Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе №2
Курс: «Основы Теории Управления»
Тема: «Изучение различных форм представления системы»

Выполнил студент группы 43501/3 ______________ Ерниязов Т.Е.
(подпись)

Преподаватель ______________ Нестеров С.А.
(подпись)

Санкт-Петербург
2018 г.

Содержание

Лабораторная работа №2

1.1 Цель работы

Для модели, заданной дифференциальным уравнением, необходимо:

- Представление системы в трех канонических формах;
- Получить структурные схемы для каждой формы.

1.2 Индивидуальное задание

$y'' + 10y' = 10u, y(0) = 0, y'(0) = 0, u = 1(t)$

$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{10}{p^2+10p}$

1.3 Ход работы

1.3.1 Построение канонических форм

Нормальная форма управления

$$W(p) = \frac{10}{p^2 + 10p} = \frac{y}{u}$$

$$\frac{y}{10} = \frac{u}{p^2 + 10p} = x_1 \Longrightarrow \begin{cases} u = x_1(p^2 + 10p) \\ y = x_1(10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} px_1 = x_2 \\ px_2 = u - 10x_2 \\ y = 10x_1 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 10 & 0 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$det(A - \lambda) = 0 \Longrightarrow -\lambda(-10 - \lambda) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = -10 \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме наблюдения и канонической форме, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

$$W(p) = C(pE - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 10 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & -1 \\ 0 & p+10 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & \frac{1}{p^2+10p} \\ 0 & \frac{1}{p+10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{10}{p} & \frac{10}{p^2+10p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{10}{p^2+10p}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE - A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

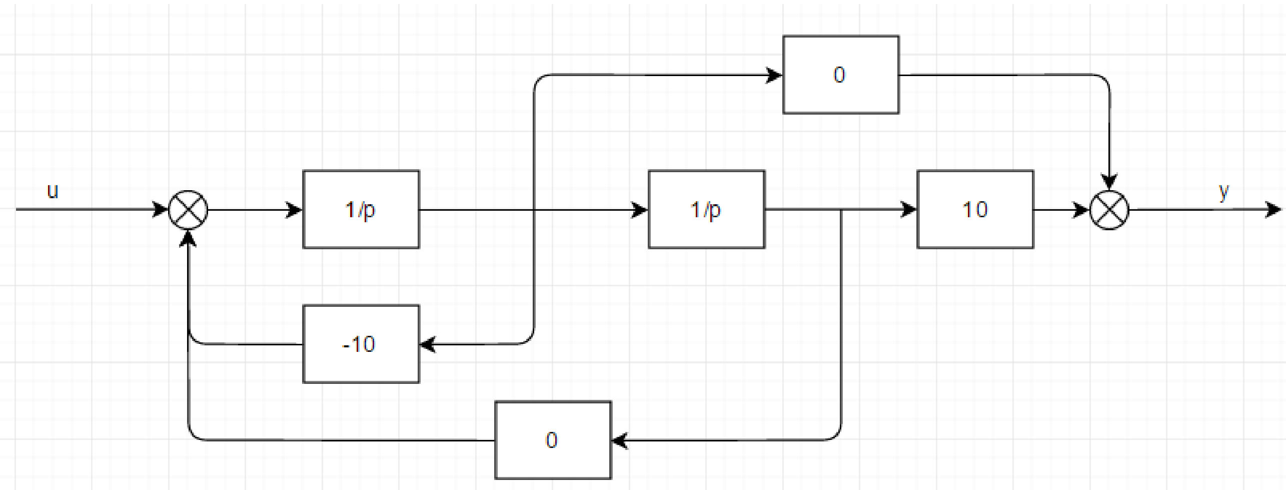

Рис. 1.1: Структурная схема НФУ

Нормальная форма наблюдения

$$W(p) = \frac{10}{p^2+10p} = \frac{y}{u} \Longrightarrow (10)u = (p^2+10p)y \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow p^2y + 10py - 10u = 0 \Longrightarrow p(p(y) + 10y) + (-10u) = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = py + 10y \\ px_1 = 10u \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_2 = y \\ x_1 = px_2 + 10x_2 \\ px_1 = 10u \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} px_1 = 10u \\ px_2 = x_1 - 10x_2 \\ y = x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$det(A - \lambda) = 0 \Longrightarrow -\lambda(-10-\lambda) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = -10 \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме управления и канонической форме, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

$$W(p) = C(pE - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & 0 \\ -1 & p+10 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & 0 \\ \frac{1}{p^2+10p} & \frac{1}{p+10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{p^2+10p} & \frac{1}{p^2+10p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{10}{p^2+10p}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE - A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

