



РАБОЧИЙ ПРОТОКОЛ И ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4.03
"Определение радиуса кривизны линзы по интерференционной картине колец Ньютона"

Группа: ОФ-3 ФПИ 1.1.1
Студенты: Стафеев И.А., Голованов Д.И.
Преподаватель: Середин А.А.

К работе допущен:
Работа выполнена:
Отчет принят:

1 Цель работы

Изучение интерференционной картины Колец Ньютона.

2 Задачи

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

1. Определение радиуса кривизны плоско-выпуклой линзы с помощью интерференционной картины колец Ньютона.
2. Оценка спектральной полосы пропускания оптических фильтров.

3 Объект исследования

Интерференционная картина Колец Ньютона, возникающая при прохождении света через систему плоско-выпуклой линзы и стеклянной пластины.

4 Методы экспериментального исследования

Для исследования используются следующие методы:

1. Наблюдение интерференционной картины при разных длинах волн ($\lambda_{blue} = 435.8$ нм, $\lambda_{green} = 546.1$ нм, $\lambda_{orange} = 578.4$ нм, $\lambda_{red} = 630$ нм);
2. Оптические измерения радиусов интерференционных колец с помощью микроскопа и камеры;
3. Анализ данных с использованием программного обеспечения для измерения и обработки результатов.

5 Рабочие формулы и исходные данные

1. Длины волн светофильтров

$$\lambda_{blue} = 435.8 \text{ нм}, \lambda_{green} = 546.1 \text{ нм}, \lambda_{orange} = 578.4 \text{ нм}, \lambda_{red} = 630 \text{ нм} \quad (1)$$

2. Радиус кривизны линзы

$$R = \frac{r_m^2 - r_n^2}{(m - n)\lambda}, \quad (2)$$

где m и n ($m > n$) - порядки интерференции, r_m и r_n - соответствующие радиусы темных колец на интерференционной картине, λ - длина волны.

3. Спектральная ширина линии

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta} = \frac{2\lambda^2 R}{2r_{disappear}^2 + R\lambda}, \quad (3)$$

где $r_{disappear}$ - расстояние от центра интерференционной картины до положения ее исчезновения

6 Измерительные приборы:

Таблица 1 — Измерительные приборы

№ п/п	Наименование
1	Микроскоп
2	Цирковая камера E3ISPM20000KPA
3	Раздел построения фигур в Altami Studio

7 Схема установки

Система для наблюдения интерференционной картины и измерения радиусов колец Ньютона представлена на рисунке 1. Прямые измерения производятся с помощью микроскопа и камеры, подключенной к компьютеру. В работе используется программа Altami Studio.

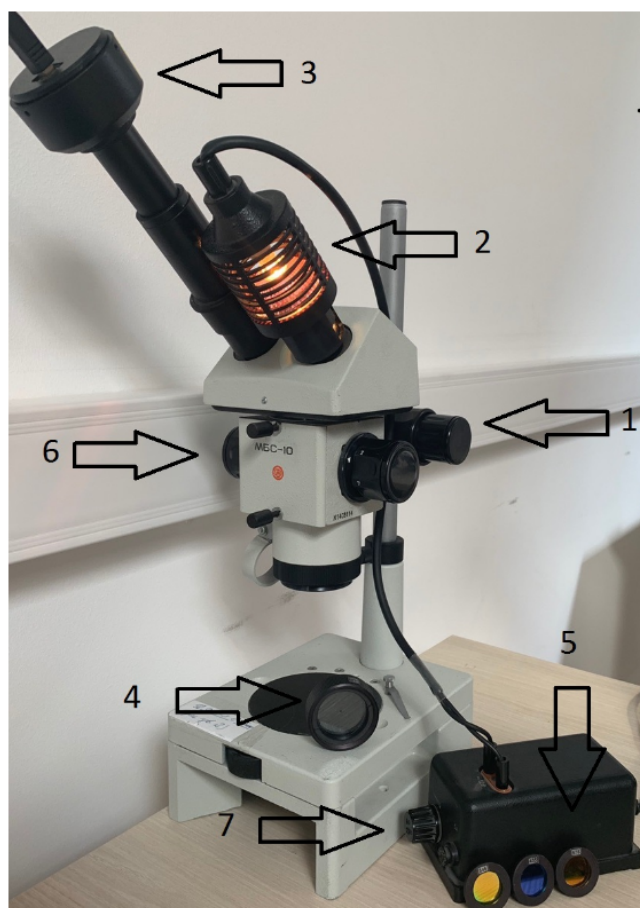


Рисунок 1 — Лабораторная установка

Цифрами на схеме обозначены:

