

### <Titre principal>

**Thèse** 

<Prénom Nom>

Doctorat en <discipline> - <majeure, s'il y a lieu> Philosophiæ doctor (Ph.D.)

Québec, Canada

## Table des matières

Table des matières	ii
Liste des tableaux	V
Liste des figures	vi
1 B.aba du mode mathématique	1

## Liste des tableaux

# Liste des figures

#### Chapitre 1

## B.a.-ba du mode mathématique

De manière générale, soit x un nombre (entier pour le moment) dans la base de numération b composé de m chiffres ou symboles, c'est-à-dire

$$x = x_{m-1}x_{m-2}\cdots x_1x_0,$$

où  $0 \le x_i \le b - 1$ . On a donc

$$x = \sum_{i=0}^{m-1} x_i b^i. (1.1)$$

Lorsque le contexte ne permet pas de déterminer avec certitude la base d'un nombre, celle-ci est identifiée en indice du nombre par un nombre décimal. Par exemple,  $10011_2$  est le nombre binaire 10011.

Soit le nombre décimal 348. Selon la notation ci-dessus, on a  $x_0 = 8$ ,  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 3$  et b = 10. En effet, et en conformité avec (1.1),

$$348 = 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0.$$

Ce nombre a les représentations suivantes dans d'autres bases. En binaire :

$$101011100_2 = 1 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6$$
$$+ 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3$$
$$+ 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0.$$

En octal:

$$534_8 = 5 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 4 \times 8^0.$$

En hexadécimal:

$$15C_{16} = 1 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 12 \times 16^0.$$

Des représentations ci-dessus, l'hexadécimale est la plus compacte : elle permet de représenter avec un seul symbole un nombre binaire comptant jusqu'à quatre chiffres. C'est, entre autres, pourquoi c'est une représentation populaire en informatique.

Dans un ordinateur réel (par opposition à théorique), l'espace disponible pour stocker un nombre est fini, c'est-à-dire que  $m < \infty$ . Le plus grand nombre que l'on peut représenter avec m chiffres ou symboles en base b est

$$x_{\text{max}} = \sum_{i=0}^{m-1} (b-1)b^{i}$$

$$= (b-1) \sum_{i=0}^{m-1} b^{i}$$

$$= (b-1) \left(\frac{b^{m}-1}{b-1}\right)$$

$$= b^{m} - 1.$$