

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Институт компьютерных наук и технологий

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе №2

Курс «Теория автоматического управления»

Работу выполнил студент группы № 43501/4 _____ Вашуров А.С.

Работу принял преподаватель _____ Нестеров С.А.

Санкт-Петербург

2018

Содержание

1. Лабораторная работа №2

- 1.1. Цель работы.....
- 1.2. Программа работы.....
- 1.3. Индивидуальное задание.....
- 1.4. Ход работы.....
 - 1.4.1. Построение форм НФУ, НФН и КФ.....
 - 1.4.2. Преобразование форм.....
- 1.5. Вывод.....

Лабораторная работа №2

1.1 Цель работы

Получить навыки работы с моделями ВСВ и каноническими представлениями.

1.2 Программа работы

- Представить систему в трех канонических формах
- Получить структурные схемы для каждой формы
- Рассчитать и смоделировать поведение всех переменных состояния

1.3 Индивидуальное задание

- a) $x'' + 25x' = 5u' + 25u$, $x(0)=0$, $x'(0)=0$, $u(t) = 1(t)$
- b) $x'' + 25x' = 5u' + 25u$, $x(0)=1$, $x'(0)=0$, $u(t) = 0(t)$

Передаточная функция:

$$W(p) = \frac{x}{u} = \frac{5p+25}{p^2+25p}$$

1.4 Ход работы

1.4.1 Построение форм НФУ, НФН и КФ

Нормальная форма управления:

$$W(p) = \frac{x}{u} = \frac{5p+25}{p^2+25p} = \frac{Y(p)}{U(p)}$$
$$\frac{Y(p)}{5p+25} = \frac{U(p)}{p^2+25p} = x_1 \Rightarrow \begin{cases} U(p) = x_1(p^2 + 25p) \\ Y(p) = x_1(5p + 25) \end{cases}$$

$$\begin{cases} px_1 = x_2 \\ px_2 = U(p) - 25x_2 \\ y = 25x_1 + 5x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -25 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [25 \quad 5]$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$\det(A - \lambda) = 0 \Rightarrow -\lambda(-25 - \lambda) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = -25 \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме наблюдения и канонической форме, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

$$\begin{aligned} W(p) &= C(pE - A)^{-1}B = [25 \quad 5] \begin{bmatrix} p & -1 \\ 0 & p + 25 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &= [25 \quad 5] \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & \frac{1}{p^2 + 25p} \\ 0 & \frac{1}{p + 25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{25(p + 25)}{p^2 + 25} & \frac{5p + 25}{p^2 + 25p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &= \frac{5p + 25}{p^2 + 25p} \end{aligned}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE - A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

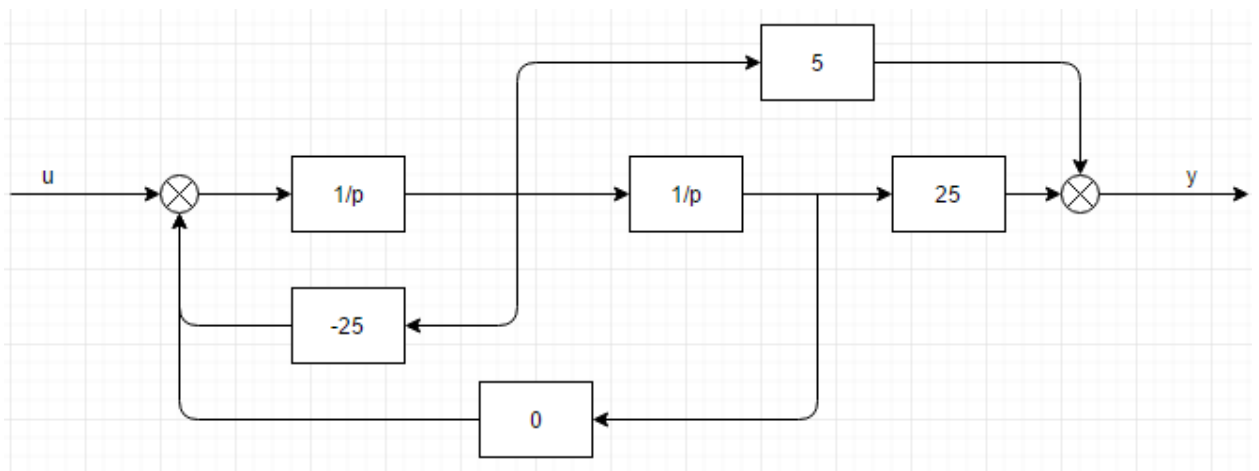


Рис.1.1 Структурная схема НФУ

Нормальная форма наблюдения:

$$\begin{aligned} W(p) = \frac{x}{u} = \frac{5p + 25}{p^2 + 25p} = \frac{Y(p)}{U(p)} \Rightarrow (5p + 25)U(p) &= (p^2 + 25p)Y(p) \Rightarrow \\ \Rightarrow p^2y + 25py - 5pu - 25u &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow p(p(y) + (25y - 5u)) + (-25u) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_1 = py + 25y - 5u \\ px_1 = 25u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = y \\ x_1 = px_2 + 25x_2 - 5u \\ px_1 = 25u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} px_1 = 25u \\ px_2 = x_1 - 25x_2 + 5u \\ y = x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -25 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 25 \\ 5 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1]$$

Проверим корректность полученных матриц A, B, C:

$$\det(A - \lambda) = 0 \Rightarrow -\lambda(-25 - \lambda) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = -25 \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме управления и канонической форме, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

$$\begin{aligned} W(p) = C(pE - A)^{-1}B &= [0 \quad 1] \begin{bmatrix} p & 0 \\ -1 & p + 25 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 25 \\ 5 \end{bmatrix} = \\ &= [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & 0 \\ \frac{1}{p^2 + 25p} & \frac{1}{p + 25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{p^2 + 25} & \frac{p}{p^2 + 25p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ 5 \end{bmatrix} = \\ &= \frac{5p + 25}{p^2 + 25p} \end{aligned}$$

Передающая функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE - A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A, B, C.

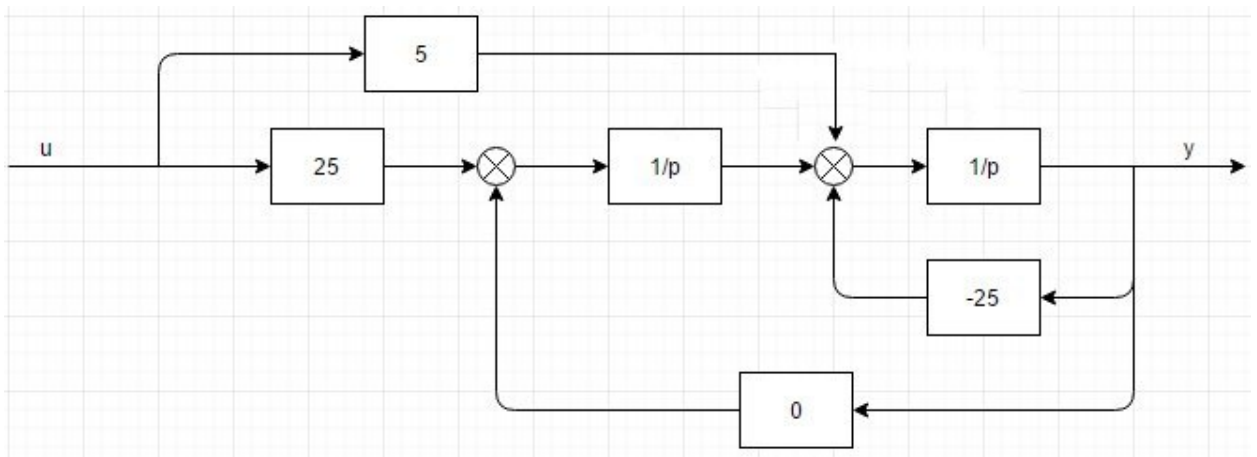


Рис. 1.2 Структурная схема НФН

Каноническая форма

$$W(p) = \frac{5p + 25}{p^2 + 25p} = \frac{5p + 25}{p(p + 25)} = \frac{1}{p} + \frac{4}{p + 25} = \frac{Y(p)}{U(p)}$$

$$\begin{cases} \frac{x_1}{u} = \frac{1}{p} \\ \frac{x_2}{u} = \frac{4}{p + 25} \\ y = x_1 + x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} px_1 = u \\ px_2 = -25x_2 + 4u \\ y = x_1 + x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -25 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 1]$$

