Вариант 4 (Вариант 16) Стаганович

1.1 f(x)=x + 2

В начале получим трехместную функцию, прибавляющую единицу к третьему (результирующему аргументу)

x+1 = S(x,I33)

Затем используем двуместную функцию add, модифицировав её для случая константы

add(x,2)=R(I11,S(x,I33))

1.2 f(x) = 10y\*x

Для доказательства примитивно-рекурсивности функции разделим ее на две:

1. f(x) = y\*x

В начале получим операцию умножение для нульместной функции

prod(x,0)=Z(x)

Применим оператор рекурсивного сложения, доказав рекурсивность умножения двух переменных

prod(x,y)=sum(x,prod(x,y−1))

1. f(x)=cx – c-const

Для доказательства начнем с возведения в степень нульместной функции

f(c,0) = 1

Следовательно, используя композицию умножения и

трёхместной примитивно-рекурсивной функции,  
возвращающей третий аргумент: I33 и двуместной возвращающей первый: I12

 f(c,x) =R(I12,S(x,I33))

Так как по отдельности функции примитивно рекурсивны их композиция тоже является таковой.

1.3 f(x,y)=y(yx)

Вначале докажем первую усеченную разность:

f(x,y) = yx

Используем для этого двуместную функция усечённой  
разности; которая получается применением оператора примитивной рекурсии к функциям I11 и S(d,I33)

f(x,y) sub =R(I11y,S(x,I33))

Эту же операцию можно провести для второй части функции, заменив результат предыдущей на z и применив опять оператор усеченного вычитания, получим равенство функций: f(x,y)=y(yx) = min(x,y). Следовательно функция примитивно рекурсивна.

2. Восстановить функцию по примитивной рекурсии

**g(x,0)=2, g(x,y+1)=g(x,y)2**

g(x,0)=2

при y = 0 – g (x,1) = 22

при y = 1 – g (x,2) = (22)2

при y = 2 – g (x,3) = ((22)2)2

из этого мы можем сделать вывод, что первоначальная функция имела вид:

g =22y