **IV. Умение анализировать найденное решение:**

- осуществлять контроль решения задачи;
- давать оценку результатам решения задачи;
- заканчивать работу над задачей уяснять способ решения, получать выводы по задаче и решению и т.п.;
- составлять новые задачи



## *Учащиеся должны уметь выполнять следующие действия:*

- представлять условие задачи в различных формах (с помощью таблицы, рисунка, схемы и т.п.);
- выделять основу для составления уравнения и, соответственно величину, которую удобно принять за неизвестную;
- составлять уравнения для решения задачи;
- соотносить корни полученного уравнения с условием задачи;
- составлять задачи, которые можно решить с помощью линейного уравнения.

# *Обучение решению задач с помощью квадратных уравнений*

*Найдите несколько решений задачи:*

*«Две бригады должны были изготовить по 180 деталей. Первая бригада выполнила работу в срок. Вторая бригада изготавливала в час на 2 детали больше первой и закончила работу на 3 ч раньше срока. За сколько часов каждая бригада выполнила задание?»*

*Проанализируйте своё решение, попытайтесь выделить его основные этапы и сравните их со следующим:...».*

# *Основные этапы решения задач:*

1. Какой **процесс** рассматривается в задаче:
  - а) движение;
  - б) выполнение работы;
  - в) покупка товара;
  - г) измерение площади;
  - д) другой процесс?

# *Основные этапы решения задач:*

2. Какие **величины** необходимы для описания процесса:

- а) скорость движения ( $v$ ); время движения ( $t$ );  
пройденное расстояние ( $S$ );
- б) производительность труда ( $N$ ): время работы ( $t$ );  
объем работы ( $A$ );
- в) цена товара ( $p$ ); количество товара ( $n$ );  
стоимость покупки ( $C$ );
- г) длина участка ( $a$ ); ширина участка ( $b$ ); площадь участка ( $S$ );
- д) другие величины?

# *Основные этапы решения задач:*

3. Каковы связи между величинами:

а)  $v \cdot t = S$ ;

б)  $N \cdot t = A$ ;

в)  $p \cdot n = C$ ;

г)  $a \cdot b = S$ ;

д) другая связь?

# *Основные этапы решения задач:*

4. Какой способ наглядного представления условия задачи вы выбрали:

- а) табличный;
- б) в виде рисунка;
- в) графический?



## *Решим данную задачу:*

Если вы выбрали табличный способ, то составьте таблицу и сравните её со следующей:

Бригады	Производительность $N$ (деталей/ч)	Время работы $t$ (ч)	Работа $A$ (деталей)
1 бригада			180
2 бригада	На 2 больше	На 3 меньше	180

***В виде какой схемы может быть представлено основание для составления уравнения?***

Ответы на вопросы могут отличаться, так как возможны разные основания для составления уравнения:

- а) производительность второй бригады на 2 дет/ч больше производительности первой бригады;
- б) время работы второй бригады на 3 ч меньше времени работы первой бригады.

В обоих случаях основа для составления уравнения будет выражена разностной связью.

***В соответствии с выбранным основанием можно получить и разные уравнения, обозначив за неизвестную величину время или производительность:***

Процесс работы	Производительность $N$ (деталей/ч)	Время работы $t$ (ч)	Работа $A$ (деталей)
1 бригада		$x + 3$	180
2 бригада	на 2 больше	$x$	180

Процесс работы	Производительность $N$ (деталей/ч)	Время работы $t$ (ч)	Работа $A$ (деталей)
1 бригада	$x$		180
2 бригада	$x + 2$	на 3 меньше	180

***Какие уравнения позволили решить задачу?***

Получилось ли у вас дробно-рациональное уравнение:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+3} = 2 \quad \text{или} \quad \frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 3$$

***Можно ли сказать, что решение этих уравнений сводится к решению квадратных уравнений?***

***Какие ограничения на значения неизвестной  $x$  накладывает условие задачи?***

***Все ли корни полученного квадратного уравнения удовлетворяют условию задачи?***

## *Задачи более высокого уровня сложности*

1. Закрытый сосуд ёмкостью 8 л наполнен воздухом, содержащим 16% кислорода. Из сосуда откачивают несколько литров воздуха и закачивают столько же литров азота, после чего опять выпускают столько же, как и в первый раз, литров смеси и опять дополняют таким же объёмом азота. В новой смеси оказалось 9% кислорода. Определите, по сколько литров смеси выпускалось каждый раз из сосуда.

Эта задача на «концентрацию вещества в смеси».

