<Titre principal>

Thèse

<Prénom Nom>

Doctorat en <discipline> – <majeure, s'il y a lieu>
Philosophiæ doctor (Ph.D.)

Québec, Canada

Table des matières

Liste des tableaux

Liste des figures

Chapitre 1

B.a.-ba du mode mathématique

De manière générale, soit x un nombre (entier pour le moment) dans la base de numération b composé de m chiffres ou symboles, c'est-à-dire

$$x = x_{m-1}x_{m-2}\cdots x_1x_0,$$

où $0 \leq x_i \leq b-1$. On a donc

$$x = \sum_{i=0}^{m-1} x_i b^i. \tag{1.1}$$

Lorsque le contexte ne permet pas de déterminer avec certitude la base d'un nombre, celle-ci est identifiée en indice du nombre par un nombre décimal. Par exemple, 10011_2 est le nombre binaire 10011.

Soit le nombre décimal 348. Selon la notation ci-dessus, on a $x_0 = 8$, $x_1 = 4$, $x_2 = 3$ et $b = 10$. En effet, et en conformité avec (1.1),

$$348 = 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0.$$

Ce nombre a les représentations suivantes dans d'autres bases. En binaire :

$$\begin{aligned} 101011100_2 = 1 \times 2^8 &+ 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 \\ &+ 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 \\ &+ 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0. \end{aligned}$$

En octal :

$$534_8 = 5 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 4 \times 8^0.$$

En hexadécimal :

$$15\mathrm{C}_{16} = 1 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 12 \times 16^0.$$

Des représentations ci-dessus, l'hexadécimale est la plus compacte : elle permet de représenter avec un seul symbole un nombre binaire comptant jusqu'à quatre chiffres. C'est, entre autres, pourquoi c'est une représentation populaire en informatique.

Dans un ordinateur réel (par opposition à théorique), l'espace disponible pour stocker un nombre est fini, c'est-à-dire que $m < \infty$. Le plus grand nombre que l'on peut représenter avec m chiffres ou symboles en base b est

$$\begin{aligned}
x_{\max} &= \sum_{i=0}^{m-1} (b-1) b^i \\
&= (b-1) \sum_{i=0}^{m-1} b^i \\
&= (b-1) \left(\frac{b^m - 1}{b-1} \right) \\
&= b^m - 1.
\end{aligned}$$