Cálculo I, Diferencial e/ou Mat. para Arquitetura

PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

Nesse curso de Cálculo já tivemos oportunidade de conhecer muitos problemas cuja resolução passou pelo uso da derivada. Nesse último capítulo, trabalharemos em contextos cujo objetivo é analisar numa função o valor de máximo ou o valor de mínimo.

Exemplos:

1) A partir de uma folha de papelão medindo 12cm por 12cm será construída uma caixa aberta recortando-se pequenos quadrados iguais dos 4 cantos da folha. Pede-se:

   a) o intervalo de variação da medida do lado do quadrado a ser recortado.
   b) o volume *V* da caixa em função do lado *x* do quadrado a ser recortado.
   c) o volume máximo que a caixa pode comportar.

Teste da derivada segunda

a) Se $f'(x) = 0$ e $f''(x) > 0$, então *f* tem um mínimo relativo em *x* = *c*.

b) Se $f'(x) = 0$ e $f''(x) < 0$, então *f* tem um máximo relativo em *x* = *c*.

c) Se $f'(x) = 0$ e $f''(x) = 0$, então o teste é inconclusivo.

2) Um canil retangular será construído a partir de 6m de cerca que sobraram de uma reforma. Se será aproveitado o muro da residência na construção como um dos lados, quais as dimensões do canil para que a área seja máxima?

3) Um sitiante quer cercar, com tela de arame, uma região retangular R dentro de uma grande área de pastagem. Ele também quer subdividir essa região R em três áreas retangulares equivalentes, puxando duas telas de arame paralelas a uma das suas fronteiras. Para tudo isso, ele dispõe de 80m de tela de arame.

a) Faça um esboço de uma possível planta da região R, com a subdivisão.
b) Sendo x o comprimento, em metros, de cada uma das cercas que subdividem R, obtenha a área $A(x)$ da região R em função de x e dê o domínio dessa função.
c) Para que valor de x a área de R é máxima?

4) Pretende-se estender um cabo de uma usina de força à margem de um rio de 900 m de largura até uma fábrica situada do outro lado do rio, 3000m rio abaixo. O custo para estender um cabo pelo rio é de R$ 5,00 o metro, enquanto que para estendê-lo por terra custa R$ 4,00 o metro. Qual é o percurso mais econômico para o cabo?

5) Um departamento de estradas de rodagem está planejando fazer uma área de descanso para motoristas, à beira de uma rodovia movimentada. O terreno deve ser retangular, com uma área de 5.000 m^2 e deve ser cercado nos três lados que não dão para a rodovia. Qual o menor comprimento da cerca necessária para a obra?

6) Cinquenta animais ameaçados de extinção são colocados em uma reserva. Decorridos t anos, a população x desses animais é estimada por $x(t) = 50\frac{t^2 + 6t + 30}{t^2 + 30}$. Em que instante essa população animal atinge seu máximo?

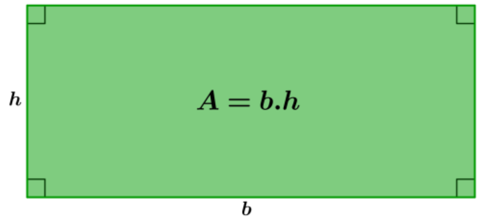
7) Uma lata cilíndrica de óleo tem capacidade para 1 litro ($1000 cm^3$). Encontre as dimensões (raio da base e altura) que minimizam o custo com metal para fabricar a lata.

Sugestão de exercícios: pág 111 e 112, do 1 ao 7.

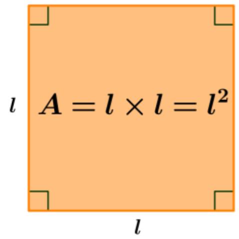
Formulário de Geometria (página 113)

