

Analiza praca domowa

Bartosz Kucypera

27 marca 2023

Zadanie 1

Niech $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$, zaś $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = y^2\}$

1) Wyznacz punkty przecięcia A i B.

Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i $g : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dane wzorami $f(x) = x^2, g(x) = \sqrt{x}$.

Zauważmy, że zbiór $A = \{(x, f(x)) : x \in \mathbb{R}\}$ a ponieważ $f \geq 0$ na \mathbb{R} to $A \cap B = A \cap (B \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0\})$ a tak się składa, że $B \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0\} = \{(x, g(x)) : x \in [0, \infty)\}$, czyli nasze zadanie sprowadza się do rozwiązania równania $f(x) = g(x)$, dla $x \in [0, \infty)$. Rozwiązania są oczywiście dwa, dla $x = 0$ i $x = 1$. Czyli $A \cap B = \{(0, 0), (1, 1)\}$.

2) Wyznacz równania stycznych

Zajmijmy się najpierw zbiorem A. Zbiór ten jest wykresem funkcji różniczkowalnej na \mathbb{R} , więc policzenie stycznych, będzie proste (mamy współczynniki kierunkowe prostych za darmo z pochodnej). Dla