Y(4260) 周辺

平成 28 年 8 月 31 日

Y(4260) 覚書

PDG より
$J^{PC} = 1^{--}$
Mass: 4251 ± 9 MeV
Width: 120 ± 12 MeV
Decay Modes

Γ_1	e^+e^-
Γ_2	$J/\psi\,\pi^+\pi^-$
Γ_3	$J/\psi\, f_0(980), \quad f_0(980) \to \pi^+\pi^-$
Γ_4	$Z_c(3900)^\pm\,\pi^\mp, \quad Z_c(3900)^\pm \to J/\psi\,\pi^\pm$
Γ_5	$J/\psi\,\pi^0\pi^0$
Γ_6	$J/\psi\,K^+K^-$
Γ_7	$X(3872)\,\gamma$

Y(4008), Y(4260), Y(4360), Y(4660) が charmonium とは考えられない理由

1. $D\overline{D}$ の閾値よりずっと質量が大きいのに、$Y(4008, 4260, 4360, 4660) \to D\overline{D}$ 崩壊が観測されていない。例えば $\psi(3770)$ は 1^3D_1 と考えられているが $D\overline{D}$ への崩壊は約 93%と非常に大きい。
2. $Y(4260) \to J/\psi\pi^+\pi^-$ 崩壊幅が通常の charmonium 状態より 1 桁大きい。
3. クォークポテンシャル模型での計算ではこのくらいのエネルギーには対応する状態がない。$\psi(4160)$ が 2^3D_1 状態で、$\psi(4415)$ が 4^3S_1 状態と考えられる。
4. $X(4008)1^{--}$ は $J/\psi\pi\pi$ に壊れるが $\psi(2S)\pi\pi$ には壊れない??
5. $X(4260)1^{--}$ は $J/\psi\pi\pi$ に壊れるが $\psi(2S)\pi\pi$ には壊れない。
6. $X(4260)1^{--}$ は $\overline{D}^{(*)}D^{(*)}$ にも壊れない。
7. $X(4360)1^{--}$ は $\psi(2S)\pi\pi$ に壊れるが $J/\psi\pi\pi$ には壊れない。
8. $X(4660)1^{--}$ は $\psi(2S)\pi\pi$ に壊れるが $J/\psi\pi\pi$ には壊れない。

Hadronic Model では、上記 5、7、8 は説明されていない。

Hadronic Model (Two-meson model) は、主には次の通り。

Ref. [1] は、$Y(4260)$ と $Z_2^+(4250)$ を、それぞれ neutral と charged の $D_1\overline{D}$ と $D_0\overline{D}^*$ を重ね合わせた molecule として考えられるとしている。Heavy-light quark 描像。DD 間には、$\pi\eta\sigma\rho\omega$ を飛ばしている。coupling は D^*-decay の実験値および quark model, QCD-sum rule, などを参考に大体で決めている。$Y(4260)$ については、D_1D と D_0D^* の diagonal の interaction は総じて小さく、off-diagonal（π-exchange origin）が大きい。ちょっと足りなめ（cutoff 大きめ）だが、何とか深い bound state を作ることが出来る。$D_1\overline{D}$ と $D_0\overline{D}^*$ は半々くらい。$Z_2^+(4250)$ は、off-diagonal が大きいが、diagonal が斥力的。深い Bound state は無理そう。$D_1\overline{D}$ と $D_0\overline{D}^*$ は半々くらい。ちなみに M_{D_0}=2308 MeV,M_{D_1}=2422 MeV.

Ref. [2] では、どんな 1^{--}state から $X(3872)$ を radiative decay で生成することが出来るかが中心的話題。$\psi(4040)$, (4160)(4415) を、それぞれ $c\bar{c}$ の $^3S_1(n=3)$, $^3S_1(n=4)$, $^3D_1(n=2)$ とし、$Y(4260)$ を $D\overline{D}_1$ の molecule、$X(3872)$ も $D\overline{D}^*$ の molecule として計算。radiative decay は $Y(4260)$ の D_1 が $X(3872)$ の D^* に、$c\bar{c}$ からは D-loop を通じて decay するとしてある。$Y(4260)$ からのが比較的大きく、$c\bar{c}$ からのは小さいと結論。$\Gamma(Y(4260)\to X(3872))$ は 5-35 keV くらい。

Ref. [3] では、$Y(4260)$ と $X(3872)$ を DD_1、あるいは DD^* と $c\bar{c}$ との重ね合わせで表し、D-loop、c-loop を通じて $Y(4260)\to X(3872)\gamma$ が起きるとした。Interaction は effective meson-meson-gamma とか（実験で fix）、ccgamma（charge で）。DD-ccbar は compositness condition とか。実験値の半分またはそれ以下くらいが出てくる。$q\bar{q}$ の寄与は、大きくもなり小さくもなる・・・ $\Gamma(Y(4260)\to X(3872))$ は 20-50 keV くらい。

参考文献

[1] G. J. Ding, Phys. Rev. D **79**, 014001 (2009) doi:10.1103/PhysRevD.79.014001 [arXiv:0809.4818 [hep-ph]].

[2] F. K. Guo, C. Hanhart, U. G. Meissner, Q. Wang and Q. Zhao, Phys. Lett. B **725**, 127 (2013) doi:10.1016/j.physletb.2013.06.053 [arXiv:1306.3096 [hep-ph]].

[3] Y. Dong, A. Faessler, T. Gutsche and V. E. Lyubovitskij, Phys. Rev. D **90**, no. 7, 074032 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.074032 [arXiv:1404.6161 [hep-ph]].

Y(4260) 状態はどのような状態か？

1. $Y(4260)$ を $D_1\overline{D}$ の束縛状態と考えた場合

   D: $J^P=0^-$

   $D^\pm$ Mass: 1869.61 ± 0.09 MeV

   D^0 Mass: 1864.84 ± 0.05 MeV

   D_1: $J^P=1^+$

   D_1^0 Mass: 2421.4 ± 0.6 MeV

   D_1^0 Width: 27.4 ± 2.5 MeV

D_1^0 Decay Modes:

Γ_1 $D^*(2010)^+\,\pi^-$

Γ_2 $D^0\,\pi^+\pi^-$

Γ_3 $D^0\,\rho^0, \quad \rho^0 \to \pi^+\pi^-$

Γ_4 $D^0\,f_0(500), \quad f_0(500) \to \pi^+\pi^-$

Γ_5 $D_0^*(2400)^+\,\pi^-, \quad D_0^*(2400)^+ \to D^0\pi^+$

$D_1^\pm$ Mass: 2423.2 ± 2.4 MeV

$D_1^\pm$ Width: 25 ± 6 MeV

D_1^+ Decay Modes:

Γ_1 $D^*(2007)^0\,\pi^+$

Γ_2 $D^+\,\pi^+\pi^-$

Γ_3 $D^+\,\rho^0, \quad \rho^0 \to \pi^+\pi^-$

Γ_4 $D^+\,f_0(500), \quad f_0(500) \to \pi^+\pi^-$

Γ_5 $D_0^*(2400)^0\,\pi^-, \quad D_0^*(2400)^0 \to D^+\pi^-$

束縛エネルギー

$(1864.84 + 2421.4) - 4251 = 35.24$ MeV

ここまで深い束縛状態を作るくらい強い引力が存在するか？

Decay Mode を考える。

$D_1^0\,\overline{D^0}$ の S 波の束縛状態とすると考えられる decay mode は $D^*(2010)^+\,\overline{D^0}\,\pi^-$ と $D^0\overline{D^0}\,\pi^+\,\pi^-$ である。

$D_1^+\,D^-$ の S 波の束縛状態とすると考えられる decay mode は $D^*(2007)^0\,D^-\,\pi^+$ と $D^+\,D^-\,\pi^+\,\pi^-$ である。

$D^*(2010)^+\,\overline{D^0}\,\pi^-$ と $D^*(2007)^0\,D^-\,\pi^+$ は $Y(4260)$ の崩壊モードとして調べられており、$D^*(2010)^+\,\overline{D^0}$ と $D^*(2007)^0\,D^-$ は $Z_c(3900)^\pm$ として観測されていると考えられる。

$Z_c(3900)^\pm$ が $J/\psi\,\pi^\pm$ への崩壊のブランチングレシオがある程度以上あれば、$Y(4260) \to J/\psi\,\pi^+\,\pi^-$ 崩壊幅が大きいことも説明がつく。

$D^*(2010)^+\,\overline{D^0}\,\pi^-$ と $D^*(2007)^0\,D^-\,\pi^+$ のスペクトルで Y(4260) のピークが Belle 実験では見えていないことが問題。M. Cleven, et al. Phys. Rev. D 90, 074039 (2014) によると、$e^+e^- \to Y(4260) \to D\,\overline{D}^*\,\pi$ の直接崩壊モードと $e^+e^- \to Y(4260) \to Z_c(3900)\,\pi$ 崩壊モードとの干渉効果によって $D\,\overline{D}^*\,\pi$ のスペクトルには $Y(4260)$ のところにピークを作らない。この議論が正しければ、この問題も解決される。

$D^0\overline{D^0}\,\pi^+\,\pi^-$ と $D^+\,D^-\,\pi^+\,\pi^-$ は $Y(4260)$ の崩壊モードとして調べられていない。

D_1 の崩壊モードとしては観測されていないが $D_1 \to D^*\,\gamma$ 崩壊は可能と考えられるので、$D_1\,\overline{D} \to D^*\,\overline{D} \quad \gamma \sim X(3872)\,\gamma$ は可能と考えられる。

2. $Y(4260)$ を $J/\psi\, f_0(980)$ の D 波のレゾナンスと考えた場合

$f_0(980)$: $J^{PC} = 0^{++}$

$f_0(980)$ Mass: 990 ± 20 MeV

$f_0(980)$ Width: 40 to 100 MeV

$f_0(980)$ Decay Modes: $\pi\,\pi$ dominant $K\,K$, $\gamma\,\gamma$ seen

J/ψ: $J^{PC} = 1^{--}$

J/ψ Mass: 3096 ± 0.011 MeV

J/ψ Width: 92.9 ± 2.8 MeV

閾値： (3096 + 990) = 4086 MeV

$Y(4260)$ は閾値より (4251 - 4086) = 165 MeV 上の状態。

D 波のレゾナンスと考える根拠は？

崩壊の角度分布を見る必要がある。

Diquark model

(1) L. Maiani, F. Piccinini, A.D. Polosa and V. Riquer, Phys. Rev. D **89**, 114010 (2014)
"$Z(4430)$ and a new paradigm for spin interactions in tetraquarks"

(2) H.-X. Chen, L. Maiani, A.D. Polosa, V. Riquer, Eur. Phys. J. C **75**, 550 (2015)
"$Y(4260) \to \gamma + X(3872)$ in the diquarkonium picture"

(1) の論文で、tetraquark 状態は diquark- antidiquark の束縛状態ということを主張している。spin-spin interaction は diquark 及び antidiquark 内だけで働という大きな仮定を置く。これで、X,Y, Z 状態が大体説明がつくと主張。視点として特徴的なのは、c と $\bar{c}$ 間の空間分布に注目しているところ。$Z(4430)$ と $Z_c(3900)$ の質量差と $\psi(2S)$ と J/ψ の質量差はほぼ同じなので、$Z(4430)$ は $Z_c(3900)$ の動径方向の励起状態であるという主張は興味深い。

同様に、$Y(4008)$ と $Y(4260)$ の動径方向の励起状態が $Y(4360)$ と $Y(4660)$ であるとすると $Y(4008)$ と $Y(4260)$ は $J/\psi \to \pi\pi$ に崩壊し $Y(4360)$ と $Y(4660)$ は $\psi(2S) \to \pi\pi$ に崩壊しそれぞれ、逆の崩壊は起きないということが説明できる。

(2) の論文では、diquark と antidiquark は点状粒子としてその間に Cornell Potential を考えて、diquarkonium として tetraquark 状態を解析している。

Hadro-charmonium model

(1)Xin Li and M.B. Voloshin, Phys. Rev. D **88**, 034012 (2013)
"Suppression of the S-wave production of $\frac{3}{2}^{+} + \frac{1}{2}^{-}$ heavy meson pairs in e^+e^- annihilation"

Hadro-charmonium はコンパクトな chamonium の周りに軽いクォークが回っているというピクチャー。Heavy quark spin symmetry を正しく取り扱っている模型である。この論文は、$Y(4260)$ が $D_1(2420)\bar{D}$ の分子状態とすると、$e^+ + e^- -> Y(4260)$ の生成は Heavy quark spin symmetry から強く禁止されるので、$Y(4260)$ の $D_1(2420)\bar{D}$ の分子描像に疑問を投げかけている。

Qian Wang, et al, Phys. Rev. D **89**, 034001 (2014)
"$Y(4260)$: Hadronic molecule versus hadro-charmonium interpretation"

(1) の論文への反論。基本的には Heavy quark spin symmetry の破れの大きさを評価すると、それなりに大きいので、分子描像でも実験とは矛盾しないと主張。

Open charm meson spectroscopy

P. Colangelo, F. De Fazio, F. Giannuzzi and S. Nicotri, Phys. Rev. D **86**, 054024 (2012)
"New meson spectroscopy with open charm and beauty"

Heavy quark symmetry と chiral symmetry を考慮した effective Lagrangian approach である。Table I に観測されている open charm and beauty meson の HQ doublet の分類が出ていて便利。$D_1(2420)$ は軽いクォークの角運動量が $3/2^+$ で $J^P = 2^+$ の $D_2^*(2460)$ と doublet を組んでいる。$D_1(2420) \to D^*\pi$ 崩壊では $D_1(2420)$ の軽いクォークの角運動量が 3/2 なので、軽いクォークの成分が $q\pi$ に同じパリティで崩壊するには d-wave で崩壊する必要がある。そのため $D_1(2420)$ の幅は小さい。一方、軽いクォークの角運動量が $1/2^+$ の $D_0^*(2400)$ と $D_1'(2430)$ は s-wave で崩壊できるので、大きな崩壊幅を持つ。ちなみに Table II にもあるように $D_0^*(2400)$ の中性状態と荷電状態ではその質量が約 80MeV も異なっており、今後の実験が待たれる。

1 c-parity の決まった $c\bar{c}q\bar{q}$ 系

以後、color, isospin 自由度は無視してある。

1.1 $q\bar{q}$ 系の J^{PC}

$$L = 0 \qquad 0^{-+}(^1S_0)\ \eta, \eta_c \qquad 1^{--}(^3S_1)\ \omega, J/\psi \tag{1}$$

$$L = 1 \qquad 1^{+-}(^1P_1)\ h, h_c \qquad J^{++}(^3P_J)\ f_J, \chi_{cJ} \tag{2}$$

1.2 J^{++}

$\ell = 1$ 1 か所までの系で J^{++} となる相対 S-wave の $c\bar{c}q\bar{q}$ 系は 2 種類。

$$0^{-+}0^{-+} \qquad \eta\eta_c \tag{3}$$

$$1^{--}1^{--} \qquad \omega J/\psi \tag{4}$$

同、相対 P-wave の（S-wave）$c\bar{c}q\bar{q}$ 系は無し。
計、0^{++} が 2 つ、1^{++} が 1 つ、2^{++} が 1 つ。
1^{++} は $X(3872)$ に対応。

1.3 J^{+-}

$\ell = 1$ 1 か所までの系で J^{+-} となる相対 S-wave の $c\bar{c}q\bar{q}$ 系は 2 種類。

$$0^{-+}1^{--} \qquad \eta J/\psi \qquad \omega\eta_c \tag{5}$$

同、相対 P-wave の（S-wave）$c\bar{c}q\bar{q}$ 系は無し。
計、1^{+-} が 2 つ。
0^{+-}、2^{+-} は $q\bar{q}$ meson では無いが、これでも作れない。

