

Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Телекоммуникационные технологии

Отчет по лабораторной работе №7

Помехоустойчивое кодирование

Работу

выполнил:

Волкова М.Д.

Группа: 33501/3

Преподаватель:

Богач Н.В.

Санкт-Петербург
2017

Содержание

1. Цель и задачи	2
1.1. Цель работы	2
1.2. Постановка задачи	2
2. Теоретическая информация	2
2.1. Кодирование	2
2.2. Типы помехоустойчивого кодирования	2
2.2.1. Кодирование Хэмминга	2
2.2.2. Циклические коды	3
2.2.3. Коды БЧХ	3
2.2.4. Коды Рида-Соломона	4
3. Ход работы	4
3.1. Коды Хэмминга	4
3.2. Циклические коды	5
3.3. Коды БЧХ	5
3.4. Коды Рида-Соломона	6
4. Выводы	7

1. Цель и задачи

1.1. Цель работы

Изучение методов помехоустойчивого кодирования и сравнения их свойств.

1.2. Постановка задачи

Провести кодирование/декодирование сигнала, полученного с помощью функции `randerr` кодом Хэмминга 2-мя способами: с помощью встроенных функций `encode/decode`, а также через создание проверочной и генераторной матриц и вычисление синдрома. Оценить корректирующую способность кода.

Выполнить кодирование/декодирование циклическим кодом, кодом БЧХ, кодом Рида-Соломона. Оценить корректирующую способность кода.

2. Теоретическая информация

2.1. Кодирование

Физическое кодирование — преобразование двоичных данных, осуществляемое для их передачи по физическому каналу. Физическое кодирование может менять форму, ширину полосы частот и гармонический состав сигнала в целях осуществления синхронизации приёмника и передатчика, устранения постоянной составляющей или уменьшения аппаратных затрат передачи сигнала.

Обнаружение ошибок в технике связи — действие, направленное на контроль целостности данных при записи/воспроизведении информации или при её передаче по линиям связи. Исправление ошибок — процедура восстановления информации после чтения её из устройства хранения или канала связи.

Для обнаружения ошибок используют коды обнаружения ошибок, для исправления — корректирующие коды (коды, исправляющие ошибки, коды с коррекцией ошибок, помехоустойчивые коды).

2.2. Типы помехоустойчивого кодирования

2.2.1. Кодирование Хэмминга

Коды Хэмминга — линейные коды с минимальным расстоянием 3, то есть способные исправить одну ошибку. При кодировании используется порождающая матрица G

$$code = msg * G \quad (1)$$

При декодировании используется проверочная матрица H , которая позволяет определить синдром S .

$$S = code * H^T \quad (2)$$

Синдром позволяет определить в какой позиции произошла ошибка.

Коды Хэмминга являются самокорректирующимися кодами, то есть кодами, позволяющими автоматически обнаруживать ошибки при передаче данных и исправлять их.

Для построения самокорректирующегося кода, рассчитанного на исправление одиночных ошибок, одного контрольного разряда недостаточно. Как видно из дальнейшего, количество контрольных разрядов k должно быть выбрано так, чтобы удовлетворялось неравенство

$$2^k \geq k + m + 1 \quad (3)$$

или

$$k \geq \log_2(k + m + 1) \quad (4)$$

где m — количество основных двоичных разрядов кодового слова.

Построение кодов Хэмминга основано на принципе проверки на четность числа единичных символов: к последовательности добавляется такой элемент, чтобы число единичных символов в получившейся последовательности было четным.

$$r_1 = i_1 \oplus i_2 \oplus \dots \oplus i_k \quad (5)$$

$$S = i_1 \oplus i_2 \oplus \dots \oplus i_n \oplus r_1 \quad (6)$$

Тогда если $S = 0$ - ошибки нет, иначе есть однократная ошибка.

Такой код называется $(k + 1, k)$. Первое число — количество элементов последовательности, второе — количество информационных символов.

Получение кодового слова выглядит следующим образом:

$$(i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4 \ r_1 \ r_2 \ r_3) \quad (7)$$

Получение синдрома выглядит следующим образом:

$$(i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4 \ r_1 \ r_2 \ r_3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (S_1 \ S_2 \ S_3) \quad (8)$$

2.2.2. Циклические коды

Циклический код — линейный код, обладающий свойством цикличности, то есть каждая циклическая перестановка кодового слова также является кодовым словом. Используется для преобразования информации для защиты её от ошибок.

