



---

## РАБОЧИЙ ПРОТОКОЛ И ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3.11

### "Вынужденные электромагнитные колебания в последовательном колебательном контуре"

---

Группа: 1.3.1

Студент: Стафеев И.А., Голованов Д.И., Да-  
нилов Н.О., Игнатъев А.Ю.

Преподаватель: Рудель А.Е.

К работе допущен:

Работа выполнена:

Отчет принят:

---

#### 1 Цель работы

- Изучение вынужденных колебаний и явления резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре
- Построение резонансной кривой и определение резонансной частоты
- Определение активного сопротивления и добротности колебательного контура

#### 2 Объект исследования

Вынужденных колебаний и явление резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре

#### 3 Метод экспериментального исследования

Экспериментальный

#### 4 Рабочие формулы и исходные данные

1. Закон Ома для неоднородного участка цепи, содержащего катушку индуктивности

$$IR = \Delta\varphi + \mathcal{E}_{SI} + \mathcal{E}(t) \quad (1)$$

2. ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_{SI} = -L \frac{dI}{dt} \quad (2)$$

3. Переписанный закон Ома 1, где  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  - частота собственных свободных колебаний в  $LC$ -контуре без затуханий,  $\beta = \frac{R}{2L}$  - коэффициент затухания

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_0}{L} \cos \Omega t \Leftrightarrow U_R(t) + U_C(t) + U_L(t) = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t \quad (3)$$

4. Частное решение дифференциального уравнения

$$q(t) = q_0 \cos(\Omega t - \psi) \quad (4)$$

5. Сила тока в  $LC$ -контуре,  $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2}$  - сдвиг фаз между током и внешней ЭДС,  $I_0 = \Omega q_0$  - амплитуда силы тока

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = I_0 - \Omega q_0 \sin(\Omega t - \psi) = I_0 \cos\left(\Omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \cos(\Omega t - \varphi) \quad (5)$$

6. Напряжение на резисторе

$$U_R(t) = I_0 R \cos(\Omega t - \varphi) \quad (6)$$

7. Напряжение на катушке индуктивности

$$U_L(t) = L \frac{dI}{dt} = -\Omega L I_0 \sin(\Omega t - \varphi) = \Omega L I_0 \cos\left(\Omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (7)$$

8. Импеданс цепи

$$X(\Omega) = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2} \quad (8)$$

9. Амплитуда силы тока в цепи

$$I_0(\Omega) = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}} \quad (9)$$

10. Фазовый сдвиг между током и ЭДС источника

$$\varphi(\Omega) = \arctan\left(\frac{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}{R}\right) \quad (10)$$

11. Резонансная частота для активного сопротивления

$$\Omega_{R_{res}} = \Omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (11)$$

12. Резонансная частота для емкости

$$\Omega_{C_{res}} = \Omega_0 \sqrt{1 - 2\left(\frac{\beta}{\Omega_0}\right)^2} \quad (12)$$

13. Резонансная частота для индуктивности

$$\Omega_{L_{res}} = \frac{\Omega_0}{\sqrt{1 - 2\left(\frac{\beta}{\Omega_0}\right)^2}} \quad (13)$$

14. Добротность контура

$$Q = \frac{U_{C_{res}}}{\mathcal{E}_0} \quad (14)$$

15. Связь добротности и ширины резонансной кривой,  $\Delta\Omega$  - ширина резонансной кривой на высоте равной  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  от максимальной (в резонансе)

$$Q = \frac{\Omega_0}{\Delta\Omega} \quad (15)$$

## 5 Измерительные приборы:

№	Наименование	Предел измерений	$\Delta_{\text{и}}$
1	Полоса пропускания	0 МГц - 100 МГц	
2	Коэффициент отклонения	1 мВ/дел - 10 В/дел	$\pm 3\%$
3	Коэффициент развертки	1 нс/дел - 100 с/дел	$\pm 0.002\%$
4	Частотный диапазон синуса и меандра	1 мкГц - 10 МГц	$\pm 10^{-4}$
5	Частотный диапазон пилообразного сигнала	1 мкГц - 300 кГц	$\pm 10^{-4}$
6	Установки уровня на 1 кГц (ампл. $A \geq 1$ )	1 мкВ - 6 В	$\pm (0.01A + 10\text{мВ})$

Таблица 1 — Измерительные приборы

## 6 Схема установки

Схема лабораторной установки показана на рисунке 1:

1. Синусоидальный сигнал с генератора (1) подается на блок ФПЭ-11 (2), содержащий катушку индуктивности.
2. Осциллограф (3) показывает выходное (измеряемое на конденсаторе) напряжение.
3. Блок "Магазин емкостей" (4) используется для выбора емкости конденсатора, включенного в колебательный контур.