1.4 J^{-+}

$\ell = 1$ 1 か所までの系で J^{-+} となる相対 S-wave の $c\bar{c}q\bar{q}$ 系は 8 種類。

$$0^{-+}0^{++} \qquad \eta\chi_{c0} \qquad f_0\eta_c \tag{6}$$

$$0^{-+}1^{++} \qquad \eta\chi_{c1} \qquad f_1\eta_c \tag{7}$$

$$0^{-+}2^{++} \qquad \eta\chi_{c2} \qquad f_2\eta_c \tag{8}$$

$$1^{--}1^{+-} \qquad \omega h_{c1} \qquad h_1 J/\psi \tag{9}$$

同、相対 P-wave の（S-wave）$c\bar{c}q\bar{q}$ 系は 2 種類。

$$0^{-+}0^{-+} \qquad \eta\eta_c \tag{10}$$

$$1^{--}1^{--} \qquad \omega J/\psi \tag{11}$$

計、0^{-+} が 5 つ、1^{-+} が 8 つ、2^{-+} が 6 つ、3^{-+} が 1 つ。
1^{-+}、3^{-+} は $q\bar{q}$ meson では無い。

1.5 J^{--}

$\ell=1$ 1か所までの系で J^{--} となる相対 S-wave の $c\bar{c}q\bar{q}$ 系は 8 種類。

$$0^{-+}1^{+-} \qquad \eta h_{c1} \qquad h_1\eta_c \tag{12}$$
$$1^{--}0^{++} \qquad \omega\chi_{c0} \qquad f_0 J/\psi \tag{13}$$
$$1^{--}1^{++} \qquad \omega\chi_{c1} \qquad f_1 J/\psi \tag{14}$$
$$1^{--}2^{++} \qquad \omega\chi_{c2} \qquad f_2 J/\psi \tag{15}$$

同、相対 P-wave の（S-wave）$c\bar{c}q\bar{q}$ 系は 2 種類。

$$0^{-+}1^{--} \qquad \eta J/\psi \qquad \omega\eta_c \tag{16}$$

計、0^{-+} が 4 つ、1^{-+} が１０個、2^{-+} が 6 つ、3^{-+} が 2 つ。

1.6 $q\bar{q}c\bar{c}$ 系の自由度

計、Parity が正で、$J=0$ が 2、1 が 3 個、2 が 1 つ。自由度は m まで入れて 16。parity が負で、$J=0$ が 9、1 が 18 個、2 が 12、3 が 3 つ。自由度は m まで入れて 144。

2 $q\bar{c}c\bar{q}$ 系

$$L=0 \qquad (^1S_0)D,\overline{D} \qquad (^3S_1)D^*,\overline{D}^* \tag{17}$$
$$L=1 \qquad (^1P_1)D_{01},\overline{D}_{01} \qquad (^3P_J)D_J,\overline{D}_J \tag{18}$$

2.1 S-wave meson のみ

$$\overline{D}D \qquad \overline{D}D^* \qquad \overline{D}^*D \qquad \overline{D}^*D^* \tag{19}$$

計、$J=0$ が 2 つ、1 が 3 つ、2 が 1 つ。
これは J^{++} と J^{+-} に対応する。

2.2 S-wave meson で相対 P-wave

相対が P-wave であることを ϕ_P をかけて表すと、

$$\overline{D}D\phi_P \qquad \overline{D}D^*\phi_P \qquad \overline{D}^*D\phi_P \qquad \overline{D}^*D^*\phi_P \tag{20}$$

計、$J=0$ が 3 つ、1 が 6 つ、2 が 4 つ、3 が 1 つ。
これは J^{-+} と J^{--} に含まれる。

2.3 S-wave meson と P-wave meson の組み合わせ

$$\overline{D}D_{01} \qquad \overline{D}D_0 \qquad \overline{D}D_{11} \qquad \overline{D}D_2 \tag{21}$$
$$\overline{D}^*D_{01} \qquad \overline{D}^*D_0 \qquad \overline{D}^*D_{11} \qquad \overline{D}^*D_2 \tag{22}$$
$$\overline{D}_{01}D \qquad \overline{D}_0D \qquad \overline{D}_{11}D \qquad \overline{D}_2D \tag{23}$$
$$\overline{D}_{01}D^* \qquad \overline{D}_0D^* \qquad \overline{D}_{11}D^* \qquad \overline{D}_2D^* \tag{24}$$

計、$J=0$ が 6 つ、1 が 12 つ、2 が 8 つ、3 が 2 つ。
これは J^{-+} と J^{--} に含まれる。

2.4 $q\bar{c}c\bar{q}$ 系の自由度

計、$J=0$ が 11、1 が 21 個、2 が 13、3 が 3 つ。自由度は m まで入れて 160。

3 $q\bar{q}c\bar{c}$ $J^{PC}=1^{--}$ の組み替え

3.1 準備

いま、

$$|(l_1l_2)L,(s_1s_2)S;JM\rangle = \sum_{j_1,j_2} \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & L \\ s_1 & s_2 & S \\ j_1 & j_2 & J \end{bmatrix} |(l_1s_1)j_1,(l_2s_2)j_2;JM\rangle \tag{25}$$

つまり、変換行列の要素を

$$\begin{bmatrix} l_1 & l_2 & L \\ s_1 & s_2 & S \\ j_1 & j_2 & J \end{bmatrix} = \sqrt{(2L+1)(2S+1)(2j_1+1)(2j_2+1)} \begin{Bmatrix} l_1 & l_2 & L \\ s_1 & s_2 & S \\ j_1 & j_2 & J \end{Bmatrix} \tag{26}$$

と書く。

軌道部分について（12-34Jacobi 座標を 14-32Jacobi 座標、13-24Jacobi 座標で書く）:

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12}}{b_{12}} = \mu_{10}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{b_{14}} + \mu_{01}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{b_{32}} + \mu_{00}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b_{14-32}} = \nu_{10}\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{b_{13}} + \nu_{01}\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{b_{24}} + \nu_{00}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b_{13-24}} \tag{27}$$
$$\frac{\boldsymbol{r}_{34}}{b_{34}} = \mu'_{10}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{b_{14}} + \mu'_{01}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{b_{32}} + \mu'_{00}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b_{14-32}} = \nu'_{10}\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{b_{13}} + \nu'_{01}\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{b_{24}} + \nu'_{00}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b_{13-24}} \tag{28}$$
$$\frac{\boldsymbol{r}_{12-34}}{b_{12-34}} = \mu''_{10}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{b_{14}} + \mu''_{01}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{b_{32}} + \mu''_{00}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b_{14-32}} = \nu''_{10}\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{b_{13}} + \nu''_{01}\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{b_{24}} + \nu''_{00}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b_{13-24}} \tag{29}$$

となる。これを用いると、軌道部分は、たとえば、P 波の波動関数が $\frac{\boldsymbol{r}_{12}}{b_{12}}\phi_{0s}$ の形をしている場合、

$$|(\ell_{12}\ell_{34})LM\rangle\Big|_{\ell_{12}=1,\ell_{34}=0,L=1} = \sum_{m,m'(M\text{ fixed})}(\ell_{12}m,\ell_{34}m'|LM)(\boldsymbol{r}_{12}/b_{12})^1_m \tag{30}$$

$$= \mu_{10}|(\ell_{14}\ell_{32})L\rangle\Big|_{\ell_{14}=1,\ell_{32}=0,L=1} + \mu_{01}|(\ell_{14}\ell_{32})L\rangle\Big|_{\ell_{14}=0,\ell_{32}=1,L=1} + \mu_{00}|(\ell_{14}\ell_{32})L'\rangle\Big|_{\ell_{14}=0,\ell_{32}=0,L'=0}|\ell_r=1\rangle \tag{31}$$

$$|(\ell_{12}\ell_{34})LM\rangle\Big|_{\ell_{12}=0,\ell_{34}=1,L=1} = \sum_{m,m'(M\text{ fixed})}(\ell_{12}m,\ell_{34}m'|LM)(\boldsymbol{r}_{34}/b_{34})^1_{m'} \tag{32}$$

$$= \mu'_{10}|(\ell_{14}\ell_{32})L\rangle\Big|_{\ell_{14}=1,\ell_{32}=0,L=1} + \mu'_{01}|(\ell_{14}\ell_{32})L\rangle\Big|_{\ell_{14}=0,\ell_{32}=1,L=1} + \mu'_{00}|(\ell_{14}\ell_{32})L'\rangle\Big|_{\ell_{14}=0,\ell_{32}=0,L'=0}|\ell_r=1\rangle \tag{33}$$

$$|((\ell_{12}\ell_{34})L'\ell_r)LM\rangle\Big|_{L'=0,\ell_r=1,L=1} = \sum_{m,m'(M\text{ fixed})}(L'm,\ell_r m'|LM)(\boldsymbol{r}_{12-34}/b_{12-34})^1_{m'} \tag{34}$$

$$= \mu''_{10}|(\ell_{14}\ell_{32})L\rangle\Big|_{\ell_{14}=1,\ell_{32}=0,L=1} + \mu''_{01}|(\ell_{14}\ell_{32})L\rangle\Big|_{\ell_{14}=0,\ell_{32}=1,L=1} + \mu''_{00}|(\ell_{14}\ell_{32})L'\rangle\Big|_{\ell_{14}=0,\ell_{32}=0,L'=0}|\ell_r=1\rangle \tag{35}$$

などと書ける。どれかだけ 1 であと 0 のときの式だけども、いまはこれだけを使うので。

1234 が $q\bar{q}c\bar{c}$ のとき、

$$\boldsymbol{r}_{12} = \mu_c\boldsymbol{r}_{14} + \mu_c\boldsymbol{r}_{32} + \boldsymbol{r}_{14-32} \qquad = \quad \mu_c\boldsymbol{r}_{13} - \mu_c\boldsymbol{r}_{24} + \boldsymbol{r}_{13-24} \tag{36}$$

$$\boldsymbol{r}_{34} = \mu_u\boldsymbol{r}_{14} + \mu_u\boldsymbol{r}_{32} - \boldsymbol{r}_{14-32} \qquad = -\mu_u\boldsymbol{r}_{13} + \mu_u\boldsymbol{r}_{24} + \boldsymbol{r}_{13-24} \tag{37}$$

$$\boldsymbol{r}_{12-34} = \frac{1}{2}\boldsymbol{r}_{14} - \frac{1}{2}\boldsymbol{r}_{32} \qquad = \frac{1}{2}\boldsymbol{r}_{13} + \frac{1}{2}\boldsymbol{r}_{24} \tag{38}$$

ただし、

$$\boldsymbol{r}_{ij} = \boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j \tag{39}$$

$$\boldsymbol{r}_{12-34} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_3 - \boldsymbol{r}_4) \tag{40}$$

$$\boldsymbol{r}_{14-32} = \frac{1}{m_u+m_c}(m_u\boldsymbol{r}_1 - m_u\boldsymbol{r}_2 - m_c\boldsymbol{r}_3 + m_c\boldsymbol{r}_4) \tag{41}$$

$$\boldsymbol{r}_{13-24} = \frac{1}{m_u+m_c}(m_u\boldsymbol{r}_1 - m_u\boldsymbol{r}_2 + m_c\boldsymbol{r}_3 - m_c\boldsymbol{r}_4) \tag{42}$$

$$\mu_c = \frac{m_c}{m_u+m_c} \tag{43}$$

$$\mu_u = \frac{m_u}{m_u+m_c} \tag{44}$$

1234 が $q\bar{q}c\bar{c}$ のとき、gaussian size parameter b が共通とすれば、$b_{12} = \sqrt{2}b$ etc., より

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12}}{\sqrt{2}b} = \mu_c\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{\sqrt{2}b} + \mu_c\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{\sqrt{2}b} + \sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b} \qquad = \quad \mu_c\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{\sqrt{2}b} - \mu_c\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{\sqrt{2}b} + \sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b} \tag{45}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{34}}{\sqrt{2}b} = \mu_u\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{\sqrt{2}b} + \mu_u\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{\sqrt{2}b} - \sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b} \qquad = -\mu_u\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{\sqrt{2}b} + \mu_u\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{\sqrt{2}b} + \sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b} \tag{46}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12-34}}{b} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{\sqrt{2}b} - \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{\sqrt{2}b} \qquad = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{\sqrt{2}b} + \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{\sqrt{2}b} \tag{47}$$

つまり、

$$\mu_{10}=\mu_c, \qquad \mu_{01}=\mu_c, \qquad \mu_{00}=\sqrt{\frac{1}{2}} \tag{48}$$

$$\mu'_{10}=\mu_u, \qquad \mu'_{01}=\mu_u, \qquad \mu'_{00}=-\sqrt{\frac{1}{2}} \tag{49}$$

$$\mu''_{10}=\sqrt{\frac{1}{2}}, \qquad \mu''_{01}=-\sqrt{\frac{1}{2}}, \qquad \mu''_{00}=0 \tag{50}$$

$$\nu_{10}=\mu_c, \qquad \nu_{01}=-\mu_c, \qquad \nu_{00}=\sqrt{\frac{1}{2}} \tag{51}$$

$$\nu'_{10}=-\mu_u, \qquad \nu'_{01}=\mu_u, \qquad \nu'_{00}=\sqrt{\frac{1}{2}} \tag{52}$$

$$\nu''_{10}=\sqrt{\frac{1}{2}}, \qquad \nu''_{01}=\sqrt{\frac{1}{2}}, \qquad \nu''_{00}=0 \tag{53}$$

また、gaussian size parameter が同じではなく、$\mu b^2 = x_0^2$ が同じとしても μ_{10}etc. が変わるだけ。1234 が $q\bar{q}c\bar{c}$ のとき、

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12}}{b_{12}}=\frac{\sqrt{\mu_{12}}\boldsymbol{r}_{12}}{x_0}=\mu_c\frac{\sqrt{\mu_{12}}}{\sqrt{\mu_{14}}}\frac{\sqrt{\mu_{14}}\boldsymbol{r}_{14}}{x_0}+\mu_c\frac{\sqrt{\mu_{12}}}{\sqrt{\mu_{32}}}\frac{\sqrt{\mu_{32}}\boldsymbol{r}_{32}}{x_0}+\frac{\sqrt{\mu_{12}}}{\sqrt{\mu_{14-32}}}\frac{\sqrt{\mu_{14-32}}\boldsymbol{r}_{14-32}}{x_0} \tag{54}$$

$$=\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{b_{14}}+\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{b_{32}}+\sqrt{\mu_u}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b_{14-32}} \tag{55}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{34}}{b_{34}}=\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{b_{14}}-\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{b_{32}}-\sqrt{\mu_c}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b_{14-32}} \tag{56}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12-34}}{b_{12-34}}=\sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{b_{14}}-\sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{b_{32}} \tag{57}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12}}{b_{12}}=\frac{\sqrt{\mu_{12}}\boldsymbol{r}_{12}}{x_0}=\mu_c\frac{\sqrt{\mu_{12}}}{\sqrt{\mu_{13}}}\frac{\sqrt{\mu_{13}}\boldsymbol{r}_{13}}{x_0}-\mu_c\frac{\sqrt{\mu_{12}}}{\sqrt{\mu_{24}}}\frac{\sqrt{\mu_{24}}\boldsymbol{r}_{24}}{x_0}+\frac{\sqrt{\mu_{12}}}{\sqrt{\mu_{13-24}}}\frac{\sqrt{\mu_{13-24}}\boldsymbol{r}_{13-24}}{x_0} \tag{58}$$

$$=\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{b_{13}}-\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{b_{24}}+\sqrt{\mu_u}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b_{13-24}} \tag{59}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{34}}{b_{34}}=-\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{b_{13}}+\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{b_{24}}+\sqrt{\mu_c}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b_{13-24}} \tag{60}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12-34}}{b_{12-34}}=\sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{b_{13}}+\sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{b_{24}} \tag{61}$$

$$\mu_{10}=\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}, \qquad \mu_{01}=\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}, \qquad \mu_{00}=\sqrt{\mu_u} \tag{62}$$

$$\mu'_{10}=\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}, \qquad \mu'_{01}=\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}, \qquad \mu'_{00}=-\sqrt{\mu_c} \tag{63}$$

$$\mu''_{10}=\sqrt{\frac{1}{2}}, \qquad \mu''_{01}=-\sqrt{\frac{1}{2}}, \qquad \mu''_{00}=0 \tag{64}$$

$$\nu_{10}=\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}, \qquad \nu_{01}=-\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}, \qquad \nu_{00}=\sqrt{\mu_u} \tag{65}$$

$$\nu'_{10}=-\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}, \qquad \nu'_{01}=\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}, \qquad \nu'_{00}=\sqrt{\mu_c} \tag{66}$$

$$\nu''_{10}=\sqrt{\frac{1}{2}}, \qquad \nu''_{01}=\sqrt{\frac{1}{2}}, \qquad \nu''_{00}=0 \tag{67}$$

