

Dusj

March 5, 2021

1 Løsningforslag dusjoppgave

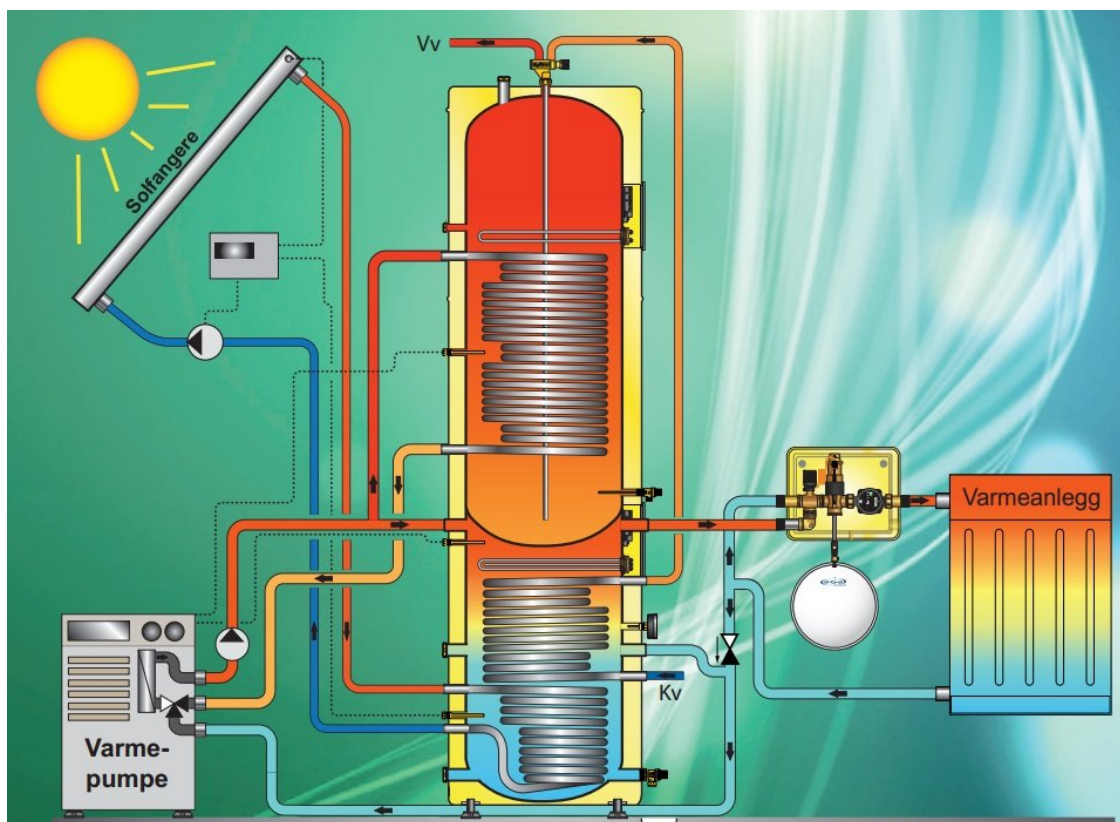
Dette er et løsningsforslag til oppgaven «[Hvor mye koster det å ta en dusj?](#)» laget av Bjarne Skurdal, [CC-BY-SA](#).

1.0.1 Oppvarming av vann

Det kreves energi til å varme opp vannet til dusjen. Finn ut hvordan oppvarming av vann til vanlig skjer i en privatbolig. Fins det flere alternativer?

Vanligvis vil vannet varmes opp i en [varmtvannsbereder](#). Her blir elektrisk strøm omdannet til varme som øker temperaturen i vannet.

Det finnes alternativer til oppvarming med elektrisk strøm. Vi kunne varmet opp vannet ved forbrenning av ved, olje, kull osv., vi kunne fått varmtvann som var overskuddsvarme fra fabrikker ([fjernvarme](#), eller vi kan bruke solfangere for å varme opp vann. [En solfanger](#) bruker sollys til å varme opp vann. På dager med mye sol er dette faktisk ganske så effektivt, og gjør at man kan spare mye penger i oppvarmingskostnader.