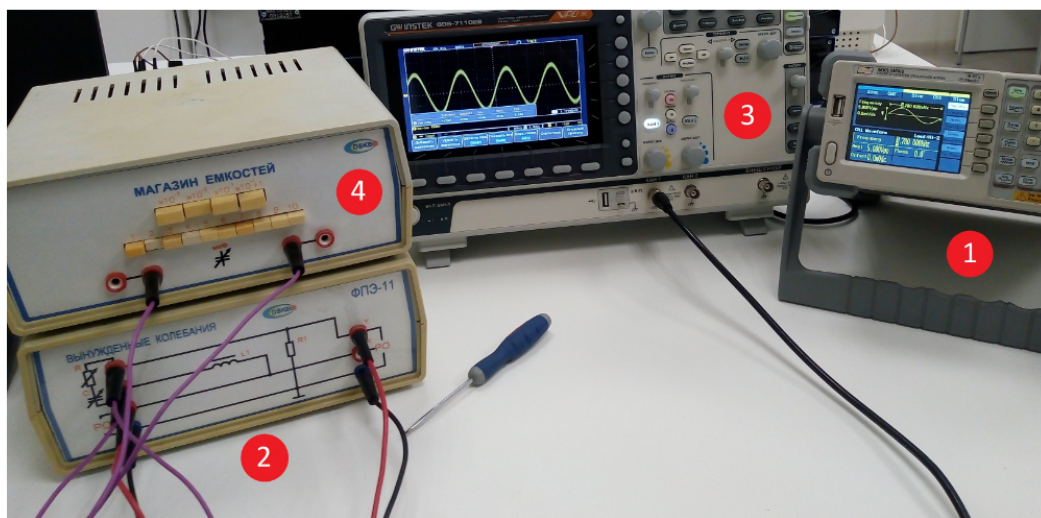


Рисунок 1 — Лабораторная установка

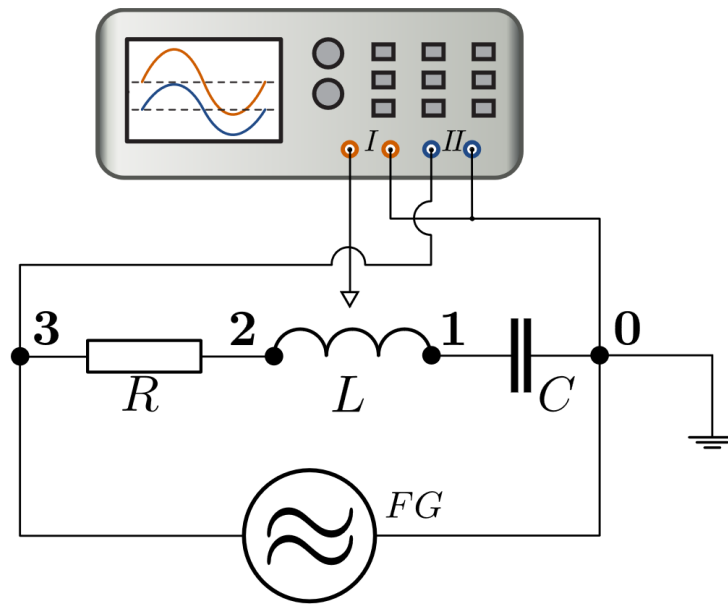


Рисунок 2 — Схема лабораторной установки

## 7 Прямые измерения

Таблица 2 — Измерения для задания №1

$f$ , Гц	1092	1125	1158	1192	1225	1258	1292	1392	1492	1592	1692	1792	1892	1992	2092
$U_{\text{вых}}$ , мВ	608	712	792	832	856	824	796	680	568	480	408	344	312	278	296

Таблица 3 — Измерения для задания №2

$C$ , нФ	$f_{\text{расч}}$ , Гц	$f$ , Гц	$K_x$ , мкс	$K_y$ , мВ
1	15915	12476	20	100
3	9188	7519	50	200
10	5032	4033	50	100
30	2905	2316	100	200
100	1589	1208	200	200
300	915	680	500	200