となる。

一方、1234 が $q\bar{c}c\bar{q}$ のとき、

$$\boldsymbol{r}_{12} = \frac{1}{2}\boldsymbol{r}_{14} + \frac{1}{2}\boldsymbol{r}_{32} + \boldsymbol{r}_{14-32} \qquad = \mu_c \boldsymbol{r}_{13} - \mu_u \boldsymbol{r}_{24} + \boldsymbol{r}_{13-24} \tag{68}$$

$$\boldsymbol{r}_{34} = \frac{1}{2}\boldsymbol{r}_{14} + \frac{1}{2}\boldsymbol{r}_{32} - \boldsymbol{r}_{14-32} \qquad = -\mu_u \boldsymbol{r}_{13} + \mu_c \boldsymbol{r}_{24} + \boldsymbol{r}_{13-24} \tag{69}$$

$$\boldsymbol{r}_{12-34} = \mu_u \boldsymbol{r}_{14} - \mu_c \boldsymbol{r}_{32} \qquad = 2\mu_u\mu_c \boldsymbol{r}_{13} + 2\mu_u\mu_c \boldsymbol{r}_{24} + \frac{m_u - m_c}{m_u + m_c}\boldsymbol{r}_{13-24} \tag{70}$$

$$\boldsymbol{r}_{12-34} = \frac{1}{m_u + m_c}(m_u \boldsymbol{r}_1 + m_c \boldsymbol{r}_2 - m_c \boldsymbol{r}_3 - m_u \boldsymbol{r}_4) \tag{71}$$

$$\boldsymbol{r}_{14-32} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_3 + \boldsymbol{r}_4) \tag{72}$$

$$\boldsymbol{r}_{13-24} = \frac{1}{m_u + m_c}(m_u \boldsymbol{r}_1 - m_c \boldsymbol{r}_2 + m_c \boldsymbol{r}_3 - m_u \boldsymbol{r}_4) \tag{73}$$

である。gaussian size parameter b が共通とすれば、$b_{12} = \sqrt{2}b$ etc., より

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12}}{\sqrt{2}b} = \frac{1}{2}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{\sqrt{2}b} + \frac{1}{2}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{\sqrt{2}b} + \sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b} \qquad = \mu_c \frac{\boldsymbol{r}_{13}}{\sqrt{2}b} - \mu_u \frac{\boldsymbol{r}_{24}}{\sqrt{2}b} + \sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b} \tag{74}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{34}}{\sqrt{2}b} = \frac{1}{2}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{\sqrt{2}b} + \frac{1}{2}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{\sqrt{2}b} - \sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b} \qquad = -\mu_u \frac{\boldsymbol{r}_{13}}{\sqrt{2}b} + \mu_c \frac{\boldsymbol{r}_{24}}{\sqrt{2}b} + \sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b} \tag{75}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12-34}}{b} = \sqrt{2}\mu_u \frac{\boldsymbol{r}_{14}}{\sqrt{2}b} - \sqrt{2}\mu_c \frac{\boldsymbol{r}_{32}}{\sqrt{2}b} \qquad = 2\sqrt{2}\mu_u\mu_c \frac{\boldsymbol{r}_{13}}{\sqrt{2}b} + 2\sqrt{2}\mu_u\mu_c \frac{\boldsymbol{r}_{24}}{\sqrt{2}b} + (\mu_u - \mu_c)\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b} \tag{76}$$

よって、$q\bar{c}c\bar{q}$ のときは

$$\mu_{10} = \frac{1}{2}, \qquad \mu_{01} = \frac{1}{2}, \qquad \mu_{00} = \sqrt{\frac{1}{2}} \tag{77}$$

$$\mu'_{10} = \frac{1}{2}, \qquad \mu'_{01} = \frac{1}{2}, \qquad \mu'_{00} = -\sqrt{\frac{1}{2}} \tag{78}$$

$$\mu''_{10} = \sqrt{2}\mu_u, \qquad \mu''_{01} = -\sqrt{2}\mu_c, \qquad \mu''_{00} = 0 \tag{79}$$

$$\nu_{10} = \mu_c, \qquad \nu_{01} = -\mu_u, \qquad \nu_{00} = \sqrt{\frac{1}{2}} \tag{80}$$

$$\nu'_{10} = -\mu_u, \qquad \nu'_{01} = \mu_c, \qquad \nu'_{00} = \sqrt{\frac{1}{2}} \tag{81}$$

$$\nu''_{10} = 2\sqrt{2}\mu_u\mu_c, \qquad \nu''_{01} = 2\sqrt{2}\mu_u\mu_c, \qquad \nu''_{00} = \mu_u - \mu_c \tag{82}$$

また、gaussian size parameter が同じではなく、$\mu b^2 = x_0^2$ が同じとすると

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12}}{b_{12}} = \frac{\sqrt{\mu_{12}}\boldsymbol{r}_{12}}{x_0} = \sqrt{\frac{\mu_{12}}{\mu_{14}}}\frac{1}{2}\frac{\sqrt{\mu_{14}}\boldsymbol{r}_{14}}{x_0} + \sqrt{\frac{\mu_{12}}{\mu_{32}}}\frac{1}{2}\frac{\sqrt{\mu_{32}}\boldsymbol{r}_{32}}{x_0} + \sqrt{\frac{\mu_{12}}{\mu_{14-32}}}\frac{\sqrt{\mu_{14-32}}\boldsymbol{r}_{14-32}}{x_0} \tag{83}$$

$$= \sqrt{\frac{\mu_c}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{b_{14}} + \sqrt{\frac{\mu_u}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{b_{32}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b_{14-32}} \tag{84}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{34}}{b_{34}} = \sqrt{\frac{\mu_c}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{b_{14}} + \sqrt{\frac{\mu_u}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{b_{32}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\boldsymbol{r}_{14-32}}{b_{14-32}} \tag{85}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12-34}}{b_{12-34}} = \sqrt{\mu_u}\frac{\boldsymbol{r}_{14}}{b_{14}} - \sqrt{\mu_c}\frac{\boldsymbol{r}_{32}}{b_{32}} \tag{86}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12}}{b_{12}} = \frac{\sqrt{\mu_{12}}\boldsymbol{r}_{12}}{x_0} = \sqrt{\frac{\mu_{12}}{\mu_{13}}}\mu_c\frac{\sqrt{\mu_{13}}\boldsymbol{r}_{13}}{x_0} - \sqrt{\frac{\mu_{12}}{\mu_{24}}}\mu_u\frac{\sqrt{\mu_{24}}\boldsymbol{r}_{24}}{x_0} + \sqrt{\frac{\mu_{12}}{\mu_{13-24}}}\frac{\sqrt{\mu_{13-24}}\boldsymbol{r}_{13-24}}{x_0} \tag{87}$$

$$= \mu_c\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{b_{13}} - \mu_u\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{b_{24}} + \sqrt{2\mu_u\mu_c}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b_{13-24}} \tag{88}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{34}}{b_{34}} = -\mu_u\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{b_{13}} + \mu_c\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{b_{24}} + \sqrt{2\mu_u\mu_c}\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b_{13-24}} \tag{89}$$

$$\frac{\boldsymbol{r}_{12-34}}{b_{12-34}} = \sqrt{2\mu_u\mu_c}\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{b_{13}} + \sqrt{2\mu_u\mu_c}\frac{\boldsymbol{r}_{24}}{b_{24}} + (\mu_u - \mu_c)\frac{\boldsymbol{r}_{13-24}}{b_{13-24}} \tag{90}$$

よって、$q\bar{c}c\bar{q}$ のとき

$$\mu_{10} = \sqrt{\frac{\mu_c}{2}}, \qquad \mu_{01} = \sqrt{\frac{\mu_u}{2}}, \qquad \mu_{00} = \sqrt{\frac{1}{2}} \tag{91}$$

$$\mu'_{10} = \sqrt{\frac{\mu_c}{2}}, \qquad \mu'_{01} = \sqrt{\frac{\mu_u}{2}}, \qquad \mu'_{00} = -\sqrt{\frac{1}{2}} \tag{92}$$

$$\mu''_{10} = \sqrt{\mu_u}, \qquad \mu''_{01} = -\sqrt{\mu_c}, \qquad \mu''_{00} = 0 \tag{93}$$

$$\nu_{10} = \mu_c, \qquad \nu_{01} = -\mu_u, \qquad \nu_{00} = \sqrt{2\mu_u\mu_c} \tag{94}$$

$$\nu'_{10} = -\mu_u, \qquad \nu'_{01} = \mu_c, \qquad \nu'_{00} = \sqrt{2\mu_u\mu_c} \tag{95}$$

$$\nu''_{10} = \sqrt{2\mu_u\mu_c}, \qquad \nu''_{01} = \sqrt{2\mu_u\mu_c}, \qquad \nu''_{00} = \mu_u - \mu_c \tag{96}$$

となる。

3.2 組み替え

$q_1\overline{q}_2q_3\overline{q}_4$ として（q は q または c)、組み替え前の状態を

$$|(\ell_{12}s_{12})j_{12}, (\ell_{34}s_{34})j_{34}; J'\rangle \times |\ell_r\rangle\Big|_{JM} \tag{97}$$

とする。例えば、相対 S-wave の $f_0(980)J/\psi$ 1^{--} は、
$q_1\overline{q}_2q_3\overline{q}_4 = q\overline{q}c\overline{c}$ $\ell_{12} = 1,\ s_{12} = 1,\ j_{12} = 0,\ \ell_{34} = 0,\ s_{34} = 1,\ j_{34} = 1,\ J' = 1,\ \ell_r = 0,\ J = 1$
相対 P-wave の $\overline{D}D^*\phi_P$ 1^{--} は、
$q_1\overline{q}_2q_3\overline{q}_4 = q\overline{c}c\overline{q}$ $\ell_{12} = 0,\ s_{12} = 0,\ j_{12} = 0,\ \ell_{34} = 0,\ s_{34} = 1,\ j_{34} = 1,\ J' = 1,\ \ell_r = 1,\ J = 1$
である。これを組み替えると

$$|(\ell_{12}s_{12})j_{12}, (\ell_{34}s_{34})j_{34}; J'\rangle \times |\ell_r\rangle\Big|_{JM} \tag{98}$$

$$= \sum_{L',S}\begin{bmatrix} \ell_{12} & s_{12} & j_{12} \\ \ell_{34} & s_{34} & j_{34} \\ L' & S & J' \end{bmatrix} |(\ell_{12}\ell_{34})L', (s_{12}s_{34})S; J'\rangle \times |\ell_r\rangle\Big|_{JM} \tag{99}$$

$$= \sum_{L',S}\begin{bmatrix} \ell_{12} & s_{12} & j_{12} \\ \ell_{34} & s_{34} & j_{34} \\ L' & S & J' \end{bmatrix} \sum_{s_{14},s_{32}}(-1)^{-s_{34}-s_{32}}\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & s_{12} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & s_{34} \\ s_{14} & s_{32} & S \end{bmatrix} |(\ell_{12}\ell_{34})L', (s_{14}s_{32})S; J'\rangle \times |\ell_r\rangle\Big|_{JM} \tag{100}$$

ただし、符号は meson を $q\overline{q}$ 型（$\overline{q}q$ でなく）で定義したいので、

$$|(s_3s_4)s_{34}\rangle = (-1)^{s_3+s_4-s_{34}}|(s_4s_3)s_{34}\rangle \tag{101}$$

$$|(s_2s_3)s_{32}\rangle = (-1)^{s_3+s_2-s_{32}}|(s_3s_2)s_{32}\rangle \tag{102}$$

から出てくる。

$$
\begin{aligned}
&|(\ell_{12}s_{12})j_{12},(\ell_{34}s_{34})j_{34};J'\rangle\times|\ell_r\rangle\Big|_{JM} && (103)\\
&=\sum_{L',S}\sum_{s_{14},s_{32}}(-1)^{-s_{34}-s_{32}}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\ \ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\ L'&S&J'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac12&\frac12&s_{12}\\ \frac12&\frac12&s_{34}\\ s_{14}&s_{32}&S\end{bmatrix}\\
&\times\sum_{L}\begin{bmatrix}L'&\ell_r&L\\ S&0&S\\ J'&\ell_r&J\end{bmatrix}|((\ell_{12}\ell_{34})L'\ell_r)L,(s_{14}s_{32})S;JM\rangle && (104)\\
&=\sum_{L',S}\sum_{s_{14},s_{32}}\sum_{L}(-1)^{-s_{34}-s_{32}}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\ \ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\ L'&S&J'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac12&\frac12&s_{12}\\ \frac12&\frac12&s_{34}\\ s_{14}&s_{32}&S\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L'&\ell_r&L\\ S&0&S\\ J'&\ell_r&J\end{bmatrix}\\
&\times\sum_{\ell_{14},\ell_{32},L'',\ell'_r}\mu_{\ell_{14}\ell_{32}}|((\ell_{14}\ell_{32})L''\ell'_r)L,(s_{14}s_{32})S;JM\rangle && (105)\\
&=\sum_{L',L,S}\sum_{s_{14},s_{32}}\sum_{\ell_{14},\ell_{32},L'',\ell'_r}(-1)^{-s_{34}-s_{32}}\mu_{\ell_{14}\ell_{32}}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\ \ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\ L'&S&J'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac12&\frac12&s_{12}\\ \frac12&\frac12&s_{34}\\ s_{14}&s_{32}&S\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L'&\ell_r&L\\ S&0&S\\ J'&\ell_r&J\end{bmatrix}\\
&\times\sum_{J''}\begin{bmatrix}L''&\ell'_r&L\\ S&0&S\\ J''&\ell'_r&J\end{bmatrix}|(\ell_{14}\ell_{32})L''(s_{14}s_{32})S;J''\rangle\times|\ell'_r\rangle\Big|^{J} && (106)\\
&=\sum_{L',L,S}\sum_{s_{14},s_{32}}\sum_{\ell_{14},\ell_{32},L'',\ell'_r}\sum_{J''}(-1)^{-s_{34}-s_{32}}\mu_{\ell_{14}\ell_{32}}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\ \ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\ L'&S&J'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac12&\frac12&s_{12}\\ \frac12&\frac12&s_{34}\\ s_{14}&s_{32}&S\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L'&\ell_r&L\\ S&0&S\\ J'&\ell_r&J\end{bmatrix}\\
&\times\begin{bmatrix}L''&\ell'_r&L\\ S&0&S\\ J''&\ell'_r&J\end{bmatrix}\sum_{j_{14}j_{32}}\begin{bmatrix}\ell_{14}&s_{14}&j_{14}\\ \ell_{32}&s_{32}&j_{32}\\ L''&S&J''\end{bmatrix}|(\ell_{14}s_{14})j_{14}(\ell_{32}s_{32})j_{32};J''\rangle\times|\ell'_r\rangle\Big|^{J} && (107)
\end{aligned}
$$