Bildet ovenfor er hentet fra husraad.no og viser hvordan en solfanger kan levere varmtvann inn til et varmelager (varmtvannstank).

```
[1]: # denne cellen gjør at grafene mine for høyere oppløsning slik at de
# ser penere ut når jeg eksporterer til PDF. Denne cellen er ikke
# nødvendig for å plote grafene eller løse oppgaven!
%config InlineBackend.figure_format = 'retina'
%matplotlib inline
import matplotlib as mpl
mpl.rcParams['figure.dpi'] = 300
```

1.0.2 Strømpriser

Dersom vannet blir varmet opp med elektrisk energi, må du finne ut hva denne koster. Se siden [Strømregningen](#) for å lese mer om dette. Finn oppdaterte priser på elektrisk energi hos et lokalt energiselskap og bruk Norges Vassdrags- og energidirektorat sin [statistikk om nettleie](#) for å anslå nettleien i kommunen din.

Strømprisen er delt i nettleie og strømpris/kraftpris. Jeg betaler nettleie til selskapet som eier strømledningene fram til leiligheten min. I mitt tilfeller dette ARVA AS. Nettleie består av et fastbeløp (fastledd) og flere deler som er avhengige av hvor mye strøm jeg bruker (energiavgift, forbruksavgift, avgift til energifondet). Jeg må uansett betale for fastleddet, uansett om jeg dusjer eller ikke. Jeg ser derfor bort fra fastleddet i denne oppgaven. I tabellen nedenfor har jeg markert prisene for nettleie med grønn markering. Nettleien blir:

$$P_N = (0,11 + 0,1669 + 0,01) \text{ kr/kWh} = 0,2869 \text{ kr/kWh}$$

Strøm	Periode	Forbruk	Pris	Delsum
Fastbeløp kraft	01.01.21 - 01.02.21	31 dager	49,00 kr/mnd	49,00
Spotkraft	01.01.21 - 01.02.21	1905 kWh	39,31 øre/kWh	748,87
Fornybar energi	01.01.21 - 01.02.21	1905 kWh	2,00 øre/kWh	38,10
Påslag innkjøpspris	01.01.21 - 01.02.21	1905 kWh	2,75 øre/kWh	52,39
Sum strøm fra Ishavskraft			(Herav 25% MVA 0,00)	
Nettleie	Periode	Forbruk	Pris	Delsum
Nettleie fastbeløp	01.01.21 - 01.02.21	31 dager	1500 kr	127,40
Nettleie energi	01.01.21 - 01.02.21	1905 kWh	11,00 øre/kWh	209,57
Nettleie forbruksavg	01.01.21 - 01.02.21	1905 kWh	16,69 øre/kWh	317,98
Avgift Energifondet	01.01.21 - 01.02.21	1905 kWh	1,00 øre/kWh	19,05
Sum nettleie fra ARVA AS			(Herav 25% MVA 0,00)	

Figuren over viser Ståles strømregning fra januar 2021. Strømregningen er delt i nettleie og energi – de to delene betales til to ulike selskaper.

Jeg kjøper strømmen min fra Ishavskraft. Prisen jeg betaler består av spotpris + avgift for fornybar energi + påslag på innkjøpspris. Strømprisen blir:

$$P_E = (0,3931 + 0,02 + 0,0275) \text{ kr/kWh} = 0,4406 \text{ kr/kWh}$$

Den totale prisen jeg betaler for hver kWh med strøm blir:

$$P_S = P_N + P_E = 0,2869 \text{ kr/kWh} + 0,4406 \text{ kr/kWh} = 0,7275 \text{ kr/kWh}$$

```
[2]: # pythonkode for å beregne prisen for strøm.
# Strømpriser hentet fra Ståles faktura januar 2021.
# Prisene gjøres om fra øre/kWh til kr/kWh

spotpris = 39.31/100
fornybar_avgift = 2.00/100
påslag_innkjøpspris = 2.75/100
kraftpris = spotpris + fornybar_avgift + påslag_innkjøpspris

nettleie_energi = 11.0/100
nettleie_forbruksavg = 16.69/100
avgift_energifond = 1.0/100
nettleie = nettleie_energi + nettleie_forbruksavg + avgift_energifond

total_strømpris = kraftpris + nettleie

# De neste linjene printer svarene mine. Jeg bruker print-kommandoen for
# å skrive ut tekst. Ved å skrive en f inne i parentes (før anførsels-
# tegnene) så kan jeg blande tekststrenger (alle tekststrenger er i
# anførselstegn) og tall. Hvert tall jeg vil skrive ut bruker jeg krøll-
```

```
# parentes rundt. I tillegg velger jeg hvor mange gjeldende siffer jeg
# vil ha med i svaret mitt. {total_strømpris} ville skrevet ut den
# totale strømprisen med veldig mange siffer (prøv selv!). Når jeg
# bruker {totaltotal_strømpris:.4} så sier jeg at jeg ønsker 4 gjeldende
# siffer i svaret mitt

print(f"Jeg betaler {total_strømpris:.4} kr/kWh i strømpris.")
print(f"Kraftprisen er {kraftpris:.4} kr/kWh.")
print(f"Nettleien er {nettleie:.4} kr/kWh.")
```

Jeg betaler 0.7275 kr/kWh i strømpris.

Kraftprisen er 0.4406 kr/kWh.

Nettleien er 0.2869 kr/kWh.

1.0.3 Vannforbruk

Vannet i dusjen kommer som oftest fra et kommunalt eller privat vannverk. De fleste husstandene har en vannmåler som måler hvor mye vann husstanden bruker. Finn ut hvordan kommunen eller det private vannverket på hjemstedet ditt tar seg betalt for vann.

Jeg fant en oversikt over kommunale avgifter i Målselv Kommune. Fra denne oversikten kunne jeg lese av at de som har installert en vannmåler betaler for hver kubikkmeter, m³, med vann de bruker. Oversikten viser at prisen per kubikkmeter vann er 20,43 kr.

7 VEDLEGG 1: KOMMUNALE GEBYRER OG BETALINGSSATSER

7.1 Vann, avløp og renovasjon

I	VANNGEBYR	Dekningsgrad 100 %		år 2021	endring	år 2020
1	Engangsgebyr for tilknytning over 200 m ²	pr m ²		36,00	0,00 %	36,00
2	Tilknytningsgebyr ekskl. Målselv Fjellandsby	inntil 200 m ²		5 000,00	0,00 %	5 000,00
3	Tilknytningsgebyr Målselv Fjellandsby	inntil 200 m ²		16 500,00	0,00 %	16 500,00
4	Tilknytningsgebyr Målselv Fjellandsby	under 60 m ²		8 250,00	0,00 %	8 250,00
5	Tilknytningsgebyr Målselv Fjellandsby	under 30 m ²		5 125,00	0,00 %	5 125,00
6	Forbruksgebyr	pr m ² /m ³		20,43	0,00 %	20,43
7	Forbruksgebyr hytter/fritidsboliger	pr m ² /m ³		20,43	0,00 %	20,43
8	Abonnementsgebyr ekskl. Målselv Fjellandsby	pr enhet		694,00	0,00 %	694,00
9	Abonnementsgebyr Målselv Fjellandsby	pr enhet		3 465,00	0,00 %	3 465,00
10	Abonnementsgebyr Næring 1 (over 30 000 m ³ pr. år)	pr. enhet		25 000,00	0,00 %	25 000,00
11	Abonnementsgebyr Næring 2 (5 000 - 30 000 m ³ pr. år)	pr. enhet		10 000,00	0,00 %	10 000,00
12	Abonnementsgebyr Næring 3 (0 - 5 000 m ³ pr. år)	pr. enhet		3 000,00	0,00 %	3 000,00
13	Husvannmåler	årlig leie		200,00	0,00 %	200,00
14	Plomberingsgebyr	pr gang		500,00	0,00 %	500,00
15	Stipulert forbruk for et gebyrpliktig areal fra 0 - 105 m ² fastsettes til 100 m ³ /år.					
16	Stipulert forbruk for et gebyrpliktig areal fra over 105 m ² økes med 10 m ³ /år pr. 10. m ² (avrundes oppover).					
17	Stipulert forbruk for hytter og fritidseiendommer fastsettes til 60% av stipulert forbruk.					

