Uniwersytet Warszawski

Trzech wychillowanych ziomków

Jan Kwiatkowski, Marek Skiba, Michał Staniewski

CERC 2022

2022-11-25

Headers (1)

.bashrc

11 lines

```
c() {
  g++ -std=c++17 -Wall -Wextra -Wshadow \
    -Wconversion -Wno-sign-conversion -Wfloat-equal \
    -D_GLIBCXX_DEBUG -fsanitize=address,undefined -ggdb3 \
    -DDEBUG -DLOCAL $1.cpp -o $1
}
nc() {
  g++ -DLOCAL -O3 -std=c++17 -static $1.cpp -o $1 # -m32
}
alias cp='cp -i'
alias mv='mv -i'
```

.vimrc

5 lines

```
set nu rnu hls is nosol ts=4 sw=4 ch=2 sc
filetype indent plugin on
syntax on
ca Hash w !cpp -dD -P -fpreprocessed \| tr -d '[:space:]' \
\| md5sum \| cut -c-6
```

main.cpp

Opis: Główny nagłówek

<bits/stdc++.h> 7d667b, 30 lines

```
using namespace std;
using LL = long long;
#define FOR(i, l, r) for(int i = (l); i <= (r); ++i)
#define REP(i, n) FOR(i, 0, (n) - 1)
#define ssize(x) int(x.size())

template<class A, class B>
auto& operator<<(ostream &o, pair<A, B> p) {
  return o << '(' << p.first << ", " << p.second << ')';
}
template<class T>
auto operator<<(ostream &o, T x) -> decltype(x.end(), o) {
  o << '{';
  int i = 0;
  for(auto e : x)
    o << (i++ ? ", " : "") << e;
  return o << '}';
}

#ifdef DEBUG
#define debug(x...) cerr << "[" #x "]: ", \
  [](auto...$){ ((cerr << $ << "; "), ...); }(x), cerr << '\n'
#else
#define debug(...) {}
#endif

int main() {
  cin.tie(0)->sync_with_stdio(0);
}
```

gen.cpp

Opis: Dodatek do generatorki

b768b1, 4 lines

```
mt19937 rng(chrono::system_clock::now().time_since_epoch().
     count());
int rd(int l, int r) {
  return int(rng()%(r-l+1)+l);
}
```

spr.sh

11 lines

```
for ((i=0;;i++)); do
  ./gen < g.in > t.in
  ./main < t.in > m.out
  ./brute < t.in > b.out
  if diff -w m.out b.out > /dev/null; then
    printf "OK $i\r"
  else
    echo WA
    return 0
  fi
done
```

freopen.cpp

Opis: Kod do IO z/do plików

eb0c77, 6 lines

```
#define PATH "fillme"
  assert(strcmp(PATH, "fillme") != 0);
#ifndef LOCAL
  freopen(PATH ".in", "r", stdin);
  freopen(PATH ".out", "w", stdout);
#endif
```

memoryusage.cpp

Opis: Trzeba wywołać pod koniec main'a.

f1aef5, 3 lines

```
#ifdef LOCAL
system("grep VmPeak /proc/$PPID/status");
#endif
```

Podejścia (2)

- **Czytanie ze zrozumieniem**
- dynamik, zachłan
- dziel i zwyciężaj - matematyka dyskretna, $opt(i) \leq opt(i+1)$
- sposób "liczba dobrych obiektów = liczba wszystkich obiektów - liczba złych obiektów"
- czy warunek konieczny = warunek wystarczający?
- odpowiednie przekształcenie równania; uniezależnienie funkcji od jakiejś zmiennej, zauważenie wypukłości
- zastanowić się nad łatwiejszym problemem, bez jakiegoś elementu z treści
- sprowadzić problem do innego, łatwiejszego/mniejszego problemu
- sprowadzić problem 2D do problemu 1D (zamiatanie; niezależność wyniku dla współrzędnych X od współrzędnych Y)
- konstrukcja grafu
- określenie struktury grafu
- optymalizacja bruta do wzorcówki
- czy można poprawić (może zachłannie) rozwiązanie nieoptymalne?
- czy są ciekawe fakty w rozwiązaniach optymalnych? (może się do tego przydać brute)
- sprawdzić czy w zadaniu czegoś jest "mało" (np. czy wynik jest mały, albo jakaś zmienna, może się do tego przydać brute)
- odpowiednio "wzbogacić" jakiś algorytm
- cokolwiek poniżej 10^9 operacji ma szansę wejść
- co można wykonać offline? czy jest coś, czego kolejność nie ma znaczenia?
- co można posortować? czy jest zawsze jakaś pewna optymalna kolejność?
- narysować dużo swoich własnych przykładów i coś z nich wywnioskować
- skupienie się na pozycji jakiegoś specjalnego elementu, np najmniejszego
- szacowanie wyniku - czy wynik jest mały? czy umiem skonstruować algorytm który zawsze znajdzie upper bound na wynik?
- sklepać brute który sprawdza obserwacje, zawsze jeśli potrzebujemy zoptymalizować dp, wypisać wartości na małym przykładzie
- pierwiastki - elementy > i < $\sqrt{N}$ osobno, rebuild co $\sqrt{N}$ operacji, jeśli suma wartości $= N$, jest $\sqrt{N}$ różnych wartości
- rozwiązania probabilistyczne, paradoks urodzeń
- meet in the middle, backtrack
- sprowadzić stan do jednoznacznej postaci na podstawie podanych operacji, co pozwala sprawdzić czy z jednego stanu da się otrzymać drugi

2.1 Troubleshoot

Przed submitem:

- Narysuj parę przykładów i przetestuj kod
- Czy limity czasu są ostre? Wygeneruj maxtest.
- Czy zużycie pamięci jest spoko?
- Czy gdzieś mogą być overflowy?
- Upewnij sie, żeby submitnąć dobry plik.

Wrong Answer:

- Wydrukuj kod i debug output
- Czy czyścisz struktury pomiędzy test case'ami?
- Czy wczytujesz całe wejście?

- Czy twój kod obsługuje cały zasięg wejścia?
- Przeczytaj jeszcze raz treść.
- Czy zrozumiałeś dobrze zadanie?
- Czy obsługujesz dobrze wszystkie przypadki brzegowe?
- Niezainicjalizowane zmienne?
- Overflowy?
- Mylisz n z m lub i z j, itp?
- Czy format wyjścia jest na pewno dobry?
- Czy jesteś pewien, że twój algorytm działa?
- Czy są specjalne przypadki, o których nie pomyślałeś?
- Dodaj asserty, może submitnij jeszcze raz z nimi.
- Stwórz/Wygeneruj przykłady.
- Wytłumacz algorytm komuś innemu.
- Poproś kogoś, żeby spojrzał na twój kod.
- Przejdź się, np do toalety.
- Przepisz kod od nowa, lub niech ktoś inny to zrobi.
- Przeleć przez tą listę jeszcze raz.

Runetime Error:

- Czy przetestowałeś lokalnie wszystkie przypadki brzegowe?
- Niezainicjalizowane zmienne?
- Czy odwołujesz się poza zasięg vectora?
- Czy jakieś asserty mogły się odpalić?
- Dzielenie przez 0? mod 0?
- Nieskończona rekurencja?
- Unieważnione iteratory, wskaźniki, referencje?
- Czy używasz za dużo pamięci?

Time Limit Exceeded:

- Czy mogą być gdzieś nieskończone pętle?
- Jaka jest złożoność algorytmu?
- Czy nie kopiujesz dużo niepotrzebnych danych? (referencje)
- Pamiętaj o linijkach do iostreama
- Zastąp vectory i mapy w kodzie (odpowiednio array i unordered_map)
- Co inni myślą o twoim algorytmie?

Memory Limit Exceeded:

- Jaka jest maksymalna ilość pamięci twój algorytm potrzebuje?
- Czy czyścisz struktury pomiędzy test case'ami?

Wzorki (3)

3.1 Równości

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Wierzchołek paraboli $= (-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$.

$$\begin{matrix} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x = \dfrac{ed - bf}{ad - bc} \\ y = \dfrac{af - ec}{ad - bc} \end{matrix}$$

3.2 Pitagoras

Trójki (a, b, c), takie że $a^2 + b^2 = c^2$:

$$a = k \cdot (m^2 - n^2),\;\; b = k \cdot (2mn),\;\; c = k \cdot (m^2 + n^2),$$

gdzie $m > n > 0$, $k > 0$, $m \perp n$, oraz albo m albo n jest parzyste.

3.3 Generowanie względnie pierwszych par

Dwa drzewa, zaczynając od $(2, 1)$ (parzysta-nieparzysta) oraz $(3, 1)$ (nieparzysta-nieparzysta), rozgałęzienia są do $(2m - n, m)$, $(2m + n, m)$ oraz $(m + 2n, n)$.

3.4 Liczby pierwsze

$p = 962592769$ to liczba na NTT, czyli $2^{21} \mid p - 1$, which may be useful. Do hashowania: 970592641 (31-bit), 31443539979727 (45-bit), 3006703054056749 (52-bit).

Jest 78498 pierwszych $\leq 1\,000\,000$.

Generatorów jest $\phi(\phi(p^a))$, czyli dla $p > 2$ zawsze istnieje.

3.5 Dzielniki

$\sum_{d|n} d = O(n \log \log n)$.

Liczba dzielników n jest co najwyżej 100 dla $n < 5e4$, 500 dla $n < 1e7$, 2000 dla $n < 1e10$, 200 000 dla $n < 1e19$.

3.6 Lemat Burnside'a

Liczba takich samych obiektów z dokładnością do symetrii wynosi

$$\frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |X^g|,$$

Gdzie G to zbiór symetrii (ruchów) oraz X^g to punkty (obiekty) stałe symetrii g.

3.7 Silnia

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n!$	1	2	6	24	120	720	5040	40320	362880	3628800

n	11	12	13	14	15	16	17
$n!$	4.0e7	4.8e8	6.2e9	8.7e10	1.3e12	2.1e13	3.6e14

n	20	25	30	40	50	100	150	171
$n!$	2e18	2e25	3e32	8e47	3e64	9e157	6e262	>DBL_MAX

3.8 Symbol Newtona

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \frac{n^{\underline{k}}}{k!}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \cdots + \binom{k-1}{k-1}$$

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

$$\sum_{i=0}^{k} \binom{n+i}{i} = \binom{n+k+1}{k}$$

$$(-1)^i \binom{x}{i} = \binom{i-1-x}{i}$$

$$\sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \binom{m}{k-i} = \binom{n+m}{k}$$

$$\binom{n}{k}\binom{k}{i} = \binom{n}{i}\binom{n-i}{k-i}$$

3.9 Wzorki na pewne ciągi

3.9.1 Nieporządek

Liczba takich permutacji, że $p_i \neq i$ (żadna liczba nie wraca na tą samą pozycję).

$$D(n) = (n-1)(D(n-1) + D(n-2)) = nD(n-1) + (-1)^n = \left\lfloor \frac{n!}{e} \right\rceil$$

3.9.2 Liczba podziałów

Liczba sposobów zapisania n jako sumę posortowanych liczb dodatnich.

$$p(0) = 1,\;\; p(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} (-1)^{k+1} p(n - k(3k-1)/2)$$

$$p(n) \sim 0.145/n \cdot \exp(2.56\sqrt{n})$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	20	50	100
$p(n)$	1	1	2	3	5	7	11	15	22	30	627	~2e5	~2e8

3.9.3 Liczby Eulera pierwszego rzędu

Liczba permutacji $\pi \in S_n$ gdzie k elementów jest większych niż poprzedni: k razy $\pi(j) > \pi(j+1)$, $k+1$ razy $\pi(j) \geq j$, k razy $\pi(j) > j$.

$$E(n,k) = (n-k)E(n-1,k-1) + (k+1)E(n-1,k)$$

$$E(n,0) = E(n,n-1) = 1$$

$$E(n,k) = \sum_{j=0}^{k} (-1)^j \binom{n+1}{j} (k+1-j)^n$$

3.9.4 Stirling pierwszego rzędu

Liczba permutacji długości n mające k cykli.

$$c(n,k) = c(n-1,k-1) + (n-1)c(n-1,k),\;\; c(0,0) = 1$$

$$\textstyle\sum_{k=0}^{n} c(n,k)x^k = x(x+1)\ldots(x+n-1)$$

$c(8,k) = 8, 0, 5040, 13068, 13132, 6769, 1960, 322, 28, 1$
$c(n,2) = 0, 0, 1, 3, 11, 50, 274, 1764, 13068, 109584, \ldots$

3.9.5 Stirling drugiego rzędu

Liczba podziałów zbioru rozmiaru n na k bloków.

$$S(n,k) = S(n-1,k-1) + kS(n-1,k)$$

$$S(n,1) = S(n,n) = 1$$

$$S(n,k) = \frac{1}{k!} \sum_{j=0}^{k} (-1)^{k-j} \binom{k}{j} j^n$$

3.9.6 Liczby Catalana

$$C_n = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n} = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n+1} = \frac{(2n)!}{(n+1)!n!}$$

$$C_0 = 1,\;\; C_{n+1} = \frac{2(2n+1)}{n+2} C_n,\;\; C_{n+1} = \sum C_i C_{n-i}$$

$C_n = 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, 58786, \ldots$

- ścieżki na planszy $n \times n$.
- nawiasowania po n ().
- liczba drzew binarnych z $n+1$ liśćiami (0 lub 2 syny).
- skierowanych drzew z $n+1$ wierzchołkami.
- triangulacje $n+2$-kąta.
- permutacji $[n]$ bez 3-wyrazowego rosnącego podciągu?

3.9.7 Formuła Cayley'a

Liczba różnych drzew (z dokładnością do numerowania wierzchołków) wynosi n^{n-2}. Liczba sposobów by zespójnić k spójnych o rozmiarach $s_1, s_2, \ldots, s_k$ wynosi $s_1 \cdot s_2 \cdot \cdots \cdot s_k \cdot n^{k-2}$.

3.10 Funkcje tworzące

$$\frac{1}{(1-x)^k} = \sum_{n \geq 0} \binom{k-1+n}{k-1} x^n$$

$$\exp(x) = \sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!}$$

$$-\log(1-x) = \sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n}$$

3.11 Funkcje multiplikatywne

- $\epsilon(n) = [n = 1]$
- $id_k(n) = n^k$, $id = id_1$, $\mathbb{1} = id_0$
- $\sigma_k(n) = \sum_{d|n} d^k$, $\sigma = \sigma_1$, $\tau = \sigma_0$
- $\mu(p^k) = [k = 0] - [k = 1]$
- $\varphi(p^k) = p^k - p^{k-1}$
- $(f * g)(n) = \sum_{d|n} f(d)\, g\left(\frac{n}{d}\right)$
- $f * g = g * f$
- $f * (g * h) = (f * g) * h$
- $f * (g + h) = f * g + f * h$
- jak dwie z trzech funkcji $f * g = h$ są multiplikatywne, to trzecia też
- $f * \mathbb{1} = g \Leftrightarrow g * \mu = f$
- $f * \epsilon = f$
- $\mu * \mathbb{1} = \epsilon$, $[n = 1] = \sum_{d|n} \mu(d) = \sum_{d=1}^{n} \mu(d)\, [d|n]$
- $\varphi * \mathbb{1} = id$
- $id_k * \mathbb{1} = \sigma_k$, $id * \mathbb{1} = \sigma$, $\mathbb{1} * \mathbb{1} = \tau$
- $s_f(n) = \sum_{i=1}^{n} f(i)$
- $s_f(n) = \frac{s_{f*g}(n) - \sum_{d=2}^{n} s_f\left(\lfloor \frac{n}{d} \rfloor\right) g(d)}{g(1)}$

3.12 Zasada włączeń i wyłączeń

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{\emptyset \neq J \subseteq \{1,\ldots,n\}} (-1)^{|J|+1} \left|\bigcap_{j \in J} A_j\right|$$

3.13 Fibonacci

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$

$F_{n-1}F_{n+1} - F_n^2 = (-1)^n$, $F_{n+k} = F_k F_{n+1} + F_{k-1} F_n$, $F_n | F_{nk}$, $NWD(F_m, F_n) = F_{NWD(m,n)}$

Matma (4)

berlekamp-massey

Opis: Zgadywanie rekurencji liniowej

Czas: $\mathcal{O}(n^2 \log k)$ Pamięć : $\mathcal{O}(n)$

Użycie: `Berlekamp_Massey<mod> bm(x)` zgaduje rekurencję ciągu x `bm.get(k)` zwraca k-ty wyraz ciągu x (index 0)