## 8 Расчёт результатов косвенных измерений

$$f_{\text{расч}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{0.1 \text{ Гн} \cdot 10^{-5} \text{ Ф}} - \frac{75^2 \text{ Ом}^2}{4 \cdot 0.1^2 \text{ Гн}^2}} = 1590 \text{ Гц}$$

$$\Omega_0 = 2\pi \cdot f_{\text{расч}} = 9993 \text{ рад/с.}$$

По графику 3 определяем, что  $f = 1225 \text{ Гц} \neq f_{\text{расч}}$

$$\text{По графику определяем } \Delta\Omega = 367 \text{ Гц. } Q_{\text{расч}} = \frac{f}{\Delta\Omega} = \frac{1225 \text{ Гц}}{367 \text{ Гц}} = 3.34$$

$$Q_{\text{теор}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{75 \text{ Ом}} \sqrt{\frac{0.1 \text{ Гн}}{10^{-5} \text{ Ф}}} = 13.33. \text{ Значение отличается от посчитанного на графике.}$$

С помощью линейной регрессии была аппроксимирована зависимость  $\Omega_0^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}$

$$k = \frac{1}{L} = 6.16 \Leftrightarrow L = \frac{1}{6.16} = 0.16 \text{ Гн}$$

$$-b = \frac{R^2}{4L^2} = -4819734 \Leftrightarrow R = \sqrt{4L^2 \cdot b} = \sqrt{4 \cdot 0.16^2 \cdot 4819734} = 713 \text{ Ом}$$

## 9 Расчет погрешностей

$$\Delta_L = L \cdot 0.1$$

$$\Delta_R = R \cdot 0.1$$

$$\Delta_C = C \cdot 0.1$$

$$\frac{d\Omega}{dL} = -\frac{2L-C R^2}{2 C L \sqrt{\frac{4L-C R^2}{C}} |L|}; \quad \frac{d\Omega}{dC} = -\frac{|L|}{L C^2 \sqrt{-\frac{R^2 C-4 L}{C}}}; \quad \frac{d\Omega}{dR} = -\frac{R}{2|L| \sqrt{-\frac{C R^2-4 L}{C}}}$$

$$\Delta_{\Omega} = \sqrt{\left(\frac{d\Omega}{dL} \Delta_L\right)^2 + \left(\frac{d\Omega}{dC} \Delta_C\right)^2 + \left(\frac{d\Omega}{dR} \Delta_R\right)^2} = 79.9 \approx 80$$

$$\frac{dQ}{dL} = \frac{1}{2 C R \sqrt{\frac{L}{C}}}; \quad \frac{dQ}{dC} = -\frac{L}{2 R \sqrt{\frac{L}{C}} C^2}; \quad \frac{dQ}{dR} = -\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{C} R^2}$$

$$\Delta_Q = \sqrt{\left(\frac{dQ}{dL} \Delta_L\right)^2 + \left(\frac{dQ}{dC} \Delta_C\right)^2 + \left(\frac{dQ}{dR} \Delta_R\right)^2} = 1.63$$

$$\Delta_{L_{\text{расч}}} = 2 \cdot \text{stderr}(L_{\text{расч}}) = 2 \cdot 0.0094 \text{ Гн} = 0.0188 \approx 0.02$$

$$\Delta_{R_{\text{расч}}} = 2 \cdot \text{stderr}(R_{\text{расч}}) = 379 \text{ Ом}$$

stderr получены во время линейной регрессии с помощью кода.