となる。改めて

$$
\begin{aligned}
&|q_1\overline{q}_2(\ell_{12}s_{12})j_{12};q_3\overline{q}_4(\ell_{34}s_{34})j_{34};J'\rangle\times|\ell_r\rangle\Big|_{JM}\\
&=\sum_{\ell_{14},s_{14},j_{14}}\sum_{\ell_{32},s_{32},j_{32}}\sum_{J'',\ell'_r}c_\alpha\,\mu_{\ell_{14}\ell_{32}}|q_1\overline{q}_4(\ell_{14}s_{14})j_{14};q_3\overline{q}_2(\ell_{32}s_{32})j_{32};J''\rangle\times|\ell'_r\rangle\Big|_{JM} \qquad (108)
\end{aligned}
$$

とおき、$c_\alpha\mu_{\ell_{14}\ell_{32}}$ を計算すると、それが成分。(c_α は表 1)

$$
\begin{aligned}
c_\alpha=&\sum_{L,L',L'',S}(-1)^{-s_{34}-s_{32}}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\ \ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\ L'&S&J'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac12&\frac12&s_{12}\\ \frac12&\frac12&s_{34}\\ s_{14}&s_{32}&S\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ell_{14}&s_{14}&j_{14}\\ \ell_{32}&s_{32}&j_{32}\\ L''&S&J''\end{bmatrix}\\
&\times\begin{bmatrix}L'&\ell_r&L\\ S&0&S\\ J'&\ell_r&J\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L''&\ell'_r&L\\ S&0&S\\ J''&\ell'_r&J\end{bmatrix} \qquad (109)
\end{aligned}
$$

同様に、

$$\left.|(\ell_{12}s_{12})j_{12},(\ell_{34}s_{34})j_{34};J'\rangle\times|\ell_r\rangle\right|_{JM} \tag{110}$$

$$=\sum_{L',S}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\\ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\L'&S&J'\end{bmatrix}\left.|(\ell_{12}\ell_{34})L',(s_{12}s_{34})S;J'\rangle\times|\ell_r\rangle\right|_{JM} \tag{111}$$

$$=\sum_{L',S}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\\ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\L'&S&J'\end{bmatrix}\sum_{s_{13},s_{24}}\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&s_{12}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&s_{34}\\s_{13}&s_{24}&S\end{bmatrix}\left.|(\ell_{12}\ell_{34})L',(s_{13}s_{24})S;J'\rangle\times|\ell_r\rangle\right|_{JM} \tag{112}$$

$$=\sum_{L',S}\sum_{s_{13},s_{24}}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\\ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\L'&S&J'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&s_{12}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&s_{34}\\s_{13}&s_{24}&S\end{bmatrix}\sum_{L}\begin{bmatrix}L'&\ell_r&L\\S&0&S\\J'&\ell_r&J\end{bmatrix}|((\ell_{12}\ell_{34})L'\ell_r)L,(s_{13}s_{24})S;JM\rangle \tag{113}$$

$$=\sum_{L',S}\sum_{s_{13},s_{24}}\sum_{L}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\\ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\L'&S&J'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&s_{12}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&s_{34}\\s_{13}&s_{24}&S\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L'&\ell_r&L\\S&0&S\\J'&\ell_r&J\end{bmatrix}$$

$$\times\sum_{\ell_{13},\ell_{24},L'',\ell'_r}\nu_{\ell_{13}\ell_{24}}|((\ell_{13}\ell_{24})L''\ell'_r)L,(s_{13}s_{24})S;JM\rangle \tag{114}$$

$$=\sum_{L',L,S}\sum_{s_{13},s_{24}}\sum_{\ell_{13},\ell_{24},L'',\ell'_r}\nu_{\ell_{13}\ell_{24}}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\\ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\L'&S&J'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&s_{12}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&s_{34}\\s_{13}&s_{24}&S\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L'&\ell_r&L\\S&0&S\\J'&\ell_r&J\end{bmatrix}$$

$$\times\sum_{J''}\begin{bmatrix}L''&\ell'_r&L\\S&0&S\\J''&\ell'_r&J\end{bmatrix}\left.|(\ell_{13}\ell_{24})L''(s_{13}s_{24})S;J''\rangle\times|\ell'_r\rangle\right|^{J} \tag{115}$$

$$=\sum_{L',L,S}\sum_{s_{13},s_{24}}\sum_{\ell_{13},\ell_{24},L'',\ell'_r}\sum_{J''}\nu_{\ell_{13}\ell_{24}}\begin{bmatrix}\ell_{12}&s_{12}&j_{12}\\\ell_{34}&s_{34}&j_{34}\\L'&S&J'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&s_{12}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&s_{34}\\s_{13}&s_{24}&S\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L'&\ell_r&L\\S&0&S\\J'&\ell_r&J\end{bmatrix}$$

$$\times\begin{bmatrix}L''&\ell'_r&L\\S&0&S\\J''&\ell'_r&J\end{bmatrix}\sum_{j_{13}j_{24}}\begin{bmatrix}\ell_{13}&s_{13}&j_{13}\\\ell_{24}&s_{24}&j_{24}\\L''&S&J''\end{bmatrix}\left.|(\ell_{13}s_{13})j_{13}(\ell_{24}s_{24})j_{24};J''\rangle\times|\ell'_r\rangle\right|^{J} \tag{116}$$

となる。改めて

$$\begin{aligned}&\left.|q_1\overline{q}_2(\ell_{12}s_{12})j_{12};q_3\overline{q}_4(\ell_{34}s_{34})j_{34};J'\rangle\times|\ell_r\rangle\right|_{JM}\\&=\sum_{\ell_{13},s_{13},j_{13}}\sum_{\ell_{24},s_{24},j_{24}}\sum_{J'',\ell'_r}d_\alpha\,\nu_{\ell_{13}\ell_{24}}\left.|q_1\overline{q}_4(\ell_{13}s_{13})j_{13};q_3\overline{q}_2(\ell_{24}s_{24})j_{24};J''\rangle\times|\ell'_r\rangle\right|_{JM}\end{aligned} \tag{117}$$

とおき、$d_\alpha \nu_{\ell_{13}\ell_{24}}$ を計算すると、それが成分。（d_α は表 2）

$$
\begin{aligned}
d_\alpha = \sum_{L,L',L'',S} & \begin{bmatrix} \ell_{12} & s_{12} & j_{12} \\ \ell_{34} & s_{34} & j_{34} \\ L' & S & J' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & s_{12} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & s_{34} \\ s_{13} & s_{24} & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_{13} & s_{13} & j_{13} \\ \ell_{24} & s_{24} & j_{24} \\ L'' & S & J'' \end{bmatrix} \\
\times & \begin{bmatrix} L' & \ell_r & L \\ S & 0 & S \\ J' & \ell_r & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L'' & \ell'_r & L \\ S & 0 & S \\ J'' & \ell'_r & J \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{118}
$$

表 1: c_α for $q\bar{q}c\bar{c}(J=1) \to q\bar{c}c\bar{q}(MM')$。表の縦横に注意。これに $\mu_{\ell\ell}$ がかかるのを忘れないこと。

$(\ell_{14}s_{14})j_{14}$	$(\ell_{32}s_{32})j_{32}$	J'	ℓ_r	MM'	ηh_{c1}	$h_1\eta_c$	$\eta\chi_{c1}$	$f_1\eta_c$	ωh_{c1}	$h_1 J/\psi$	$\omega\chi_{c0}$	$f_0 J/\psi$	$\omega\chi_{c1}$	$f_1 J/\psi$	$\omega\chi_{c2}$	$f_2 J/\psi$	$\eta\eta_c$P	$\eta J/\psi$P	$\omega\eta_c$P	$\omega J/\psi\vert_0$P	$\omega J/\psi\vert_1$P	$\omega J/\psi\vert_2$P
$(00)0\ {}^1S_0$	$(10)1\ {}^1P_1$	1	0	$\overline{D}D_{01}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0
$(00)0\ {}^1S_0$	$(11)1\ {}^3P_1$	1	0	$\overline{D}D_{11}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(10)1\ {}^1P_1$	1	0	$\overline{D}^*D_{01}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)0\ {}^3P_0$	1	0	$\overline{D}^*D_0$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\frac{1}{6}$	0	$\sqrt{\frac{5}{9}}$
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)1\ {}^3P_1$	1	0	$\overline{D}^*D_{11}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)2\ {}^3P_1$	1	0	$\overline{D}^*D_2$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	0	$\frac{1}{6}$
$(10)1\ {}^1P_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	0	$\overline{D}_{01}D$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0
$(11)1\ {}^3P_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	0	$\overline{D}_{11}D$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(10)1\ {}^1P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\overline{D}_{01}D^*$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(11)0\ {}^3P_0$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\overline{D}_0D^*$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\frac{1}{6}$	0	$\sqrt{\frac{5}{9}}$
$(11)1\ {}^3P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\overline{D}_{11}D^*$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{12}}$
$(11)2\ {}^3P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\overline{D}_2D^*$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	0	$\frac{1}{6}$
$(00)0\ {}^1S_0$	$(00)0\ {}^1S_0$	0	1	$\overline{D}D\phi_P$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0
$(00)0\ {}^1S_0$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	1	$\overline{D}D^*\phi_P$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	1	$\overline{D}^*D\phi_P$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	0	1	$(\overline{D}^*D^*)_0\phi_P$	$-\sqrt{\frac{3}{4}}$	$-\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	$-\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	1	$(\overline{D}^*D^*)_1\phi_P$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	2	1	$(\overline{D}^*D^*)_2\phi_P$	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{5}{9}}$	$\sqrt{\frac{5}{9}}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	0	0	0	0	1

表 2: d_α for $q\bar{q}c\bar{c}(J=1) \to qc\overline{qc}(Q\overline{Q}')$。表の縦横に注意。これに $\nu_{\ell\ell}$ がかかるのを忘れないこと。

$(\ell_{13}s_{13})j_{13}$	$(\ell_{24}s_{24})j_{24}$	J'	ℓ_r	$1324'$	ηh_{c1}	$h_1\eta_c$	$\eta\chi_{c1}$	$f_1\eta_c$	ωh_{c1}	$h_1 J/\psi$	$\omega\chi_{c0}$	$f_0 J/\psi$	$\omega\chi_{c1}$	$f_1 J/\psi$	$\omega\chi_{c2}$	$f_2 J/\psi$	$\eta\eta_c$P	$\eta J/\psi$P	$\omega\eta_c$P	$\omega J/\psi\|_0$P	$\omega J/\psi\|_1$P	$\omega J/\psi\|_2$P
$(00)0\ {}^1S_0$	$(10)1\ {}^1P_1$	1	0	$\delta\bar{\delta}_{01}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0
$(00)0\ {}^1S_0$	$(11)1\ {}^3P_1$	1	0	$\delta\bar{\delta}_{11}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(10)1\ {}^1P_1$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_{01}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)0\ {}^3P_0$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_0$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\frac{1}{6}$	0	$\sqrt{\frac{5}{9}}$
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)1\ {}^3P_1$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_{11}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)2\ {}^3P_1$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_2$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	0	$\frac{1}{6}$
$(10)1\ {}^1P_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	0	$\delta_{01}\bar{\delta}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0
$(11)1\ {}^3P_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	0	$\delta_{11}\bar{\delta}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(10)1\ {}^1P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\delta_{01}\bar{\delta}^*$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(11)0\ {}^3P_0$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\delta_0\bar{\delta}^*$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\frac{1}{6}$	0	$\sqrt{\frac{5}{9}}$
$(11)1\ {}^3P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\delta_{11}\bar{\delta}^*$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{12}}$
$(11)2\ {}^3P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\delta_2\bar{\delta}^*$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	0	$\frac{1}{6}$
$(00)0\ {}^1S_0$	$(00)0\ {}^1S_0$	0	1	$\delta\bar{\delta}\phi_P$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0
$(00)0\ {}^1S_0$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	1	$\delta\bar{\delta}^*\phi_P$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	1	$\delta^*\bar{\delta}\phi_P$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	0	1	$(\delta^*\bar{\delta}^*)_0\phi_P$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	1	$(\delta^*\bar{\delta}^*)_1\phi_P$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	2	1	$(\delta^*\bar{\delta}^*)_2\phi_P$	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{5}{9}}$	$\sqrt{\frac{5}{9}}$	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	0	0	0	0	1

表 3: $c_\alpha \mu_{\ell\ell}$ for $q\bar{q}c\bar{c}(J=1) \to q\bar{c}c\bar{q}(MM')$。ただし、$m_u = 0$。表の縦横に注意。

$(\ell_{14}s_{14})j_{14}$	$(\ell_{32}s_{32})j_{32}$	J'	ℓ_r	MM'	ηh_{c1}	$h_1\eta_c$	$\eta\chi_{c1}$	$f_1\eta_c$	ωh_{c1}	$h_1 J/\psi$	$\omega\chi_{c0}$	$f_0 J/\psi$	$\omega\chi_{c1}$	$f_1 J/\psi$	$\omega\chi_{c2}$	$f_2 J/\psi$	$\eta\eta_c$P	$\eta J/\psi$P	$\omega\eta_c$P	$\omega J/\psi\vert_0$P	$\omega J/\psi\vert_1$P	$\omega J/\psi\vert_2$P
$(00)0\ {}^1S_0$	$(10)1\ {}^1P_1$	1	0	$\overline{D}D_{01}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	0	0
$(00)0\ {}^1S_0$	$(11)1\ {}^3P_1$	1	0	$\overline{D}D_{11}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{2}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(10)1\ {}^1P_1$	1	0	$\overline{D}^*D_{01}$	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{2}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)0\ {}^3P_0$	1	0	$\overline{D}^*D_0$	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{72}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{18}}$
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)1\ {}^3P_1$	1	0	$\overline{D}^*D_{11}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{96}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)2\ {}^3P_1$	1	0	$\overline{D}^*D_2$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{32}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{72}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{72}}$
$(10)1\ {}^1P_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	0	$\overline{D}_{01}D$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{3}{8}}$	0	0
$(11)1\ {}^3P_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	0	$\overline{D}_{11}D$	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{2}$	0
$(10)1\ {}^1P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\overline{D}_{01}D^*$	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
$(11)0\ {}^3P_0$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\overline{D}_0D^*$	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{18}}$
$(11)1\ {}^3P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\overline{D}_{11}D^*$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$
$(11)2\ {}^3P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\overline{D}_2D^*$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{32}}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\sqrt{\frac{5}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{72}}$
$(00)0\ {}^1S_0$	$(00)0\ {}^1S_0$	0	1	$\overline{D}D\phi_P$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	0	0	0	0	0	0	0
$(00)0\ {}^1S_0$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	1	$\overline{D}D^*\phi_P$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	1	$\overline{D}^*D\phi_P$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	0	1	$(\overline{D}^*D^*)_0\phi_P$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{6}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{36}}$	0	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	1	$(\overline{D}^*D^*)_1\phi_P$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	2	1	$(\overline{D}^*D^*)_2\phi_P$	0	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{5}{9}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	0	$-\frac{1}{6}$	0	0	0	0	0	0	0

表 4: $c_\alpha \mu_{\ell\ell}$ for $q\bar{q}c\bar{c}(J=1) \to q\bar{c}c\bar{q}(MM')$。ただし、$m_c=0$。表の縦横に注意。

