Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе №2

Курс: «Теория автоматического управления»

Тема: «Изучение различных форм представления системы»

Выполнил студент:

Волкова Мария Дмитриевна
Группа: 43501/3

Проверил:

Нестеров Сергей Александрович

Санкт-Петербург
2018 г.

Содержание

п

Лабораторная работа №2

1.1 Цель работы

Получить навыки работы с моделями ВСВ и каноническими представлениями.

1.2 Программа работы

- Представить систему в трех канонических формах.
- Получить структурные схемы для каждой формы.
- Получить матрицы управляемости и матрицы преобразования.
- Проверить систему на устойчивость, наблюдаемость и управляемость.

1.3 Индивидуальное задание

$y'' + 2y' = 0.75u' + 0.75u, y(0) = 0, y'(0) = 0, u = 1(t)$

$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{0.75}{p^2+2p+0.75}$

1.4 Ход работы

1.4.1 Построение канонических форм

Нормальная форма управления

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{0.75}{p^2 + 2p + 0.75} = \frac{y}{u}$$

$$\frac{y}{0.75} = \frac{u}{p^2 + 2p + 0.75} = x_1 \Longrightarrow \begin{cases} u = x_1(p^2 + 2p + 0.75) \\ y = x_1(0.75) \end{cases}$$

$$\begin{cases} px_1 = x_2 \\ px_2 = u - 2x_2 - 0.75x_1 \\ y = 0.75x_1 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.75 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$det(A - \lambda) = 0 \Longrightarrow -\lambda(-2 - \lambda) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = -2 \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме наблюдения и канонической форме, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

$$W(p) = C(pE - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & 1 \\ 0.75 & p+2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & \frac{1}{p^2+2p} \\ 0.75 & \frac{1}{p+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{0.75}{p} & \frac{0.75}{p^2 + 2p + 0.75} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{y}{u} = \frac{0.75}{p^2 + 2p + 0.75}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE - A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

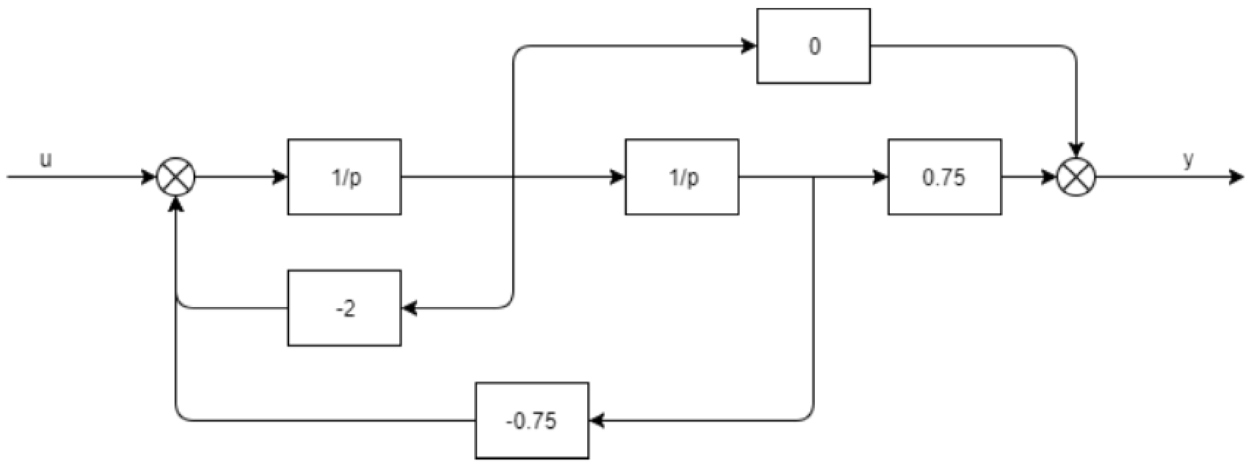

Рис. 1.1: Структурная схема НФУ

Нормальная форма наблюдения

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{0.75}{p^2+2p+0.75} = \frac{y}{u} \Longrightarrow (0.75)u = (p^2+2p+0.75)y \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow p^2y + 2py + 0.75y - 0.75u = 0 \Longrightarrow p(py+2y) + (0.75y - 0.75u) = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = py + 2y \\ px_1 = 0.75y - 0.75u \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_2 = y \\ x_1 = px_2 + 2x_2 \\ px_1 = 0.75y - 0.75u \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} px_1 = 25u \\ px_2 = x_1 - 2x_2 \\ y = x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -0.75 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$det(A-\lambda) = 0 \Longrightarrow -\lambda(-2-\lambda) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = -2 \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме наблюдения и канонической форме, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

$$W(p) = C(pE-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & -0.75 \\ 1 & p+2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & \frac{0.75}{p+0.75} \\ \frac{1}{p^2+2p} & \frac{1}{p+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{0.75}{p^2+2p+0.75} & \frac{p}{p^2+25p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{0.75}{p^2+2p+0.75}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE-A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