## 10 Графики

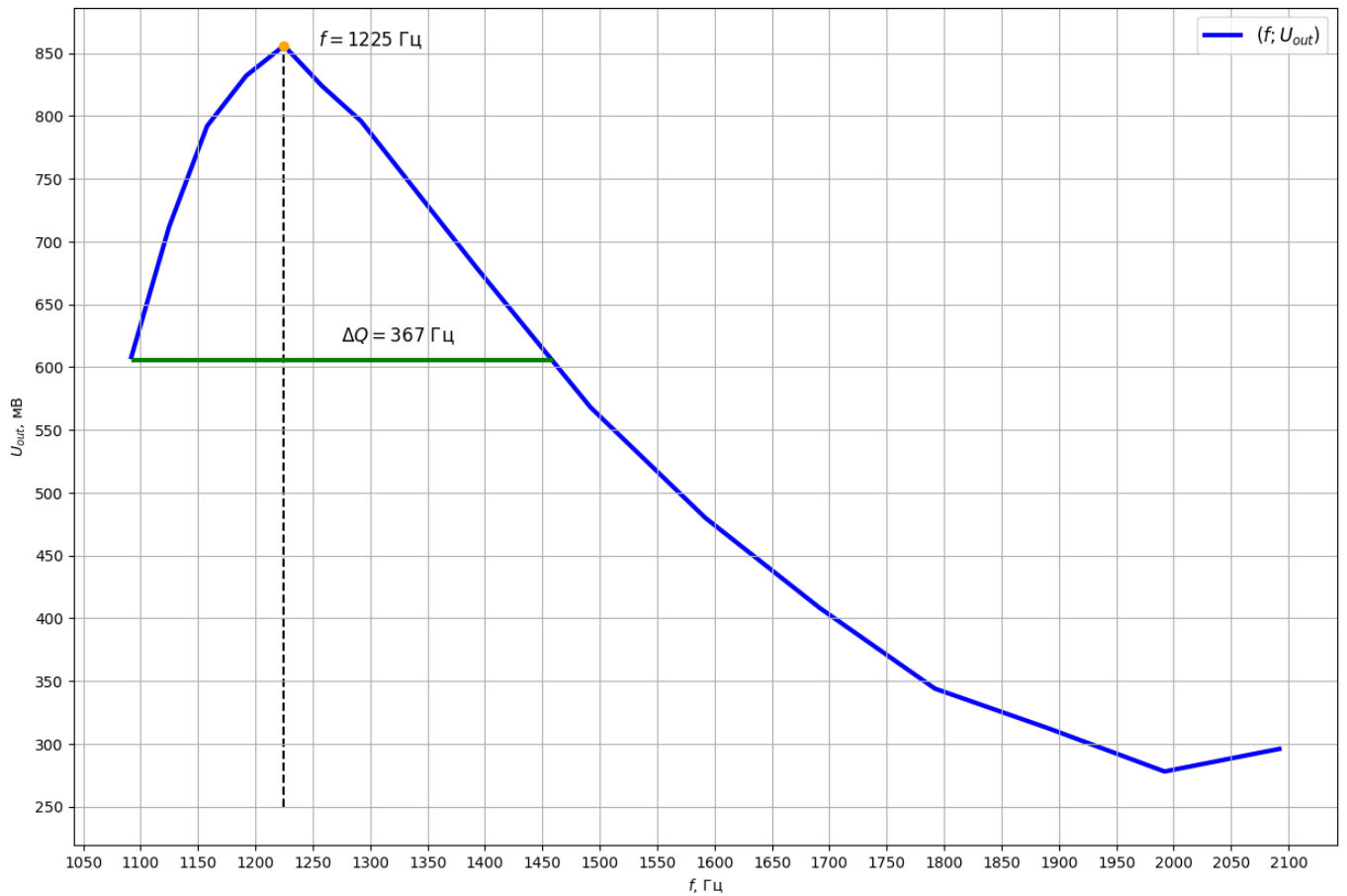


Рисунок 3 — График зависимости амплитуды  $U_{\text{вых}}$  от частоты  $\omega$

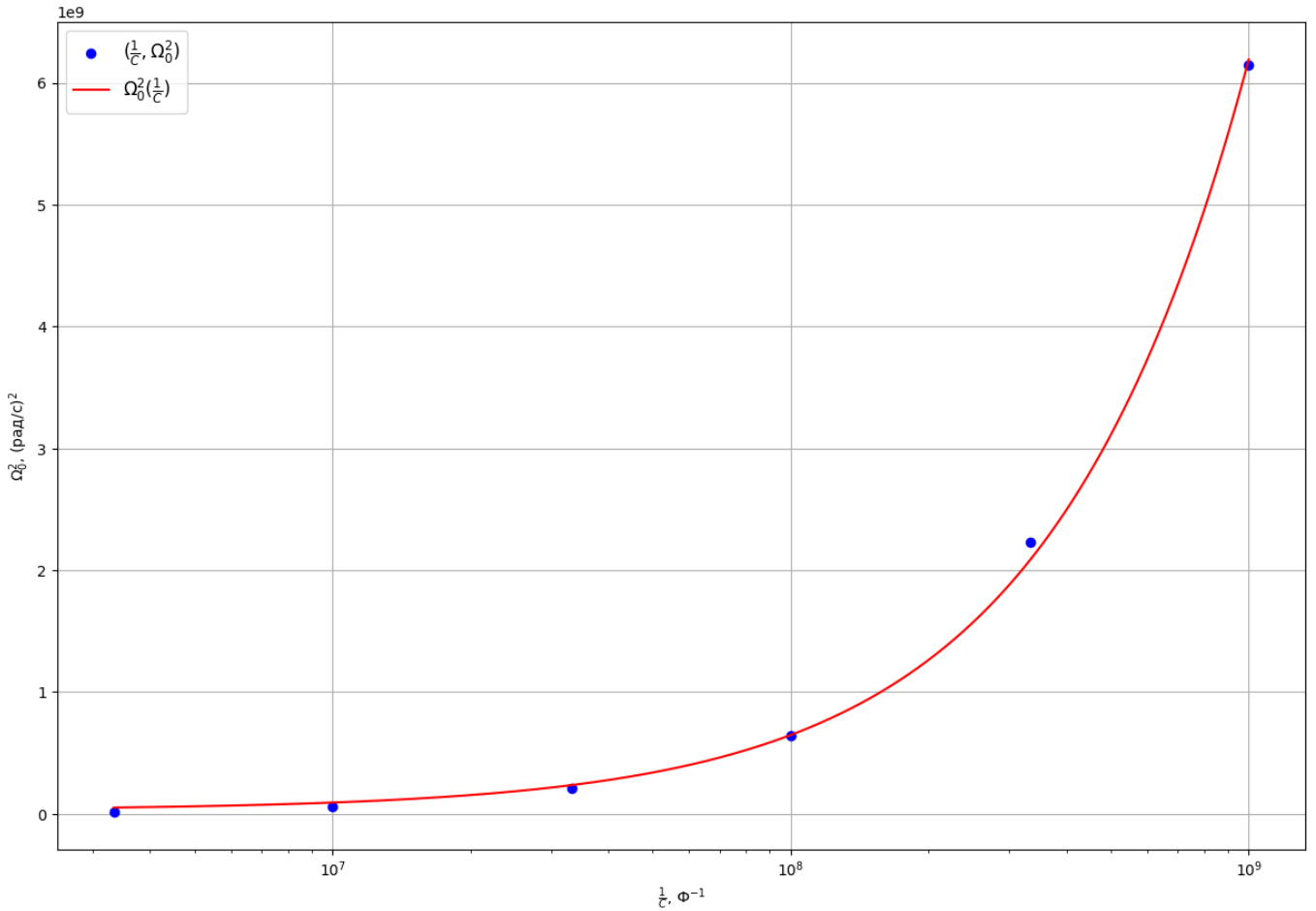


Рисунок 4 — График зависимости  $\Omega_0^2(\frac{1}{C})$

(ось  $OX$  логарифмическая)

## 11 Окончательные результаты

$$\begin{aligned}
 f_{\text{теор}} &= (1590 \pm 80) \text{ Гц}; \varepsilon_{f_{\text{теор}}} = \frac{80}{1590} 100\% = 5\% \\
 f_{\text{эксп}} &= 1225 \text{ Гц} \notin (1590 \pm 80) \text{ Гц} \\
 Q_{\text{теор}} &= (13.33 \pm 1.63); \varepsilon_{Q_{\text{теор}}} = \frac{1.63}{13.33} \cdot 100\% = 12\% \\
 Q_{\text{эксп}} &= 3.34 \notin (13.33 \pm 1.63) \\
 L_{\text{эксп}} &= (0.16 \pm 0.02) \text{ Гн}; \varepsilon_{L_{\text{эксп}}} = \frac{0.02}{0.16} \cdot 100\% = 13\% \\
 L &= 0.1 \text{ Гн} \notin (0.16 \pm 0.02) \text{ Гн} \\
 R_{\text{эксп}} &= (713 \pm 379) \text{ Ом}; \varepsilon_{R_{\text{эксп}}} = \frac{379}{713} \cdot 100\% = 53\% \\
 R &= 75 \text{ Ом} \notin (713 \pm 379) \text{ Ом}
 \end{aligned}$$

## 12 Выводы и анализ результатов работы

В ходе выполнения лабораторной работы было найдено экспериментальное значение резонансной частоты для напряжения на конденсаторе. Полученное значение не входит в доверительный интервал теоретического значения. Экспериментальная добротность контура также не входит в доверительный интервал теоретического значения.

При помощи линейной регрессии был построен график зависимости квадрата резонансной частоты от обратной емкости, и на его основе получены значения индуктивности и активного сопротивления, которые также не совпадают с номинальными.

Было установлено, что зависимость амплитуды выходного напряжения от частоты входного подтверждает теоретическую, достигая своего максимума при частоте резонанса. Сильную разницу экспериментальных и реальных значений можно объяснить различными факторами: качеством компонентов цепи, отличием от номинальных показателей, человеческим фактором во время съемки замеров, приближением в расчетной математической модели и прочим.