STANCU STELA
CLASA a VI-a
TEMA: **SUME DE NUMERE RAȚIONALE**

1. Să se arate că: $\frac{1}{k\cdot(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$.

2. a) Verificați egalitatea $\frac{1}{(3n+1)\cdot(3n+4)} = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3n+1} - \frac{1}{3n+4}\right)$, $\forall\, n \in N$

b) Aflați $n \in N$ din egalitatea $\frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \ldots + \frac{1}{(3n+1)(3n+4)} = \frac{2010}{3033}$

3. Fie numerele $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{n}$ și $B = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \ldots + \frac{n-1}{n}$, $n \in N^*$

Determinați $n > 1$ pentru care media aritmetică a numerelor A și B este $1006{,}5$.

4. a) Arătați că $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} < 2$, $\forall\, n \in N^*$.

b) Determinați $n \in N^*$ dacă $S_n = \frac{4019}{2010}$.

5. Fie $a = \frac{2^5}{31} + 2^5 + 2^{10} + 2^{15} + \ldots + 2^{2015}$ și

$$b = \frac{1}{1+2+\ldots+64} + \frac{1}{1+2+\ldots+65} + \frac{1}{1+2+\ldots+66} + \ldots + \frac{1}{1+2+\ldots+2047}.$$

Arătați că $a\cdot b$ este pătrat perfect.

6.

a) Efectuați suma: $S = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{2013\cdot 2014}$.

b) (Extindere). Efectuați suma: $S = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{n\cdot(n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

c) (Generalizare). Efectuați suma:

$$S = \frac{1}{a\cdot(a+1)} + \frac{1}{(a+1)\cdot(a+2)} + \frac{1}{(a+2)\cdot(a+3)} + \ldots + \frac{1}{(a+k)\cdot(a+k+1)},\ a \in \mathbb{N}^*,\ k \in \mathbb{N}.$$

7.

a) Efectuați suma: $S = \frac{1}{1\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 13} + \frac{1}{13\cdot 19} + \ldots + \frac{1}{2011\cdot 2017}$.

b) (O extindere). Efectuați suma: $S = \frac{1}{1\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 13} + \frac{1}{13\cdot 19} + \ldots + \frac{1}{(6k+1)[6(k+1)+1]}$, $k \in \mathbb{N}$.

c) (Generalizare). Efectuați suma:

$$S = \frac{1}{1\cdot a} + \frac{1}{a\cdot(2a-1)} + \frac{1}{(2a-1)\cdot(3a-2)} + \ldots + \frac{1}{[k\cdot(a-1)+1]\cdot[(k+1)\cdot(a-1)+1]},\ a,k \in \mathbb{N},\ a \geq 2.$$