Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе №2

Курс: «Теория автоматического управления»

Выполнил студент:

Балсутьев Владимир
Группа: 43501/4

Проверил:

Нестеров Сергей Александрович

Санкт-Петербург
2018 г.

Содержание

Лабораторная работа №2

1.1 Цель работы

Получить навыки работы с моделями ВСВ и каноническими представлениями.

1.2 Программа работы

- Представить систему в трех канонических формах.
- Получить структурные схемы для каждой формы.

1.3 Индивидуальное задание

$y'' + y = u, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, u = 1(t)$

$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{1}{p^2+1}$

1.4 Ход работы

1.4.1 Построение канонических форм

Нормальная форма управления

$$W(p) = \frac{1}{p^2+1} = \frac{y}{u}$$

$$\frac{y}{1} = \frac{u}{p^2+1} = x_1 \Longrightarrow \begin{cases} u = x_1(p^2+1) \\ y = x_1(1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} px_1 = x_2 \\ px_2 = u - x_1 \\ y = x_1 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$det(A - \lambda) = 0 \Longrightarrow \lambda^2 + 1 = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = i \\ \lambda_2 = -i \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме наблюдения и канонической форме, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

$$W(p) = C(pE - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & -1 \\ 1 & p \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{p^2+1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & 1 \\ -1 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Longrightarrow$$

$$W(p) = \frac{1}{p^2+1}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE - A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

Нормальная форма наблюдения

$$W(p) = \frac{1}{p^2+1} = \frac{y}{u} \Longrightarrow u = (p^2+1)y \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow y(p^2+1) - u = 0 \Longrightarrow p(p(y)) + y - u = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = py \\ px_1 = u - y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_2 = y \\ x_1 = px_2 \\ px_1 = u - x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$det(A - \lambda) = 0 \Longrightarrow (-\lambda^2) - (-1) * 1 = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = i \\ \lambda_2 = -i \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме управления и канонической форме, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

$$W(p) = C(pE - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & 1 \\ -1 & p \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{p^2+1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & -1 \\ 1 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Longrightarrow$$

$$W(p) = \frac{1}{p^2+1}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE - A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

Каноническая форма

$$W(p) = \frac{1}{p^2+1} = \frac{1}{(p+i)(p-i)} = \frac{-0.5i}{p-i} + \frac{0.5i}{p+i} = \frac{y}{u}$$

$$\begin{cases} \frac{x_1}{u} = \frac{-0.5i}{p-i} \\ \frac{x_2}{u} = \frac{0.5i}{p+i} \\ y = x_1 + x_2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} px_1 = -\frac{1}{2}iu + i * x_1 \\ px_2 = \frac{1}{2}iu - i * x_2 \\ y = x_1 + x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{2}i \\ \dfrac{1}{2}i \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$det(A - \lambda) = 0 \Longrightarrow (\lambda - i)(\lambda + i) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = i \\ \lambda_2 = -i \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме управления и нормальной форме наблюдения, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C

$$W(p) = C(pE - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{2}i \\ \dfrac{1}{2}i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{1}{p-i} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{p+i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{2}i \\ \dfrac{1}{2}i \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{1}{p-i} & \dfrac{1}{p+i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{2}i \\ \dfrac{1}{2}i \end{bmatrix} = -\frac{0.5i}{p-i} + \frac{0.5i}{p+i}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE - A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

1.5 Вывод

Модель ВСВ весьма гибкая, так как помимо трех канонических форм, рассмотренных в работе существуют произвольные формы, которые иногда могут быть полезны. Стоит отметить, что получив матрицы управляемости для модели ВСВ можно легко преобразовать систему, как и к какой либо канонической форме, так и к другому произвольному представлению.

Отличия между каноническими формами наиболее явно проявляются на структурных схемах. Система, представленная в форме управления, имеет два узла суммирования и n узлов размножения. В форме наблюдения - наоборот, два узла размножения и n узлов суммирования. Особенность обеих этих форм - сложные обратные связи между элементами схемы.

В преобразованиях, связанных с матрицами множество мест, в которых легко допустить ошибку, поэтому желательна проверка результата. Самая простая проверка - совпадение собственных чисел матрицы A во всех канонических формах. После этого можно проверить результат, получив передаточную функцию через матрицы A, B, C.