4ccc6b, 57 lines

```
template<int mod>
struct BerlekampMassey {
  int mul(int a, int b) {
    return (LL) a * b % mod;
  }
  int add(int a, int b) {
    return a + b < mod ? a + b : a + b - mod;
  }
  int qpow(int a, int b) {
    if(b == 0) return 1;
    if(b % 2 == 1) return mul(qpow(a, b - 1), a);
    return qpow(mul(a, a), b / 2);
  }

  int n;
  vector<int> x, C;
  BerlekampMassey(vector<int> &_x) : x(_x) {
    vector<int> B; B = C = {1};
    int b = 1, m = 0;
    REP(i, ssize(x)) {
      m++; int d = x[i];
      FOR(j, 1, ssize(C) - 1)
        d = add(d, mul(C[j], x[i - j]));
      if(d == 0) continue;
      auto _B = C;
      C.resize(max(ssize(C), m + ssize(B)));
      int coef = mul(d, qpow(b, mod - 2));
      FOR(j, m, m + ssize(B) - 1)
        C[j] = (C[j] - mul(coef, B[j - m]) + mod) % mod;
      if(ssize(_B) < m + ssize(B)) { B = _B; b = d; m = 0; }
    }
    C.erase(C.begin());
    for(int &t : C) t = add(mod, -t);
    n = ssize(C);
  }

  vector<int> combine(vector<int> a, vector<int> b) {
    vector<int> ret(n * 2 + 1);
    REP(i, n + 1) REP(j, n + 1)
      ret[i + j] = add(ret[i + j], mul(a[i], b[j]));
    for(int i = 2 * n; i > n; i--) REP(j, n)
      ret[i - j - 1] = add(ret[i - j - 1], mul(ret[i], C[j]));
    return ret;
  }

  int get(LL k) {
    vector<int> r(n + 1), pw(n + 1);
    r[0] = pw[1] = 1;
    for(k++; k; k /= 2) {
      if(k % 2) r = combine(r, pw);
      pw = combine(pw, pw);
    }
    LL ret = 0;
    REP(i, n) ret = add(ret, mul(r[i + 1], x[i]));
    return ret;
  }
};
```

bignum

Opis: Reprezentacja dużych int'ów

Czas: Podstawa wynosi 1e9. Mnożenie, dzielenie, nwd oraz modulo jest kwadratowe, wersje operatorX(Num, int) liniowe

Użycie: Podstawę można zmieniać (ma zachodzić `base == 10^digits_per_elem`).

feea63, 152 lines

```
struct Num {
  static constexpr int digits_per_elem = 9, base = int(1e9);
  vector<int> x;

  Num& shorten() {
    while(ssize(x) and x.back() == 0)
      x.pop_back();
    for(int a : x)
      assert(0 <= a and a < base);
    return *this;
  }

  Num(const string& s) {
    for(int i = ssize(s); i > 0; i -= digits_per_elem)
      if(i < digits_per_elem)
        x.emplace_back(stoi(s.substr(0, i)));
      else
        x.emplace_back(stoi(s.substr(i - digits_per_elem,
            digits_per_elem)));
    shorten();
  }
  Num() {}
  Num(LL s) : Num(to_string(s)) {
    assert(s >= 0);
  }
};

string to_string(const Num& n) {
  stringstream s;
  s << (ssize(n.x) ? n.x.back() : 0);
  for(int i = ssize(n.x) - 2; i >= 0; --i)
    s << setfill('0') << setw(n.digits_per_elem) << n.x[i];
  return s.str();
}

ostream& operator<<(ostream &o, const Num& n) {
  return o << to_string(n).c_str();
}

Num operator+(Num a, const Num& b) {
  int carry = 0;
  for(int i = 0; i < max(ssize(a.x), ssize(b.x)) or carry; ++i)
      {
    if(i == ssize(a.x))
      a.x.emplace_back(0);
    a.x[i] += carry + (i < ssize(b.x) ? b.x[i] : 0);
    carry = bool(a.x[i] >= a.base);
    if(carry)
      a.x[i] -= a.base;
  }
  return a.shorten();
}

bool operator<(const Num& a, const Num& b) {
  if(ssize(a.x) != ssize(b.x))
    return ssize(a.x) < ssize(b.x);
  for(int i = ssize(a.x) - 1; i >= 0; --i)
    if(a.x[i] != b.x[i])
      return a.x[i] < b.x[i];
  return false;
}

bool operator==(const Num& a, const Num& b) {
  return a.x == b.x;
}
```

```
bool operator<=(const Num& a, const Num& b) {
  return a < b or a == b;
}

Num operator-(Num a, const Num& b) {
  assert(b <= a);
  int carry = 0;
  for(int i = 0; i < ssize(b.x) or carry; ++i) {
    a.x[i] -= carry + (i < ssize(b.x) ? b.x[i] : 0);
    carry = a.x[i] < 0;
    if(carry)
      a.x[i] += a.base;
  }
  return a.shorten();
}

Num operator*(Num a, int b) {
  assert(0 <= b and b < a.base);
  int carry = 0;
  for(int i = 0; i < ssize(a.x) or carry; ++i) {
    if(i == ssize(a.x))
      a.x.emplace_back(0);
    LL cur = a.x[i] * LL(b) + carry;
    a.x[i] = int(cur % a.base);
    carry = int(cur / a.base);
  }
  return a.shorten();
}

Num operator*(const Num& a, const Num& b) {
  Num c;
  c.x.resize(ssize(a.x) + ssize(b.x));
  REP(i, ssize(a.x))
    for(int j = 0, carry = 0; j < ssize(b.x) or carry; ++j) {
      LL cur = c.x[i + j] + a.x[i] * LL(j < ssize(b.x) ? b.x[j]
          : 0) + carry;
      c.x[i + j] = int(cur % a.base);
      carry = int(cur / a.base);
    }
  return c.shorten();
}

Num operator/(Num a, int b) {
  assert(0 < b and b < a.base);
  int carry = 0;
  for(int i = ssize(a.x) - 1; i >= 0; --i) {
    LL cur = a.x[i] + carry * LL(a.base);
    a.x[i] = int(cur / b);
    carry = int(cur % b);
  }
  return a.shorten();
}

// zwraca a * pow(a.base, b)
Num shift(Num a, int b) {
  vector v(b, 0);
  a.x.insert(a.x.begin(), v.begin(), v.end());
  return a.shorten();
}

Num operator/(Num a, const Num& b) {
  assert(ssize(b.x));
  Num c;
  for(int i = ssize(a.x) - ssize(b.x); i >= 0; --i) {
    if (a < shift(b, i)) continue;
    int l = 0, r = a.base - 1;
    while (l < r) {
      int m = (l + r + 1) / 2;
      if (shift(b * m, i) <= a)
        l = m;
      else
        r = m - 1;
    }
    c = c + shift(l, i);
    a = a - shift(b * l, i);
  }
  return c.shorten();
}

template<typename T>
Num operator%(const Num& a, const T& b) {
  return a - ((a / b) * b);
}

Num nwd(const Num& a, const Num& b) {
  if(b == Num())
    return a;
  return nwd(b, a % b);
}
```

crt

Opis: Chińskie Twierdzenie o Resztach

Czas: $\mathcal{O}(\log n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(1)$

Użycie: crt(a, m, b, n) zwraca takie x, że x mod m = a i x mod n = b
m i n nie muszą być wzlędnie pierwsze, ale może nie być wtedy rozwiązania
uwali się wtedy assercik, można zmienić na return -1

"../extended-gcd/main.cpp" e206d9, 7 lines

```
LL crt(LL a, LL m, LL b, LL n) {
  if(n > m) swap(a, b), swap(m, n);
  auto [d, x, y] = extended_gcd(m, n);
  assert((a - b) % d == 0);
  LL ret = (b - a) % n * x % n / d * m + a;
  return ret < 0 ? ret + m * n / d : ret;
}
```

determinant

Opis: Wyznacznik macierzy (modulo lub double)

Czas: $\mathcal{O}\left(n^3\right)$

Użycie: determinant(a)

3afca1, 66 lines

```
#if 1
constexpr int mod = 998'244'353;
bool equal(int a, int b) {
  return a == b;
}
int mul(int a, int b) {
  return int((a * LL(b)) % mod);
}
int add(int a, int b) {
  a += b;
  return a >= mod ? a - mod : a;
}
int powi(int a, int b) {
  if(b == 0)
    return 1;
  int x = powi(a, b / 2);
  x = mul(x, x);
  if(b % 2 == 1)
    x = mul(x, a);
  return x;
}
int inv(int x) {
  return powi(x, mod - 2);
}
int divide(int a, int b) {
  return mul(a, inv(b));
}
int sub(int a, int b) {
  return add(a, mod - b);
}
using T = int;
#else
constexpr double eps = 1e-9;
bool equal(double a, double b) {
  return abs(a - b) < eps;
}
#define OP(name, op) double name(double a, double b) { return a
    op b; }
OP(mul, *)
OP(add, +)
OP(divide, /)
OP(sub, -)
using T = double;
#endif

T determinant(vector<vector<T>>& a) {
  int n = ssize(a);
  T res = 1;
  REP(i, n) {
    int b = i;
    FOR(j, i + 1, n - 1)
      if(abs(a[j][i]) > abs(a[b][i]))
        b = j;
    if(i != b)
      swap(a[i], a[b]), res = sub(0, res);
    res = mul(res, a[i][i]);
    if (equal(res, 0))
      return 0;
    FOR(j, i + 1, n - 1) {
      T v = divide(a[j][i], a[i][i]);
      if (not equal(v, 0))
        FOR(k, i + 1, n - 1)
          a[j][k] = sub(a[j][k], mul(v, a[i][k]));
    }
  }
  return res;
}
```

discrete-log

Opis: Dla liczby pierwszej mod oraz $a, b \nmid mod$ znajdzie e takie że $a^e \equiv b \pmod{mod}$. Jak zwróci -1 to nie istnieje.

Czas: $\mathcal{O}\left(\sqrt{n}\log n\right)$

Pamięć: $\mathcal{O}\left(\sqrt{n}\right)$

"../simple-modulo/main.cpp" 466b80, 21 lines

```
int discrete_log(int a, int b) {
    int n = int(sqrt(mod)) + 1;
    int an = 1;
  REP(i, n)
        an = mul(an, a);
    unordered_map<int, int> vals;
  int cur = b;
  FOR(q, 0, n) {
        vals[cur] = q;
    cur = mul(cur, a);
    }
  cur = 1;
  FOR(p, 1, n) {
    cur = mul(cur, an);
        if(vals.count(cur)) {
            int ans = n * p - vals[cur];
            return ans;
        }
    }
  return -1;
```

```
}
```

discrete-root

Opis: Dla pierwszego mod oraz $a \perp mod, k$ znajduje b takie, że $b^k = a$ (pierwiastek k-tego stopnia z a). Jak zwróci -1 to nie istnieje.

"../primitive-root/main.cpp", "../discrete-log/main.cpp" 7a0737, 7 lines

```
int discrete_root(int a, int k) {
  int g = primitive_root();
  int y = discrete_log(powi(g, k), a);
  if(y == -1)
    return -1;
  return powi(g, y);
}
```

extended-gcd

Opis: Dla danego (a, b) znajduje takie $(gcd(a, b), x, y)$, że $ax + by = gcd(a, b)$
Czas: $\mathcal{O}(\log(\min(a, b)))$
Użycie: `auto [gcd, x, y] = extended_gcd(a, b);` 9c311b, 6 lines

```
tuple<LL, LL, LL> extended_gcd(LL a, LL b) {
  if(a == 0)
    return {b, 0, 1};
  auto [gcd, x, y] = extended_gcd(b % a, a);
  return {gcd, y - x * (b / a), x};
}
```

fft-mod

Opis: Mnożenie wielomianów
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: conv_mod(a, b) zwraca iloczyn wielomianów a i b modulo, ma większą dokladność niż zwykle fft

"../fft/main.cpp" 110545, 22 lines

```
vector<int> conv_mod(vector<int> a, vector<int> b, int M) {
  if(a.empty() or b.empty()) return {};
  vector<int> res(ssize(a) + ssize(b) - 1);
  int B = 32 - __builtin_clz(ssize(res)), n = 1 << B;
  int cut = int(sqrt(M));
  vector<Complex> L(n), R(n), outl(n), outs(n);
  REP(i, ssize(a)) L[i] = Complex((int) a[i] / cut, (int) a[i]
      % cut);
  REP(i, ssize(b)) R[i] = Complex((int) b[i] / cut, (int) b[i]
      % cut);
  fft(L), fft(R);
  REP(i, n) {
    int j = -i & (n - 1);
    outl[j] = (L[i] + conj(L[j])) * R[i] / (2.0 * n);
    outs[j] = (L[i] - conj(L[j])) * R[i] / (2.0 * n) / 1i;
  }
  fft(outl), fft(outs);
  REP(i, ssize(res)) {
    LL av = LL(real(outl[i]) + 0.5), cv = LL(imag(outs[i]) +
        0.5);
    LL bv = LL(imag(outl[i]) + 0.5) + LL(real(outs[i]) + 0.5);
    res[i] = int(((av % M * cut + bv) % M * cut + cv) % M);
  }
  return res;
}
```

fft

Opis: Mnożenie wielomianów
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: conv(a, b) zwraca iloczyn wielomianów a i b 7a313d, 38 lines

```
using Complex = complex<double>;
void fft(vector<Complex> &a) {
  int n = ssize(a), L = 31 - __builtin_clz(n);
  static vector<complex<long double>> R(2, 1);
  static vector<Complex> rt(2, 1);
  for(static int k = 2; k < n; k *= 2) {
    R.resize(n), rt.resize(n);
    auto x = polar(1.0L, acosl(-1) / k);
    FOR(i, k, 2 * k - 1)
      rt[i] = R[i] = i & 1 ? R[i / 2] * x : R[i / 2];
  }

  vector<int> rev(n);
  REP(i, n) rev[i] = (rev[i / 2] | (i & 1) << L) / 2;
  REP(i, n) if(i < rev[i]) swap(a[i], a[rev[i]]);
  for(int k = 1; k < n; k *= 2) {
    for(int i = 0; i < n; i += 2 * k) REP(j, k) {
      Complex z = rt[j + k] * a[i + j + k]; // mozna zoptowac
          rozpisujac
      a[i + j + k] = a[i + j] - z;
      a[i + j] += z;
    }
  }
}

vector<double> conv(vector<double> &a, vector<double> &b) {
  if(a.empty() || b.empty()) return {};
  vector<double> res(ssize(a) + ssize(b) - 1);
  int L = 32 - __builtin_clz(ssize(res)), n = (1 << L);
  vector<Complex> in(n), out(n);
  copy(a.begin(), a.end(), in.begin());
  REP(i, ssize(b)) in[i].imag(b[i]);
  fft(in);
  for(auto &x : in) x *= x;
  REP(i, n) out[i] = in[-i & (n - 1)] - conj(in[i]);
  fft(out);
  REP(i, ssize(res)) res[i] = imag(out[i]) / (4 * n);
  return res;
}
```

floor-sum

Opis: Liczy $\sum_{i=0}^{n-1} \left\lfloor \frac{a \cdot i + b}{c} \right\rfloor$
Czas: $\mathcal{O}(\log(a))$
Użycie: floor_sum(n, a, b, c)
Dziala dla $0 \leq a, b < c$ oraz $1 \leq c, n \leq$ 10ˆ9.
Dla innych n, a, b, c trzeba uważać lub użyć __int128. 78c6f7, 15 lines

```
LL floor_sum(LL n, LL a, LL b, LL c) {
  LL ans = 0;
  if (a >= c) {
    ans += (n - 1) * n * (a / c) / 2;
    a %= c;
  }
  if (b >= c) {
    ans += n * (b / c);
    b %= c;
  }
  LL d = (a * (n - 1) + b) / c;
  if (d == 0) return ans;
  ans += d * (n - 1) - floor_sum(d, c, c - b - 1, a);
  return ans;
}
```

fwht

Opis: FWHT
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(1)$
Użycie: n musi być potęgą dwójki.

fwht_or(a)[i] = suma(j będące podmaską i) a[j].
ifwht_or(fwht_or(a)) == a.
convolution_or(a, b)[i] = suma(j | k == i) a[j] * b[k].

fwht_and(a)[i] = suma(j będące nadmaską i) a[j].
ifwht_and(fwht_and(a)) == a.
convolution_and(a, b)[i] = suma(j & k == i) a[j] * b[k].