1. ручки вертикального смещения тубуса (фокусировка);
2. источник света;
3. видеоокуляр;
4. плоско-выпуклая линза;
5. светофильтр с заданной длиной волны;
6. переключатель линз;
7. регулятор интенсивности света.

8 Прямые измерения

Таблица 2 — Фильтр $\lambda = 435.8$ нм, $r_{disappear} = 5.106$ мм

Радиус, мм \ № кольца	1	2	3	4
r_1	1.137	1.368	1.584	1.745
r_2	1.156	1.385	1.575	1.753
r_3	1.141	1.395	1.575	1.739
\bar{r}	1.145	1.383	1.578	1.746

Таблица 3 — Фильтр $\lambda = 546.1$ нм, $r_{disappear} = 4.883$ мм

Радиус, мм \ № кольца	1	2	3	4
r_1	1.205	1.463	1.681	1.861
r_2	1.206	1.465	1.681	1.867
r_3	1.192	1.478	1.665	1.857
\bar{r}	1.201	1.469	1.676	1.862

Таблица 4 — Фильтр $\lambda = 578.4$ нм, $r_{disappear} = 4.280$ мм

Радиус, мм \ № кольца	1	2	3	4
r_1	1.198	1.450	1.669	1.874
r_2	1.185	1.466	1.705	1.876
r_3	1.186	1.468	1.693	1.877
\bar{r}	1.190	1.461	1.689	1.876

Таблица 5 — Фильтр $\lambda = 630$ нм, $r_{disappear} = 5.118$ мм

Радиус, мм \ № кольца	1	2	3	4
r_1	1.211	1.509	1.712	1.921
r_2	1.222	1.518	1.747	1.905
r_3	1.184	1.493	1.73	1.911
\bar{r}	1.206	1.507	1.73	1.912

9 Расчёт результатов косвенных измерений

С помощью МНК были построены аппроксимирующие прямые для зависимости квадрата радиуса темного кольца r^2 от порядкового номера кольца n при каждой длине волны. Например, для волны синего цвета уравнение имеет вид $r^2(n) = 0.58n + 0.74$. Все графики приведены в разделе 10. На основе графиков можно говорить о линейной зависимости $r^2(n)$.

По формуле 2 был вычислен радиус кривизны R_{12} линзы с использованием радиусов первого и второго колец и радиус кривизны R_{34} с использованием радиусов третьего и четвертого колец. Пример вычисления при $\lambda = 435.8$ нм:

$$R_{12} = \frac{r_2^2 - r_1^2}{\lambda} = \frac{(1.912689 - 1.311025) \text{ мм}^2}{435.8 \text{ нм}} = \frac{0.601664 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{438.8 \cdot 10^{-9} \text{ м}} \approx 1.38 \text{ м.}$$

$$R_{34} = \frac{r_4^2 - r_3^2}{\lambda} = \frac{(3.048516 - 2.490084) \text{ мм}^2}{435.8 \text{ нм}} = \frac{0.558432 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{438.8 \cdot 10^{-9} \text{ м}} \approx 1.28 \text{ м.}$$

Аналогичные вычисления были проведены для колец при других значениях λ . Результат вычислений показан в таблице 6.

