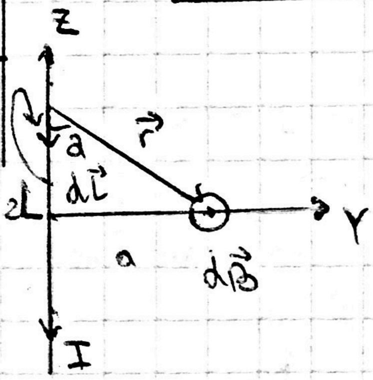
Задача 6.1

Дано:
L, a, I

Найти:
$B - ?$



Решение:

По з-ну Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}[d\vec{l}, \vec{r}] =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi \left(\sqrt{a^2+L^2}\right)^3} \cdot dL \sqrt{a^2+L^2} \cdot \sin\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0 I\, dL \sqrt{a^2+L^2} \cdot a}{4\pi (a^2+L^2)^{3/2} \sqrt{a^2+L^2}} = \frac{\mu_0 I a\, dL}{4\pi (a^2+L^2)^{3/2}}$$

$$B = \int_{-L}^{L} dB = 2\int_0^L dB = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_0^L \frac{dL}{(a^2+L^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \cdot \frac{L}{a^2\sqrt{a^2+L^2}} \Bigg|_0^L = \frac{\mu_0 I L}{2\pi a \sqrt{a^2+L^2}}$$

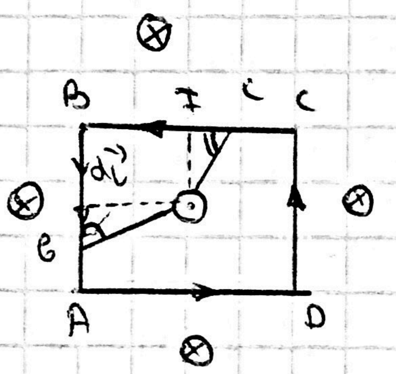
Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 I L}{2\pi a \sqrt{a^2+L^2}}$

Задача 6.2

Дано: b, c, I

Найти: $\vec{B}$

Решение:



По принципу суперпозиции

$$\vec{B} = \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CD} + \vec{B}_{AD} + \vec{B}_{AB} =$$

$$= 2(\vec{B}_b + \vec{B}_c)$$ Вл

По з-ну Био-Савара-Лапласа $B_b = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} =$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{dl \cdot \sqrt{l^2 + c^2/4} \cdot \frac{c}{2}}{(l^2 + c^2/4)^{3/2} \sqrt{l^2 + c^2/4}} = \frac{\mu_0 I c}{4\pi} \int_{0}^{b/2} \frac{dl}{(l^2 + c^2/4)^{3/2}} =$$

$$= \frac{\mu_0 I c \cdot 4 \cdot b/2}{4\pi c^2 \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{c^2}{4}}} = \frac{\mu_0 I b}{\pi c \sqrt{b^2 + c^2}}$$

Анологично $B_c = \frac{\mu_0 I c}{\pi b \sqrt{b^2 + c^2}}$.

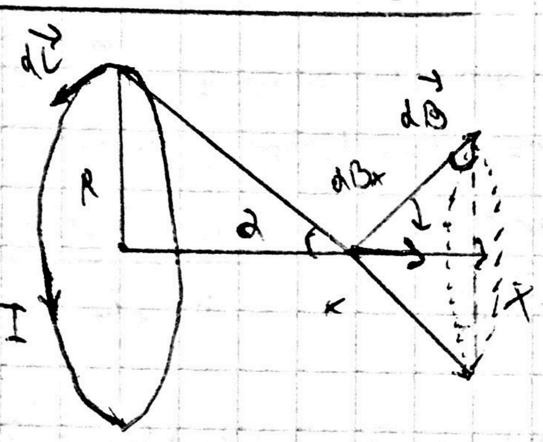
$$B = 2(B_b + B_c) = \frac{2\mu_0 I b}{\pi c \sqrt{b^2 + c^2}} + \frac{2\mu_0 I c}{\pi b \sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{2\mu_0 I (b^2 + c^2)}{\pi b c \sqrt{b^2 + c^2}} =$$

$$= \frac{2\mu_0 I}{\pi b c} \sqrt{b^2 + c^2}$$

Ответ: $B = \frac{2\mu_0 I}{\pi b c} \sqrt{b^2 + c^2}$

Задача 6.3.

Дано:	Решение:
R, I	
Найти:	
B - ?	



По з-ну Био-Савара-Лапласа $B = \int_0^{2\pi} dB = \int_0^{2\pi} dB_x =$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dl \cdot \sqrt{R^2+x^2} \cdot \sin\alpha}{(R^2+x^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2+x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} dL = \frac{\mu_0 I R \cdot 2\pi R}{4\pi (R^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I \cdot R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$

Задача 6.4.

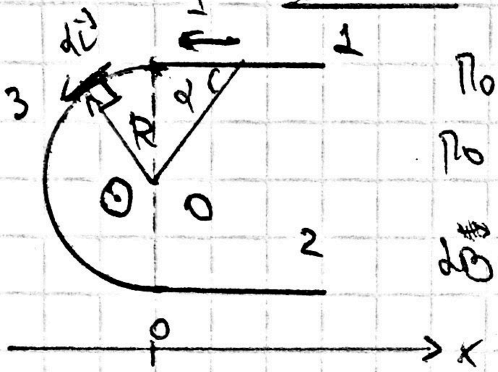
Дано:

$R = 0{,}1$ м

$I = 50$ А

$B(O)$ — ?

Решение:



По принципу суперпозиции $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$

По з-ну Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}[d\vec{l}, \vec{r}] = \frac{\mu_0 I \, dl \sin\alpha}{4\pi r^2}$$

В точке O $\vec{B}_1 \uparrow\uparrow \vec{B}_2 \uparrow\uparrow \vec{B}_3$ (к нам) $\Rightarrow B = B_1 + B_2 + B_3 = 2B_1 + B_3$

$$B_1 = \int_0^{+\infty} dB_1 = \int_0^{+\infty} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \, R}{(R^2+l^2)\sqrt{R^2+l^2}} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_0^{+\infty} \frac{dl}{(R^2+l^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \frac{l}{R^2\sqrt{R^2+l^2}} \Bigg|_0^{+\infty} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

$$B_3 = \int_0^{\pi R} dB_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{\pi R} \frac{dl \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{R^2} = \frac{\mu_0 I \cdot \pi R}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

$$B = 2B_1 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I}{4R} = \frac{\mu_0 I (2+\pi)}{4\pi R} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot 50\text{ А}\,(2+\pi)}{4\pi \cdot 0{,}01\text{ м}} \approx 257 \text{ мкТл}$$

Ответ. $B \approx 257$ мкТл