2.2.3. Коды БЧХ

Коды Боуза — Чоудхури — Хоквингема (БЧХ-коды) — в теории кодирования это широкий класс циклических кодов, применяемых для защиты информации от ошибок. Отличается возможностью построения кода с заранее определёнными корректирующими свойствами, а именно, минимальным кодовым расстоянием. Частным случаем БЧХ-кодов является код Рида — Соломона.

2.2.4. Коды Рида-Соломона

Коды Рида—Соломона (англ. Reed–Solomon codes) — не двоичные циклические коды, позволяющие исправлять ошибки в блоках данных. Элементами кодового вектора являются не биты, а группы битов (блоки). Код Рида—Соломона является частным случаем БЧХ-кода.

3. Ход работы

Листинг 1: Код MatLab

```
1 %% hamming
2 out = randerr(1,4) + randerr(1,4);
3 disp(out);
4 code = encode(out, 7, 4, 'hamming/binary');
5 disp(code);
6 dcode = decode(code, 7, 4, 'hamming/binary');
7 if (dcode == out)
8 end;
9
10 %% cyclic
11 out = randerr(1,4) + randerr(1,4);
12 disp(out);
13 code = encode(out, 7, 4, 'cyclic/binary');
14 disp(code);
15 dcode = decode(code, 7, 4, 'cyclic/binary');
16 if (dcode == out)
17 end;
18
19 %% BCH
20 m = 4;
21 n = 2^m-1;
22 k = 5;
23 nwords = 10;
24 code = gf(randi([0 1],nwords,k));
25 [~,t] = bchgenpoly(n,k);
26 enc = bchenc(code,n,k);
27 noisycode = enc + randerr(nwords,n,1:t);
28 dcode = bchdec(noisycode,n,k);
29 if (code == dcode) end;
30
31 msg = gf([4 6 4 ; 2 0 6 ; 1 0 3],3);
32 code = rsenc(msg,5,3);
33
34 errors = gf([2 0 0 0 0 0 0; 3 4 0 0 0 0 0; 5 6 7 0 0 0 0],3);
35 noisycode = code + errors;
36
37 [dcode,cnumerr] = rsdec(noisycode,5,3);
38 cnumerr
```

3.1. Коды Хэмминга

Результат кодирования и декодирования сигнала кодом Хэмминга (7, 4) представлены ниже ???. Декодированное сообщение совпадает с исходным.

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием 1, получаются закодированные сообщения с кодовым расстоянием 3.

Текст 1 Исходное сообщение

Исходное сообщение

0	0	1	0
---	---	---	---

Текст 2 Кодированное сообщение

1	1	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---

Текст 3 Декодированное сообщение

0	0	1	0
---	---	---	---

3.2. Циклические коды

Результат кодирования циклическим кодом приведён в тексте ??.

Текст 4 Исходное сообщение

Исходное сообщение

1	0	0	0
---	---	---	---

Текст 5 Кодированное сообщение

1	0	1	1	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---

Текст 6 Декодированное сообщение

1	0	0	0
---	---	---	---

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием 1, получаются закодированные сообщения с кодовым расстоянием 3.

3.3. Коды БЧХ

Текст 7 Исходное сообщение

0	1	1	1	0
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием 1, получаются закодированные сообщения с кодовым расстоянием 3 или 4.

Текст 8 Порождающий полином

1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 1

Текст 9 Кодированное сообщение

0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1

Текст 10 Декодированное сообщение

0	1	1	1	0
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0

3.4. Коды Рида-Соломона

Текст 11 Результат кодирования

Исходное сообщение

4	6	4
2	0	6
4	6	4

Кодированное сообщение

4	6	4	7	6	5	5
2	0	6	6	4	0	4
4	6	4	7	6	5	5

Декодированное сообщение

4	6	4
2	0	6
1	0	3

Число исправленных ошибок

1
2
-1

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием 1, получаются закодированные сообщения с кодовым расстоянием 3 или 4.

4. Выводы

В данной работы мы исследовали методов помехоустойчивого кодирования и сравнили их свойства.

Все коды рассмотренные в работе являются самокорректирующимися, то есть позволяют устранять ошибки.

Коды БЧХ и Рида-Саламона лучше проявили себя в нашем скромном тесте, так как устранили более одной ошибки нежели коды Хэмминга и циклические.