Geometria Plana

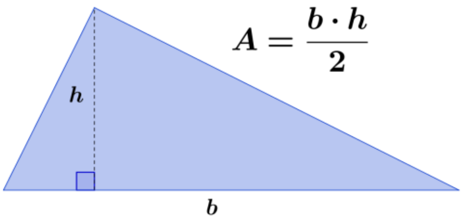
Retângulo



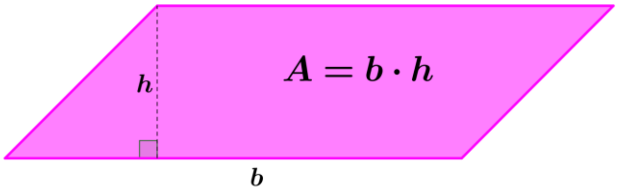
Quadrado



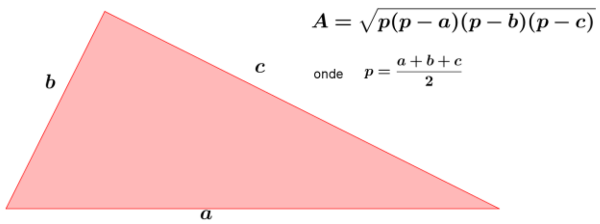
Triângulo



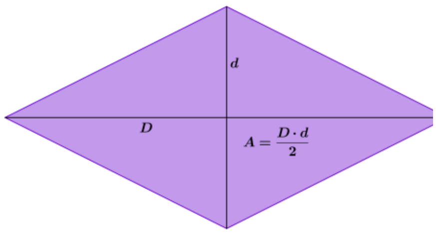
Paralelogramo



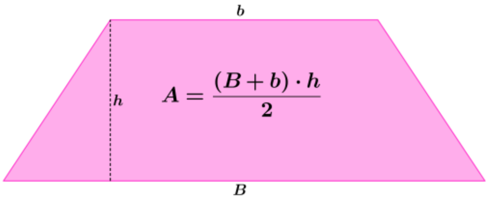
Triângulo



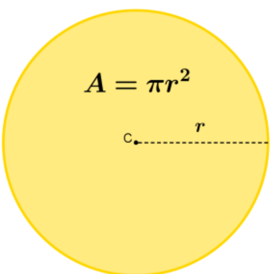
Losango



Trapézio

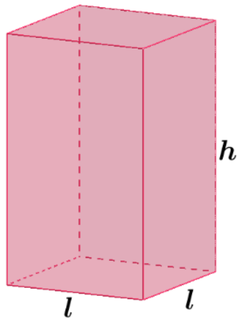


Circunferência



Geometria Espacial

Prisma Quadrangular Regular



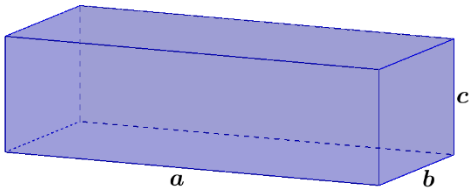
Volume: $V = l^2h$

Área lateral: $A_L = 4lh$

Área da base/topo: $A_B = 2l^2$

Área total: $A_T = 2l^2 + 4lh$

Paralelepípedo



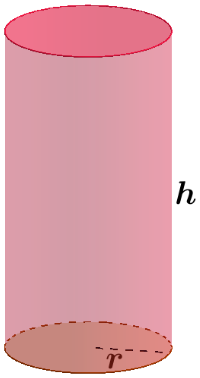
Volume: $V = abc$

Área lateral: $A_L = 2ac + 2bc$

Área base/topo: $A_B = 2ab$

Área total: $A_T = 2ab + 2ac + 2bc$

Cilindro



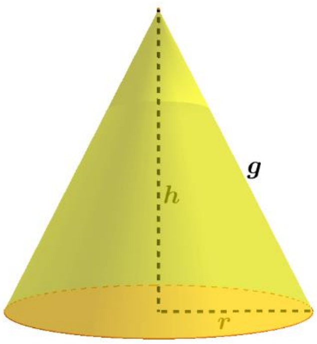
Volume: $V = \pi r^2 h$

Área base: $A_B = \pi r^2$

Área lateral: $A_L = 2\pi rh$

Área total: $A_T = 2\pi r^2 + 2\pi rh$

Cone



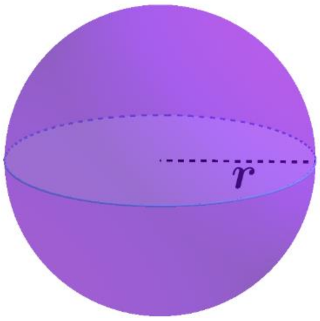
Volume: $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

Área lateral: $A_L = \pi rg$

Área da base: $A_B = \pi r^2$

Área total: $\pi r^2 + \pi rg$

Esfera



Volume: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Área da superfície: $A = 4\pi r^2$