Siden det er 1000 liter i en kubikkmeter så blir prisen per liter for vannet fra kommunen:

$$P_V = \frac{20,43 \text{ kr/m}^3}{1000 \text{ liter/m}^3} = 0,02043 \text{ kr/liter}$$

1.0.4 Hvor mye vann trenger man for å dusje?

Hvordan kan du komme fram til et realistisk gjennomsnittstall på hvor mye vann som går med til en dusj?

Dusjen min fylte en bøtte på 10 liter i løpet av 52 sekunder. For å finne ut hvor mye vann dusjen min sender ut per minutt kan jeg regne ut:

$$V = \frac{10 \text{ liter}}{52 \text{ s}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{\text{min}} = 11,54 \text{ liter/min}$$

1.0.5 Hvor mye energi kreves for å varme opp vann?

Hvor mye energi går med til å varme opp dusjvannet? Se siden Varmetransport for å lese mer om dette.

Formelen for oppvarming av vann fra nettsiden over sier at den totale mengden energi som kreves for å varme opp vann er:

$$Q = c_p \cdot m \cdot (T_2 - T_1)$$

- Q er total mengde energi
- c_p er varmekapasiteten til vann. Denne har forskere målt og funnet at er 4,19 kJ/kg · K
- m er massen til vannet. 1 liter vann veier 1 kg.
- T_2 er temperaturen vi skal varme opp vannet til. Enheten for temperaturen er [kelvin](#), men siden kelvinskalaen har samme mellomrom som celsiusskalaen, så kan vi bruke temperaturer i celsius i stedet.
- T_1 er temperaturen vi skal varme opp vannet fra.

Vannet i leiligheten min er 5 °C på vei inn i leiligheten. Jeg må varme det opp til 38 °C for å dusje. Jeg kan nå lage en formel som sier hvor mye energi som kreves for å varme opp vannet jeg bruker på å dusje. Formelen er avhengig av m , antall kg med vann.

$$\begin{aligned} Q &= c_p \cdot m \cdot (T_2 - T_1) \\ &= 4,19 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}^{-1} \cdot m \cdot (38^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C}) \\ &= 4,19 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}^{-1} \cdot m \cdot 33 \text{ K} \\ &= 138,27 \cdot m \text{ kJ/kg} \\ &= 138,27 \cdot m \text{ kJ/liter} \end{aligned}$$

Q er nå den totale energien for å varme opp m kg vann med $(T_2 - T_1)$ grader C. Jeg lager en ny variabel som jeg kaller q som er Q/m slik at det blir energien per kg med vann, eller per liter med vann.

$$q = \frac{Q}{m} = \frac{138,27 \cdot m \text{ kJ/liter}}{m} = 138,27 \text{ kJ/liter}$$

Jeg ønsker å gjøre om svarene mine til kilowattimer per liter istedenfor kilojoule per liter. Jeg bruker konverteringsverktøyet i kalkulatoren på Macen min (Her må jeg skrive inn energien i joule, så jeg ganger svaret mitt ovenfor med 1000 slik at jeg skriver inn 138270 istedenfor 138,27):



Ifølge kalkulatoren krever dusjen: $q_{\text{kWh}} = 0,0384 \text{ kWh/liter}$

```
[3]: c_p = 4.19
      T_2 = 38
      T_1 = 5

      # jeg lager en variabel q som er lik Q/m, altså
      # den totale energien, Q, delt på massen m

      q = c_p * (T_2 - T_1)
      q_kwh = q / 3600      # 1 J = 1 Ws. 3600 Ws = 1 Wh. 3600 kJ = 1 kWh
      print(f"Energien som kreves for å varme opp vann er {q_kwh:.4} kWh per liter.")
```

Energien som kreves for å varme opp vann er 0.03841 kWh per liter.

