

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчет по лабораторной работе №3
по дисциплине "Основы теории управления"

Свойства объекта. Переход между формами ВСВ

Выполнил: студент группы 43501/4 Балсутьев В.

Преподаватель: Нестеров С.А.

Санкт-Петербург
2018 г.

1 Цель работы

Анализ свойств заданного объекта. Построение матриц для перехода между формами представления ВСВ.

2 Программа работы

1. Проанализировать свойства заданного объекта:

- управляемость
- наблюдаемость
- устойчивость
- минимальность
- минимально фазовость

2. Рассчитать матрицы перехода

3 Индивидуальное задание

$$y'' + y = u, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, u = 1(t)$$

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{1}{p^2+1}$$

4 Ход работы

4.1 Свойства объекта

4.1.1 Управляемость

Проверим управляемость системы по критерию Калмана:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \det U = -1 \neq 0$$

Определитель одной из матриц управляемости не нулевой, что означает, что система полностью управляема.

4.1.2 Наблюдаемость

Проверим наблюдаемость системы по критерию Калмана:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} C = [0 \quad 1]$$
$$N = [C^T, A^T C^T] = \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det N = -1 \neq 0$$

Определитель одной из матриц наблюдаемости не нулевой, что означает, что система полностью наблюдаема.

4.1.3 Устойчивость

По теореме Ляпунова система является устойчивой тогда, когда вещественные части полюсов её передаточной функции отрицательны. В нашем случае полюса передаточной функции равны $p_1 = -i, p_2 = i$, что означает, что система неустойчива, так как все корни не лежат в левой полуплоскости.

4.1.4 Минимальность

Система минимальна, так как её порядок понизить нельзя.

4.2 Минимально фазовость

Звено не является минимально фазовым, так как все корни не лежат в левой полуплоскости.

4.3 Преобразования форм

4.3.1 Матрицы управляемости

Матрица управляемости находится как блочная матрица, где первый столбец равен матрице B , а второй столбец равен произведению AB :

$$U = [B, AB]$$

Матрицы управляемости нормальной формы управления (НФУ):

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, U^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Матрицы управляемости нормальной формы наблюдения (НФН):

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad U^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Матрицы управляемости канонической формы (КФ):

$$U = \begin{bmatrix} -0.5i & 0.5 \\ 0.5i & 0.5 \end{bmatrix} \quad U^{-1} = \begin{bmatrix} i & -i \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4.3.2 Матрицы преобразования

Матрица преобразования высчитывается по формуле:

$$P = U_* U^{-1}$$

- Матрица преобразования из НФУ

– НФУ в НФН

$$P = U_* U^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученной матрицы преобразования P . Для этого получим матрицу B_* через матрицу B .

$$B_* = PB \implies B_* = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

– НФУ в КФ:

$$P = U_* U^{-1} = \begin{bmatrix} -0.5i & 0.5 \\ 0.5i & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5i \\ 0.5 & 0.5i \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученной матрицы преобразования P . Для этого получим матрицу B_* через матрицу B .

$$B_* = PB \implies B_* = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5i \\ 0.5 & 0.5i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5i \\ 0.5i \end{bmatrix}$$

• Матрица преобразования из НФН:

– НФН в НФУ

$$P = U_* U^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученной матрицы преобразования P . Для этого получим матрицу B_* через матрицу B .

$$B_* = PB \implies B_* = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

– НФН в КФ:

$$P = U_* U^{-1} = \begin{bmatrix} -0.5i & 0.5 \\ 0.5i & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5i & 0.5 \\ 0.5i & 0.5 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученной матрицы преобразования P . Для этого получим матрицу B_* через матрицу B .

$$B_* = PB \implies B_* = \begin{bmatrix} -0.5i & 0.5 \\ 0.5i & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5i \\ 0.5i \end{bmatrix}$$

• Матрица преобразования из КФ:

– КФ в НФУ

$$P = U_* U^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & -i \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученной матрицы преобразования P . Для этого получим матрицу B_* через матрицу B .

$$B_* = PB \implies B_* = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5i \\ 0.5i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

– КФ в НФН:

$$P = U_* U^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & -i \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & -i \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Проверим корректность полученной матрицы преобразования P . Для этого получим матрицу B_* через матрицу B .

$$B_* = PB \implies B_* = \begin{bmatrix} i & -i \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5i \\ 0.5i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5 Вывод

В ходе работы проанализированы свойства объекта и получены матрицы для переходов между формами представления модели ВСВ. Также проверена корректность всех матриц перехода.