$(\ell_{14}s_{14})j_{14}$	$(\ell_{32}s_{32})j_{32}$	J'	ℓ_r	MM'	ηh_{c1}	$h_1\eta_c$	$\eta\chi_{c1}$	$f_1\eta_c$	ωh_{c1}	$h_1 J/\psi$	$\omega\chi_{c0}$	$f_0 J/\psi$	$\omega\chi_{c1}$	$f_1 J/\psi$	$\omega\chi_{c2}$	$f_2 J/\psi$	$\eta\eta_c$P	$\eta J/\psi$P	$\omega\eta_c$P	$\omega J/\psi\vert_0$P	$\omega J/\psi\vert_1$P	$\omega J/\psi\vert_2$P
$(00)0\ ^1S_0$	$(10)1\ ^1P_1$	1	0	$\overline{D}D_{01}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	0	0
$(00)0\ ^1S_0$	$(11)1\ ^3P_1$	1	0	$\overline{D}D_{11}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{2}$	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(10)1\ ^1P_1$	1	0	$\overline{D}^*D_{01}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{2}$	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(11)0\ ^3P_0$	1	0	$\overline{D}^*D_0$	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{72}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{18}}$
$(01)1\ ^3S_1$	$(11)1\ ^3P_1$	1	0	$\overline{D}^*D_{11}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$
$(01)1\ ^3S_1$	$(11)2\ ^3P_1$	1	0	$\overline{D}^*D_2$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	0	$-\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{72}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{72}}$
$(10)1\ ^1P_1$	$(00)0\ ^1S_0$	1	0	$\overline{D}_{01}D$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{3}{8}}$	0	0
$(11)1\ ^3P_1$	$(00)0\ ^1S_0$	1	0	$\overline{D}_{11}D$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{2}$	0
$(10)1\ ^1P_1$	$(01)1\ ^3S_1$	1	0	$\overline{D}_{01}D^*$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
$(11)0\ ^3P_0$	$(01)1\ ^3S_1$	1	0	$\overline{D}_0D^*$	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{18}}$
$(11)1\ ^3P_1$	$(01)1\ ^3S_1$	1	0	$\overline{D}_{11}D^*$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$
$(11)2\ ^3P_1$	$(01)1\ ^3S_1$	1	0	$\overline{D}_2D^*$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	0	$-\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\sqrt{\frac{5}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{72}}$
$(00)0\ ^1S_0$	$(00)0\ ^1S_0$	0	1	$\overline{D}D\phi_P$	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	0	0	0	0	0	0
$(00)0\ ^1S_0$	$(01)1\ ^3S_1$	1	1	$\overline{D}D^*\phi_P$	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(00)0\ ^1S_0$	1	1	$\overline{D}^*D\phi_P$	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(01)1\ ^3S_1$	0	1	$(\overline{D}^*D^*)_0\phi_P$	0	$-\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(01)1\ ^3S_1$	1	1	$(\overline{D}^*D^*)_1\phi_P$	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(01)1\ ^3S_1$	2	1	$(\overline{D}^*D^*)_2\phi_P$	0	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{5}{9}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	0	$\frac{1}{6}$	0	0	0	0	0	0

表 5: $d_\alpha \nu_{\ell\ell}$ for $q\bar{q}c\bar{c}(J=1) \to qc\overline{qc}(Q\overline{Q}')$。ただし、$m_u=0$。表の縦横に注意。

$(\ell_{13}s_{13})j_{13}$	$(\ell_{24}s_{24})j_{24}$	J'	ℓ_r	$1324'$	ηh_{c1}	$h_1\eta_c$	$\eta\chi_{c1}$	$f_1\eta_c$	ωh_{c1}	h_1J/ψ	$\omega\chi_{c0}$	f_0J/ψ	$\omega\chi_{c1}$	f_1J/ψ	$\omega\chi_{c2}$	f_2J/ψ	$\eta\eta_c$P	$\eta J/\psi$P	$\omega\eta_c$P	$\omega J/\psi\vert_0$P	$\omega J/\psi\vert_1$P	$\omega J/\psi\vert_2$P
$(00)0\ ^1S_0$	$(10)1\ ^1P_1$	1	0	$\delta\bar{\delta}_{01}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	0	0
$(00)0\ ^1S_0$	$(11)1\ ^3P_1$	1	0	$\delta\bar{\delta}_{11}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(10)1\ ^1P_1$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_{01}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{2}$	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(11)0\ ^3P_0$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_0$	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{18}}$
$(01)1\ ^3S_1$	$(11)1\ ^3P_1$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_{11}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$
$(01)1\ ^3S_1$	$(11)2\ ^3P_1$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_2$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	0	$-\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{32}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\sqrt{\frac{5}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{72}}$
$(10)1\ ^1P_1$	$(00)0\ ^1S_0$	1	0	$\delta_{01}\bar{\delta}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	0	0
$(11)1\ ^3P_1$	$(00)0\ ^1S_0$	1	0	$\delta_{11}\bar{\delta}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
$(10)1\ ^1P_1$	$(01)1\ ^3S_1$	1	0	$\delta_{01}\bar{\delta}^*$	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
$(11)0\ ^3P_0$	$(01)1\ ^3S_1$	1	0	$\delta_0\bar{\delta}^*$	0	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{18}}$
$(11)1\ ^3P_1$	$(01)1\ ^3S_1$	1	0	$\delta_{11}\bar{\delta}^*$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$
$(11)2\ ^3P_1$	$(01)1\ ^3S_1$	1	0	$\delta_2\bar{\delta}^*$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{32}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\sqrt{\frac{5}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{72}}$
$(00)0\ ^1S_0$	$(00)0\ ^1S_0$	0	1	$\delta\bar{\delta}\phi_P$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	0	0	0	0	0	0	0
$(00)0\ ^1S_0$	$(01)1\ ^3S_1$	1	1	$\delta\bar{\delta}^*\phi_P$	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(00)0\ ^1S_0$	1	1	$\delta^*\bar{\delta}\phi_P$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(01)1\ ^3S_1$	0	1	$(\delta^*\bar{\delta}^*)_0\phi_P$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	0	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(01)1\ ^3S_1$	1	1	$(\delta^*\bar{\delta}^*)_1\phi_P$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ ^3S_1$	$(01)1\ ^3S_1$	2	1	$(\delta^*\bar{\delta}^*)_2\phi_P$	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{5}{9}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$	0	$\frac{1}{6}$	0	0	0	0	0	0	0

表 6: $d_\alpha \nu_{\ell\ell}$ for $q\bar{q}c\bar{c}(J=1) \to qc\overline{qc}(Q\overline{Q}')$。ただし、$m_c = 0$。表の縦横に注意。

$(\ell_{13}s_{13})j_{13}$	$(\ell_{24}s_{24})j_{24}$	J'	ℓ_r	$1324'$	ηh_{c1}	$h_1\eta_c$	$\eta\chi_{c1}$	$f_1\eta_c$	ωh_{c1}	$h_1 J/\psi$	$\omega\chi_{c0}$	$f_0 J/\psi$	$\omega\chi_{c1}$	$f_1 J/\psi$	$\omega\chi_{c2}$	$f_2 J/\psi$	$\eta\eta_c$P	$\eta J/\psi$P	$\omega\eta_c$P	$\omega J/\psi\vert_0$P	$\omega J/\psi\vert_1$P	$\omega J/\psi\vert_2$P
$(00)0\ {}^1S_0$	$(10)1\ {}^1P_1$	1	0	$\delta\bar{\delta}_{01}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	0	0
$(00)0\ {}^1S_0$	$(11)1\ {}^3P_1$	1	0	$\delta\bar{\delta}_{11}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(10)1\ {}^1P_1$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_{01}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{2}$	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)0\ {}^3P_0$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_0$	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{18}}$
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)1\ {}^3P_1$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_{11}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$
$(01)1\ {}^3S_1$	$(11)2\ {}^3P_1$	1	0	$\delta^*\bar{\delta}_2$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	0	$-\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\sqrt{\frac{5}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{72}}$
$(10)1\ {}^1P_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	0	$\delta_{01}\bar{\delta}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	0	0
$(11)1\ {}^3P_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	0	$\delta_{11}\bar{\delta}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
$(10)1\ {}^1P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\delta_{01}\bar{\delta}^*$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
$(11)0\ {}^3P_0$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\delta_0\bar{\delta}^*$	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{18}}$
$(11)1\ {}^3P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\delta_{11}\bar{\delta}^*$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{1}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$
$(11)2\ {}^3P_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	0	$\delta_2\bar{\delta}^*$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{48}}$	0	0	0	$\sqrt{\frac{5}{96}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{32}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\sqrt{\frac{5}{48}}$	$-\sqrt{\frac{5}{72}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{72}}$
$(00)0\ {}^1S_0$	$(00)0\ {}^1S_0$	0	1	$\delta\bar{\delta}\phi_P$	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	0	0	0	0	0	0
$(00)0\ {}^1S_0$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	1	$\delta\bar{\delta}^*\phi_P$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(00)0\ {}^1S_0$	1	1	$\delta^*\bar{\delta}\phi_P$	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	0	1	$(\delta^*\bar{\delta}^*)_0\phi_P$	0	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	0	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	1	1	$(\delta^*\bar{\delta}^*)_1\phi_P$	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$(01)1\ {}^3S_1$	$(01)1\ {}^3S_1$	2	1	$(\delta^*\bar{\delta}^*)_2\phi_P$	0	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{5}{9}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	0	$\frac{1}{6}$	0	0	0	0	0	0

3.3 c-parity が決まった状態 1^{-C}

$J^{PC}=1^{--}$ は 10 個で、

$$\sqrt{\frac{1}{2}}(\overline{D}D_{01}+\overline{D}_{01}D) \qquad \sqrt{\frac{1}{2}}(\overline{D}^*D_{01}+\overline{D}_{01}D^*) \qquad \sqrt{\frac{1}{2}}(\overline{D}D_{11}-\overline{D}_{11}D) \tag{119}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}}(\overline{D}^*D_{11}-\overline{D}_{11}D^*) \qquad \sqrt{\frac{1}{2}}((\overline{D}^*D_0+\overline{D}_0D^*) \qquad \sqrt{\frac{1}{2}}((\overline{D}^*D_2+\overline{D}_2D^*) \tag{120}$$

$$\overline{D}D\phi_P \qquad \big(\overline{D}D^*-\overline{D}^*D\big)\phi_P \tag{121}$$

$$(\overline{D}^*D^*)_0\phi_P \qquad (\overline{D}^*D^*)_2\phi_P \tag{122}$$

1^{-+} は 8 個で、

$$\sqrt{\frac{1}{2}}(\overline{D}D_{01}-\overline{D}_{01}D) \qquad \sqrt{\frac{1}{2}}(\overline{D}^*D_{01}-\overline{D}_{01}D^*) \qquad \sqrt{\frac{1}{2}}(\overline{D}D_{11}+\overline{D}_{11}D) \tag{123}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}}(\overline{D}^*D_{11}+\overline{D}_{11}D^*) \qquad \sqrt{\frac{1}{2}}((\overline{D}^*D_0-\overline{D}_0D^*) \qquad \sqrt{\frac{1}{2}}((\overline{D}^*D_2-\overline{D}_2D^*) \tag{124}$$

$$\big(\overline{D}D^*+\overline{D}^*D\big)\phi_P \qquad (\overline{D}^*D^*)_1\phi_P \tag{125}$$

3.4 1^{--} 状態間の組み替え

表 7 に変換係数 μc_α をまとめた。ただし μ は x_0 が一定の場合（多分こっちの方が realistic）。$[\overline{D}D']_\pm$ は $\sqrt{\frac{1}{2}}(\overline{D}D'\pm\overline{D}'D)$etc のこと。$\sqrt{\mu_c}=0.9$, $\sqrt{\mu_c}=0.4$ くらい。

これより、たとえば

$$\begin{aligned} f_0(980)J/\psi =& \sqrt{\mu_c}\Big(-\sqrt{\frac{1}{12}}[\overline{D}D_{01}]_+-\sqrt{\frac{1}{6}}[\overline{D}^*D_{01}]_+ \\ &-\sqrt{\frac{1}{6}}[\overline{D}D_{11}]_--\sqrt{\frac{1}{3}}[\overline{D}^*D_{11}]_-+\frac{1}{2}[\overline{D}^*D_0]_+\Big) \\ &+\sqrt{\mu_u}\Big(-\sqrt{\frac{1}{12}}\overline{D}D+\sqrt{\frac{1}{3}}[\overline{D}D^*]_--\frac{1}{6}(\overline{D}^*D^*)_0+\sqrt{\frac{5}{9}}(\overline{D}^*D^*)_2\Big)\phi_P \end{aligned} \tag{126}$$

となり、$f_0(980)J/\psi$ だけの状態は P 波 $D\overline{D}$ に容易に壊れることがわかる。また、1^{--} の組み合わせは、$\overline{D}D_{01}+\overline{D}_{01}D$ 等になることがわかる。

$\overline{D}D$ に壊れないとすると、表 7 から、

- $\eta J/\psi$ または $\omega\eta_c$ の P-wave 励起状態
- $\sqrt{\mu_c}h_1\eta_c+\sqrt{\mu_u}\eta h_{c1}$
- $[\overline{D}D_{01}]_+$ または $[\overline{D}D_{11}]_-$（どちらも $f_0(980)J/\psi$ 成分は小さい。$f_2(1270)$ も $\pi\pi$ や KK に壊れるけれども。$[\overline{D}D_{01}]_+$ なら P-wave で容易に J/ψ に壊れない？）
- $\sqrt{\mu_c}h_1\eta_c-\sqrt{\mu_u}\eta h_{c1}+\sqrt{3}(\sqrt{\mu_c}f_0J/\psi-\sqrt{\mu_u}\omega\chi_{c0})$（これは、$[\overline{D}^*D_{01}]_+$ が一番大きい成分となる状態）

とか。

表 7: μc_α for $q\bar{q}c\bar{c}(J^{PC}=1^{--}) \leftrightarrow MM'$. Threshold energy を計算するときは、D_{01} も D_{11} も観測される D_1 にアサインした。

MM'		$h_1\eta_c$	$f_0 J/\psi$	$f_1 J/\psi$	$f_2 J/\psi$	ηh_{c1}	$\omega\chi_{c0}$	$\omega\chi_{c1}$	$\omega\chi_{c2}$	$\eta J/\psi\phi_P$	$\omega\eta_c\phi_P$
threshold		4154	4087	4379	4373	4073	4198	4294	4339	3645	3767
$[\overline{D}D_{01}]_+$	4291	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{12}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{12}}$	0	0
$[\overline{D}D_{11}]_-$	4291	0	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{6}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{8}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{\mu_u}{6}}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{24}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$[\overline{D}^*D_{01}]_+$	4428	0	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{6}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{8}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{\mu_u}{6}}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{24}}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$[\overline{D}^*D_0]_+$	4325	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{3}}$	0	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{3}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$
$[\overline{D}^*D_{11}]_-$	4428	$-\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{3}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_c}}{4}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{48}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{3}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{4}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{48}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$
$[\overline{D}^*D_2]_+$	4470	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{48}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_c}}{4}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{48}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_u}}{4}$	$-\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$
$\overline{D}D\phi_P$	3740	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{12}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{12}}$	0	0
$[\overline{D}D^*]_-\phi_P$	3877	0	$\sqrt{\frac{\mu_u}{3}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{\mu_c}{3}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{12}}$	0	0
$(\overline{D}^*D^*)_0\phi_P$	4014	$-\sqrt{\frac{3\mu_u}{4}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_u}}{6}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{36}}$	$\sqrt{\frac{3\mu_c}{4}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{6}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{12}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{36}}$	0	0
$(\overline{D}^*D^*)_2\phi_P$	4014	0	$\sqrt{\frac{5\mu_u}{9}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_u}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{6}$	0	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{9}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{12}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_c}}{6}$	0	0