fwht_xor(a)[i] = suma(j oraz i mają parzyście wspólnie zapalonych bitów) a[j] - suma(j oraz i mają nieparzyście) a[j].
ifwht_xor(fwht_xor(a)) == a.
convolution_xor(a, b)[i] = suma(j ˆ k == i) a[j] * b[k]. b9f7b7, 89 lines

```
vector<int> fwht_or(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = 1; 2 * s <= n; s *= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i)
        a[i + s] += a[i];
  return a;
}
vector<int> ifwht_or(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = n / 2; s >= 1; s /= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i)
        a[i + s] -= a[i];
  return a;
}
vector<int> convolution_or(vector<int> a, vector<int> b) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0 and ssize(b) == n);
  a = fwht_or(a);
  b = fwht_or(b);
  REP(i, n)
    a[i] *= b[i];
  return ifwht_or(a);
}

vector<int> fwht_and(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = 1; 2 * s <= n; s *= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i)
        a[i] += a[i + s];
  return a;
}
vector<int> ifwht_and(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = n / 2; s >= 1; s /= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i)
        a[i] -= a[i + s];
  return a;
}
vector<int> convolution_and(vector<int> a, vector<int> b) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0 and ssize(b) == n);
  a = fwht_and(a);
  b = fwht_and(b);
  REP(i, n)
    a[i] *= b[i];
  return ifwht_and(a);
```

```
}

vector<int> fwht_xor(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = 1; 2 * s <= n; s *= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i) {
        int t = a[i + s];
        a[i + s] = a[i] - t;
        a[i] += t;
      }
  return a;
}
vector<int> ifwht_xor(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = n / 2; s >= 1; s /= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i) {
        int t = a[i + s];
        a[i + s] = (a[i] - t) / 2;
        a[i] = (a[i] + t) / 2;
      }
  return a;
}
vector<int> convolution_xor(vector<int> a, vector<int> b) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0 and ssize(b) == n);
  a = fwht_xor(a);
  b = fwht_xor(b);
  REP(i, n)
    a[i] *= b[i];
  return ifwht_xor(a);
}
```

gauss

Opis: Rozwiązywanie ukladów liniowych (modint albo double)
Czas: $\mathcal{O}(nm(n+m))$
Użycie: `Wrzucam n vectorów {wsp_x0, wsp_x1, ..., wsp_xm - 1, suma},`
`gauss wtedy zwraca liczbę rozwiązań`
`(0, 1 albo 2 (tzn. nieskończoność))`
`oraz jedno poprawne rozwiązanie (o ile istnieje).`
`Przyklad - gauss({2, -1, 1, 7}, {1, 1, 1, 1}, {0, 1, -1, 6.5})`
`zwraca (1, {6.75, 0.375, -6.125})`

7a15a4, 88 lines

```
#if 0
bool equal(int a, int b) {
  return a == b;
}
constexpr int mod = int(1e9) + 7;
int mul(int a, int b) {
  return int((a * LL(b)) % mod);
}
int add(int a, int b) {
  a += b;
  return a >= mod ? a - mod : a;
}
int powi(int a, int b) {
  if(b == 0)
    return 1;
  int x = powi(a, b / 2);
  x = mul(x, x);
  if(b % 2 == 1)
    x = mul(x, a);
  return x;
}
int inv(int x) {
  return powi(x, mod - 2);
}
int divide(int a, int b) {
  return mul(a, inv(b));
}
int sub(int a, int b) {
  return add(a, mod - b);
}
using T = int;
#else
constexpr double eps = 1e-9;
bool equal(double a, double b) {
  return abs(a - b) < eps;
}
#define OP(name, op) double name(double a, double b) { return a
    op b; }
OP(mul, *)
OP(add, +)
OP(divide, /)
OP(sub, -)
using T = double;
#endif

pair<int, vector<T>> gauss(vector<vector<T>> a) {
  int n = ssize(a); // liczba wierszy
  int m = ssize(a[0]) - 1; // liczba zmiennych

  vector<int> where(m, -1); // w ktorym wierszu jest
      zdefiniowana i-ta zmienna
  for(int col = 0, row = 0; col < m and row < n; ++col) {
    int sel = row;
    for(int y = row; y < n; ++y)
      if(abs(a[y][col]) > abs(a[sel][col]))
        sel = y;
    if(equal(a[sel][col], 0))
      continue;
    for(int x = col; x <= m; ++x)
      swap(a[sel][x], a[row][x]);
    // teraz sel jest nieaktualne
    where[col] = row;

    for(int y = 0; y < n; ++y)
      if(y != row) {
        T wspolczynnik = divide(a[y][col], a[row][col]);
        for(int x = col; x <= m; ++x)
          a[y][x] = sub(a[y][x], mul(wspolczynnik, a[row][x]));
      }
    ++row;
  }

  vector<T> answer(m);
  for(int col = 0; col < m; ++col)
    if(where[col] != -1)
      answer[col] = divide(a[where[col]][m], a[where[col]][col
          ]);

  for(int row = 0; row < n; ++row) {
    T got = 0;
    for(int col = 0; col < m; ++col)
      got = add(got, mul(answer[col], a[row][col]));
    if(not equal(got, a[row][m]))
      return {0, answer};
  }

  for(int col = 0; col < m; ++col)
    if(where[col] == -1)
      return {2, answer};
  return {1, answer};
}
```

integral

Opis: Wzór na calkę z zasady Simpsona - zwraca calkę na przedziale [a, b]
Czas: $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `integral([](T x) { return 3 * x * x - 8 * x + 3; }, a, b)`
`Daj asserta na bląd, ewentualnie zwiększ n (im większe n, tym mniejszy bląd)`

c6b602, 8 lines

```
using T = double;
T integral(function<T(T)> f, T a, T b) {
  const int n = 1000;
  T delta = (b - a) / n, sum = f(a) + f(b);
  FOR(i, 1, n - 1)
    sum += f(a + i * delta) * (i & 1 ? 4 : 2);
  return sum * delta / 3;
}
```

miller-rabin

Opis: Test pierwszości Millera-Rabina
Czas: $\mathcal{O}(\log^2 n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(1)$
Użycie: `miller_rabin(n) zwraca czy n jest pierwsze`
`dziala dla long longów`

d9b12a, 33 lines

```
LL llmul(LL a, LL b, LL m) {
  return (a * b - (LL)((long double) a * b / m) * m + m) % m;
}

LL llpowi(LL a, LL n, LL m) {
  if(n == 0) return 1;
  if(n % 2 == 1) return llmul(llpowi(a, n - 1, m), a, m);
  return llpowi(llmul(a, a, m), n / 2, m);
}

bool miller_rabin(LL n) {
  if(n < 2) return false;
  int r = 0;
  LL d = n - 1;
  while(d % 2 == 0)
    d /= 2, r++;
  for(int a : {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37}) {
    if(n == a) return true;
    LL x = llpowi(a, d, n);
    if(x == 1 || x == n - 1)
      continue;
    bool composite = true;
    REP(i, r - 1) {
      x = llmul(x, x, n);
      if(x == n - 1) {
        composite = false;
        break;
      }
    }
    if(composite) return false;
  }
  return true;
}
```

ntt

Opis: Mnożenie wielomianów mod 998244353
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: `conv(a, b) zwraca iloczyn wielomianów a i b`

"../simple-modulo/main.cpp" cae153, 28 lines

```
using vi = vector<int>;
constexpr int root = 3;
void ntt(vi& a, int n, bool inverse = false) {
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  a.resize(n);
  vi b(n);
  for(int w = n / 2; w; w /= 2, swap(a, b)) {
```

```
    int r = powi(root, (mod - 1) / n * w), m = 1;
    for(int i = 0; i < n; i += w * 2, m = mul(m, r)) REP(j, w) {
      int u = a[i + j], v = mul(a[i + j + w], m);
      b[i / 2 + j] = add(u, v);
      b[i / 2 + j + n / 2] = sub(u, v);
    }
  }
  if(inverse) {
    reverse(a.begin() + 1, a.end());
    int invn = inv(n);
    for(int& e : a) e = mul(e, invn);
  }
}
vi conv(vi a, vi b) {
  if(a.empty() or b.empty()) return {};
  int l = ssize(a) + ssize(b) - 1, sz = 1 << __lg(2 * l - 1);
  ntt(a, sz), ntt(b, sz);
  REP(i, sz) a[i] = mul(a[i], b[i]);
  ntt(a, sz, true), a.resize(l);
  return a;
}
```

pi

Opis: Funkcja pi(n) - liczba liczb pierwszych na przedziale [1..n]
Czas: $\mathcal{O}\left(n^3/4\right)$
Użycie: `Pi pi(n);`
`pi.query(d); // d musi być dzielnikiem n`

5af6fc, 28 lines

```
struct Pi {
  vector<LL> w, dp;
  int id(LL v) {
    if (v <= w.back() / v)
      return int(v - 1);
    return ssize(w) - int(w.back() / v);
  }
  Pi(LL n) {
    for (LL i = 1; i * i <= n; ++i) {
      w.push_back(i);
      if (n / i != i)
        w.emplace_back(n / i);
    }
    sort(w.begin(), w.end());
    for (LL i : w)
      dp.emplace_back(i - 1);
    for (LL i = 1; (i + 1) * (i + 1) <= n; ++i) {
      if (dp[i] == dp[i - 1])
        continue;
      for (int j = ssize(w) - 1; w[j] >= (i + 1) * (i + 1); --j)
        dp[j] -= dp[id(w[j] / (i + 1))] - dp[i - 1];
    }
  }
  LL query(LL v) {
    assert(w.back() % v == 0);
    return dp[id(v)];
  }
};
```

polynomial

Opis: Operacje na wielomianach mod 998244353
Czas: deriv, integr - $\mathcal{O}(n)$, powi_deg - $\mathcal{O}(n \cdot deg)$, sqrt, inv, log, exp, powi - $\mathcal{O}(n \cdot \log n)$, powi_slow, eval, inter - $\mathcal{O}\left(n \cdot \log^2 n\right)$
Użycie: Ogólnie to przepisujemy co chcemy. Funkcje oznaczone jako KONIECZNE są wymagane od miejsca ich wystąpienia w kodzie. Funkcje oznaczone WYMAGA ABC wymagają wcześniejszego przepisania ABC.
deriv(a) zwraca a'
integr(a) zwraca $\int$a
powi(_deg/_slow)(a, k, n) zwraca a^k (mod x^n)
sqrt(a, n) zwraca a^1/2 (mod x^n)
inv(a, n) zwraca a^-1 (mod x^n)
log(a, n) zwraca ln(a) (mod x^n)
exp(a, n) zwraca exp(a) (mod x^n)
eval(a, x) zwraca y taki, że a(x_i) = y_i
inter(x, y) zwraca a taki, że a(x_i) = y_i

"../ntt/main.cpp" 766f25, 182 lines

```
vi deriv(vi a) {
  REP(i, ssize(a)) a[i] = mul(a[i], i);
  if(ssize(a)) a.erase(a.begin());
  return a;
}

vi integr(vi a) {
  int n = ssize(a);
  a.insert(a.begin(), 0);
  static vi f{1};
  FOR(i, ssize(f), n) f.emplace_back(mul(f[i - 1], i));
  int r = inv(f[n]);
  for(int i = n; i > 0; --i)
    a[i] = mul(a[i], mul(r, f[i - 1])), r = mul(r, i);
  return a;
}

vi powi_deg(const vi& a, int k, int n) {
  assert(ssize(a) and a[0] != 0);
  vi v(n);
  v[0] = powi(a[0], k);
  FOR(i, 1, n - 1) {
    FOR(j, 1, min(ssize(a) - 1, i)) {
      v[i] = add(v[i], mul(a[j], mul(v[i - j], sub(mul(k, j), i - j))));
    }
    v[i] = mul(v[i], inv(mul(i, a[0])));
  }
  return v;
}

vi mod_xn(const vi& a, int n) { // KONIECZNE
  return vi(a.begin(), a.begin() + min(n, ssize(a)));
}

vi powi_slow(const vi &a, int k, int n) {
  vi v{1}, b = mod_xn(a, n);
  int x = 1; while(x < n) x *= 2;
  while(k) {
    ntt(b, 2 * x);
    if(k & 1) {
      ntt(v, 2 * x);
      REP(i, 2 * x) v[i] = mul(v[i], b[i]);
      ntt(v, 2 * x, true);
      v.resize(x);
    }
    REP(i, 2 * x) b[i] = mul(b[i], b[i]);
    ntt(b, 2 * x, true);
    b.resize(x);
    k /= 2;
  }
  return mod_xn(v, n);
}

vi sqrt(const vi& a, int n) {
  auto at = [&](int i) { if(i < ssize(a)) return a[i]; else
      return 0; };
  assert(ssize(a) and a[0] == 1);
  const int inv2 = inv(2);
  vi v{1}, f{1}, g{1};
  for(int x = 1; x < n; x *= 2) {
    vi z = v;
    ntt(z, x);
    vi b = g;
    REP(i, x) b[i] = mul(b[i], z[i]);
    ntt(b, x, true);
    REP(i, x / 2) b[i] = 0;
    ntt(b, x);
    REP(i, x) b[i] = mul(b[i], g[i]);
    ntt(b, x, true);
    REP(i, x / 2) f.emplace_back(sub(0, b[i + x / 2]));
    REP(i, x) z[i] = mul(z[i], z[i]);
    ntt(z, x, true);
    vi c(2 * x);
    REP(i, x) c[i + x] = sub(add(at(i), at(i + x)), z[i]);
    ntt(c, 2 * x);
    g = f;
    ntt(g, 2 * x);
    REP(i, 2 * x) c[i] = mul(c[i], g[i]);
    ntt(c, 2 * x, true);
    REP(i, x) v.emplace_back(mul(c[i + x], inv2));
  }
  return mod_xn(v, n);
}

void sub(vi& a, const vi& b) { // KONIECZNE
  a.resize(max(ssize(a), ssize(b)));
  REP(i, ssize(b)) a[i] = sub(a[i], b[i]);
}

vi inv(const vi& a, int n) {
  assert(ssize(a) and a[0] != 0);
  vi v{inv(a[0])};
  for(int x = 1; x < n; x *= 2) {
    vi f = mod_xn(a, 2 * x), g = v;
    ntt(g, 2 * x);
    REP(k, 2) {
      ntt(f, 2 * x);
      REP(i, 2 * x) f[i] = mul(f[i], g[i]);
      ntt(f, 2 * x, true);
      REP(i, x) f[i] = 0;
    }
    sub(v, f);
  }
  return mod_xn(v, n);
}

vi log(const vi& a, int n) { // WYMAGA deriv, integr, inv
  assert(ssize(a) and a[0] == 1);
  return integr(mod_xn(conv(deriv(mod_xn(a, n)), inv(a, n)), n - 1));
}

vi exp(const vi& a, int n) { // WYMAGA deriv, integr
  assert(a.empty() or a[0] == 0);
  vi v{1}, f{1}, g, h{0}, s;
  for(int x = 1; x < n; x *= 2) {
    g = v;
    REP(k, 2) {
      ntt(g, (2 - k) * x);
      if(!k) s = g;
      REP(i, x) g[i] = mul(g[(2 - k) * i], h[i]);
      ntt(g, x, true);
      REP(i, x / 2) g[i] = 0;
```

```
    }
    sub(f, g);
    vi b = deriv(mod_xn(a, x));
    ntt(b, x);
    REP(i, x) b[i] = mul(s[2 * i], b[i]);
    ntt(b, x, true);
    vi c = deriv(v);
    sub(c, b);
    rotate(c.begin(), c.end() - 1, c.end());
    ntt(c, 2 * x);
    h = f;
    ntt(h, 2 * x);
    REP(i, 2 * x) c[i] = mul(c[i], h[i]);
    ntt(c, 2 * x, true);
    c.resize(x);
    vi t(x - 1);
    c.insert(c.begin(), t.begin(), t.end());
    vi d = mod_xn(a, 2 * x);
    sub(d, integr(c));
    d.erase(d.begin(), d.begin() + x);
    ntt(d, 2 * x);
    REP(i, 2 * x) d[i] = mul(d[i], s[i]);
    ntt(d, 2 * x, true);
    REP(i, x) v.emplace_back(d[i]);
  }
  return mod_xn(v, n);
}

vi powi(const vi& a, int k, int n) { // WYMAGA log, exp
  vi v = mod_xn(a, n);
  int cnt = 0;
  while(cnt < ssize(v) and !v[cnt])
    ++cnt;
  if(LL(cnt) * k >= n)
    return {};
  v.erase(v.begin(), v.begin() + cnt);
  if(v.empty())
    return k ? vi{} : vi{1};
  int powi0 = powi(v[0], k);
  int inv0 = inv(v[0]);
  for(int& e : v) e = mul(e, inv0);
  v = log(v, n - cnt * k);
  for(int& e : v) e = mul(e, k);
  v = exp(v, n - cnt * k);
  for(int& e : v) e = mul(e, powi0);
  vi t(cnt * k, 0);
  v.insert(v.begin(), t.begin(), t.end());
  return v;
}

vi eval(const vi& a, const vi& x) {
  // TODO
  (void)a; (void)x;
  return {};
}

vi inter(const vi& x, const vi& y) {
  // TODO
  (void)x; (void)y;
  return {};
}
```

power-sum

Opis: power_monomial_sum(a, k, n) liczy $\sum_{i=0}^{n-1} a^i \cdot i^k$, power_binomial_sum(a, k, n) liczy $\sum_{i=0}^{n-1} a^i \cdot \binom{i}{k}$
Czas: power_monomial_sum - $\mathcal{O}\left(k^2 \cdot \log(mod)\right)$, power_binomial_sum - $\mathcal{O}\left(k \cdot \log(mod)\right)$
Użycie: Dziala dla $0 \leq n$ oraz $a \neq 1$.