Первоначально в 8 л воздуха содержалось  $0,16 \cdot 8 = 1,28$  (л) кислорода. После того, как откачали несколько ( $x$ ) такого воздуха, кислорода осталось  $(1,28 - 0,16x)$  л. Когда добавили столько же литров азота, общее количество воздуха не изменилось, концентрация кислорода при этом стала

8

После того, как еще раз откачали  $x$  л «нового» воздуха и добавили столько же литров азота, остаток кислорода составил

$$\left( 1,28 - 0,16x - \frac{1,28 - 0,16x}{8} \cdot x \right)$$

При этом, концентрация кислорода в воздухе может быть найдена с помощью следующего алгебраического выражения:

$$\frac{1,28 \cdot 8 - 1,28x - 1,28x + 0,16x^2}{8 \cdot 8}$$

Составим уравнение, учитывая, что концентрация кислорода в воздухе после двух изменений составила 9%:

$$\frac{1,28 \cdot 8 - 1,28x - 1,28x + 0,16x^2}{8 \cdot 8} = \frac{9}{100}$$



Это уравнение приводится к квадратному уравнению:

$$x^2 - 16x + 28 = 0.$$

Корнями полученного уравнения являются числа 14 и 2, из которых первое число 14 – не удовлетворяет условию задачи (всего было 8 л воздуха). Значит, откачивали каждый раз по 2 л воздуха.

Следует отметить целесообразность выполнения проверки решения задачи, так как это является одним из основных способов самоконтроля при решении текстовой задачи.

2. Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта  $B$  вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от  $A$  до  $B$  пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт  $B$ , если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Ответ: плот пройдет  $\frac{2}{5}$  всего пути.

Решение. Пусть скорость течения реки (и плота)  $x$  км/ч. Тогда скорость катера против течения равна  $4x - x = 3x$  км/ч, а по течению  $4x + x = 5x$  км/ч. Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению – в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл  $S$  км, то катер – в 3 раза больше, т. е.  $3S$  км. После встречи катер пройдет  $3S$  км, а плот – в 5 раз меньше, т. е.  $\frac{3S}{5}$  км. Всего плот пройдет  $S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}$ . Отношение пройденного

плотом пути ко всему пути равно  $\frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}$ .

*Другое возможное решение.* Пусть скорость течения реки (и плота)  $x$  км/ч. Тогда скорость катера против течения равна  $4x - x = 3x$  км/ч, а по течению  $4x + x = 5x$  км/ч. Скорость сближения катера и плота равна  $x + 3x = 4x$  км/ч. Встреча произошла через  $\frac{AB}{4x}$  ч. За это время плот проплыл расстояние, равное  $x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$ , а катер –  $\frac{3AB}{4}$ .

Обратный путь катер пройдет за  $\frac{\frac{3AB}{4}}{5x} = \frac{3AB}{20x}$  ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное  $x \cdot \frac{3AB}{20x} = \frac{3AB}{20}$ , а всего он проплывет  $\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2AB}{5}$ .

## *Принцип последовательного пофазного формирования понятий:*

### *1) Мотивировка*

Этому этапу уделяется большое внимание, так как во многом именно правильно выстроенная мотивация к изучению нового материала является залогом успеха. В учебной книге этап мотивировки выражен наиболее ярко за счет диалогового характера текста, столкновения различных познавательных позиций героев, учета эмоционального отношения к учебному материалу.

Активное привлечение обучающихся к процессу целеполагания позволяет ученикам проявить самостоятельность при построении плана изучения темы, закреплении и повторении материала.

## *Принцип последовательного пофазного формирования понятий:*

### *2) Категоризация*

Этот этап предполагает первичное описание нового понятия и образного сопровождения, введение сопутствующей терминологии, выделение существенных признаков. Обычно это происходит в процессе анализа фокус-примеров – специально подобранных «типичных представителей» объема понятия. В завершение этого этапа дается строгое определение изучаемого понятия (если это возможно).

## *Принцип последовательного пофазного формирования понятий:*

### *3) Обогащение*

Устанавливаются связи изучаемого понятия с уже известными, формируется опыт его применения в различных практических ситуациях, изучаются особые случаи в объеме понятия.

### *4) Перенос*

Осуществляется соотнесение прошлого опыта с содержанием новых понятий и действий, использование известных методов в новых ситуациях и т.д.

## *Принцип последовательного пофазного формирования понятий:*

### *5) Свертывание.*

Один из важнейших этапов формирования понятий – это представление субъективного образа понятия в сжатой, концентрированной форме. На этом этапе учащимся предлагаются задания, которые требуют мобилизации знаний об изученном. Это могут быть игры; задания, требующие обобщений; практическая ситуация применения знаний в условиях жесткого ограничения времени; задания-исследование и т.п.

*Спасибо за внимание!*