表 8: νd_α for $q\bar{q}c\bar{c}(J^{PC}=1^{--}) \leftrightarrow \delta\bar{\delta}'$. Threshold energy を計算するときは、D_{01} も D_{11} も観測される D_1 にアサインした。

$\delta\bar{\delta}'$	$h_1\eta_c$	$f_0 J/\psi$	$f_1 J/\psi$	$f_2 J/\psi$	ηh_{c1}	$\omega\chi_{c0}$	$\omega\chi_{c1}$	$\omega\chi_{c2}$	$\eta J/\psi\phi_P$	$\omega\eta_c\phi_P$
threshold	4154	4087	4379	4373	4073	4198	4294	4339	3645	3767
$[\delta\bar{\delta}_{01}]_-$	$-\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$\sqrt{\frac{5\mu_u}{12}}$	0	0
$[\delta\bar{\delta}_{11}]_-$	0	$\sqrt{\frac{\mu_c}{6}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{24}}$	0	$\sqrt{\frac{\mu_u}{6}}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{8}}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{24}}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$[\delta^*\bar{\delta}_{01}]_+$	0	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{6}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{8}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{24}}$	0	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{6}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{8}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_u}{24}}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$[\delta^*\bar{\delta}_0]_-$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{12}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{3}}$	0	$\sqrt{\frac{\mu_u}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{3}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$
$[\delta^*\bar{\delta}_{11}]_+$	$-\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{3}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{4}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{48}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{3}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{4}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{48}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$
$[\delta^*\bar{\delta}_2]_-$	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{48}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{4}$	$\sqrt{\frac{5\mu_u}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{48}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_u}}{4}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{24}}$
$\delta\bar{\delta}\phi_P$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{12}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$\sqrt{\frac{5\mu_u}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{12}}$	0	0
$[\delta\bar{\delta}^*]_+\phi_P$	0	$\sqrt{\frac{\mu_u}{3}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_u}}{2}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{3}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_c}}{2}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{12}}$	0	0
$(\delta^*\bar{\delta}^*)_0\phi_P$	$\sqrt{\frac{3\mu_u}{4}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_u}}{6}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{36}}$	$\sqrt{\frac{3\mu_c}{4}}$	$-\frac{\sqrt{\mu_c}}{6}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{36}}$	0	0
$(\delta^*\bar{\delta}^*)_2\phi_P$	0	$\sqrt{\frac{5\mu_u}{9}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_u}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_u}}{6}$	0	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{9}}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{12}}$	$\frac{\sqrt{\mu_c}}{6}$	0	0

表 9: μc_α for $q\bar{q}c\bar{c}(J^{PC}=1^{-+}) \leftrightarrow MM'$.

MM'		$\eta\chi_{c1}$	ωh_{c1}	$f_1\eta_c$	$h_1 J/\psi$	$\eta\eta_c$P	$\omega J/\psi\vert_0$P	$\omega J/\psi\vert_1$P	$\omega J/\psi\vert_2$P
threshold									
$[\overline{D}D_{01}]_-$	4291	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0
$[\overline{D}D_{11}]_+$	4291	$\sqrt{\frac{\mu_u}{4}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{4}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{4}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{4}}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$[\overline{D}^*D_{01}]_-$	4428	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{4}}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{4}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{4}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{4}}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$[\overline{D}^*D_0]_-$	4325	$\sqrt{\frac{\mu_u}{6}}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{6}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{6}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{36}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{9}}$
$[\overline{D}^*D_{11}]_+$	4428	$\sqrt{\frac{\mu_u}{8}}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{8}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{8}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{12}}$
$[\overline{D}^*D_2]_-$	4470	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{24}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{24}}$	$-\sqrt{\frac{5\mu_c}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$\sqrt{\frac{5}{36}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{36}}$
$[\overline{D}D^*]_+\phi_P$	3877	$\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}$	0	0	0	0
$(\overline{D}^*D^*)_1\phi_P$	4014	$\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}$	0	0	0	0

表 10: νd_α for $q\bar{q}c\bar{c}(J^{PC}=1^{-+}) \leftrightarrow \delta\bar{\delta}'$.

$\delta\bar{\delta}'$	$\eta\chi_{c1}$	ωh_{c1}	$f_1\eta_c$	$h_1 J/\psi$	$\eta\eta_c$P	$\omega J/\psi\vert_0$P	$\omega J/\psi\vert_1$P	$\omega J/\psi\vert_2$P
threshold								
$[\delta\bar{\delta}_{01}]_+$	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	0	0
$[\delta\bar{\delta}_{11}]_+$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{4}}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{4}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{4}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{4}}$	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$[\delta^*\bar{\delta}_{01}]_-$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{4}}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{4}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{4}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{4}}$	0	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0
$[\delta^*\bar{\delta}_0]_+$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{6}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{6}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{6}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{36}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{9}}$
$[\delta^*\bar{\delta}_{11}]_-$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{8}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{8}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{8}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	0	$-\sqrt{\frac{5}{12}}$
$[\delta^*\bar{\delta}_2]_+$	$-\sqrt{\frac{5\mu_u}{24}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_u}{24}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{24}}$	$\sqrt{\frac{5\mu_c}{24}}$	$\sqrt{\frac{5}{12}}$	$-\sqrt{\frac{5}{36}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{36}}$
$[\delta\bar{\delta}^*]_-\phi_P$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}$	$\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}$	0	0	0	0
$(\delta^*\bar{\delta}^*)_1\phi_P$	$-\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}$	$\sqrt{\frac{\mu_c}{2}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}$	$-\sqrt{\frac{\mu_u}{2}}$	0	0	0	0

3.5 color part

$q_1\overline{q}_2q_3\overline{q}_4$ として、全体で color-singlet になるのは、独立なものが 2 つある。

$$|(12)1\rangle = |(q_1\overline{q}_2)c^1(q_3\overline{q}_4)c^1; c^1\rangle \tag{127}$$

$$|(12)8\rangle = |(q_1\overline{q}_2)c^8(q_3\overline{q}_4)c^8; c^1\rangle \tag{128}$$

あるいは

$$|(14)1\rangle = |(q_1\overline{q}_4)c^1(q_3\overline{q}_2)c^1; c^1\rangle \tag{129}$$

$$|(14)8\rangle = |(q_1\overline{q}_4)c^8(q_3\overline{q}_2)c^8; c^1\rangle \tag{130}$$

あるいは

$$|(13)\bar{3}\rangle = |(q_1q_3)c^{\bar{3}}(\overline{q}_2\overline{q}_4)c^3; c^1\rangle \tag{131}$$

$$|(13)6\rangle = |(q_1q_3)c^6(\overline{q}_2\overline{q}_4)c^{\bar{6}}; c^1\rangle \tag{132}$$

これらは互いに変換できて

$$\begin{pmatrix} |(12)1\rangle \\ |(12)8\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{9}} & \sqrt{\frac{8}{9}} \\ \sqrt{\frac{8}{9}} & -\sqrt{\frac{1}{9}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |(14)1\rangle \\ |(14)8\rangle \end{pmatrix} \qquad = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{1}{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |(13)\bar{3}\rangle \\ |(13)6\rangle \end{pmatrix} \tag{133}$$

$$\begin{pmatrix} |(14)1\rangle \\ |(14)8\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{9}} & \sqrt{\frac{8}{9}} \\ \sqrt{\frac{8}{9}} & -\sqrt{\frac{1}{9}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |(12)1\rangle \\ |(12)8\rangle \end{pmatrix} \qquad = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \\ -\sqrt{\frac{2}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |(13)\bar{3}\rangle \\ |(13)6\rangle \end{pmatrix} \tag{134}$$

$$\begin{pmatrix} |(13)\bar{3}\rangle \\ |(13)6\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{1}{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |(12)1\rangle \\ |(12)8\rangle \end{pmatrix} \qquad = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{3}} & -\sqrt{\frac{2}{3}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |(14)1\rangle \\ |(14)8\rangle \end{pmatrix} \tag{135}$$

これらによる、$\lambda_i \cdot \lambda_j$ の期待値を表 11 にまとめた。ただし、

$$\langle(12)1|\lambda_i \cdot \lambda_j|(12)8\rangle = 0 \quad \text{for } ij = 12 \text{ or } 34 \tag{136}$$

$$\langle(14)1|\lambda_i \cdot \lambda_j|(14)8\rangle = 0 \quad \text{for } ij = 14 \text{ or } 23 \tag{137}$$

$$\langle(13)\bar{3}|\lambda_i \cdot \lambda_j|(13)6\rangle = 0 \quad \text{for } ij = 13 \text{ or } 24 \tag{138}$$

（他はノンゼロだけど、使わないので）より、表は diagonal のみ。

3.6 matrix elements

結局、spin と color を含めると独立な two-meson 状態としては、$\overline{D}D$ 系（$\overline{D}$ と D それぞれが color-singlet）$q\overline{q}c\overline{c}$ 系（$q\overline{q}$ と $c\overline{c}$ それぞれが color-singlet）の２０個になる。それぞれを ϕ_D^a と ϕ_ψ^a（$a = 1 - 10$）と略記する。また、ϕ_δ^a も使う。完全直交系は

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_{a=1\sim10,\beta=1,8} |\phi_D^a; C_{14,\beta}\rangle\langle\phi_D^a; C_{14,\beta}| = \sum_{a=1\sim10,\beta=1,8} |\phi_\phi^a; C_{12,\beta}\rangle\langle\phi_\phi^a; C_{12,\beta}| \\ &= \sum_{a=1\sim10,\beta=\bar{3},6} |\phi_\delta^a; C_{13,\beta}\rangle\langle\phi_\delta^a; C_{13,\beta}| \end{aligned} \tag{139}$$

表 11: $\langle\lambda_i\cdot\lambda_j\rangle$

ij	12	13	14	23	24	34
$\langle(12)1\|\lambda_i\cdot\lambda_j\|(12)1\rangle$	$-\frac{16}{3}$	0	0	0	0	$-\frac{16}{3}$
$\langle(12)8\|\lambda_i\cdot\lambda_j\|(12)8\rangle$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{14}{3}$	$-\frac{14}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\langle(14)1\|\lambda_i\cdot\lambda_j\|(14)1\rangle$	0	0	$-\frac{16}{3}$	$-\frac{16}{3}$	0	0
$\langle(14)8\|\lambda_i\cdot\lambda_j\|(14)8\rangle$	$-\frac{14}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{14}{3}$
$\langle(13)\bar{3}\|\lambda_i\cdot\lambda_j\|(13)\bar{3}\rangle$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{4}{3}$
$\langle(13)6\|\lambda_i\cdot\lambda_j\|(13)6\rangle$	$-\frac{10}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{10}{3}$	$-\frac{10}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{10}{3}$

3.6.1 Norm

Norm は、

$$\langle\phi_D^a;C_{14,1}|\phi_D^b;C_{14,1}\rangle=\delta_{ab} \tag{140}$$

$$\langle\phi_\psi^a;C_{12,1}|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle=\delta_{ab} \tag{141}$$

$$\langle\phi_D^a;C_{14,1}|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle=\langle C_{14,1}|C_{12,1}\rangle\langle\phi_D^a|\phi_\psi^b\rangle=\sqrt{\frac{1}{9}}\langle\phi_D^a|\phi_\psi^b\rangle \tag{142}$$

$\langle\phi_D^a|\phi_\psi^b\rangle$ は、表 7。

3.6.2 Operators (central)

まず、中心力の期待値を見る。

$$V_{\text{coul}}=\sum_{i<j}c_{\text{coul}}\mathcal{O}'_{ij}\Lambda_{ij}=\sum_{i<j}\frac{\alpha_s}{4r_{ij}}(\lambda_i\cdot\lambda_j) \tag{143}$$

$$c_{\text{coul}}=\frac{\alpha_s}{4},\qquad \mathcal{O}'_{ij}=\frac{1}{r_{ij}} \tag{144}$$

$$V_{\text{CMI}}=\sum_{i<j}-c_{\text{cmi}}\mathcal{O}_{ij}\Sigma_{ij}\Lambda_{ij}=\sum_{i<j}-\frac{\alpha_s^{ss}}{4}\frac{2\pi}{3m_im_j}(\sigma_i\cdot\sigma_j)\delta^3(\boldsymbol{r}_{ij})(\lambda_i\cdot\lambda_j) \tag{145}$$

$$c_{\text{cmi}}=\frac{\alpha_s^{ss}}{4}\frac{2\pi}{3m_im_j},\qquad \mathcal{O}_{ij}=\delta^3(\boldsymbol{r}_{ij})\Sigma_{ij}=(\sigma_i\cdot\sigma_j) \tag{146}$$

$$\Lambda_{ij}=(\lambda_i\cdot\lambda_j) \tag{147}$$

λ は antiquark に対しては $(-{}^t\lambda)$。
いま、V_{coul},V_{CMI} の各 $q\bar{q}$ meson での期待値を

$$A_D=\langle D|V_{\text{coul}}|D\rangle=-\frac{16}{3}\langle D|c_{\text{coul}}\mathcal{O}'|D\rangle \tag{148}$$

$$\Delta_D=\langle D|V_{\text{CMI}}|D\rangle=-\frac{16}{3}\langle D|c_{\text{cmi}}\mathcal{O}|D\rangle\langle\Sigma\rangle \tag{149}$$

などと書く。軌道部分は α_s が定数の場合、

$$\langle q\bar{q}(0s)|\mathcal{O}'|q\bar{q}(0s)\rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{2\sqrt{\mu}}{x_0} \tag{150}$$

$$\langle q\bar{q}(0p)|\mathcal{O}'|q\bar{q}(0p)\rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{4\sqrt{\mu}}{3x_0} \tag{151}$$

$\alpha_s = \sum_k \alpha_k \mathrm{erf}[\gamma_k r]$ の場合、

$$\langle q\bar{q}(0s)|\mathcal{O}'|q\bar{q}(0s)\rangle = \sum_k \alpha_k \sqrt{\frac{2}{\pi}} 2\sqrt{\mu}\frac{\gamma_k}{\sqrt{2\mu+\gamma_k^2 x_0^2}} \to (\sum_k \alpha_k)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{2\sqrt{\mu}}{x_0} \quad (\text{all } \gamma_k \to \infty) \tag{152}$$

$$\langle q\bar{q}(0p)|\mathcal{O}'|q\bar{q}(0p)\rangle = \sum_k \alpha_k \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{4\sqrt{\mu}}{3}\frac{\gamma_k(3\mu+\gamma_k^2 x_0^2)}{\sqrt{2\mu+\gamma_k^2 x_0^2}^3} \to (\sum_k \alpha_k)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{4\sqrt{\mu}}{3x_0} \quad (\text{all } \gamma_k \to \infty) \tag{153}$$

δ 関数は

$$\langle q\bar{c}(0s)|\mathcal{O}|q\bar{c}(0s)\rangle = \sqrt{\frac{2\mu}{\pi x_0^2}}^3 \tag{154}$$

$$\langle q\bar{c}(0p)|\mathcal{O}|q\bar{c}(0p)\rangle = 0 \tag{155}$$

となる。

2meson 系での期待値は

$$\langle \phi_D^a; C_{14,1}|V_{\mathrm{coul}}|\phi_D^b; C_{14,1}\rangle = \sum_{i<j} c_{\mathrm{coul}} \langle \phi_D^a|\mathcal{O}'_{ij}|\phi_D^a\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{ij}|C_{14,1}\rangle\delta^{ab} \tag{156}$$

$$= c_{\mathrm{coul}}(\langle \phi_D^a|\mathcal{O}'_{14}|\phi_D^a\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle + \langle \phi_D^a|\mathcal{O}'_{23}|\phi_D^a\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{23}|C_{14,1}\rangle)\delta^{ab} \tag{157}$$

spin を変えないので δ^{ab} が付く。

ϕ_D^a が $[DD']_\pm$ のとき、

$$\langle \phi_D^a|\mathcal{O}'_{14[23]}|\phi_D^a\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{14[23]}|C_{14,1}\rangle = \frac{1}{2}(\langle \overline{D}D'|\mathcal{O}'_{14[23]}|\overline{D}D'\rangle + \langle \overline{D}'D|\mathcal{O}'_{14[23]}|\overline{D}'D\rangle)\langle C_{14,1}|\Lambda_{14[23]}|C_{14,1}\rangle \tag{158}$$