"../simple-modulo/main.cpp" 8d0ba7, 32 lines

```
int power_monomial_sum(int a, int k, int n) {
  const int powan = powi(a, n);
  const int inva1 = inv(sub(a, 1));
  int monom = 1, ans = 0;
  vector<int> v(k + 1);
  REP(i, k + 1) {
    int binom = 1, sum = 0;
    REP(j, i) {
      sum = add(sum, mul(binom, v[j]));
      binom = mul(binom, mul(i - j, inv(j + 1)));
    }
    ans = sub(mul(powan, monom), mul(sum, a));
    if(!i) ans = sub(ans, 1);
    ans = mul(ans, inva1);
    v[i] = ans;
    monom = mul(monom, n);
  }
  return ans;
}

int power_binomial_sum(int a, int k, int n) {
  const int powan = powi(a, n);
  const int inva1 = inv(sub(a, 1));
  int binom = 1, ans = 0;
  REP(i, k + 1) {
    ans = sub(mul(powan, binom), mul(ans, a));
    if(!i) ans = sub(ans, 1);
    ans = mul(ans, inva1);
    binom = mul(binom, mul(n - i, inv(i + 1)));
  }
  return ans;
}
```

primitive-root

Opis: Dla pierwszego mod znajduje generator modulo mod
Czas: $\mathcal{O}\left(\log^2(mod)\right)$ (z być może sporą stalą)

"../simple-modulo/main.cpp", "../rho-pollard/main.cpp" 8870d1, 21 lines

```
int primitive_root() {
  if(mod == 2)
    return 1;
  int q = mod - 1;
  vector<LL> v = factor(q);
  vector<int> fact;
  REP(i, ssize(v))
    if(!i or v[i] != v[i - 1])
      fact.emplace_back(v[i]);
  while(true) {
    int g = rd(2, q);
    auto is_good = [&] {
      for(auto &f : fact)
        if(powi(g, q / f) == 1)
          return false;
      return true;
    };
    if(is_good())
      return g;
  }
}
```

rho-pollard

Opis: Rozklad na czynniki Rho Pollarda
Czas: $\mathcal{O}\left(n^{\frac{1}{4}}\right)$
Użycie: factor(n) zwraca vector dzielników pierwszych n, niekoniecznie posortowany
factor(12) = {2, 2, 3}, factor(545423) = {53, 41, 251};

"../miller-rabin/main.cpp" ffa3b2, 19 lines

```
LL rho_pollard(LL n) {
  if(n % 2 == 0) return 2;
  for(LL i = 1;; i++) {
    auto f = [&](LL x) { return (llmul(x, x, n) + i) % n; };
    LL x = 2, y = f(x), p;
    while((p = __gcd(n - x + y, n)) == 1)
      x = f(x), y = f(f(y));
    if(p != n) return p;
  }
}

vector<LL> factor(LL n) {
  if(n == 1) return {};
  if(miller_rabin(n)) return {n};
  LL x = rho_pollard(n);
  auto l = factor(x), r = factor(n / x);
  l.insert(l.end(), r.begin(), r.end());
  return l;
}
```

sieve

Opis: Sito Erastotenesa
Czas: $\mathcal{O}(n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(n)$
Użycie: sieve(n) przetwarza liczby do n włącznie
comp[i] oznacza, czy i jest złożone
prime zawiera wszystkie liczby pierwsze <= n
w praktyce na moim kompie dla n = 1e8 dziala w 0.7s

fcc4bc, 13 lines

```
vector<bool> comp;
vector<int> prime;
void sieve(int n) {
  comp.resize(n + 1);
  FOR(i, 2, n) {
    if(!comp[i]) prime.emplace_back(i);
    REP(j, ssize(prime)) {
      if(i * prime[j] > n) break;
      comp[i * prime[j]] = true;
      if(i % prime[j] == 0) break;
    }
  }
}
```

simple-modulo

Opis: podstawowe operacje na modulo.
Użycie: pamiętać o constexpr.

ec6f32, 41 lines

```
#ifdef CHANGABLE_MOD
int mod = 998'244'353;
#else
constexpr int mod = 998'244'353;
#endif

int add(int a, int b) {
  a += b;
  return a >= mod ? a - mod : a;
}
int sub(int a, int b) {
  return add(a, mod - b);
}
int mul(int a, int b) {
  return int(a * LL(b) % mod);
}
int powi(int a, int b) {
  for(int ret = 1;; b /= 2) {
    if(b == 0)
```

```
      return ret;
    if(b & 1)
      ret = mul(ret, a);
    a = mul(a, a);
  }
}
int inv(int x) {
  return powi(x, mod - 2);
}
struct BinomCoeff {
  vector<int> fac, rev;
  BinomCoeff(int n) {
    fac = rev = vector(n + 1, 1);
    FOR(i, 1, n) fac[i] = mul(fac[i - 1], i);
    rev[n] = inv(fac[n]);
    for(int i = n; i > 0; --i)
      rev[i - 1] = mul(rev[i], i);
  }
  int operator()(int n, int k) {
    return mul(fac[n], mul(rev[n - k], rev[k]));
  }
};
```

simplex
Opis: Solver do programowania liniowego
Czas: $\mathcal{O}$ (*szybko*)
Użycie: `Simplex(n, m) tworzy lpsolver z n zmiennymi i m ograniczeniami`
`Rozwiązuje max cx przy Ax <= b`
86c33e, 65 lines

```
#define FIND(n, expr) [&] { REP(i, n) if(expr) return i; return
    -1; }()

struct Simplex {
    using T = double;
    const T eps = 1e-9, inf = 1/.0;
    int n, m;
    vector<int> N, B;
    vector<vector<T>> A;
    vector<T> b, c;
    T res = 0;

    Simplex(int vars, int eqs)
        : n(vars), m(eqs), N(n), B(m), A(m, vector<T>(n)), b(m)
            , c(n) {
        REP(i, n) N[i] = i;
        REP(i, m) B[i] = n + i;
    }

    void pivot(int eq, int var) {
        T coef = 1 / A[eq][var], k;
        REP(i, n)
            if(abs(A[eq][i]) > eps) A[eq][i] *= coef;
        A[eq][var] *= coef, b[eq] *= coef;
        REP(r, m) if(r != eq && abs(A[r][var]) > eps) {
            k = -A[r][var], A[r][var] = 0;
            REP(i, n) A[r][i] += k * A[eq][i];
            b[r] += k * b[eq];
        }
        k = c[var], c[var] = 0;
        REP(i, n) c[i] -= k * A[eq][i];
        res += k * b[eq];
        swap(B[eq], N[var]);
    }

    bool solve() {
        int eq, var;
        while(true) {
            if((eq = FIND(m, b[i] < -eps)) == -1) break;
            if((var = FIND(n, A[eq][i] < -eps)) == -1) {
                res = -inf; // no solution
                return false;
            }
            pivot(eq, var);
        }
        while(true) {
            if((var = FIND(n, c[i] > eps)) == -1) break;
            eq = -1;
            REP(i, m) if(A[i][var] > eps
                && (eq == -1 || b[i] / A[i][var] < b[eq] / A[eq
                    ][var]))
                eq = i;
            if(eq == -1) {
                res = inf; // unbound
                return false;
            }
            pivot(eq, var);
        }
        return true;
    }

    vector<T> get_vars() {
        vector<T> vars(n);
        REP(i, m)
            if(B[i] < n) vars[B[i]] = b[i];
        return vars;
    }
};
```

xor-base
Opis: dla S wyznacza minimalny zbiór B taki, że każdy element S można zapisać jako xor jakiegoś podzbioru B.
Czas: $\mathcal{O}\left(nB + B^2\right)$ dla $B = bits$
9d699e, 34 lines

```
int hightest_bit(int ai) {
  return ai == 0 ? 0 : __lg(ai) + 1;
}

constexpr int bits = 30;
vector<int> xor_base(vector<int> elems) {
  vector<vector<int>> at_bit(bits + 1);
  for(int ai : elems)
    at_bit[hightest_bit(ai)].emplace_back(ai);

  for(int b = bits; b >= 1; --b)
    while(ssize(at_bit[b]) > 1) {
      int ai = at_bit[b].back();
      at_bit[b].pop_back();
      ai ^= at_bit[b].back();
      at_bit[hightest_bit(ai)].emplace_back(ai);
    }
  at_bit.erase(at_bit.begin());

  REP(b0, bits - 1)
    for(int a0 : at_bit[b0])
      FOR(b1, b0 + 1, bits - 1)
        for(int &a1 : at_bit[b1])
          if((a1 >> b0) & 1)
            a1 ^= a0;

  vector<int> ret;
  for(auto &v : at_bit) {
    assert(ssize(v) <= 1);
    for(int ai : v)
      ret.emplace_back(ai);
  }
  return ret;
}
```

Struktury danych (5)

associative-queue
Opis: Kolejka wspierająca dowolną operację łączną
Czas: $\mathcal{O}(1)$ zamortyzowany
Użycie: `konstruktor przyjmuje dwuargumentową funkcję oraz jej element neutralny`
`AssocQueue<int> q1([](int a, int b){ return min(a, b);}, numeric_limits<int>::max());`
`AssocQueue<Matrix> q2([](Matrix a, Matrix b){ return a * b;});`
`q2.emplace(a); q2.emplace(b); q2.emplace(c);`
`q2.calc() // zwraca a * b * c`
3e4a47, 43 lines

```
template<typename T>
struct AssocQueue {
  using fn = function<T(T, T)>;
  fn f;
  vector<pair<T, T>> s1, s2; // {x, f(pref)}

  AssocQueue(fn _f, T e = T()) : f(_f), s1({{e, e}}), s2({{e, e
      }}) {}

  void mv() {
    if (ssize(s2) == 1)
      while (ssize(s1) > 1) {
        s2.emplace_back(s1.back().first, f(s1.back().first, s2.
            back().second));
        s1.pop_back();
      }
  }

  void emplace(T x) {
    s1.emplace_back(x, f(s1.back().second, x));
  }

  void pop() {
    mv();
    s2.pop_back();
  }

  T calc() {
    return f(s2.back().second, s1.back().second);
  }

  T front() {
    mv();
    return s2.back().first;
  }

  int size() {
    return ssize(s1) + ssize(s2) - 2;
  }

  void clear() {
    s1.resize(1);
    s2.resize(1);
  }
};
```

fenwick-tree-2d
Opis: Drzewo potęgowe 2d offline
Czas: $\mathcal{O}\left(\log^2 n\right)$ Pamięć $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: `wywolujemy preprocess(x, y) na pozycjach, które chcemy updateować, później init()`
`update(x, y, val) dodaje val do a[x, y], query(x, y) zwraca sumę na prostokącie (0, 0) - (x, y)`
"../fenwick-tree/main.cpp" 2de643, 29 lines

```
struct Fenwick2d {
  vector<vector<int>> ys;
```

```
  vector<Fenwick> ft;
  Fenwick2d(int limx) : ys(limx) {}
  void preprocess(int x, int y) {
    for(; x < ssize(ys); x |= x + 1)
      ys[x].push_back(y);
  }
  void init() {
    for(auto &v : ys) {
      sort(v.begin(), v.end());
      ft.emplace_back(ssize(v) + 1);
    }
  }
  int ind(int x, int y) {
    auto it = lower_bound(ys[x].begin(), ys[x].end(), y);
    return distance(ys[x].begin(), it);
  }
  void update(int x, int y, LL val) {
    for(; x < ssize(ys); x |= x + 1)
      ft[x].update(ind(x, y), val);
  }
  LL query(int x, int y) {
    LL sum = 0;
    for(x++; x > 0; x &= x - 1)
      sum += ft[x - 1].query(ind(x - 1, y + 1) - 1);
    return sum;
  }
};
```

fenwick-tree

Opis: Drzewo potęgowe
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: wszystko indexowane od 0
update(pos, val) dodaje val do elementu pos
query(pos) zwraca sumę na przedziale [0, pos]

910494, 17 lines

```
struct Fenwick {
  vector<LL> s;
  Fenwick(int n) : s(n) {}
  void update(int pos, LL val) {
    for(; pos < ssize(s); pos |= pos + 1)
      s[pos] += val;
  }
  LL query(int pos) {
    LL ret = 0;
    for(pos++; pos > 0; pos &= pos - 1)
      ret += s[pos - 1];
    return ret;
  }
  LL query(int l, int r) {
    return query(r) - query(l - 1);
  }
};
```

find-union

Opis: Find and union z mniejszy do wiekszego
Czas: $\mathcal{O}(\alpha(n))$ oraz $\mathcal{O}(n)$ pamięciowo

c3dcbd, 19 lines

```
struct FindUnion {
  vector<int> rep;
  int size(int x) { return -rep[find(x)]; }
  int find(int x) {
    return rep[x] < 0 ? x : rep[x] = find(rep[x]);
  }
  bool same_set(int a, int b) { return find(a) == find(b); }
  bool join(int a, int b) {
    a = find(a), b = find(b);
    if(a == b)
      return false;
    if(-rep[a] < -rep[b])
      swap(a, b);
    rep[a] += rep[b];
    rep[b] = a;
    return true;
  }
  FindUnion(int n) : rep(n, -1) {}
};
```

hash-map

Opis: szybsza mapa
Czas: $\mathcal{O}(1)$
Użycie: np hash_map<int, int>
trzeba przed includem dać undef _GLIBCXX_DEBUG

<ext/pb_ds/assoc_container.hpp> ede6ad, 11 lines

```
using namespace __gnu_pbds;

struct chash {
  const uint64_t C = LL(2e18 * acosl(-1)) + 69;
  const int RANDOM = mt19937(0)();
  size_t operator()(uint64_t x) const {
    return __builtin_bswap64((x^RANDOM) * C);
  }
};
template<class L, class R>
using hash_map = gp_hash_table<L, R, chash>;
```

lazy-segment-tree

Opis: Drzewo przedzial-przedzial, w miarę abstrakcyjne. Wystarczy zmienić Node i funkcje na nim.

5d6b18, 71 lines

```
struct Node {
  LL sum = 0, lazy = 0;
  int sz = 1;
};
void push_to_sons(Node &n, Node &l, Node &r) {
  auto push_to_son = [&](Node &c) {
    c.sum += n.lazy * c.sz;
    c.lazy += n.lazy;
  };
  push_to_son(l);
  push_to_son(r);
  n.lazy = 0;
}
Node merge(Node l, Node r) {
  return Node{
    .sum = l.sum + r.sum,
    .lazy = 0,
    .sz = l.sz + r.sz
  };
}
void add_to_base(Node &n, int val) {
  n.sum += n.sz * LL(val);
  n.lazy += val;
}

struct Tree {
  vector<Node> tree;
  int sz = 1;

  Tree(int n) {
    while(sz < n)
      sz *= 2;
    tree.resize(sz * 2);
    for(int v = sz - 1; v >= 1; v--)
      tree[v] = merge(tree[2 * v], tree[2 * v + 1]);
  }

  void push(int v) {
    push_to_sons(tree[v], tree[2 * v], tree[2 * v + 1]);
  }
  Node get(int l, int r, int v = 1) {
    if(l == 0 and r == tree[v].sz - 1)
      return tree[v];
    push(v);
    int m = tree[v].sz / 2;
    if(r < m)
      return get(l, r, 2 * v);
    else if(m <= l)
      return get(l - m, r - m, 2 * v + 1);
    else
      return merge(get(l, m - 1, 2 * v), get(0, r - m, 2 * v +
          1));
  }

  void update(int l, int r, int val, int v = 1) {
    if(l == 0 && r == tree[v].sz - 1) {
      add_to_base(tree[v], val);
      return;
    }
    push(v);
    int m = tree[v].sz / 2;
    if(r < m)
      update(l, r, val, 2 * v);
    else if(m <= l)
      update(l - m, r - m, val, 2 * v + 1);
    else {
      update(l, m - 1, val, 2 * v);
      update(0, r - m, val, 2 * v + 1);
    }
    tree[v] = merge(tree[2 * v], tree[2 * v + 1]);
  }
};
```

lichao-tree

Opis: Dla funkcji, których pary przecinaja sie co najwyżej raz, oblicza maximum w punkcie x. Podany kod jest dla funkcji liniowych