1.1 Oppgave 1: Kostnaden for en dusj

Lag en formel for kostnaden K ved å ta seg en dusj. Formelen skal blant annet inneholde hvor mye vann m som går med når du dusjer.

Kostnaden for dusjing per liter vann består av:

- $P_S \cdot q_{\text{kWh}}$: Strømprisen for oppvarming av vannet multiplisert med energien som er brukt på å varme opp m liter vann

- P_V : Kommunale avgifter for bruk av m liter vann
- Alt dette \uparrow skal ganges med m

$$\begin{aligned} K &= (P_S \cdot q_{\text{kWh}} + P_V) \cdot m \\ &= (0,725 \text{ kr/kWh} \cdot 0,0384 \text{ kWh/liter} + 0,02043 \text{ kr/liter}) \cdot m \\ &= 0,04837 \text{ kr/liter} \cdot m \end{aligned}$$

```
[4]: import numpy as np                                # jeg importerer numpy for å kunne lage
                                             # en array med punkter for m
m = np.linspace(0,200,500)                    # velger m mellom 0 og 200. Lager 500 ...
                                             # ..datapunkter (altså for 0, 0.4, 0.8...)

vannpris = 0.02043
K = (total_strømpris * q_kwh + vannpris) * m
print(f"Prisen for dusjing er {K[-1]/m[-1]:.4} kr per liter vann.")
```

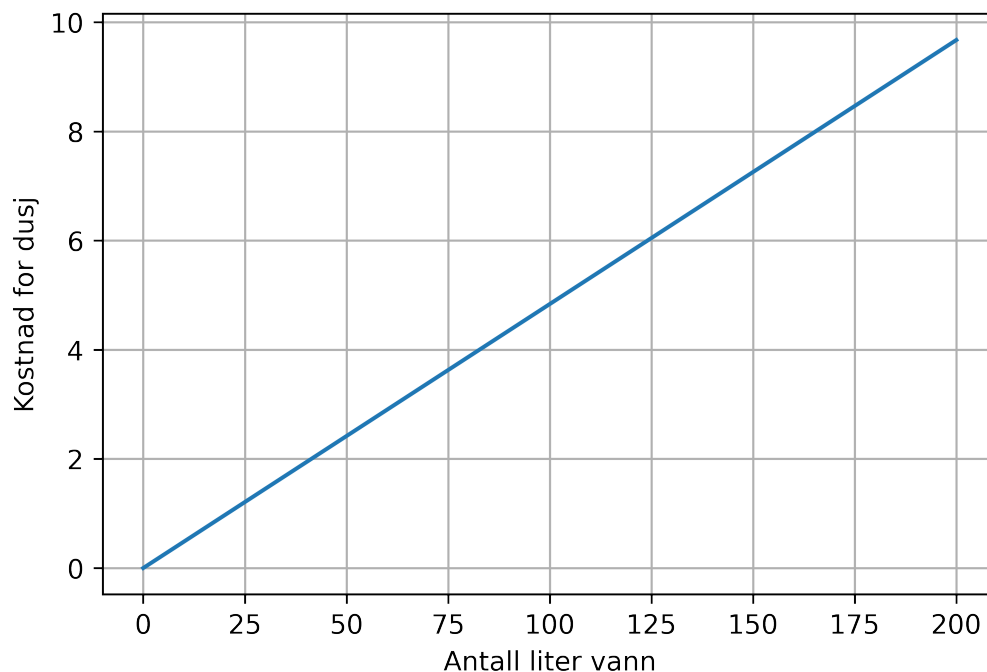
Prisen for dusjing er 0.04837 kr per liter vann.