Таблица 6 — Расчет радиуса кривизны линзы

Длина волны λ , нм	Радиус n -го кольца				Радиус кривизны линзы	
	r_1 , мм	r_2 , мм	r_3 , мм	r_4 , мм	R_{12} , м	R_{34} , м
435.8	1.145	1.383	1.578	1.746	1.38	1.28
546.1	1.201	1.469	1.676	1.862	1.31	1.21
578.4	1.190	1.461	1.689	1.876	1.24	1.15
630.0	1.206	1.507	1.730	1.912	1.30	1.05

$$R = \bar{R} = \frac{(1.38+1.31+1.24+1.30)+(1.28+1.21+1.15+1.05)}{4+4} \text{ м} = 1.24 \text{ м}.$$

$$S_{\bar{R}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 (R_i - \bar{R})^2}{8(8-1)}} \approx 0.03 \text{ м}.$$

$$\Delta_{\bar{R}} = t_{0.95,8} \cdot S_{\bar{R}} = 2.16 \cdot 0.03 \approx 0.08 \text{ м}.$$

Поскольку для Altami Studio не указана ни погрешность, ни класс точности, положим погрешность измерительного прибора $\Delta_{\text{из}} = 0$, тогда абсолютная погрешность Δ_R будет равна случайной погрешности $\Delta_{\bar{R}}$ и доверительный интервал для R при уровне доверия 0.95 будет иметь вид $R = (1.24 \pm 0.08) \text{ м}$.

$$\varepsilon_R = \frac{0.08}{1.24} \cdot 100\% = 6\%$$

$$\bar{r}_{\text{disappear}} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 r_{\text{disappear}i} \approx 4.85 \text{ мм}.$$

$$S_{\bar{r}_{\text{disappear}}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (r_{\text{disappear}i} - \bar{r}_{\text{disappear}})^2}{4(4-1)}} \approx 0.17 \text{ мм}.$$

$$\Delta_{\bar{r}_{\text{disappear}}} = t_{0.95,4} \cdot S_{\bar{r}_{\text{disappear}}} = 3.18 \cdot 0.17 \text{ мм} = 0.54 \text{ мм}$$

Аналогично абсолютная погрешность $\Delta_{r_{\text{disappear}}}$ будет равна случайной погрешности $\Delta_{\bar{r}_{\text{disappear}}}$ и доверительный интервал для $r_{\text{disappear}}$ при уровне доверия 0.95 будет иметь вид $r_{\text{disappear}} = (4.85 \pm 0.54) \text{ мм}$.

$$\varepsilon_{r_{\text{disappear}}} = \frac{0.54}{4.85} \cdot 100\% = 11\%.$$

Ширина пропускания светофильтра вычисляется по формуле 3. Пример вычисления для красного фильтра ($\lambda = 630 \text{ нм}$):

$$\Delta\lambda_{\text{red}} = \frac{2\lambda_{\text{red}}^2 R}{2r_{\text{disappear}}^2 + R\lambda_{\text{red}}} = \frac{2 \cdot (630 \text{ нм})^2 \cdot 1.24 \cdot 10^9 \text{ нм}}{2 \cdot (4.85 \cdot 10^6 \text{ нм})^2 + 630 \cdot 1.24 \cdot 10^9 \text{ нм}} \approx 21 \text{ нм}.$$

Тогда фильтр будет пропускать длины волны от $\lambda_{\text{red}} - \frac{1}{2}\Delta\lambda_{\text{red}}$ до $\lambda_{\text{red}} + \frac{1}{2}\Delta\lambda_{\text{red}}$, то есть от 619.5 нм до 640.5 нм (или же от 484 ТГц до 468 ТГц).

$\Delta\lambda_{\text{blue}} = 10 \text{ нм}$; фильтр пропускает длины волн от 430.8 нм до 440.8 нм (от 696 ТГц до 681 ТГц).

$\Delta\lambda_{\text{green}} = 15 \text{ нм}$; фильтр пропускает длины волн от 538.6 нм до 553.6 нм (от 557 ТГц до 542 ТГц).

