

Nome: Ana Beatriz Stahl

1. Considere o tetraedro com vértices nos pontos A(m,4,6), B(1,2,0), C(0,3,1) e D(3,1,2).

a) Determine o valor de m de modo que o tetraedro tenha volume igual a 5;

$$V_T = 5 \rightarrow V_T = \frac{1}{6} V_P \rightarrow V_P = 5 * 6 = 30$$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (1 - m, -2, -6)$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (-m, -1, -5)$$

$$\overrightarrow{AD} = D - A = (3 - m, -3, -4)$$

$$V_P = \begin{vmatrix} 1-m & -2 & -6 \\ -m & -1 & -5 \\ 3-m & -3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$V_P = [4(1-m) + 10(3-m) + 18(-m)] - [6(3-m) + 15(1-m) + 8(-m)]$$

$$4 - 4m + 30 - 30m - 18m - 18 + 6m - 15 + 15m + 8m = 30$$

$$-4m - 30m - 18m + 6m + 15m + 8m = 30 - 4 - 30 + 18 + 15$$

$$-3m = 29$$

$$m = -\frac{29}{3}$$

b) Calcule a área da face cujos vértices são os pontos B, C e D;

$$\overrightarrow{BC} = (-1, 1, 1) \quad \overrightarrow{BD} = (2, -1, 2)$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (2i + 2j - k) - (2k - i - 2j) = 2i + 2j + k - 2k + i + 2j = 3i + 4j - k = (3, 4, -1)$$

$$A = |(3, 4, -1)| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$$

2. Calcule o ângulo entre as retas $r: \begin{cases} y = 3x - 2 \\ z = 4 - 5x \end{cases}$ e $s: \frac{x+1}{3} = y + 4 = \frac{z-2}{4}$

$$\overrightarrow{V1} = (1, 3, 5) \quad |\overrightarrow{V1}| = \sqrt{1^2 + 3^2 + 5^2} = \sqrt{35}$$

$$\overrightarrow{V2} = (3, 1, 4) \quad |\overrightarrow{V2}| = \sqrt{3^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{26}$$

$$\overrightarrow{V1} * \overrightarrow{V2} = |\overrightarrow{V1}| * |\overrightarrow{V2}| * \cos\theta$$

$$3 + 3 + 20 = \sqrt{35} * \sqrt{26} * \cos\theta$$

$$\theta = 30,47^\circ$$

3. Considere a reta $r: \begin{cases} y = -3 + 4x \\ z = 3x + 12 \end{cases}$

a) Determine um vetor diretor desta reta

$$x = \frac{y+3}{4} \quad x = \frac{z-12}{3} \quad r: \begin{cases} x = t \\ y = 3 + 4t \\ z = -12 + 3t \end{cases}$$

$$\vec{v} = (1, 4, 3)$$

b) Calcule o ponto que a abscissa seja igual ao dobro da cota

$$x = 2z \quad (2z, y, z) = (4,8, 22,2, 2,4)$$

$$\begin{cases} z = -12 + 3t \\ 2z = t \end{cases} \quad t = \frac{z+12}{3} = \frac{2,4+12}{3} = 4,8$$

$$2z = \frac{z+12}{3} \rightarrow 6z = z+12 \rightarrow z = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$y = 3 + 4 * 4,8 = 22,2$$

c) Calcule o ponto que a cota seja o triplo da ordenada

$$z = 3y \quad (x, y, 3y) = (-2, -5, -15)$$

$$\begin{cases} y = 3 + 4t \\ 3y = -12 + 3t \end{cases} \quad t = \frac{y-3}{4} = \frac{-5-3}{4} = -2$$

$$3y = -12 + 3 * \left(\frac{y-3}{4}\right) \rightarrow y + 3 = \frac{y-3}{4} \rightarrow 4y + 12 = y - 3 \rightarrow 3y = -15 \rightarrow y = -5$$

$$x = t = -2$$

4. Determine equações paramétricas para a reta que passa pelo ponto (3,0,2) e é:

a) Paralela a reta que passa pelos pontos (-1,2,4) e (2,-1,-3)

$$P(3, 0, 2) \quad A(-1, 2, 4) \quad B(2, -1, -3)$$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (3, -3, -7)$$

$$r: \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -3t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$$

b) Simultaneamente ortogonal as retas r e s dadas por $r: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$ $s: (x, y, z) = (1, 2, 5) + (2, 1, 0)t$

$$\overrightarrow{Vr} = (-1, 3, -4) \quad \overrightarrow{Vs} = (2, 1, 0)$$

Vetor Ortogonal: $\overrightarrow{Vo} = \overrightarrow{Vr} \times \overrightarrow{Vs} = 4i - 8j - 7k$

$$r_3: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -8t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 3 & -4 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -8j - k - 6k + 4i = 4i - 8j - 7k$$