9042b2, 51 lines

```
constexpr LL inf = LL(1e9);
struct Function {
  int a, b;
  LL operator()(int x) {
    return x * LL(a) + b;
  }
  Function(int p = 0, int q = inf) : a(p), b(q) {}
};
ostream& operator<<(ostream &os, Function f) {
  return os << pair(f.a, f.b);
}

struct LiChaoTree {
  int size = 1;
  vector<Function> tree;

  LiChaoTree(int n) {
    while(size < n)
      size *= 2;
    tree.resize(size << 1);
  }

  LL get_min(int x) {
    int v = x + size;
    LL ans = inf;
    while(v) {
      ans = min(ans, tree[v](x));
      v >>= 1;
    }
    return ans;
  }
```

```
  void add_func(Function new_func, int v, int l, int r) {
    int m = (l + r) / 2;
    bool domin_l = tree[v](l) > new_func(l),
       domin_m = tree[v](m) > new_func(m);
    if(domin_m)
      swap(tree[v], new_func);

    if(l == r)
      return;
    else if(domin_l == domin_m)
      add_func(new_func, v << 1 | 1, m + 1, r);
    else
      add_func(new_func, v << 1, l, m);
  }

  void add_func(Function new_func) {
    add_func(new_func, 1, 0, size - 1);
  }
};
```

line-container
Opis: Set dla funkcji liniowych
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: `add(a, b)` dodaje funkcję `y = ax + b`
`query(x)` zwraca największe `y` w punkcie `x`, `x < inf` 45779b, 30 lines

```
struct Line {
  mutable LL a, b, p;
  LL eval(LL x) const { return a * x + b; }
  bool operator<(const Line & o) const { return a < o.a; }
  bool operator<(LL x) const { return p < x; }
};

struct LineContainer : multiset<Line, less<>> {
  // jak double to inf = 1 / .0, div(a, b) = a / b
  const LL inf = LLONG_MAX;
  LL div(LL a, LL b) { return a / b - ((a ^ b) < 0 && a % b); }
  bool intersect(iterator x, iterator y) {
    if(y == end()) { x->p = inf; return false; }
    if(x->a == y->a) x->p = x->b > y->b ? inf : -inf;
    else x->p = div(y->b - x->b, x->a - y->a);
    return x->p >= y->p;
  }
  void add(LL a, LL b) {
    auto z = insert({a, b, 0}), y = z++, x = y;
    while(intersect(y, z)) z = erase(z);
    if(x != begin() && intersect(--x, y))
      intersect(x, erase(y));
    while((y = x) != begin() && (--x)->p >= y->p)
      intersect(x, erase(y));
  }
  LL query(LL x) {
    assert(!empty());
    return lower_bound(x)->eval(x);
  }
};
```

link-cut
Opis: Link-Cut Tree z wyznaczaniem odległości między wierzcholkami, lca w zakorzenionym drzewie, dodawaniem na ścieżce, dodawaniem na poddrzewie, zwracaniem sumy na ścieżce, zwracaniem sumy na poddrzewie.
Czas: $\mathcal{O}(q \log n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(n)$
Użycie: Przepisać co się chce (logika lazy jest tylko w `AdditionalInfo`, można np. zostawić puste funkcje). Wywolać konstruktor, potem `set_value` na wierzcholkach (aby się ustawilo, że nie-nil to nie-nil) i potem jazda. 2a918b, 282 lines

```
struct AdditionalInfo {
  using T = LL;
  static constexpr T neutral = 0; // Remember that there is a
      nil vertex!
  T node_value = neutral, splay_value = neutral;//,
      splay_value_reversed = neutral;
  T whole_subtree_value = neutral, virtual_value = neutral;

  T splay_lazy = neutral; // lazy propagation on paths
  T splay_size = 0; // 0 because of nil
  T whole_subtree_lazy = neutral, whole_subtree_cancel =
      neutral; // lazy propagation on subtrees
  T whole_subtree_size = 0, virtual_size = 0; // 0 because of
      nil

  void set_value(T x) {
    node_value = splay_value = whole_subtree_value = x;
    splay_size = 1;
    whole_subtree_size = 1;
  }
  void update_from_sons(AdditionalInfo &l, AdditionalInfo &r) {
    splay_value = l.splay_value + node_value + r.splay_value;
    splay_size = l.splay_size + 1 + r.splay_size;
    whole_subtree_value = l.whole_subtree_value + node_value +
        virtual_value + r.whole_subtree_value;
    whole_subtree_size = l.whole_subtree_size + 1 +
        virtual_size + r.whole_subtree_size;
  }
  void change_virtual(AdditionalInfo &virtual_son, int delta) {
    assert(delta == -1 or delta == 1);
    virtual_value += delta * virtual_son.whole_subtree_value;
    whole_subtree_value += delta * virtual_son.
        whole_subtree_value;
    virtual_size += delta * virtual_son.whole_subtree_size;
    whole_subtree_size += delta * virtual_son.
        whole_subtree_size;
  }
  void push_lazy(AdditionalInfo &l, AdditionalInfo &r, bool) {
    l.add_lazy_in_path(splay_lazy);
    r.add_lazy_in_path(splay_lazy);
    splay_lazy = 0;
  }
  void cancel_subtree_lazy_from_parent(AdditionalInfo &parent)
      {
    whole_subtree_cancel = parent.whole_subtree_lazy;
  }
  void pull_lazy_from_parent(AdditionalInfo &parent) {
    if(splay_size == 0) // nil
      return;
    add_lazy_in_subtree(parent.whole_subtree_lazy -
        whole_subtree_cancel);
    cancel_subtree_lazy_from_parent(parent);
  }
  T get_path_sum() {
    return splay_value;
  }
  T get_subtree_sum() {
    return whole_subtree_value;
  }
  void add_lazy_in_path(T x) {
    splay_lazy += x;
    node_value += x;
    splay_value += x * splay_size;
    whole_subtree_value += x * splay_size;
  }
  void add_lazy_in_subtree(T x) {
    whole_subtree_lazy += x;
    node_value += x;
    splay_value += x * splay_size;
    whole_subtree_value += x * whole_subtree_size;
    virtual_value += x * virtual_size;
  }
};

struct Splay {
  struct Node {
    array<int, 2> child;
    int parent;
    int subsize_splay = 1;
    bool lazy_flip = false;

    AdditionalInfo info;
  };
  vector<Node> t;
  const int nil;

  Splay(int n)
  : t(n + 1), nil(n) {
    t[nil].subsize_splay = 0;
    for(Node &v : t)
      v.child[0] = v.child[1] = v.parent = nil;
  }

  void apply_lazy_and_push(int v) {
    auto &[l, r] = t[v].child;
    if(t[v].lazy_flip) {
      for(int c : {l, r})
        t[c].lazy_flip ^= 1;
      swap(l, r);
    }
    t[v].info.push_lazy(t[l].info, t[r].info, t[v].lazy_flip);
    for(int c : {l, r})
      if(c != nil)
        t[c].info.pull_lazy_from_parent(t[v].info);
    t[v].lazy_flip = false;
  }

  void update_from_sons(int v) {
    // assumes that v's info is pushed
    auto [l, r] = t[v].child;
    t[v].subsize_splay = t[l].subsize_splay + 1 + t[r].
        subsize_splay;
    for(int c : {l, r})
      apply_lazy_and_push(c);
    t[v].info.update_from_sons(t[l].info, t[r].info);
  }

  // After that, v is pushed and updated
  void splay(int v) {
    apply_lazy_and_push(v);
    auto set_child = [&](int x, int c, int d) {
      if(x != nil and d != -1)
        t[x].child[d] = c;
      if(c != nil) {
        t[c].parent = x;
        t[c].info.cancel_subtree_lazy_from_parent(t[x].info);
      }
    };
    auto get_dir = [&](int x) -> int {
      int p = t[x].parent;
      if(p == nil or (x != t[p].child[0] and x != t[p].child
          [1]))
        return -1;
      return t[p].child[1] == x;
    };
    auto rotate = [&](int x, int d) {
      int p = t[x].parent, c = t[x].child[d];
      assert(c != nil);
      set_child(p, c, get_dir(x));
```

```
      set_child(x, t[c].child[!d], d);
      set_child(c, x, !d);
      update_from_sons(x);
      update_from_sons(c);
    };
    while(get_dir(v) != -1) {
      int p = t[v].parent, pp = t[p].parent;
      array path_up = {v, p, pp, t[pp].parent};
      for(int i = ssize(path_up) - 1; i >= 0; --i) {
        if(i < ssize(path_up) - 1)
          t[path_up[i]].info.pull_lazy_from_parent(t[path_up[i
              + 1]].info);
        apply_lazy_and_push(path_up[i]);
      }

      int dp = get_dir(v), dpp = get_dir(p);
      if(dpp == -1)
        rotate(p, dp);
      else if(dp == dpp) {
        rotate(pp, dpp);
        rotate(p, dp);
      }
      else {
        rotate(p, dp);
        rotate(pp, dpp);
      }
    }
  }
};

struct LinkCut : Splay {
  LinkCut(int n) : Splay(n) {}

  // Cuts the path from x downward, creates path to root,
      splays x.
  int access(int x) {
    int v = x, cv = nil;
    for(; v != nil; cv = v, v = t[v].parent) {
      splay(v);
      int &right = t[v].child[1];
      t[v].info.change_virtual(t[right].info, +1);
      right = cv;
      t[right].info.pull_lazy_from_parent(t[v].info);
      t[v].info.change_virtual(t[right].info, -1);
      update_from_sons(v);
    }
    splay(x);
    return cv;
  }

  // Changes the root to v.
  // Warning: Linking, cutting, getting the distance, etc,
      changes the root.
  void reroot(int v) {
    access(v);
    t[v].lazy_flip ^= 1;
    apply_lazy_and_push(v);
  }

  // Returns the root of tree containing v.
  int get_leader(int v) {
    access(v);
    while(apply_lazy_and_push(v), t[v].child[0] != nil)
      v = t[v].child[0];
    return v;
  }
  bool is_in_same_tree(int v, int u) {
    return get_leader(v) == get_leader(u);
  }

  // Assumes that v and u aren't in same tree and v != u.
  // Adds edge (v, u) to the forest.
  void link(int v, int u) {
    reroot(v);
    access(u);
    t[u].info.change_virtual(t[v].info, +1);
    assert(t[v].parent == nil);
    t[v].parent = u;
    t[v].info.cancel_subtree_lazy_from_parent(t[u].info);
  }

  // Assumes that v and u are in same tree and v != u.
  // Cuts edge going from v to the subtree where is u
  // (in particular, if there is an edge (v, u), it deletes it)
      .
  // Returns the cut parent.
  int cut(int v, int u) {
    reroot(u);
    access(v);
    int c = t[v].child[0];
    assert(t[c].parent == v);
    t[v].child[0] = nil;
    t[c].parent = nil;
    t[c].info.cancel_subtree_lazy_from_parent(t[nil].info);
    update_from_sons(v);
    while(apply_lazy_and_push(c), t[c].child[1] != nil)
      c = t[c].child[1];
    return c;
  }

  // Assumes that v and u are in same tree.
  // Returns their LCA after a reroot operation.
  int lca(int root, int v, int u) {
    reroot(root);
    if(v == u)
      return v;
    access(v);
    return access(u);
  }

  // Assumes that v and u are in same tree.
  // Returns their distance (in number of edges).
  int dist(int v, int u) {
    reroot(v);
    access(u);
    return t[t[u].child[0]].subsize_splay;
  }

  // Assumes that v and u are in same tree.
  // Returns the sum of values on the path from v to u.
  auto get_path_sum(int v, int u) {
    reroot(v);
    access(u);
    return t[u].info.get_path_sum();
  }

  // Assumes that v and u are in same tree.
  // Returns the sum of values on the subtree of v in which u
      isn't present.
  auto get_subtree_sum(int v, int u) {
    u = cut(v, u);
    auto ret = t[v].info.get_subtree_sum();
    link(v, u);
    return ret;
  }

  // Applies function f on vertex v (useful for a single add/
      set operation)
  void apply_on_vertex(int v, function<void (AdditionalInfo&)>
      f) {
    access(v);
    f(t[v].info);
    // apply_lazy_and_push(v); not needed
    // update_from_sons(v);
  }

  // Assumes that v and u are in same tree.
  // Adds val to each vertex in path from v to u.
  void add_on_path(int v, int u, int val) {
    reroot(v);
    access(u);
    t[u].info.add_lazy_in_path(val);
  }

  // Assumes that v and u are in same tree.
  // Adds val to each vertex in subtree of v that doesn't have
      u.
  void add_on_subtree(int v, int u, int val) {
    u = cut(v, u);
    t[v].info.add_lazy_in_subtree(val);
    link(v, u);
  }
};
```

ordered-set
Opis: set z dodatkowymi funkcjami
Użycie: `insert(x)` dodaje element `x` (nie ma emplace)
`find_by_order(i)` zwraca iterator do i-tego elementu
`order_of_key(x)` zwraca, ile jest mniejszych elementów,
`x` nie musi być w secie
Jeśli chcemy multiseta, to używamy par `{val, id}`.
Przed includem trzeba dać `undef _GLIBCXX_DEBUG`
<ext/pb_ds/assoc_container.hpp>, <ext/pb_ds/tree_policy.hpp> 0a779f, 9 lines

```
using namespace __gnu_pbds;

template<class T> using ordered_set = tree<
  T,
  null_type,
  less<T>,
  rb_tree_tag,
  tree_order_statistics_node_update
>;
```

persistent-treap
Opis: Implict Persistent Treap
Czas: wszystko w $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: wszystko indexowane od 0
`insert(i, val)` insertuję na pozycję `i`
kopiowanie struktury dziala w `O(1)`
robimy sobie `vector<Treap>`, żeby obslugiwać trwałość
f9b13c, 77 lines

```
mt19937 rng_i(0);

struct Treap {
  struct Node {
    int val, prio, sub = 1;
    Node *l = nullptr, *r = nullptr;
    Node(int _val) : val(_val), prio(int(rng_i())) {}
    ~Node() { delete l; delete r; }
  };
  using pNode = Node*;
  pNode root = nullptr;

  int get_sub(pNode n) { return n ? n->sub : 0; }
  void update(pNode n) {
    if(!n) return;
    n->sub = get_sub(n->l) + get_sub(n->r) + 1;
```

```
  }

  void split(pNode t, int i, pNode &l, pNode &r) {
    if(!t) l = r = nullptr;
    else {
      t = new Node(*t);
      if(i <= get_sub(t->l))
        split(t->l, i, l, t->l), r = t;
      else
        split(t->r, i - get_sub(t->l) - 1, t->r, r), l = t;
    }
    update(t);
  }

  void merge(pNode &t, pNode l, pNode r) {
    if(!l || !r) t = (l ? l : r);
    else if(l->prio > r->prio) {
      l = new Node(*l);
      merge(l->r, l->r, r), t = l;
    }
    else {
      r = new Node(*r);
      merge(r->l, l, r->l), t = r;
    }
    update(t);
  }

  void insert(pNode &t, int i, pNode it) {
    if(!t) t = it;
    else if(it->prio > t->prio)
      split(t, i, it->l, it->r), t = it;
    else {
      t = new Node(*t);
      if(i <= get_sub(t->l))
        insert(t->l, i, it);
      else
        insert(t->r, i - get_sub(t->l) - 1, it);
    }
    update(t);
  }
  void insert(int i, int val) {
    insert(root, i, new Node(val));
  }

  void erase(pNode &t, int i) {
    if(get_sub(t->l) == i)
      merge(t, t->l, t->r);
    else {
      t = new Node(*t);
      if(i <= get_sub(t->l))
        erase(t->l, i);
      else
        erase(t->r, i - get_sub(t->l) - 1);
    }
    update(t);
  }
  void erase(int i) {
    assert(i < get_sub(root));
    erase(root, i);
  }
};
```

range-add

Opis: Drzewo przedzial-punkt $(+, +)$
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: `wszystko indexowane od 0`
`update(l, r, val) dodaje val na przedziale [l, r]`
`query(pos) zwraca wartość elementu pos`
"../fenwick-tree/main.cpp" 65c934, 11 lines

```
struct RangeAdd {
  Fenwick f;
  RangeAdd(int n) : f(n) {}
  void update(int l, int r, LL val) {
    f.update(l, val);
    f.update(r + 1, -val);
  }
  LL query(int pos) {
    return f.query(pos);
  }
};
```

rmq

Opis: Range Minimum Query z użyciem sparse table
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Pamięć: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: `RMQ(vec) tworzy sparse table na ciągu vec`
`query(l, r) odpowiada na RMQ w O(1)` a697d6, 18 lines

```
struct RMQ {
  vector<vector<int>> st;
  RMQ(const vector<int> &a) {
    int n = ssize(a), lg = 0;
    while((1 << lg) < n) lg++;
    st.resize(lg + 1, a);
    FOR(i, 1, lg) REP(j, n) {
      st[i][j] = st[i - 1][j];
      int q = j + (1 << (i - 1));
      if(q < n) st[i][j] = min(st[i][j], st[i - 1][q]);
    }
  }

  int query(int l, int r) {
    int q = __lg(r - l + 1), x = r - (1 << q) + 1;
    return min(st[q][l], st[q][x]);
  }
};
```

segment-tree

Opis: Drzewa punkt-przedzial. Pierwsze ustawia w punkcie i podaje max na przedziale. Drugie maxuje elementy na przedziale i podaje wartość w punkcie. 24b9c6, 66 lines

```
struct Tree_Get_Max {
  using T = int;
  T f(T a, T b) { return max(a, b); }
  const T zero = 0;

  vector<T> tree;
  int sz = 1;
  Tree_Get_Max(int n) {
    while(sz < n)
      sz *= 2;
    tree.resize(sz * 2, zero);
  }

  void update(int pos, T val) {
    tree[pos += sz] = val;
    while(pos /= 2)
      tree[pos] = f(tree[pos * 2], tree[pos * 2 + 1]);
  }

  T get(int l, int r) {
    l += sz, r += sz;
    T ret = l != r ? f(tree[l], tree[r]) : tree[l];
    while(l + 1 < r) {
      if(l % 2 == 0)
        ret = f(ret, tree[l + 1]);
      if(r % 2 == 1)
        ret = f(ret, tree[r - 1]);
      l /= 2, r /= 2;
    }
    return ret;
  }
};

struct Tree_Update_Max_On_Interval {
  using T = int;

  vector<T> tree;
  int sz = 1;
  Tree_Update_Max_On_Interval(int n) {
    while(sz < n)
      sz *= 2;
    tree.resize(sz * 2);
  }

  T get(int pos) {
    T ret = tree[pos += sz];
    while(pos /= 2)
      ret = max(ret, tree[pos]);
    return ret;
  }

  void update(int l, int r, T val) {
    l += sz, r += sz;
    tree[l] = max(tree[l], val);
    if(l == r)
      return;
    tree[r] = max(tree[r], val);
    while(l + 1 < r) {
      if(l % 2 == 0)
        tree[l + 1] = max(tree[l + 1], val);
      if(r % 2 == 1)
        tree[r - 1] = max(tree[r - 1], val);
      l /= 2, r /= 2;
    }
  }
};
```

treap

Opis: Implict Treap
Czas: wszystko w $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: `wszystko indexowane od 0`
`insert(i, val) insertuję na pozycję i`
`treap[i] zwraca i-tą wartość` 85aecb, 44 lines

```
mt19937 rng_key(0);

struct Treap {
  struct Node {
    int prio, val, cnt;
    Node *l = nullptr, *r = nullptr;
    Node(int _val) : prio(int(rng_key())), val(_val) {}
    ~Node() { delete l; delete r; }
  };
  using pNode = Node*;
  pNode root = nullptr;
  ~Treap() { delete root; }

  int cnt(pNode t) { return t ? t->cnt : 0; }
  void update(pNode t) {
    if(!t) return;
    t->cnt = cnt(t->l) + cnt(t->r) + 1;
  }

  void split(pNode t, int i, pNode &l, pNode &r) {
    if(!t) l = r = nullptr;
```

```
    else if(i <= cnt(t->l))
      split(t->l, i, l, t->l), r = t;
    else
      split(t->r, i - cnt(t->l) - 1, t->r, r), l = t;
    update(t);
  }

  void merge(pNode &t, pNode l, pNode r) {
    if(!l || !r) t = (l ? l : r);
    else if(l->prio > r->prio)
      merge(l->r, l->r, r), t = l;
    else
      merge(r->l, l, r->l), t = r;
    update(t);
  }

  void insert(int i, int val) {
    pNode t;
    split(root, i, root, t);
    merge(root, root, new Node(val));
    merge(root, root, t);
  }
};
```