よって、ϕ_D^a が $[DD']_\pm$ のとき、

$$\langle \phi_D^a; C_{14,1}|V_{\mathrm{coul}}|\phi_D^a; C_{14,1}\rangle = \frac{1}{2}(A_{\overline{D}} + A_{\overline{D}'} + A_D + A_{D'}) \tag{159}$$

$$\langle \phi_D^a; C_{14,1}|V_{\mathrm{CMI}}|\phi_D^a; C_{14,1}\rangle = \frac{1}{2}(\Delta_{\overline{D}} + \Delta_D) \tag{160}$$

ただし、operator が Delta 関数のため、$\Delta_{D'} = 0$ となる。

ϕ_D^a が $(\overline{D}^* D^*)_J\phi_P$ のとき、

$$\langle \phi_D^a|\mathcal{O}'_{14}|\phi_D^a\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle = \langle (\overline{D}^* D^*)_J\phi_P|\mathcal{O}'_{14}|(\overline{D}^* D^*)_J\phi_P\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle \tag{161}$$

$$= A_{\overline{D}^*} \tag{162}$$

よって

$$\langle \phi_D^a; C_{14,1}|V_{\mathrm{coul}}|\phi_D^a; C_{14,1}\rangle = A_{\overline{D}^*} + A_{D^*} \tag{163}$$

$$\langle \phi_D^a; C_{14,1}|V_{\mathrm{CMI}}|\phi_D^a; C_{14,1}\rangle = \Delta_{\overline{D}^*} + \Delta_{D^*} \tag{164}$$

同様に、ϕ_ψ^a は、

$$\begin{aligned}
\langle\phi_\psi^a; C_{12,1}|V_{\mathrm{coul}}|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle &= \langle\phi_\psi^a|\mathcal{O}'_{12}|\phi_\psi^a\rangle\langle C_{12,1}|\Lambda_{12}|C_{12,1}\rangle\delta^{ab} + \langle\phi_\psi^a|\mathcal{O}'_{34}|\phi_\psi^a\rangle\langle C_{12,1}|\Lambda_{34}|C_{12,1}\rangle\delta^{ab} \\
&= (A_{q\bar{q}} + A_{c\bar{c}})^a\delta^{ab} \qquad (165)
\end{aligned}$$

$$\langle\phi_\psi^a; C_{12,1}|V_{\mathrm{CMI}}|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle = (\Delta_{q\bar{q}} + \Delta_{c\bar{c}})^a\delta^{ab} \qquad (166)$$

off-diagonal は、

$$\langle\phi_D^a; C_{14,1}|V_{\mathrm{coul}}|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle = f_1 + f_2 + f_3 \qquad (167)$$

$$f_1 = \langle\phi_D^a; C_{14,1}|c_{\mathrm{coul}}(\mathcal{O}'_{14}\Lambda_{14} + \mathcal{O}'_{23}\Lambda_{23})|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (168)$$

$$f_2 = \langle\phi_D^a; C_{14,1}|c_{\mathrm{coul}}(\mathcal{O}'_{12}\Lambda_{12} + \mathcal{O}'_{34}\Lambda_{34})|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (169)$$

$$f_3 = \langle\phi_D^a; C_{14,1}|c_{\mathrm{coul}}(\mathcal{O}'_{13}\Lambda_{13} + \mathcal{O}'_{24}\Lambda_{24})|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (170)$$

完全系を入れて、eq. (137) より、color-octet への mat ele が無いことを使うと、

$$f_1 = \langle\phi_D^a; C_{14,1}|c_{\mathrm{coul}}(\mathcal{O}'_{14}\Lambda_{14} + \mathcal{O}'_{23}\Lambda_{23})\Big(\sum_{c=1\sim10,\beta=1,8}|\phi_D^c; C_{14,\beta}\rangle\langle\phi_D^c; C_{14,\beta}|\Big)|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (171)$$

$$= \langle\phi_D^a; C_{14,1}|c_{\mathrm{coul}}(\mathcal{O}'_{14}\Lambda_{14} + \mathcal{O}'_{23}\Lambda_{23})|\phi_D^a; C_{14,1}\rangle\langle\phi_D^a; C_{14,1}|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (172)$$

$$= \frac{1}{2}(A_{\overline{D}} + A_{\overline{D}'} + A_D + A_{D'})^a\sqrt{\frac{1}{9}}\langle\phi_D^a|\phi_\psi^b\rangle \qquad (173)$$

$$f_2 = \langle\phi_D^a; C_{14,1}|\Big(\sum_{c=1\sim10,\beta=1,8}|\phi_\psi^c; C_{12,\beta}\rangle\langle\phi_\psi^c; C_{12,\beta}|\Big)c_{\mathrm{coul}}c_{\mathrm{coul}}(\mathcal{O}'_{12}\Lambda_{12} + \mathcal{O}'_{34}\Lambda_{34})|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (174)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{9}}\langle\phi_D^a|\phi_\psi^b\rangle(A_{q\bar{q}} + A_{c\bar{c}})^b \qquad (175)$$

$$f_3 = \langle\phi_D^a; C_{14,1}|\Big(\sum_{c=1\sim10,\beta=\bar{3},6}|\phi_\delta^c; C_{13,\beta}\rangle\langle\phi_\delta^c; C_{13,\beta}|\Big)c_{\mathrm{coul}}(\mathcal{O}'_{13}\Lambda_{13} + \mathcal{O}'_{24}\Lambda_{24})\Big(\sum_{d\beta'}|\phi_\delta^d; C_{13,\beta'}\rangle\langle\phi_\delta^d; C_{13,\beta'}|\Big)|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (176)$$

$$= \sum_{c=1\sim10,\beta=\bar{3},6}\langle\phi_D^a; C_{14,1}|\phi_\delta^c; C_{13,\beta}\rangle\langle\phi_\delta^c; C_{13,\beta}|c_{\mathrm{coul}}(\mathcal{O}'_{13}\Lambda_{13} + \mathcal{O}'_{24}\Lambda_{24})|\phi_\delta^c; C_{13,\beta}\rangle\langle\phi_\delta^c; C_{13,\beta}|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (177)$$

$$= \frac{8}{9}\sum_c\langle\phi_D^a|\phi_\delta^c\rangle\langle\phi_\delta^c\phi_\psi^b\rangle\langle\phi_\delta^c|c_{\mathrm{coul}}(\mathcal{O}'_{13} + \mathcal{O}'_{24})|\phi_\delta^c\rangle \qquad (178)$$

$$= \sum_c\langle\phi_D^a|\phi_\delta^c\rangle\langle\phi_\delta^c\phi_\psi^b\rangle(-\frac{1}{6})(A_D + A_{D'})^c \qquad (179)$$

ただし、最後の行は 13 間の orbital wave function が 14 間のものと同じ $(0s)^4$ とした。また、

$$\langle C_{14,1}|C_{13,\beta}\rangle\langle C_{13,\beta}|\Lambda_{13}|C_{13,\beta}\rangle\langle C_{13,\beta}|C_{12,1}\rangle = \frac{8}{9}\ \text{for}\ \beta = \bar{3}, 6 \qquad (180)$$

$$\langle C_{14,1}|C_{13,\beta}\rangle\langle C_{13,\beta}|\Lambda_{24}|C_{13,\beta}\rangle\langle C_{13,\beta}|C_{12,1}\rangle = \frac{8}{9}\ \text{for}\ \beta = \bar{3}, 6 \qquad (181)$$

を用いた。

3.6.3 Operators (spin-orbit)

$$V_{\mathrm{LS}} = \sum_{i<j} \mathcal{O}''_{ij}(c_{\mathrm{sls}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{SLS}} + c_{\mathrm{als}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{ALS}})\Lambda_{ij} \tag{182}$$

$$\mathcal{O}''_{ij} = \frac{1}{r_{ij}^3} \tag{183}$$

$$c_{\mathrm{sls}} = -\frac{\alpha_s}{16}\left(\frac{1}{m_i^2} + \frac{1}{m_j^2} + \frac{4}{m_i m_j}\right) \tag{184}$$

$$c_{\mathrm{als}} = -\frac{\alpha_s}{16}\left(\frac{1}{m_i^2} - \frac{1}{m_j^2}\right) \tag{185}$$

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{SLS}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_i + \boldsymbol{\sigma}_j}{2} \cdot i[\boldsymbol{r}_{ij} \times \boldsymbol{p}_{ij}] \tag{186}$$

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{ALS}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_i - \boldsymbol{\sigma}_j}{2} \cdot i[\boldsymbol{r}_{ij} \times \boldsymbol{p}_{ij}] \tag{187}$$

ここで、

$$\boldsymbol{r}_{ij} = \boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j \tag{188}$$

$$\boldsymbol{p}_{ij} = (m_j\boldsymbol{p}_i - m_i\boldsymbol{p}_j)/(m_i + m_j) \tag{189}$$

いま、V_{LS} の各 $q\bar{q}$ meson での期待値を

$$S_{D_{\ell s' j;\ell s j}} = \langle D_{\ell s' j}|V_{\mathrm{LS}}|D_{\ell s j}\rangle = -\frac{16}{3}\langle D_{\ell s' j}|\mathcal{O}'' c_{\mathrm{sls}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{SLS}}|D_{\ell s j}\rangle \tag{190}$$

などと書く。軌道部分は α_s が定数の場合、

$$\langle q\bar{q}(0p)|\mathcal{O}''|q\bar{q}(0p)\rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{8\sqrt{\mu}^3}{3x_0^3} \tag{191}$$

$\alpha_s = \sum_k \alpha_k \mathrm{erf}[\gamma_k r]$ の場合、

$$\langle q\bar{q}(0p)|\mathcal{O}''|q\bar{q}(0p)\rangle = \sum_k \alpha_k \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{8\sqrt{\mu}^3}{3}\frac{\gamma_k}{x_0^2\sqrt{2\mu + \gamma_k^2 x_0^2}} \to \left(\sum_k \alpha_k\right)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{8\sqrt{\mu}^3}{3x_0^3} \quad (\text{all } \gamma_k \to \infty) \tag{192}$$

$\boldsymbol{L}_{\mathrm{ALS}}$ があるために、$D(^3P_1)$ と $D(^1P_1)$ 間は non zero である。Spin-angular momentum part を計算する。Σ を spin に関する 1 階の operator とすると、

$$\langle(\ell s')jm|(\boldsymbol{L}\cdot\Sigma)|(\ell s)jm\rangle = -\sqrt{3}\sqrt{2j+1}\begin{Bmatrix} \ell & s & j \\ 1 & 1 & 0 \\ \ell & s' & j \end{Bmatrix}\langle\ell||L||\ell\rangle\langle s'||\Sigma^1||s\rangle \tag{193}$$

$$= -\sqrt{3}\sqrt{2j+1}\begin{Bmatrix} \ell & s' & j \\ \ell & s & j \\ 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix}\sqrt{\ell(\ell+1)(2\ell+1)}\langle s'||\Sigma^1||s\rangle \tag{194}$$

ここで、

$$\langle s'||\frac{1}{2}[\sigma_1+\sigma_2]^1||s\rangle = \delta_{ss'}\sqrt{s(s+1)(2s+1)} = \begin{cases} 0 & s=0 \\ \sqrt{6} & s=1 \end{cases} \tag{195}$$

$$\langle s'=1||\frac{1}{2}[\sigma_1-\sigma_2]^1||s=0\rangle = \sqrt{3} \tag{196}$$

$$\langle s'=0||\frac{1}{2}[\sigma_1-\sigma_2]^1||s=1\rangle = -\sqrt{3} \tag{197}$$

これより、P-wave system については

$$\langle(\ell s')jm|(\boldsymbol{L}\cdot\frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}_1+\boldsymbol{\sigma}_2))|(\ell s)jm\rangle = \begin{cases} -2 & j=0 \\ -1 & j=1 \\ 1 & j=2 \end{cases} \tag{198}$$

（これは

$$\langle\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{S}\rangle = \frac{1}{2}(j(j+1)-\ell(\ell+1)-s(s+1))$$

に一致。）また、

$$\langle(\ell s')jm|(\boldsymbol{L}\cdot\frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}_1-\boldsymbol{\sigma}_2))|(\ell s)jm\rangle = \begin{cases} -\sqrt{2} & j=1, s=1, s'=0 \text{ or } j=1, s=0, s'=1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{199}$$

となる。

3.6.4 Symmetric LS

Symmetric LS については、central とほぼ同じで、2meson 系での期待値は

$$\langle\phi_D^a;C_{14,1}|V_{\mathrm{LS}}|\phi_D^b;C_{14,1}\rangle = \sum_{i<j}\langle\phi_D^a|c_{\mathrm{sls}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{SLS}}\mathcal{O}''_{ij}|\phi_D^b\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{ij}|C_{14,1}\rangle\delta^{ab} \tag{200}$$

$$= \langle\phi_D^a|\mathcal{O}''_{14}c_{\mathrm{sls}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{SLS}}|\phi_D^a\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle\delta^{ab} + \langle\phi_D^a|\mathcal{O}''_{23}c_{\mathrm{sls}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{SLS}}|\phi_D^a\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{23}|C_{14,1}\rangle\delta^{ab} \tag{201}$$

spin を変えないので δ^{ab} が付く。

ϕ_D^a が $[\overline{D}D']_\pm$ のとき、

$$\langle\phi_D^a|\mathcal{O}'_{14}|\phi_D^a\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle = \frac{1}{2}(\langle\overline{D}D'|\mathcal{O}'_{14}|\overline{D}D'\rangle + \langle\overline{D}'D|\mathcal{O}'_{14}|\overline{D}'D\rangle)\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle \tag{202}$$

$$\langle\phi_D^a|\mathcal{O}'_{23}|\phi_D^a\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{23}|C_{14,1}\rangle = \frac{1}{2}(\langle\overline{D}D'|\mathcal{O}'_{23}|\overline{D}D'\rangle + \langle\overline{D}'D|\mathcal{O}'_{23}|\overline{D}'D\rangle)\langle C_{14,1}|\Lambda_{23}|C_{14,1}\rangle \tag{203}$$

よって、ϕ_D^a が $[\overline{D}D']_\pm$ のとき、

$$\langle\phi_D^a;C_{14,1}|V_{\mathrm{LS}}|\phi_D^a;C_{14,1}\rangle = \frac{1}{2}(S_{\overline{D}'}+S_{D'}) \tag{204}$$

ϕ_D^a が $(\overline{D}^*D^*)_J\phi_P$ のとき、

$$\langle\phi_D^a|\mathcal{O}''_{14}|\phi_D^b\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle = \langle\phi_D^a|\mathcal{O}''_{23}|\phi_D^b\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{23}|C_{14,1}\rangle = 0 \tag{205}$$

