

Ex 42)

Par l'absurde, on suppose que  $A$  n'est pas diagonalisable.  
On trigonalise  $A$  dans  $\mathbb{C}$ .

$$\exists P \in GL_2(\mathbb{C}) : A = P T P^{-1}$$

$$\text{soit } T = \begin{pmatrix} \lambda & b \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} (b \neq 0) \text{ car } A \text{ admet au moins une valeur propre } \lambda \text{ et si } A \text{ admet}$$

une seconde vp distincte alors  $A$  diagonalisable ce qui est pas possible.

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad A^n = P T^n P^{-1}$$

$$T^n = \begin{pmatrix} \lambda^n & n b \lambda^{n-1} \\ 0 & \lambda^n \end{pmatrix} \quad (\det(A) \neq 0)$$

à  $n b \lambda^{n-1}$  diverge car  $\lambda \neq 0$  et  $b \neq 0$   
or cela contredit l'hypothèse.