Grafy (6)

2sat
Opis: Zwraca poprawne przyporządkowanie zmiennym logicznym dla problemu 2-SAT, albo mówi, że takie nie istnieje
Czas: $\mathcal{O}(n+m)$, gdzie n to ilość zmiennych, i m to ilość przyporządkowań.
Użycie: `TwoSat ts(ilość zmiennych);`
`õznacza negację`
`ts.either(0, ~3); // var 0 is true or var 3 is false`
`ts.set_value(2); // var 2 is true`
`ts.at_most_one({0,~1,2}); // co najwyżej jedna z var 0, ~1 i 2 to prawda`
`ts.solve(); // rozwiązuje i zwraca true jeśli rozwiązanie istnieje`
`ts.values[0..N-1] // to wartości rozwiązania`

e21178, 60 lines

```
struct TwoSat {
  int n;
  vector<vector<int>> gr;
  vector<int> values;

  TwoSat(int _n = 0) : n(_n), gr(2 * n) {}

  void either(int f, int j) {
    f = max(2 * f, -1 - 2 * f);
    j = max(2 * j, -1 - 2 * j);
    gr[f].emplace_back(j ^ 1);
    gr[j].emplace_back(f ^ 1);
  }
  void set_value(int x) { either(x, x); }
  void implication(int f, int j) { either(~f, j); }

  int add_var() {
    gr.emplace_back();
    gr.emplace_back();
    return n++;
  }

  void at_most_one(vector<int>& li) {
    if(ssize(li) <= 1) return;
    int cur = ~li[0];
    FOR(i, 2, ssize(li) - 1) {
      int next = add_var();
      either(cur, ~li[i]);
      either(cur, next);
      either(~li[i], next);
      cur = ~next;
    }
    either(cur, ~li[1]);
  }

  vector<int> val, comp, z;
  int t = 0;
  int dfs(int i) {
    int low = val[i] = ++t, x;
    z.emplace_back(i);
    for(auto &e : gr[i]) if(!comp[e])
      low = min(low, val[e] ?: dfs(e));
    if(low == val[i]) do {
      x = z.back(); z.pop_back();
      comp[x] = low;
      if (values[x >> 1] == -1)
        values[x >> 1] = x & 1;
    } while (x != i);
    return val[i] = low;
  }

  bool solve() {
    values.assign(n, -1);
    val.assign(2 * n, 0);
    comp = val;
    REP(i, 2 * n) if(!comp[i]) dfs(i);
    REP(i, n) if(comp[2 * i] == comp[2 * i + 1]) return 0;
    return 1;
  }
};
```

biconnected
Opis: Dwuspójne skladowe, mosty oraz punkty artykulacji.
Czas: $\mathcal{O}(n+m)$
Użycie: `po skonstruowaniu, bicon = zbiór list id krawędzi, bridges = lista id krawędzi będącymi mostami, arti_points = lista wierzcholków będącymi punktami artykulacji. Tablice są nieposortowane. Wspiera multikrawędzie i wiele spójnych, ale nie pętelki.`

093f4a, 65 lines

```
struct Low {
  vector<vector<int>> graph;
  vector<int> low, pre;
  vector<pair<int, int>> edges;

  vector<vector<int>> bicon;
  vector<int> bicon_stack, arti_points, bridges;

  void dfs(int v, int p) {
    static int t = 0;
    low[v] = pre[v] = t++;
    bool considered_parent = false;
    int son_count = 0;
    bool is_arti = false;

    for(int e : graph[v]) {
      int u = edges[e].first ^ edges[e].second ^ v;
      if(u == p and not considered_parent)
        considered_parent = true;
      else if(pre[u] == -1) {
        bicon_stack.emplace_back(e);
        dfs(u, v);
        low[v] = min(low[v], low[u]);

        if(low[u] >= pre[v]) {
          bicon.emplace_back();
          do {
            bicon.back().emplace_back(bicon_stack.back());
            bicon_stack.pop_back();
          } while(bicon.back().back() != e);
        }

        ++son_count;
        if(p != -1 and low[u] >= pre[v])
          is_arti = true;

        if(low[u] > pre[v])
          bridges.emplace_back(e);
      }
      else if(pre[v] > pre[u]) {
        low[v] = min(low[v], pre[u]);
        bicon_stack.emplace_back(e);
      }
    }

    if(p == -1 and son_count > 1)
      is_arti = true;
    if(is_arti)
      arti_points.emplace_back(v);
  }

  Low(int n, vector<pair<int, int>> _edges) : graph(n), low(n),
      pre(n, -1), edges(_edges) {
    REP(i, ssize(edges)) {
      auto [v, u] = edges[i];
#ifdef LOCAL
      assert(v != u);
#endif
      graph[v].emplace_back(i);
      graph[u].emplace_back(i);
    }
    REP(v, n)
      if(pre[v] == -1)
        dfs(v, -1);
  }
};
```

cactus-cycles
Opis: Wyznaczanie cykli w grafie. Założenia - nieskierowany graf bez pętelek i multikrawędzi, każda krawędź leży na co najwyżej jednym cyklu prostym (silniejsze założenie, niż o wierzcholkach).
Czas: $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `cactus_cycles(graph) zwraca taką listę cykli, że istnieje krawędź między i-tym, a (i+1) mod ssize(cycle)-tym wierzcholkiem.`

d43bdf, 24 lines

```
vector<vector<int>> cactus_cycles(vector<vector<int>> graph) {
  int n = ssize(graph);
  vector<int> state(n, 0);
  vector<int> stack;
  vector<vector<int>> ret;
  function<void (int, int)> dfs = [&](int v, int p) {
    if(state[v] == 2) {
      vector<int> cycle = {v};
      for(int i = 0; stack[ssize(stack) - 1 - i] != v; ++i)
        cycle.emplace_back(stack[ssize(stack) - 1 - i]);
      ret.emplace_back(cycle);
      return;
    }
    stack.emplace_back(v);
    state[v] = 2;
    for(int u : graph[v])
      if(u != p and state[u] != 1)
        dfs(u, v);
    state[v] = 1;
    stack.pop_back();
```

```
  };
  dfs(0, -1);
  return ret;
}
```

centro-decomp

Opis: template do Centroid Decomposition
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: a) traktujemy konstruktor jako main jeśli dzialanie wewnętrzne CD jest zbyt zależne od reszty kodu (potencjalnie wywalamy nawet przekazywanie grafu i każemy samemu wczytywać)
b) traktujemy jako blackbox z ograniczoną ilością informacji i wtedy dopisujemy kilka funkcji do rozwiązania jakiegoś prostego problemu na drzewie
konstruktor CentroDecomp(n, graf) - wywoluje dekompozycję
decomp(v) - wywolanie dla spójnej z centroidem v
root - korzeń drzewa centroidów
par - ojciec w drzewie centroidów (ojcem root jest -1)
Jeśli decomp i elementy związane z tą funkcją dzialają niepoprawnie (np. pętlą się), to najprawdopodobniej robimy coś nielegalnego z vis
Jeśli coś wylicza nam się niepoprawnie możliwe, że pomyliliśmy calle DFS -> w szczególności nie piszemy DFS, który wywoluje inny typ DFS
Jeśli chcemy optymalizować pamięć i rzeczy podobne, to można przepisać decomp aby dzialal jak BFS, a nie DFS

102b73, 62 lines

```
struct CentroDecomp {
  using Neighbor = int;
  const vector<vector<Neighbor>> &graph;
  vector<int> par, _subsz, vis;
  int licz = 1;
  static constexpr int INF = int(1e9);
  int root;

  bool is_vis(int v) {
    return vis[v] >= licz;
  }

  void dfs_subsz(int v) {
    vis[v] = licz;
    _subsz[v] = 1;
    for (int u : graph[v])
      if (!is_vis(u)) {
        dfs_subsz(u);
        _subsz[v] += _subsz[u];
      }
  }

  int centro(int v) {
    ++licz;
    dfs_subsz(v);
    int sz = _subsz[v] / 2;
    ++licz;
    while (true) {
      vis[v] = licz;
      for (int u : graph[v])
        if (!is_vis(u) && _subsz[u] > sz) {
          v = u;
          break;
        }
      if (is_vis(v))
        return v;
    }
  }

  void decomp(int v) {
    // czynnosci na poziomie jednej spojnej z znanym centroidem
         v
    ++licz;
    for(int u : graph[v])
      if (!is_vis(u)) {
        u = centro(u);
        par[u] = v;
        vis[u] = INF;

        // dodatkowe przekazanie informacji kolejnemu
             centroidowi np. jego glebokosc

        decomp(u);
      }
  }

  CentroDecomp(int n, vector<vector<Neighbor>> &_graph)
    : graph(_graph), par(n, -1), _subsz(n), vis(n) {
    root = centro(0);
    vis[root] = INF;
    decomp(root);
  }
};
```

de-brujin

Opis: Ciag/Cykl de Brujina slów dlugości n nad alfabetem 0, 1, ..., k - 1
Czas: $\mathcal{O}(k^n)$
Użycie: de_brujin(alphabet, length, is_path)
Jeżeli is_path to zwraca ciąg. W przeciwnym wypadku zwraca cykl.

"../eulerian-path/main.cpp" b99eb7, 26 lines

```
vector<int> de_brujin(int k, int n, bool is_path) {
  if (n == 1) {
    vector<int> v(k);
    iota(v.begin(), v.end(), 0);
    return v;
  }
  if (k == 1) {
    return vector (n, 0);
  }
  int N = 1;
  REP(i, n - 1)
    N *= k;
  vector<vector<PII>> adj(N);
  REP(i, N)
    REP(j, k)
      adj[i].emplace_back(i * k % N + j, i * k + j);
  EulerianPath ep(adj, true);
  auto path = ep.path;
  path.pop_back();
  for(auto& e : path)
    e = e % k;
  if (is_path)
    REP(i, n - 1)
      path.emplace_back(path[i]);
  return path;
}
```

eulerian-path

Opis: Ścieżka eulera
Czas: $\mathcal{O}(n)$
Użycie: Krawędzie to pary (to, id) gdzie id dla grafu nieskierowanego jest takie samo dla (u, v) i (v, u)
Graf musi być spójny, po zainicjalizowaniu w .path jest ścieżka/cykl eulera, vector o dlugości m + 1 kolejnych wierzcholków
Jeśli nie ma ścieżki/cyklu, path jest puste. Dla cyklu, path[0] == path[m]

4f9604, 30 lines

```
using PII = pair<int, int>;
struct EulerianPath {
  vector<vector<PII>> adj;
  vector<bool> used;
  vector<int> path;
  void dfs(int v) {
          while(!adj[v].empty()) {
              auto [u, id] = adj[v].back();
              adj[v].pop_back();
              if(used[id]) continue;
              used[id] = true;
              dfs(u);
          }
          path.emplace_back(v);
  }
  EulerianPath(vector<vector<PII>> _adj, bool directed = false)
        : adj(_adj) {
          int s = 0, m = 0;
          vector<int> in(ssize(adj));
          REP(i, ssize(adj)) for(auto [j, id] : adj[i]) in[j
               ]++, m++;
          REP(i, ssize(adj)) if(directed) {
              if(in[i] < ssize(adj[i])) s = i;
          } else {
              if(ssize(adj[i]) % 2) s = i;
          }
          m /= (2 - directed);
          used.resize(m); dfs(s);
          if(ssize(path) != m + 1) path.clear();
          reverse(path.begin(), path.end());
  }
};
```

hld

Opis: Heavy-Light Decomposition
Czas: $\mathcal{O}(q \log n)$
Użycie: kontruktor - HLD(n, adj)
lca(v, u) zwraca lca
get_vertex(v) zwraca pozycję odpowiadającą wierzcholkowi
get_path(v, u) zwraca przedzialy do obslugiwania drzewem przedzialowym
get_path(v, u) jeśli robisz operacje na wierzcholkach
get_path(v, u, false) jeśli na krawędziach (nie zawiera lca)
get_subtree(v) zwraca przedzial odpowiadający podrzewu v

013f82, 56 lines

```
struct HLD {
  vector<vector<int>> &adj;
  vector<int> sz, pre, pos, nxt, par;
  int t = 0;
  void init(int v, int p = -1) {
    par[v] = p;
    sz[v] = 1;
    if(ssize(adj[v]) > 1 && adj[v][0] == p)
      swap(adj[v][0], adj[v][1]);
    for(int &u : adj[v]) if(u != par[v]) {
      init(u, v);
      sz[v] += sz[u];
      if(sz[u] > sz[adj[v][0]])
        swap(u, adj[v][0]);
    }
  }
  void set_paths(int v) {
    pre[v] = t++;
    for(int &u : adj[v]) if(u != par[v]) {
      nxt[u] = (u == adj[v][0] ? nxt[v] : u);
      set_paths(u);
    }
    pos[v] = t;
  }
  HLD(int n, vector<vector<int>> &_adj)
```

```
    : adj(_adj), sz(n), pre(n), pos(n), nxt(n), par(n) {
    init(0), set_paths(0);
  }
  int lca(int v, int u) {
    while(nxt[v] != nxt[u]) {
      if(pre[v] < pre[u])
        swap(v, u);
      v = par[nxt[v]];
    }
    return (pre[v] < pre[u] ? v : u);
  }
  vector<pair<int, int>> path_up(int v, int u) {
    vector<pair<int, int>> ret;
    while(nxt[v] != nxt[u]) {
      ret.emplace_back(pre[nxt[v]], pre[v]);
      v = par[nxt[v]];
    }
    if(pre[u] != pre[v]) ret.emplace_back(pre[u] + 1, pre[v]);
    return ret;
  }
  int get_vertex(int v) { return pre[v]; }
  vector<pair<int, int>> get_path(int v, int u, bool add_lca =
      true) {
    int w = lca(v, u);
    auto ret = path_up(v, w);
    auto path_u = path_up(u, w);
    if(add_lca) ret.emplace_back(pre[w], pre[w]);
    ret.insert(ret.end(), path_u.begin(), path_u.end());
    return ret;
  }
  pair<int, int> get_subtree(int v) { return {pre[v], pos[v] -
      1}; }
};
```

jump-ptr

Opis: Jump Pointery

Czas: $\mathcal{O}\left((n+q)\log n\right)$

Użycie: konstruktor - SimpleJumpPtr(graph), można ustawić roota jump_up(v, k) zwraca wierzcholek o k krawędzi wyżej niż v, a jeśli nie istnieje, zwraca -1 OperationJumpPtr pozwala na otrzymanie wyniku na ścieżce (np. suma na ścieżce, max, albo coś bardziej skomplikowanego). Jedynym założeniem co do własności operacji otrzymania wyniku na ścieżce do góry to łączność, ale wynik na dowolnej ścieżce jest poprawny tylko, gdy dopisze się odwracanie wyniku na ścieżce, lub jeżeli operacja jest przemienna.