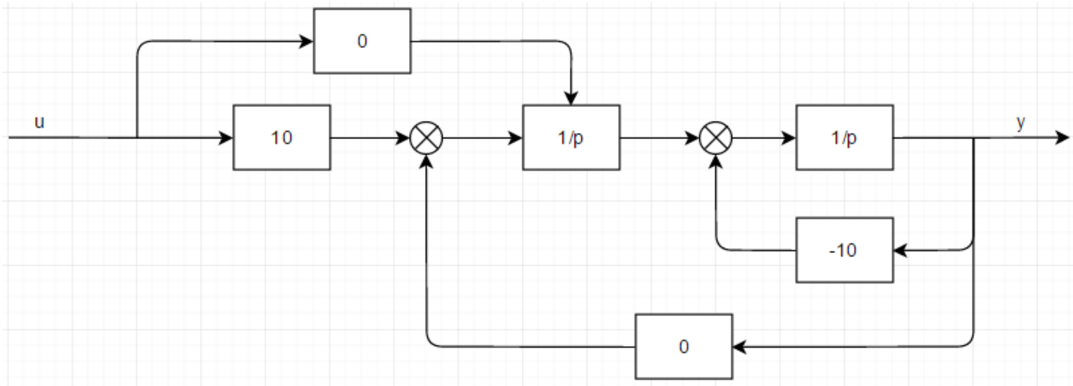

Рис. 1.2: Структурная схема НФН

Каноническая форма

$$W(p) = \frac{10}{p^2+10p} = \frac{10}{p(p+10)} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p+10} = \frac{y}{u}$$

$$\begin{cases} \frac{x_1}{u} = \frac{1}{p} \\ \frac{x_2}{u} = \frac{-1}{p+10} \\ y = x_1 + x_2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} px_1 = u \\ px_2 = -10x_2 - u \\ y = x_1 + x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$det(A - \lambda) = 0 \Longrightarrow -\lambda(-10 - \lambda) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = -10 \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме управления и нормальной форме наблюдения, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C

$$W(p) = C(pE - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p+10 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{p+10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & \frac{1}{p+10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{10}{p^2 + 10p}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE - A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

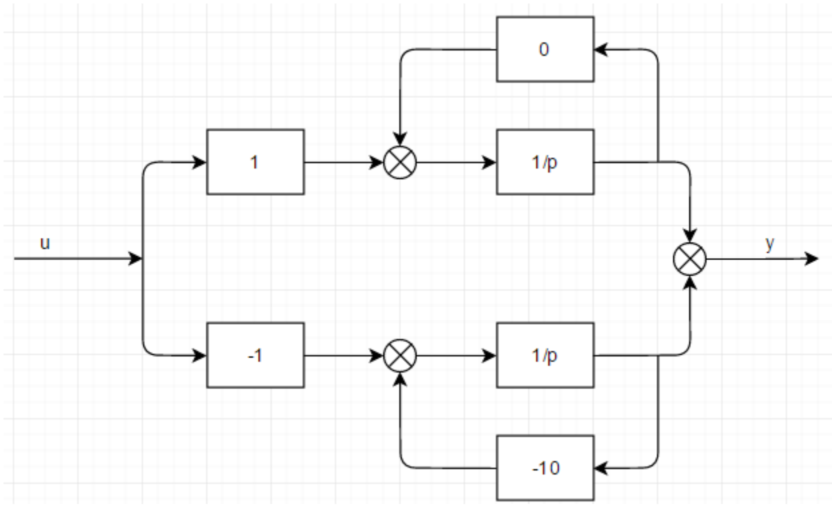

Рис. 1.3: Структурная схема КФ

1.4 Вывод

В данной работе были получены различные формы системы.

Отличия между ними наиболее явно проявляются на структурных схемах. В нормальной форме управления и нормальной форме наблюдения, были получены сложные обратные связи, в то время как у канонической формы, данные связи представлены проще, по сравнению с другими вариантами.

В преобразованиях, связанных с матрицами, велика вероятность допустить где-либо ошибку, поэтому необходима проверка результата. Для такой проверки, будет достаточна совпадения собственных чисел матрицы A во всех канонических формах. После чего можно проверить результат, получив передаточную функцию через матрицы A, B, C.