1.2 Oppgave 2: Grafisk framstilling

Lag en grafisk framstilling av formelen du har kommet fram til.

```
[5]: # Jeg trenger pakken matplotlib.pyplot for å plott grafene
import matplotlib.pyplot as plt

[6]: plt.plot(m,K)                                # plotter m på x-aksen, K på y-aksen
plt.xlabel("Antall liter vann")                    # setter aksetitler
plt.ylabel("Kostnad for dusj")
plt.grid()                                         # setter på rutenett
```



1.3 Oppgave 3: Kostnad for dusj per tidsenhet

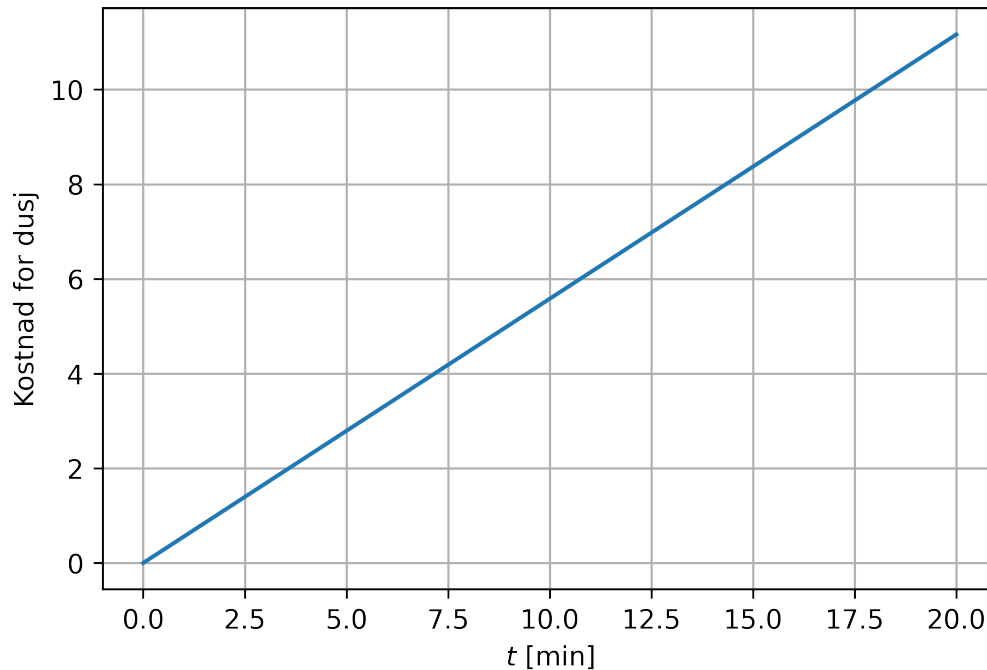
Endre på formelen i a) slik at den inneholder tida t som du bruker på å dusje, i stedet for hvor mye vann m som går med. Hva slags vilkår setter du, og hvordan ser den grafiske framstillingen i b) ut med denne endringen?

Vilkåret mitt er at jeg bruker 11,54 liter per minutt når jeg dusjer. Jeg kan bytte ut m i formelen ovenfor med 11,54 liter/minutt t , hvor t er tiden i minutter

$$K_t = 0,04837 \text{ kr/liter} \cdot 11,54 \text{ liter/min} \cdot t = 0,546 \text{ kr/min} \cdot t$$

```
[7]: t = np.linspace(0,20,500)
vannføring_i_dusj = 11.54
print(f"Prisen per minutt for dusjing er {K[-1]/m[-1]*vannføring_i_dusj:.4} kr.
      ↪")
K_t = (K[-1]/m[-1]) * vannføring_i_dusj * t
plt.plot(t,K_t)
plt.xlabel("$t$ [min]")
plt.ylabel("Kostnad for dusj")
plt.grid()
```

Prisen per minutt for dusjing er 0.5582 kr.