$\Delta\lambda_{\text{orange}} = 17 \text{ нм}$; фильтр пропускает длины волн от 569.9 нм до 586.9 нм (от 526 ТГц до 511 ТГц).

$$\frac{d}{dR} \Delta\lambda = \frac{d}{dR} \frac{2\lambda^2 R}{2r_{\text{disappear}}^2 + R\lambda} = \frac{4\lambda^2 r_{\text{disappear}}^2}{(R\lambda + 2r_{\text{disappear}}^2)^2}$$

$$\frac{d}{dr} \frac{2\lambda^2 R}{2r_{\text{disappear}}^2 + R\lambda} = \frac{-8\lambda^2 R r_{\text{disappear}}}{(2r_{\text{disappear}}^2 + R\lambda)^2}$$

$$\Delta_{\Delta\lambda} = \sqrt{\left(\left(\frac{d(\Delta\lambda)}{dR}\right) \Delta_R\right)^2 + \left(\frac{d(\Delta\lambda)}{dr} \Delta_r\right)^2}$$

По этим формулам получается $\Delta_{\Delta\lambda_{\text{blue}}} = 2 \text{ нм}$, $\Delta_{\Delta\lambda_{\text{green}}} = 4 \text{ нм}$, $\Delta_{\Delta\lambda_{\text{orange}}} = 4 \text{ нм}$, $\Delta_{\Delta\lambda_{\text{red}}} = 5 \text{ нм}$.

Относительные погрешности равны $\varepsilon_{\Delta\lambda_{\text{blue}}} = \frac{2}{10} \cdot 100\% = 20\%$, $\varepsilon_{\Delta\lambda_{\text{green}}} = \frac{4}{15} \cdot 100\% = 27\%$, $\varepsilon_{\Delta\lambda_{\text{orange}}} = \frac{4}{17} \cdot 100\% = 24\%$, $\varepsilon_{\Delta\lambda_{\text{red}}} = \frac{5}{21} \cdot 100\% = 24\%$.