よって、

$$\langle\phi_D^a;C_{14,1}|V_{\rm LS}|\phi_D^a;C_{14,1}\rangle = 0 \tag{206}$$

同様に、ϕ_ψ^a は、$c\bar{c}$ が P-wave の場合、

$$\begin{aligned}\langle\phi_\psi^a;C_{12,1}|V_{\rm LS}|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle &= \langle\phi_\psi^a|\mathcal{O}''_{12}c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}|\phi_\psi^a\rangle\langle C_{12,1}|\Lambda_{12}|C_{12,1}\rangle\delta^{ab} + \langle\phi_\psi^a|\mathcal{O}''_{34}c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}|\phi_\psi^a\rangle\langle C_{12,1}|\Lambda_{34}|C_{12,1}\rangle\delta^{ab} \\ &= (S_{c\bar{c}})^a\delta^{ab} \end{aligned}\tag{207}$$

off-diagonal は、

$$\langle\phi_D^a;C_{14,1}|V_{\rm LS}|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle = f_1+f_2+f_3 \tag{208}$$

$$f_1 = \langle\phi_D^a;C_{14,1}|c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}(\mathcal{O}''_{14}\Lambda_{14}+\mathcal{O}''_{23}\Lambda_{23})|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle \tag{209}$$

$$f_2 = \langle\phi_D^a;C_{14,1}|c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}(\mathcal{O}''_{12}\Lambda_{12}+\mathcal{O}''_{34}\Lambda_{34})|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle \tag{210}$$

$$f_3 = \langle\phi_D^a;C_{14,1}|c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}(\mathcal{O}''_{13}\Lambda_{13}+\mathcal{O}''_{24}\Lambda_{24})|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle \tag{211}$$

完全系を入れて

$$\begin{aligned} f_1 &= \langle\phi_D^a;C_{14,1}|c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}(\mathcal{O}'_{14}\Lambda_{14}+\mathcal{O}'_{23}\Lambda_{23})\Big(\sum_{c=1\sim10,\beta=1,8}|\phi_D^c;C_{14,\beta}\rangle\langle\phi_D^c;C_{14,\beta}|\Big)|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle \\ &= \langle\phi_D^a;C_{14,1}|c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}(\mathcal{O}'_{14}\Lambda_{14}+\mathcal{O}'_{23}\Lambda_{23})|\phi_D^a;C_{14,1}\rangle\langle\phi_D^a;C_{14,1}|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle \qquad (212) \\ &= \frac{1}{2}(S_{\overline{D}'}+S_{D'})^a\sqrt{\frac{1}{9}}\langle\phi_D^a|\phi_\psi^b\rangle \qquad (213) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2 &= \langle\phi_D^a;C_{14,1}|\Big(\sum_{c=1\sim10,\beta=1,8}|\phi_\psi^c;C_{12,\beta}\rangle\langle\phi_\psi^c;C_{12,\beta}|\Big)c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}(\mathcal{O}''_{12}\Lambda_{12}+\mathcal{O}''_{34}\Lambda_{34})|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle \\ &= \sqrt{\frac{1}{9}}\langle\phi_D^a|\phi_\psi^b\rangle(S_{c\bar{c}})^b \qquad (214) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3 &= \langle\phi_D^a;C_{14,1}|\Big(\sum_{c=1\sim10,\beta=\bar{3},6}|\phi_\delta^c;C_{13,\beta}\rangle\langle\phi_\delta^c;C_{13,\beta}|\Big)c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}(\mathcal{O}''_{13}\Lambda_{13}+\mathcal{O}''_{24}\Lambda_{24}) \\ &\quad\times\Big(\sum_{d\beta'}|\phi_\delta^d;C_{13,\beta'}\rangle\langle\phi_\delta^d;C_{13,\beta'}|\Big)|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle \qquad (215) \\ &= \sum_{c=1\sim10,\beta=\bar{3},6}\langle\phi_D^a;C_{14,1}|\phi_\delta^c;C_{13,\beta}\rangle\langle\phi_\delta^c;C_{13,\beta}|c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}(\mathcal{O}''_{13}\Lambda_{13}+\mathcal{O}''_{24}\Lambda_{24})|\phi_\delta^c;C_{13,\beta}\rangle\langle\phi_\delta^c;C_{13,\beta}|\phi_\psi^b;C_{12,1}\rangle \\ &\qquad (216) \\ &= \frac{8}{9}\sum_c\langle\phi_D^a|\phi_\delta^c\rangle\langle\phi_\delta^c|\phi_\psi^b\rangle\langle\phi_\delta^c|c_{\rm sls}\boldsymbol{L}_{\rm SLS}(\mathcal{O}''_{13}+\mathcal{O}''_{24})|\phi_\delta^c\rangle \qquad (217) \end{aligned}$$

3.6.5 Antisymmetric LS

Antiymmetric LS については、spin を変えるのに注意して 2meson 系での期待値は

$$\begin{aligned} \langle\phi_D^a;C_{14,1}|V_{\rm LS}|\phi_D^b;C_{14,1}\rangle &= \sum_{i<j}\langle\phi_D^a|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{ij}|\phi_D^b\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{ij}|C_{14,1}\rangle \qquad (218) \\ &= \langle\phi_D^a|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{14}|\phi_D^b\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle + \langle\phi_D^a|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{23}|\phi_D^b\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{23}|C_{14,1}\rangle \\ &\qquad (219) \end{aligned}$$

ϕ_D^a が $[\overline{D}D_{11}]_-$、ϕ_D^b が $[\overline{D}D_{01}]_+$ のとき（あるいはその逆)、ϕ_D^a が $[\overline{D}^* D_{11}]_-$、$\phi_D^b$ が $[\overline{D}^* D_{01}]_+$ のとき（あるいはその逆)、のみ nonzero で、

$$\begin{aligned}
&\langle[\overline{D}D_{11}]_-|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{14}|[\overline{D}D_{01}]_+\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle \\
&= \frac{1}{2}(\langle\overline{D}D_{11}|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{14}|\overline{D}D_{01}\rangle - \langle\overline{D}_{11}D|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{14}|\overline{D}_{01}D\rangle)\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle \qquad (220)\\
&= -\frac{1}{2}\langle c_{\rm als}\mathcal{O}''_{14}\rangle(-\sqrt{2})(-\frac{16}{3}) \equiv -\frac{1}{2}S_{\overline{D}_{11}\overline{D}_{01}} \qquad (221)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\langle[\overline{D}D_{01}]_+|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{14}|[\overline{D}D_{11}]_-\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle \\
&= \frac{1}{2}(\langle\overline{D}D_{01}|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{14}|\overline{D}D_{11}\rangle - \langle\overline{D}_{01}D|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{14}|\overline{D}_{11}D\rangle)\langle C_{14,1}|\Lambda_{14}|C_{14,1}\rangle \qquad (222)\\
&= -\frac{1}{2}\langle c_{\rm als}\mathcal{O}''_{14}\rangle(-\sqrt{2})(-\frac{16}{3}) \equiv -\frac{1}{2}S_{\overline{D}_{01}\overline{D}_{11}} \qquad (223)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\langle[\overline{D}D_{11}]_-|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{23}|[\overline{D}D_{01}]_+\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{23}|C_{14,1}\rangle \\
&= \langle[\overline{D}D_{11}]_-|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{32}|[\overline{D}D_{01}]_+\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{32}|C_{14,1}\rangle \\
&= \frac{1}{2}(\langle\overline{D}D_{11}|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{32}|\overline{D}D_{01}\rangle - \langle\overline{D}_{11}D|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{32}|\overline{D}_{01}D\rangle)\langle C_{14,1}|\Lambda_{32}|C_{14,1}\rangle \qquad (224)\\
&= \frac{1}{2}\langle c_{\rm als}\mathcal{O}''_{32}\rangle(-\sqrt{2})(-\frac{16}{3}) \equiv \frac{1}{2}S_{D_{11}D_{01}} \qquad (225)
\end{aligned}$$

ただし、ALS についても、$(i \leftrightarrow j)$ に関して operator($(m_i^{-2} - m_j^{-2})(\boldsymbol{\sigma}_i - \boldsymbol{\sigma}_j)\boldsymbol{L}$) は対称なので、operator の index を 23 から 32 に変えた。また、$(m_i^{-2} - m_j^{-2})$ の項のため、$S_{D_{11}D_{01}} = -S_{\overline{D}_{11}\overline{D}_{01}}$ である。($\overline{D} = u\bar{c}, D = c\bar{u}$)

$$\begin{aligned}
&\langle[\overline{D}D_{01}]_+|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{32}|[\overline{D}D_{11}]_-\rangle\langle C_{14,1}|\Lambda_{32}|C_{14,1}\rangle \\
&= \frac{1}{2}(\langle\overline{D}D_{01}|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{32}|\overline{D}D_{11}\rangle - \langle\overline{D}_{01}D|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}\mathcal{O}''_{32}|\overline{D}_{11}D\rangle)\langle C_{14,1}|\Lambda_{32}|C_{14,1}\rangle \qquad (226)\\
&= \frac{1}{2}\langle c_{\rm als}\mathcal{O}''_{32}\rangle(-\sqrt{2})(-\frac{16}{3}) \equiv \frac{1}{2}S_{D_{01}D_{11}} \qquad (227)
\end{aligned}$$

よって、

$$\langle[\overline{D}D_{11}]_-|V_{\rm LS}|[\overline{D}D_{01}]_+\rangle = \frac{1}{2}(-S_{\overline{D}_{11}\overline{D}_{01}} + S_{D_{11}D_{01}}) = S_{D_{11}D_{01}} \qquad (228)$$

$$\langle[\overline{D}D_{01}]_+|V_{\rm LS}|[\overline{D}D_{11}]_-\rangle = \frac{1}{2}(-S_{\overline{D}_{01}\overline{D}_{11}} + S_{D_{01}D_{11}}) = S_{D_{01}D_{11}} \qquad (229)$$

ϕ_ψ^a は、係数 $(\frac{1}{m_i^2} - \frac{1}{m_j^2})$ が zero なので、消える。

$$\langle\phi_\psi^a; C_{12,1}|V_{\rm LS}|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle = 0 \qquad (230)$$

off-diagonal は、

$$\langle\phi_D^a; C_{14,1}|V_{\rm LS}|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle = f_1 + f_2 + f_3 \qquad (231)$$

$$f_1 = \langle\phi_D^a; C_{14,1}|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}(\mathcal{O}''_{14}\Lambda_{14} + \mathcal{O}''_{32}\Lambda_{32})|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (232)$$

$$f_2 = \langle\phi_D^a; C_{14,1}|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}(\mathcal{O}''_{12}\Lambda_{12} + \mathcal{O}''_{34}\Lambda_{34})|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (233)$$

$$f_3 = \langle\phi_D^a; C_{14,1}|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}(\mathcal{O}''_{13}\Lambda_{13} + \mathcal{O}''_{24}\Lambda_{24})|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \qquad (234)$$

完全系を入れて

$$f_1 = \langle \phi_D^a; C_{14,1}|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}(\mathcal{O}''_{14}\Lambda_{14} + \mathcal{O}''_{32}\Lambda_{32})\Big(\sum_{c=1\sim10,\beta=1,8}|\phi_D^c; C_{14,\beta}\rangle\langle\phi_D^c; C_{14,\beta}|\Big)|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \tag{235}$$

$$= \langle \phi_D^a; C_{14,1}|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}(\mathcal{O}''_{14}\Lambda_{14} + \mathcal{O}''_{32}\Lambda_{32})|\phi_D^c; C_{14,1}\rangle\langle\phi_D^c; C_{14,1}|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \tag{236}$$

$\phi_D^a = [\overline{D}D_{11}]_-$、$[\overline{D}D_{01}]_+$ とすると、それぞれ

$$f_1 = \frac{1}{2}(-S_{\overline{D}_{11}\overline{D}_{01}} + S_{D_{11}D_{01}})\sqrt{\frac{1}{9}}\langle[\overline{D}D_{01}]_+|\phi_\psi^b\rangle \tag{237}$$

$$f_1 = \frac{1}{2}(-S_{\overline{D}_{01}\overline{D}_{11}} + S_{D_{01}D_{11}})\sqrt{\frac{1}{9}}\langle[\overline{D}D_{11}]_-|\phi_\psi^b\rangle \tag{238}$$

$$f_2 = 0 \tag{239}$$

$$f_3 = \langle \phi_D^a; C_{14,1}|\Big(\sum_{c=1\sim10,\beta=\bar{3},6}|\phi_\delta^c; C_{13,\beta}\rangle\langle\phi_\delta^c; C_{13,\beta}|\Big)c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}(\mathcal{O}''_{13}\Lambda_{13} + \mathcal{O}''_{24}\Lambda_{24})$$
$$\times\Big(\sum_{d\beta'}|\phi_\delta^d; C_{13,\beta'}\rangle\langle\phi_\delta^d; C_{13,\beta'}|\Big)|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \tag{240}$$

$$= \sum_{c=1\sim10,\beta=\bar{3},6}\langle \phi_D^a; C_{14,1}|\phi_\delta^c; C_{13,\beta}\rangle\langle\phi_\delta^c; C_{13,\beta}|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}(\mathcal{O}''_{13}\Lambda_{13} + \mathcal{O}''_{24}\Lambda_{24})|\phi_\delta^d; C_{13,\beta}\rangle\langle\phi_\delta^d; C_{13,\beta}|\phi_\psi^b; C_{12,1}\rangle \tag{241}$$

$$= \frac{8}{9}\sum_c\langle\phi_D^a|\phi_\delta^c\rangle\langle\phi_\delta^d|\phi_\psi^b\rangle\langle\phi_\delta^c|c_{\rm als}\boldsymbol{L}_{\rm ALS}(\mathcal{O}''_{13} + \mathcal{O}''_{24})|\phi_\delta^d\rangle \tag{242}$$

c, d としては、$[\delta\bar{\delta}_{01}]_-$、$[\delta\bar{\delta}_{11}]_-$、$[\delta^*\bar{\delta}_{01}]_+$、$[\delta^*\bar{\delta}_{11}]_+$ をとる。$\phi_D^a = [\overline{D}D_{11}]_-$、$[\overline{D}D_{01}]_+$、$\phi_\psi^b = f_0 J/\psi$ とすると、それぞれ

$$f_3 = \sum_c\langle[\overline{D}D_{11}]_-|\phi_\delta^c\rangle\langle\phi_\delta^d|f_0 J/\psi\rangle(-\frac{1}{6})(S_{\delta\delta})^{cd} \tag{243}$$

ただし、最後の行は 13 間の orbital wave function が 14 間のものと同じとした場合。

3.7 P-wave $q\bar{c}$ meson

$$|((\ell s_u)j_u s_c)j\rangle = \sum_s\begin{bmatrix}\ell & s_u & j_u\\ 0 & s_c & s_c\\ \ell & s & j\end{bmatrix}|(\ell s)j\rangle \tag{244}$$

$$|((1\frac{1}{2})\frac{1}{2}\frac{1}{2})1\rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}}|^1P_1\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|^3P_1\rangle \tag{245}$$

$$|((1\frac{1}{2})\frac{3}{2}\frac{1}{2})1\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|^1P_1\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|^3P_1\rangle \tag{246}$$

表 12: キャプション

	tensor	ls
$^3P_0$	-4	-2
$^3P_1$	2	-1
$^3P_2$	$-2/5$	1
$^1P_1$	0	0

$$ \tag{247} $$

mf0 = 990 mf1 = 1282 mf2 = 1276 とすると、m_0=1246, als 46, at 41 MeV. mh1 = 1170 と一致しない。uubar はちょっと当てはまらない。

mf0 = 3415 mf1 = 3511 mf2 = 3556 とすると、m_0=3525, als 35, at 10 MeV. mh1 = 3525 が一致。ccbar は OK.

mf0 = 2318 mf1 = 2423 mf2 = 2464 とすると、m_0=2434, als 35, at 12 MeV. mh1 = 2427 が一致。ucbar はまあまあ.