Проверим корректность полученных матриц А, В, С:

$$\det(A - \lambda) = 0 \Rightarrow -\lambda(-25 - \lambda) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = -25 \end{cases}$$

Собственные числа совпадают с собственными числами матриц в нормальной форме управления и наблюдения, что свидетельствует о корректности полученных матриц А, В, С.

$$\begin{aligned} W(p) &= C(pE - A)^{-1}B = [1 \quad 1] \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p + 25 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = [1 \quad 1] \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{p + 25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{p + 25}{p^2 + 25} & \frac{p}{p^2 + 25p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{5p + 25}{p^2 + 25p} \end{aligned}$$

Передаточная функция, полученная в результате преобразования $W(p) = C(pE - A)^{-1}B$, полностью совпадает с исходной, что свидетельствует о корректности полученных матриц A , B , C .

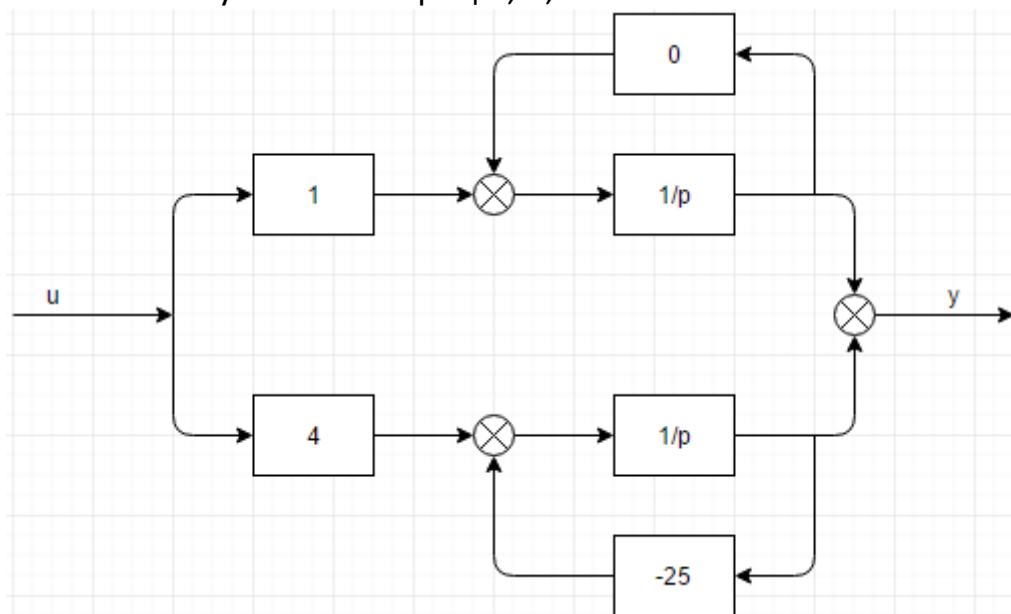


Рис. 1.3 Структурная схема КФ

1.5 Вывод

В преобразованиях, связанных с матрицами есть множество мест, в которых можно допустить ошибку, поэтому необходима проверка результата. Самая простая проверка – совпадение собственных чисел матрицы A во всех формах. После этого можно проверить результат, получив передаточную функцию через матрицы A , B и C .

Отличия между формами наиболее явно проявляются на структурных схемах. Система, представленная в форме управления, имеет два узла суммирования и n узлов размножения. В форме наблюдения – наоборот, два узла размножения и n узлов суммирования. Особенность этих форм – сложные обратные связи между элементами схемы. Другой вариант – форма Лурье, которая требует $(n+1)$ узлов размножения и столько же узлов суммирования. Её преимущество – обратные связи являются более простыми по сравнению с другими вариантами. Отличие между канонической и нормальной формами в том, что канонические – параллельны на структурной схеме, нормальные – последовательны.