c96d7f, 96 lines

```
struct SimpleJumpPtr {
  int bits;
  vector<vector<int>> graph, jmp;
  vector<int> par, dep;
  void par_dfs(int v) {
    for(int u : graph[v])
      if(u != par[v]) {
        par[u] = v;
        dep[u] = dep[v] + 1;
        par_dfs(u);
      }
  }
  SimpleJumpPtr(vector<vector<int>> g = {}, int root = 0) :
      graph(g) {
    int n = ssize(graph);
    bits = __lg(max(1, n)) + 1;
    dep.resize(n);
    par.resize(n, -1);
    if(n > 0)
      par_dfs(root);
    jmp.resize(bits, vector<int>(n, -1));
    jmp[0] = par;
    FOR(b, 1, bits - 1)
      REP(v, n)
        if(jmp[b - 1][v] != -1)
          jmp[b][v] = jmp[b - 1][jmp[b - 1][v]];
    debug(graph, jmp);
  }
  int jump_up(int v, int h) {
    for(int b = 0; (1 << b) <= h; ++b)
      if((h >> b) & 1)
        v = jmp[b][v];
    return v;
  }
  int lca(int v, int u) {
    if(dep[v] < dep[u])
      swap(v, u);
    v = jump_up(v, dep[v] - dep[u]);
    if(v == u)
      return v;

    for(int b = bits - 1; b >= 0; b--) {
      if(jmp[b][v] != jmp[b][u]) {
        v = jmp[b][v];
        u = jmp[b][u];
      }
    }
    return par[v];
  }
};

using PathAns = LL;
PathAns merge(PathAns down, PathAns up) {
  return down + up;
}

struct OperationJumpPtr {
  SimpleJumpPtr ptr;
  vector<vector<PathAns>> ans_jmp;

  OperationJumpPtr(vector<vector<pair<int, int>>> g, int root =
      0) {
    debug(g, root);
    int n = ssize(g);
    vector<vector<int>> unweighted_g(n);
    REP(v, n)
      for(auto [u, w] : g[v]) {
        (void) w;
        unweighted_g[v].emplace_back(u);
      }
    ptr = SimpleJumpPtr(unweighted_g, root);
    ans_jmp.resize(ptr.bits, vector<PathAns>(n));
    REP(v, n)
      for(auto [u, w] : g[v])
        if(u == ptr.par[v])
          ans_jmp[0][v] = PathAns(w);
    FOR(b, 1, ptr.bits - 1)
      REP(v, n)
        if(ptr.jmp[b - 1][v] != -1 and ptr.jmp[b - 1][ptr.jmp[b
            - 1][v]] != -1)
          ans_jmp[b][v] = merge(ans_jmp[b - 1][v], ans_jmp[b -
              1][ptr.jmp[b - 1][v]]);
  }
  PathAns path_ans_up(int v, int h) {
    PathAns ret = PathAns();
    for(int b = ptr.bits - 1; b >= 0; b--)
      if((h >> b) & 1) {
        ret = merge(ret, ans_jmp[b][v]);
        v = ptr.jmp[b][v];
      }
    return ret;
  }
  PathAns path_ans(int v, int u) { // discards order of edges
      on path
    int l = ptr.lca(v, u);
    return merge(
      path_ans_up(v, ptr.dep[v] - ptr.dep[l]),
      path_ans_up(u, ptr.dep[u] - ptr.dep[l])
    );
  }
};
```

negative-cycle

Opis: Wyznaczanie ujemnego cyklu (i stwierdzanie czy istnieje)

Czas: $\mathcal{O}\left(nm\right)$

Użycie: [exists_negative, cycle] = negative_cycle(digraph); cycle spelnia wlasność, że istnieje krawędź cycle[i]->cycle[(i+1)Żeby wyznaczyć krawędzie na cyklu, wystarczy wybierać najtańszą krawędź między wierzcholkami.

d3ac6f, 27 lines

```
template<class I>
pair<bool, vector<int>> negative_cycle(vector<vector<pair<int,
     I>>> graph) {
  int n = ssize(graph);
  vector<I> dist(n);
  vector<int> from(n, -1);
  int v_on_cycle = -1;
  REP(iter, n) {
    v_on_cycle = -1;
    REP(v, n)
      for(auto [u, w] : graph[v])
        if(dist[u] > dist[v] + w) {
          dist[u] = dist[v] + w;
          from[u] = v;
          v_on_cycle = u;
        }
  }
  if(v_on_cycle == -1)
    return {false, {}};

  REP(iter, n)
    v_on_cycle = from[v_on_cycle];
  vector<int> cycle = {v_on_cycle};
  for(int v = from[v_on_cycle]; v != v_on_cycle; v = from[v])
    cycle.emplace_back(v);
  reverse(cycle.begin(), cycle.end());
  return {true, cycle};
}
```

planar-graph-faces

Opis: Zaklada, że każdy punkt ma podane współrzędne, punkty są parami różne oraz krawędzie są nieprzecinającymi się odcinkami. Zwraca wszystkie ściany (wewnętrzne posortowane clockwise, zewnętrzne cc). WAŻNE czasem trzeba złączyć wszystkie ściany zewnętrzne (których może być kilka, gdy jest wiele spójnych) w jedną ścianę. Zewnętrzne ściany mogą wyglądać jak kaktusy, a wewnętrzne zawsze są niezdegenerowanym wielokątem.

Czas: $\mathcal{O}\left(mlogm\right)$

4b6098, 99 lines

```
struct Edge {
  int e, from, to;
  // face is on the right of "from -> to"
};
ostream& operator<<(ostream &o, Edge e) {
  return o << vector{e.e, e.from, e.to};
}
struct Face {
  bool is_outside;
  vector<Edge> sorted_edges;
  // edges are sorted clockwise for inside and cc for outside
      faces
```

```
};
ostream& operator<<(ostream &o, Face f) {
  return o << pair(f.is_outside, f.sorted_edges);
}

vector<Face> split_planar_to_faces(vector<pair<int, int>> coord
    , vector<pair<int, int>> edges) {
  int n = ssize(coord);
  int E = ssize(edges);
  vector<vector<int>> graph(n);
  REP(e, E) {
    auto [v, u] = edges[e];
    graph[v].emplace_back(e);
    graph[u].emplace_back(e);
  }

  vector<int> lead(2 * E);
  iota(lead.begin(), lead.end(), 0);
  function<int (int)> find = [&](int v) {
    return lead[v] == v ? v : lead[v] = find(lead[v]);
  };
  auto side_of_edge = [&](int e, int v, bool outward) {
    return 2 * e + ((v != min(edges[e].first, edges[e].second))
        ^ outward);
  };
  REP(v, n) {
    vector<pair<pair<int, int>, int>> sorted;
    for(int e : graph[v]) {
      auto p = coord[edges[e].first ^ edges[e].second ^ v];
      auto center = coord[v];
      sorted.emplace_back(pair(p.first - center.first, p.second
          - center.second), e);
    }
    sort(sorted.begin(), sorted.end(), [&](pair<pair<int, int>,
        int> l0, pair<pair<int, int>, int> r0) {
      auto l = l0.first;
      auto r = r0.first;
      bool half_l = l > pair(0, 0);
      bool half_r = r > pair(0, 0);
      if(half_l != half_r)
        return half_l;
      return l.first * LL(r.second) - l.second * LL(r.first) >
          0;
    });

    REP(i, ssize(sorted)) {
      int e0 = sorted[i].second;
      int e1 = sorted[(i + 1) % ssize(sorted)].second;
      int side_e0 = side_of_edge(e0, v, true);
      int side_e1 = side_of_edge(e1, v, false);
      lead[find(side_e0)] = find(side_e1);
    }
  }
  vector<vector<int>> comps(2 * E);
  REP(i, 2 * E)
    comps[find(i)].emplace_back(i);

  vector<Face> polygons;
  vector<vector<pair<int, int>>> outgoing_for_face(n);
  REP(leader, 2 * E)
    if(not comps[leader].empty()) {
      for(int id : comps[leader]) {
        int v = edges[id / 2].first;
        int u = edges[id / 2].second;
        if(v > u)
          swap(v, u);
        if(id % 2 == 1)
          swap(v, u);
        outgoing_for_face[v].emplace_back(u, id / 2);
      }
      vector<Edge> sorted_edges;
      function<void (int)> dfs = [&](int v) {
        while(not outgoing_for_face[v].empty()) {
          auto [u, e] = outgoing_for_face[v].back();
          outgoing_for_face[v].pop_back();
          dfs(u);
          sorted_edges.emplace_back(Edge{e, v, u});
        }
      };
      dfs(edges[comps[leader].front() / 2].first);
      reverse(sorted_edges.begin(), sorted_edges.end());

      LL area = 0;
      for(auto edge : sorted_edges) {
        auto l = coord[edge.from];
        auto r = coord[edge.to];
        area += l.first * LL(r.second) - l.second * LL(r.first)
          ;
      }
      polygons.emplace_back(Face{area >= 0, sorted_edges});
    }
  // Remember that there can be multiple outside faces.
  return polygons;
}
```

scc

Opis: Silnie Spójnie Skladowe
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: `kontruktor - SCC(graph)`
`group[v] to numer silnie spójnej wierzcholka v`
`get_compressed() zwraca graf siline spójnych`
`get_compressed(false) nie usuwa multikrawędzi`

a1bad8, 61 lines

```
struct SCC {
  int n;
  vector<vector<int>> &graph;
  int group_cnt = 0;
  vector<int> group;

  vector<vector<int>> rev_graph;
  vector<int> order;

  void order_dfs(int v) {
    group[v] = 1;
    for(int u : rev_graph[v])
      if(group[u] == 0)
        order_dfs(u);
    order.emplace_back(v);
  }

  void group_dfs(int v, int color) {
    group[v] = color;
    for(int u : graph[v])
      if(group[u] == -1)
        group_dfs(u, color);
  }

  SCC(vector<vector<int>> &_graph) : graph(_graph) {
    n = ssize(graph);
    rev_graph.resize(n);
    REP(v, n)
      for(int u : graph[v])
        rev_graph[u].emplace_back(v);

    group.resize(n);
    REP(v, n)
      if(group[v] == 0)
        order_dfs(v);
    reverse(order.begin(), order.end());
    debug(order);

    group.assign(n, -1);
    for(int v : order)
      if(group[v] == -1)
        group_dfs(v, group_cnt++);
  }

  vector<vector<int>> get_compressed(bool delete_same = true) {
    vector<vector<int>> ans(group_cnt);
    REP(v, n)
      for(int u : graph[v])
        if(group[v] != group[u])
          ans[group[v]].emplace_back(group[u]);

    if(not delete_same)
      return ans;
    REP(v, group_cnt) {
      sort(ans[v].begin(), ans[v].end());
      ans[v].erase(unique(ans[v].begin(), ans[v].end()), ans[v
          ].end());
    }
    return ans;
  }
};
```

toposort

Opis: Wyznacza sortowanie topologiczne w DAGu.
Czas: $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `get_toposort_order(g) zwraca listę wierzcholków takich, że krawędzie są od wierzcholków wcześniejszych w liście do późniejszych.`
`get_new_vertex_id_from_order(order) zwraca odwrotność tej permutacji, tzn. dla każdego wierzcholka trzyma jego nowy numer, aby po przenumerowaniu grafu istnialy krawędzie tylko do wierzcholków o większych numerach.`
`permute(elems, new_id) zwraca przepermutowaną tablicę elems według nowych numerów wierzcholków (przydatne jak się trzyma informacje o wierzcholkach, a chce się zrobić przenumerowanie topologiczne).`
`renumerate_vertices(...) zwraca nowy graf, w którym wierzcholki są przenumerowane.`

e16bd9, 51 lines

```
vector<int> get_toposort_order(vector<vector<int>> graph) {
  int n = ssize(graph);
  vector<int> indeg(n);
  REP(v, n)
    for(int u : graph[v])
      ++indeg[u];
  vector<int> que;
  REP(v, n)
    if(indeg[v] == 0)
      que.emplace_back(v);
  vector<int> ret;
  while(not que.empty()) {
    int v = que.back();
    que.pop_back();
    ret.emplace_back(v);
    for(int u : graph[v])
      if(--indeg[u] == 0)
        que.emplace_back(u);
  }
  return ret;
}

vector<int> get_new_vertex_id_from_order(vector<int> order) {
  vector<int> ret(ssize(order), -1);
  REP(v, ssize(order))
```

```
    ret[order[v]] = v;
  assert(*min_element(order.begin(), order.end()) != -1);
  return ret;
}

template<class T>
vector<T> permute(vector<T> elems, vector<int> new_id) {
  vector<T> ret(ssize(elems));
  REP(v, ssize(elems))
    ret[new_id[v]] = elems[v];
  return ret;
}

vector<vector<int>> renumerate_vertices(vector<vector<int>>
     graph, vector<int> new_id) {
  int n = ssize(graph);
  vector<vector<int>> ret(n);
  REP(v, n)
    for(int u : graph[v])
      ret[new_id[v]].emplace_back(new_id[u]);
  REP(v, n)
    for(int u : ret[v])
      assert(v < u);
  return ret;
}

// graph = renumerate_vertices(graph,
     get_new_vertex_id_from_order(get_toposort_order(graph)));
```

Flowy i matchingi (7)

blossom
Opis: Blossom
Czas: Jeden rabin powie $\mathcal{O}(nm)$, drugi rabin powie, że to nawet nie jest $\mathcal{O}(n^3)$.
Użycie: W grafie nie może być pętelek.
Funkcja zwraca match'a, tzn match[v] == -1 albo z kim jest sparowany v.
Rozmiar matchingu to (sum_v bool(match[v] != -1)) / 2
6a1daf, 68 lines

```
vector<int> blossom(vector<vector<int>> graph) {
  int n = ssize(graph), timer = -1;
  REP(v, n)
    for(int u : graph[v])
      assert(v != u);
  vector<int> match(n, -1), label(n), parent(n), orig(n), aux(n
     , -1), q;
  auto lca = [&](int x, int y) {
    for(++timer; ; swap(x, y)) {
      if(x == -1)
        continue;
      if(aux[x] == timer)
        return x;
      aux[x] = timer;
      x = (match[x] == -1 ? -1 : orig[parent[match[x]]]);
    }
  };
  auto blossom = [&](int v, int w, int a) {
    while(orig[v] != a) {
      parent[v] = w;
      w = match[v];
      if(label[w] == 1) {
        label[w] = 0;
        q.emplace_back(w);
      }
      orig[v] = orig[w] = a;
      v = parent[w];
    }
  };
  auto augment = [&](int v) {
    while(v != -1) {
      int pv = parent[v], nv = match[pv];
      match[v] = pv;
      match[pv] = v;
      v = nv;
    }
  };
  auto bfs = [&](int root) {
    fill(label.begin(), label.end(), -1);
    iota(orig.begin(), orig.end(), 0);
    label[root] = 0;
    q.clear();
    q.emplace_back(root);
    REP(i, ssize(q)) {
      int v = q[i];
      for(int x : graph[v])
        if(label[x] == -1) {
          label[x] = 1;
          parent[x] = v;
          if(match[x] == -1) {
            augment(x);
            return 1;
          }
          label[match[x]] = 0;
          q.emplace_back(match[x]);
        }
        else if(label[x] == 0 and orig[v] != orig[x]) {
          int a = lca(orig[v], orig[x]);
          blossom(x, v, a);
          blossom(v, x, a);
        }
    }
    return 0;
  };
  REP(i, n)
    if(match[i] == -1)
      bfs(i);
  return match;
}
```

dinic
Opis: Dinic bez skalowania
Czas: $\mathcal{O}(V^2E)$
Użycie: Dinic flow(2); flow.add_edge(0, 1, 5); cout << flow(0, 1); // 5
funkcja get_flowing() zwraca dla każdej oryginalnej krawędzi, ile przez nią leci
fa2105, 78 lines

```
struct Dinic {
  using T = int;
  struct Edge {
    int v, u;
    T flow, cap;
  };
  int n;
  vector<vector<int>> graph;
  vector<Edge> edges;

  Dinic(int N) : n(N), graph(n) {}

  void add_edge(int v, int u, T cap) {
    debug(v, u, cap);
    int e = ssize(edges);
    graph[v].emplace_back(e);
    graph[u].emplace_back(e + 1);
    edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, cap});
    edges.emplace_back(Edge{u, v, 0, 0});
  }

  vector<int> dist;
  bool bfs(int source, int sink) {
    dist.assign(n, 0);
    dist[source] = 1;
    deque<int> que = {source};
    while(ssize(que) and dist[sink] == 0) {
      int v = que.front();
      que.pop_front();
      for(int e : graph[v])
        if(edges[e].flow != edges[e].cap and dist[edges[e].u]
            == 0) {
          dist[edges[e].u] = dist[v] + 1;
          que.emplace_back(edges[e].u);
        }
    }
    return dist[sink] != 0;
  }

  vector<int> ended_at;
  T dfs(int v, int sink, T flow = numeric_limits<T>::max()) {
    if(flow == 0 or v == sink)
      return flow;
    for(; ended_at[v] != ssize(graph[v]); ++ended_at[v]) {
      Edge &e = edges[graph[v][ended_at[v]]];
      if(dist[v] + 1 == dist[e.u])
        if(T pushed = dfs(e.u, sink, min(flow, e.cap - e.flow))
            ) {
          e.flow += pushed;
          edges[graph[v][ended_at[v]] ^ 1].flow -= pushed;
          return pushed;
        }
    }
    return 0;
  }

  T operator()(int source, int sink) {
    T answer = 0;
    while(true) {
      if(not bfs(source, sink))
        break;
      ended_at.assign(n, 0);
      while(T pushed = dfs(source, sink))
        answer += pushed;
    }
    return answer;
  }

  map<pair<int, int>, T> get_flowing() {
    map<pair<int, int>, T> ret;
    REP(v, n)
      for(int i : graph[v]) {
        if(i % 2) // considering only original edges
          continue;
        Edge &e = edges[i];
        ret[pair(v, e.u)] = e.flow;
      }
    return ret;
  }
};
```