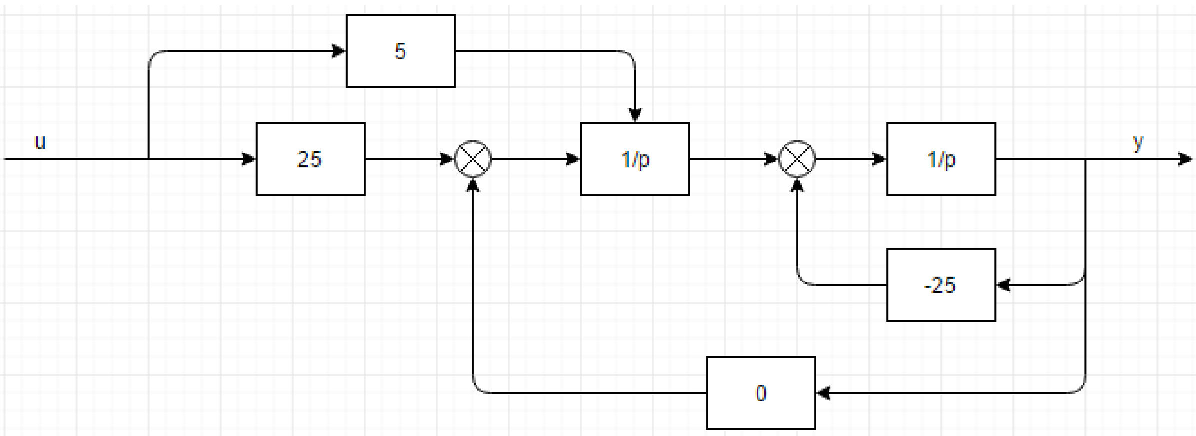

Рис. 1.2: Структурная схема НФН

Каноническая форма

$$W(p)=\frac{y}{u}=\frac{0.75}{p^2+2p+0.75}=\frac{5p+25}{p(p+25)}=\frac{1}{p}+\frac{4}{p+25}=\frac{y}{u}$$

$$\begin{cases}\frac{x_1}{u}=\frac{1}{p}\\ \frac{x_2}{u}=\frac{4}{p+25}\\ y=x_1+x_2\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}px_1=u\\ px_2=-25x_2+4u\\ y=x_1+x_2\end{cases}$$

$$A=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & -25\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1\\ 4\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$det(A-\lambda)=0\Longrightarrow-\lambda(-2-\lambda)=0\Longrightarrow\begin{cases}\lambda_1=0\\ \lambda_2=-2\end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме управления и нормальной форме наблюдения, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C

$$W(p)=C(pE-A)^{-1}B=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p & 0\\ 0 & p+25\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}1\\ 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{p} & 0\\ 0 & \frac{1}{p+25}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 4\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{p+25}{p^2+25p} & \frac{p}{p^2+25p}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 4\end{bmatrix}=\frac{5p+25}{p^2+25p}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p)=C(pE-A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

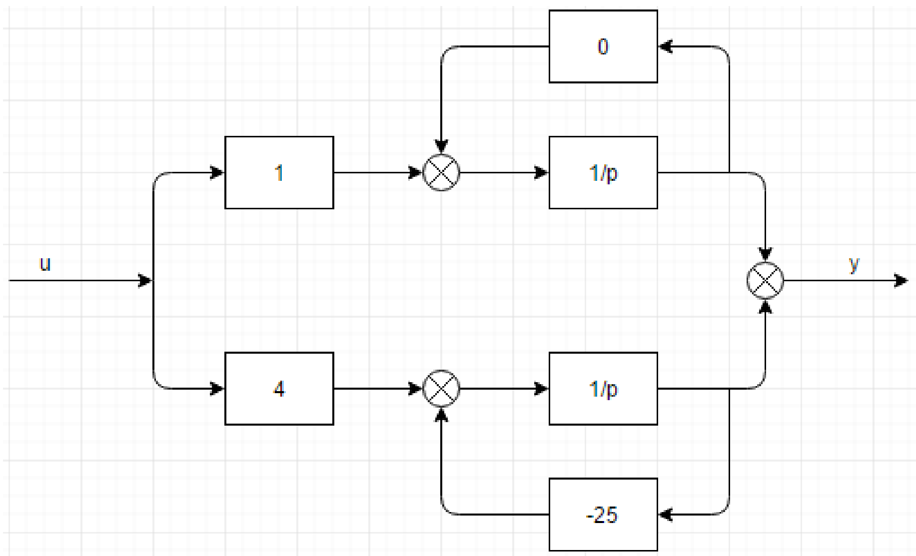

Рис. 1.3: Структурная схема КФ

1.5 Вывод

Модель ВСВ весьма гибкая, так как помимо трех канонических форм, рассмотренных в работе существуют произвольные формы, которые иногда могут быть полезны. Отличия между каноническими формами наиболее явно проявляются на структурных схемах. Система, представленная в форме управления, имеет два узла суммирования и n узлов размножения. В форме наблю- дения - наоборот, два узла размножения и n узлов суммирования. Особенность обеих этих форм - сложные обратные связи между элементами схемы.