1.4 Oppgave 4: Prisstigning på strøm

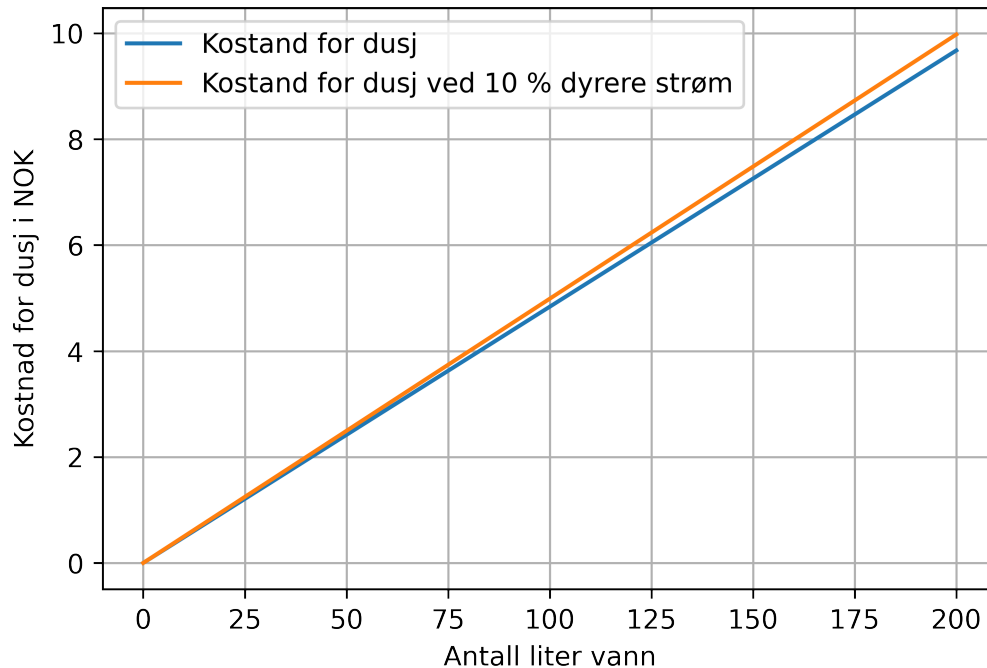
Energiselskapet legger på energiprisen 10 %. Hvordan påvirker dette formelen i a) og den grafiske framstillingen i b)?

```
[8]: # Den nye prisen K_plus_10pst har 10 % høyere energipris. Jeg forutsetter
# at det betyr at prisen for spotkraft går opp med 10 %, og de andre delene
# av strømregningen ikke endrer seg.
```

```
K_plus_10pst = ((spotpris * 1.10 + fornybar_avgift + påslag_innkjøpspris + \
    nettleie) * q_kwh + vannpris) * m
```

```
plt.plot(m,K)
plt.plot(m,K_plus_10pst)
plt.xlabel("Antall liter vann")
plt.ylabel("Kostnad for dusj i NOK")
plt.grid()
plt.legend(["Kostand for dusj", "Kostand for dusj ved 10 % dyrere strøm"])
```

```
[8]: <matplotlib.legend.Legend at 0x7fb705052340>
```



1.5 Oppgave 5: Hva betyr prisstigningen for deg?

Hvor mye må du korte inn på tida du står og dusjer, for å kompensere for prisøkningen på strømmen?

Jeg finner vekstfaktoren mellom stigningstallene til de to funksjonene (med og uten prisstigning). Dette kan jeg gjøre på flere måter, men den kanskje den raskeste er å gjøre som i python-scriptet under ↓. Her finner jeg rett og slett ut hvor mange ganger mer man betaler ved 10 % prisstigning enn uten ved å dele den siste verdien i listen `K_plus_10pst` på den siste verdien i listen `K`.

```
[9]: vekstfaktor = K_plus_10pst[-1]/K[-1]
print(f"Vekstfaktoren mellom dagens kostnader for dusj og kostnadene ved 10 % \
dyrere energipris er {vekstfaktor:.5}")
print(f"Dù må redusere dusjlengden med {(vekstfaktor - 1) * 100:.3} % for å \
kompensere for prisøkningen")
```

Vekstfaktoren mellom dagens kostnader for dusj og kostnadene ved 10 % dyrere energipris er 1.0312

Du må redusere dusjlengden med 3.12 % for å kompensere for prisøkningen