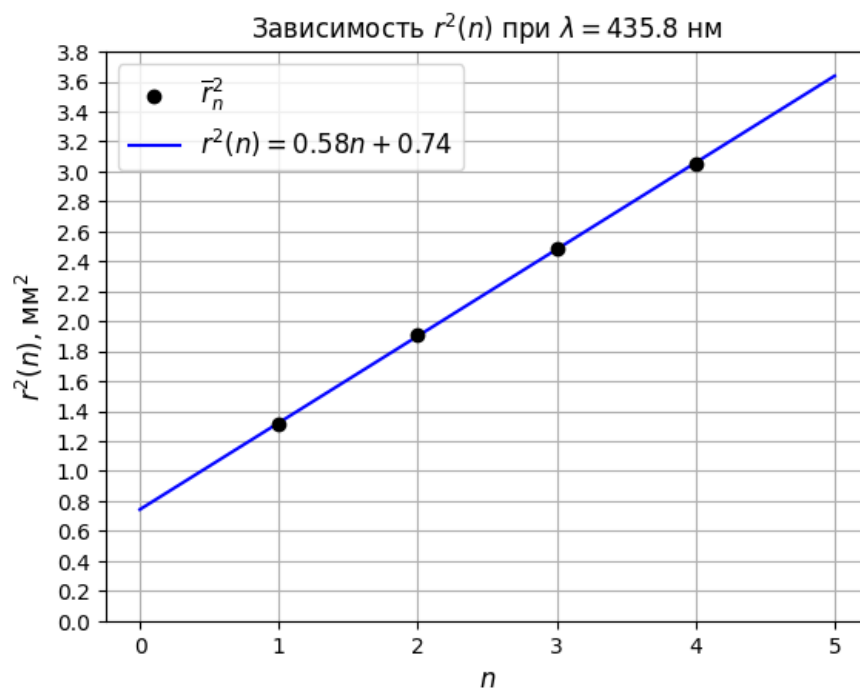


Рисунок 2 — График зависимости $r^2(n)$ при длине волны $\lambda = 438.5$ нм

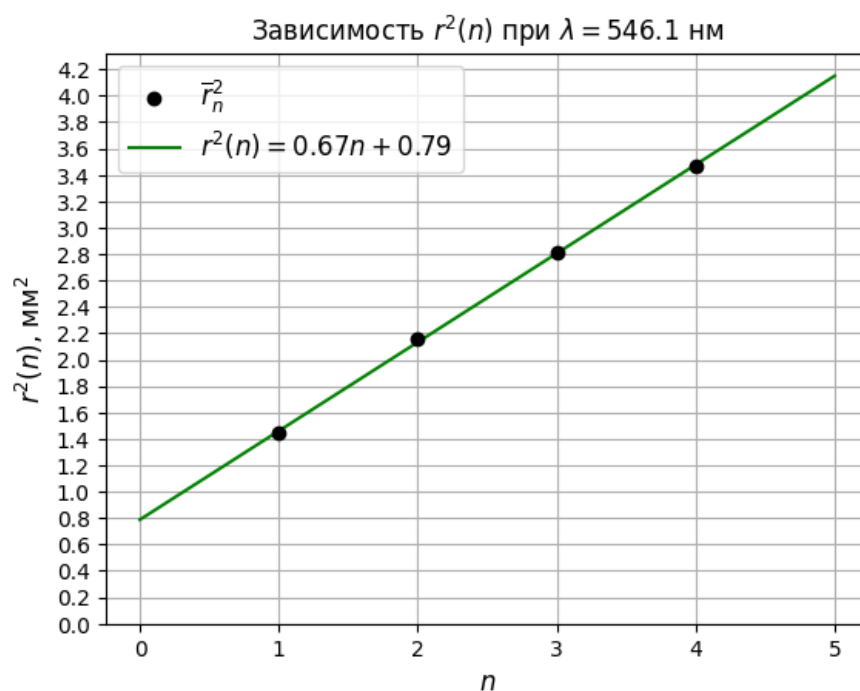


Рисунок 3 — График зависимости $r^2(n)$ при длине волны $\lambda = 546.1$ нм

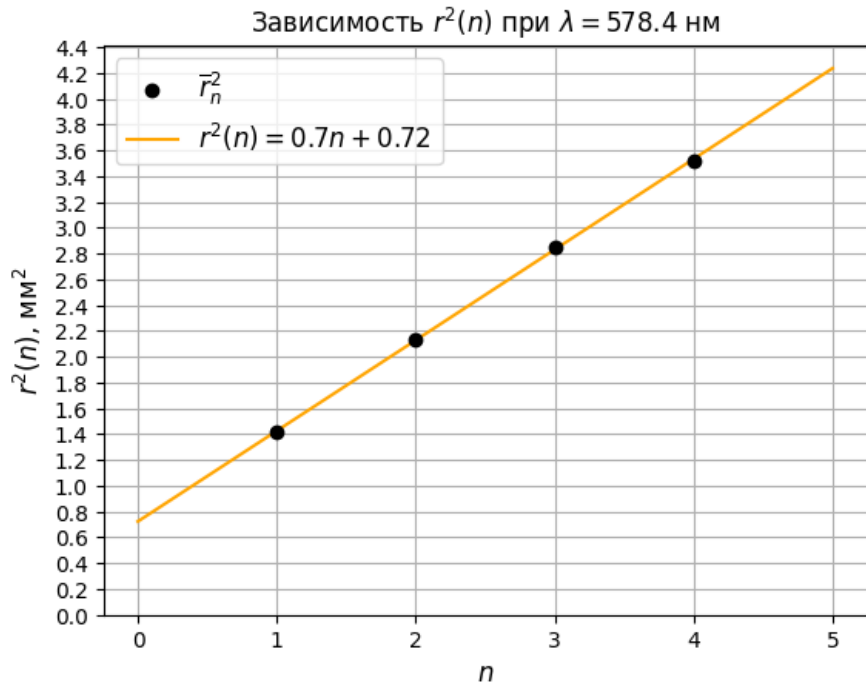


Рисунок 4 — График зависимости $r^2(n)$ при длине волны $\lambda = 578.4$ нм

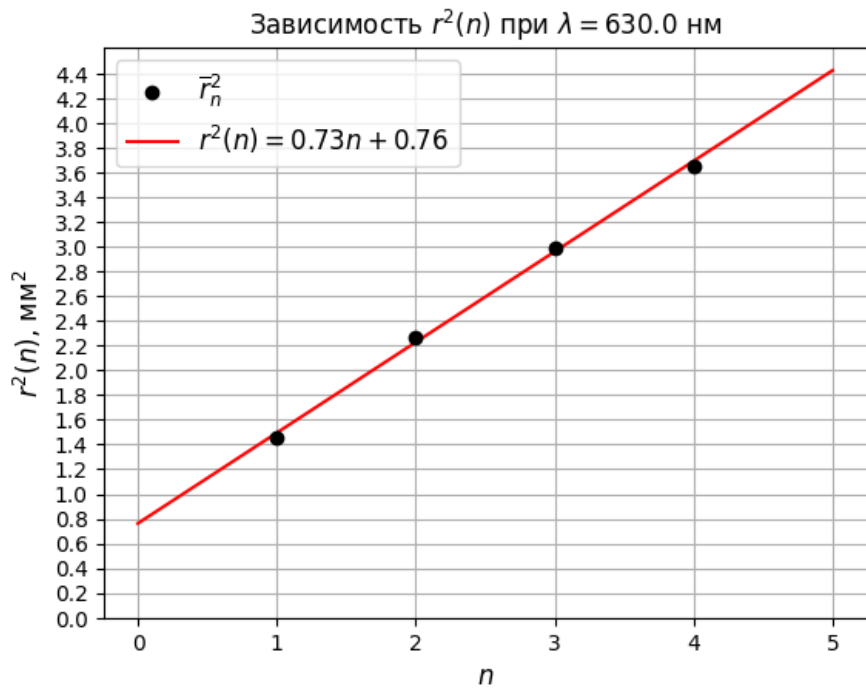


Рисунок 5 — График зависимости $r^2(n)$ при длине волны $\lambda = 630$ нм

11 Окончательные результаты

$$R = (1.24 \pm 0.08) \text{ м}; \varepsilon_R = 6\%; \alpha = 0.95$$

$$r_{disappear} = (4.85 \pm 0.54) \text{ мм}; \varepsilon_{r_{disappear}} = 11\%; \alpha = 0.95$$

$$\Delta\lambda_{blue} = (10 \pm 2) \text{ нм}; \varepsilon_{\Delta\lambda_{blue}} = 20\%; \alpha = 0.95$$

$$\begin{aligned}\Delta\lambda_{green} &= (15 \pm 4) \text{ нм}; \varepsilon_{\Delta\lambda_{green}} = 27\%; \alpha = 0.95 \\ \Delta\lambda_{orange} &= (17 \pm 4) \text{ нм}; \varepsilon_{\Delta\lambda_{orange}} = 24\%; \alpha = 0.95 \\ \Delta\lambda_{red} &= (21 \pm 5) \text{ нм}; \varepsilon_{\Delta\lambda_{red}} = 24\%; \alpha = 0.95\end{aligned}$$

12 Выводы и анализ результатов работы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена интерференционная картина колец Ньютона, на основе которой были определены радиус кривизны линзы и полосы пропускания оптических фильтров. Был построен график зависимости квадрата радиуса темных колец интерференционной картины $r^2(n)$ от порядкового номера кольца, подтвердивший линейную зависимость этих величин.

Были построены доверительные интервалы для радиуса кривизны линзы и расстояние до нулевой видности интерференционной картины от ее центра. В обоих случаях относительная погрешность получилась умеренная (6% и 11% соответственно). На погрешность могли повлиять как программная аппаратура (например, из-за особенностей монитора компьютера точно вычислить место с нулевой видностью однозначно не получается), так и человеческий фактор (неточное определение центра интерференционной картины и построение окружностей для вычисления радиусов колец).

Для спектральных полос пропускания оптических фильтров (синего, зеленого, оранжевого и красного) также были построены доверительные интервалы. Относительная погрешность получилась высокая (20%-27%) из-за влияния умеренных погрешностей радиуса кривизны линзы и расстояния до нулевой видности.