gomory-hu
Opis: Zwraca min cięcie między każdą parą wierzcholków w nieskierowanym ważonym grafie o nieujemnych wagach.
Czas: $\mathcal{O}\left(n^2 + n * dinic(n, m)\right)$
Użycie: gomory_hu(n, edges)[s][t] == min cut (s, t)
"../dinic/main.cpp" 8c0bbc, 41 lines

```
pair<Dinic::T, vector<bool>> get_min_cut(Dinic &dinic, int s,
     int t) {
  for(Dinic::Edge &e : dinic.edges)
    e.flow = 0;
  Dinic::T flow = dinic(s, t);
  vector<bool> cut(dinic.n);
  REP(v, dinic.n)
    cut[v] = bool(dinic.dist[v]);
  return {flow, cut};
}

vector<vector<Dinic::T>> get_gomory_hu(int n, vector<tuple<int,
      int, Dinic::T>> edges) {
  Dinic dinic(n);
  for(auto [v, u, cap] : edges) {
    dinic.add_edge(v, u, cap);
    dinic.add_edge(u, v, cap);
  }
  using T = Dinic::T;
  vector<vector<pair<int, T>>> tree(n);
  vector<int> par(n, 0);
  FOR(v, 1, n - 1) {
    auto [flow, cut] = get_min_cut(dinic, v, par[v]);
    FOR(u, v + 1, n - 1)
      if(cut[u] == cut[v] and par[u] == par[v])
        par[u] = v;
    tree[v].emplace_back(par[v], flow);
    tree[par[v]].emplace_back(v, flow);
  }

  T inf = numeric_limits<T>::max();
  vector ret(n, vector(n, inf));
  REP(source, n) {
    function<void (int, int, T)> dfs = [&](int v, int p, T mn)
         {
      ret[source][v] = mn;
      for(auto [u, flow] : tree[v])
        if(u != p)
          dfs(u, v, min(mn, flow));
    };
    dfs(source, -1, inf);
  }
  return ret;
}
```

hopcroft-karp

Opis: Hopcroft-Karp do liczenia matchingu. Przydaje się głównie w aproksymacji, ponieważ po k iteracjach gwarantuje matching o rozmiarze przynajmniej $k/(k+1)\cdot$ best matching.
Czas: $\mathcal{O}\left(m\sqrt{n}\right)$
Użycie: `wierzcholki grafu muszą być podzielone na warstwy 0..n0-1 oraz n0..n0+n1-1. Zwraca rozmiar matchingu oraz przypisanie (lub -1, gdy nie jest zmatchowane).`

6911f0, 52 lines

```
pair<int, vector<int>> hopcroft_karp(vector<vector<int>> graph,
      int n0, int n1) {
  assert(n0 + n1 == ssize(graph));
  REP(v, n0 + n1)
    for(int u : graph[v])
      assert((v < n0) != (u < n0));

  vector<int> matched_with(n0 + n1, -1), dist(n0 + 1);
  constexpr int inf = int(1e9);
  vector<int> manual_que(n0 + 1);

  auto bfs = [&] {
    int head = 0, tail = -1;
    fill(dist.begin(), dist.end(), inf);
    REP(v, n0)
      if(matched_with[v] == -1) {
        dist[1 + v] = 0;
        manual_que[++tail] = v;
      }
    while(head <= tail) {
      int v = manual_que[head++];
      if(dist[1 + v] < dist[0])
        for(int u : graph[v])
          if(dist[1 + matched_with[u]] == inf) {
            dist[1 + matched_with[u]] = dist[1 + v] + 1;
            manual_que[++tail] = matched_with[u];
          }
    }
    return dist[0] != inf;
  };

  function<bool (int)> dfs = [&](int v) {
    if(v == -1)
      return true;
    for(auto u : graph[v])
      if(dist[1 + matched_with[u]] == dist[1 + v] + 1) {
        if(dfs(matched_with[u])) {
          matched_with[v] = u;
          matched_with[u] = v;
          return true;
        }
      }
    dist[1 + v] = inf;
    return false;
  };

  int answer = 0;
  for(int iter = 0; bfs(); ++iter)
    REP(v, n0)
      if(matched_with[v] == -1 and dfs(v))
        ++answer;
  return {answer, matched_with};
}
```

hungarian

Opis: Dla macierzy wag (mogą być ujemne) między dwoma warstami o rozmiarach n0 oraz n1 (n0 <= n1) wyznacza minimalną sumę wag skojarzenia pelnego. Zwraca sumę wag oraz matching.
Czas: $\mathcal{O}\left(n_0^2 \cdot n_1\right)$

034a2e, 42 lines

```
pair<LL, vector<int>> hungarian(vector<vector<int>> a) {
  if(a.empty())
    return {0, {}};
  int n0 = ssize(a) + 1, n1 = ssize(a[0]) + 1;
  vector<int> p(n1), ans(n0 - 1);
  vector<LL> u(n0), v(n1);
  FOR(i, 1, n0 - 1) {
    p[0] = i;
    int j0 = 0;
    vector<LL> dist(n1, numeric_limits<LL>::max());
    vector<int> pre(n1, -1);
    vector<bool> done(n1 + 1);
    do {
      done[j0] = true;
      int i0 = p[j0], j1 = -1;
      LL delta = numeric_limits<LL>::max();
      FOR(j, 1, n1 - 1)
        if(!done[j]) {
          auto cur = a[i0 - 1][j - 1] - u[i0] - v[j];
          if(cur < dist[j])
            dist[j] = cur, pre[j] = j0;
          if(dist[j] < delta)
            delta = dist[j], j1 = j;
        }
      REP(j, n1) {
        if(done[j])
          u[p[j]] += delta, v[j] -= delta;
        else
          dist[j] -= delta;
      }
      j0 = j1;
    } while(p[j0]);
    while(j0) {
      int j1 = pre[j0];
      p[j0] = p[j1], j0 = j1;
    }
  }
  FOR(j, 1, n1 - 1)
    if(p[j])
      ans[p[j] - 1] = j - 1;
  return {-v[0], ans};
}
```

konig-theorem

Opis: Wyznaczanie w grafie dwudzielnym kolejno minimalnego pokrycia krawędziowego (PK), maksymalnego zbioru niezależnych wierzcholków (NW), minimalnego pokrycia wierzcholkowego (PW) pokorzystając z maksymalnego zbioru niezależnych krawędzi (NK) (tak zwany matching). Z tw. Koniga zachodzi |NK|=n-|PK|=n-|NW|=|PW|.
Czas: $\mathcal{O}\left(n + matching(n, m)\right)$

"../matching/main.cpp" 447dfc, 42 lines

```
vector<pair<int, int>> get_min_edge_cover(vector<vector<int>>
      graph) {
  vector<int> match = Matching(graph)().second;
  vector<pair<int, int>> ret;
  REP(v, ssize(match))
    if(match[v] != -1 and v < match[v])
      ret.emplace_back(v, match[v]);
    else if(match[v] == -1 and not graph[v].empty())
      ret.emplace_back(v, graph[v].front());
  return ret;
}

array<vector<int>, 2> get_coloring(vector<vector<int>> graph) {
  int n = ssize(graph);
  vector<int> match = Matching(graph)().second;
  vector<int> color(n, -1);
  function<void (int)> dfs = [&](int v) {
    color[v] = 0;
    for(int u : graph[v])
      if(color[u] == -1 and not graph[u].empty()) {
        color[u] = true;
        dfs(match[u]);
      }
  };
  REP(v, n)
    if(not graph[v].empty() and match[v] == -1)
      dfs(v);
  REP(v, n)
    if(not graph[v].empty() and color[v] == -1)
      dfs(v);
  array<vector<int>, 2> groups;
  REP(v, n)
    groups[color[v]].emplace_back(v);
  return groups;
}

vector<int> get_max_independent_set(vector<vector<int>> graph)
     {
  return get_coloring(graph)[0];
}

vector<int> get_min_vertex_cover(vector<vector<int>> graph) {
```

```
  return get_coloring(graph)[1];
}
```

matching
Opis: Turbo Matching
Czas: Średnio około $\mathcal{O}(n \log n)$, najgorzej $\mathcal{O}(n^2)$
Użycie: wierzcholki grafu nie muszą być ladnie podzielone na dwia przedzialy, musi być po prostu dwudzielny.
Na przyklad auto [match_size, match] = Matching(graph)();
686f47, 35 lines

```
struct Matching {
  vector<vector<int>> &adj;
  vector<int> mat, vis;
  int t = 0, ans = 0;
  bool mat_dfs(int v) {
    vis[v] = t;
    for(int u : adj[v])
      if(mat[u] == -1) {
        mat[u] = v;
        mat[v] = u;
        return true;
      }
    for(int u : adj[v])
      if(vis[mat[u]] != t && mat_dfs(mat[u])) {
        mat[u] = v;
        mat[v] = u;
        return true;
      }
    return false;
  }
  Matching(vector<vector<int>> &_adj) : adj(_adj) {
    mat = vis = vector<int>(ssize(adj), -1);
  }
  pair<int, vector<int>> operator()() {
    int d = -1;
    while(d != 0) {
      d = 0, ++t;
      REP(v, ssize(adj))
        if(mat[v] == -1)
          d += mat_dfs(v);
      ans += d;
    }
    return {ans, mat};
  }
};
```

mcmf
Opis: Min-cost max-flow z SPFA
Czas: kto wie
Użycie: MCMF flow(2); flow.add_edge(0, 1, 5, 3); cout << flow(0, 1); // 15
można przepisać funkcję get_flowing() z Dinic'a
f08e56, 79 lines

```
struct MCMF {
  struct Edge {
    int v, u, flow, cap;
    LL cost;
    friend ostream& operator<<(ostream &os, Edge &e) {
      return os << vector<LL>{e.v, e.u, e.flow, e.cap, e.cost};
    }
  };

  int n;
  const LL inf_LL = 1e18;
  const int inf_int = 1e9;
  vector<vector<int>> graph;
  vector<Edge> edges;

  MCMF(int N) : n(N), graph(n) {}

  void add_edge(int v, int u, int cap, LL cost) {
    int e = ssize(edges);
    graph[v].emplace_back(e);
    graph[u].emplace_back(e + 1);
    edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, cap, cost});
    edges.emplace_back(Edge{u, v, 0, 0, -cost});
  }

  pair<int, LL> augment(int source, int sink) {
    vector<LL> dist(n, inf_LL);
    vector<int> from(n, -1);
    dist[source] = 0;
    deque<int> que = {source};
    vector<bool> inside(n);
    inside[source] = true;

    while(ssize(que)) {
      int v = que.front();
      inside[v] = false;
      que.pop_front();

      for(int i : graph[v]) {
        Edge &e = edges[i];
        if(e.flow != e.cap and dist[e.u] > dist[v] + e.cost) {
          dist[e.u] = dist[v] + e.cost;
          from[e.u] = i;
          if(not inside[e.u]) {
            inside[e.u] = true;
            que.emplace_back(e.u);
          }
        }
      }
    }
    if(from[sink] == -1)
      return {0, 0};

    int flow = inf_int, e = from[sink];
    while(e != -1) {
      flow = min(flow, edges[e].cap - edges[e].flow);
      e = from[edges[e].v];
    }
    e = from[sink];
    while(e != -1) {
      edges[e].flow += flow;
      edges[e ^ 1].flow -= flow;
      e = from[edges[e].v];
    }
    return {flow, flow * dist[sink]};
  }

  pair<int, LL> operator()(int source, int sink) {
    int flow = 0;
    LL cost = 0;
    pair<int, LL> got;
    do {
      got = augment(source, sink);
      flow += got.first;
      cost += got.second;
    } while(got.first);
    return {flow, cost};
  }
};
```

Geometria (8)

advanced-complex
Opis: Randomowe ~~przydatne~~ wzorki, większość nie dziala dla intów
"../point/main.cpp" bcc8b5, 45 lines

```
constexpr D pi = acosl(-1);

// nachylenie k-> y = kx + m
D slope(P a, P b) { return tan(arg(b - a)); }
// rzut p na ab
P project(P p, P a, P b) {
  return a + (b - a) * dot(p - a, b - a) / norm(a - b);
}
// odbicie p wzgledem ab
P reflect(P p, P a, P b) {
  return a + conj((p - a) / (b - a)) * (b - a);
}
// obrot a wzgledem p o theta radianow
P rotate(P a, P p, D theta) {
  return (a - p) * polar(1.0L, theta) + p;
}
// kat ABC, w radianach z przedzialu [0..pi]
D angle(P a, P b, P c) {
  return abs(remainder(arg(a - b) - arg(c - b), 2.0 * pi));
}
// szybkie przeciecie prostych, nie dziala dla rownoleglych
P intersection(P a, P b, P p, P q) {
  D c1 = cross(p - a, b - a), c2 = cross(q - a, b - a);
  return (c1 * q - c2 * p) / (c1 - c2);
}
// check czy sa rownolegle
bool is_parallel(P a, P b, P p, P q) {
  P c = (a - b) / (p - q); return equal(c, conj(c));
}
// check czy sa prostopadle
bool is_perpendicular(P a, P b, P p, P q) {
  P c = (a - b) / (p - q); return equal(c, -conj(c));
}
// zwraca takie q, ze (p, q) jest rownolegle do (a, b)
P parallel(P a, P b, P p) {
  return p + a - b;
}
// zwraca takie q, ze (p, q) jest prostopadle do (a, b)
P perpendicular(P a, P b, P p) {
  return reflect(p, a, b);
}
// przeciecie srodkowych trojkata
P centro(P a, P b, P c) {
  return (a + b + c) / 3.0L;
}
```

area
Opis: Pole wielokąta, niekoniecznie wypuklego
Użycie: w vectorze muszą być wierzcholki zgodnie z kierunkiem ruchu zegara. Jeśli D jest intem to może się psuć / 2.
area(a, b, c) zwraca pole trójkąta o takich dlugościach boku
"../point/main.cpp" 7a182a, 10 lines

```
D area(vector<P> pts) {
  int n = size(pts);
  D ans = 0;
  REP(i, n) ans += cross(pts[i], pts[(i + 1) % n]);
  return fabsl(ans / 2);
}
D area(D a, D b, D c) {
  D p = (a + b + c) / 2;
  return sqrtl(p * (p - a) * (p - b) * (p - c));
}
```

circle-intersection

Opis: Przecięcia okręgu oraz prostej ax+by+c=0 oraz przecięcia okręgu oraz okręgu.

Użycie: `ssize(circle_circle(...)) == 3` to jest nieskończenie wiele rozwiązań

"../point/main.cpp" afa5cb, 34 lines

```
vector<P> circle_line(D r, D a, D b, D c) {
  D len_ab = a * a + b * b,
    x0 = -a * c / len_ab,
    y0 = -b * c / len_ab,
    d = r * r - c * c / len_ab,
    mult = sqrt(d / len_ab);
  if(sign(d) < 0)
    return {};
  else if(sign(d) == 0)
    return {{x0, y0}};
  return {
    {x0 + b * mult, y0 - a * mult},
    {x0 - b * mult, y0 + a * mult}
  };
}
vector<P> circle_line(D x, D y, D r, D a, D b, D c) {
  return circle_line(r, a, b, c + (a * x + b * y));
}
vector<P> circle_circle(D x1, D y1, D r1, D x2, D y2, D r2) {
  x2 -= x1;
  y2 -= y1;
  // now x1 = y1 = 0;
  if(sign(x2) == 0 and sign(y2) == 0) {
    if(equal(r1, r2))
      return {{0, 0}, {0, 0}, {0, 0}}; // inf points
    else
      return {};
  }
  auto vec = circle_line(r1, -2 * x2, -2 * y2,
      x2 * x2 + y2 * y2 + r1 * r1 - r2 * r2);
  for(P &p : vec)
    p += P(x1, y1);
  return vec;
}
```

circle-tangent

Opis: Dla punktu p oraz okręgu o promieniu r i środku o zwraca punkty p_0, p_1 będące punktami styczności prostych stycznych do okręgu. Zaklada, że $abs(p) > r$.

Czas: $\mathcal{O}(1)$

"../point/main.cpp" 65d706, 9 lines

```
pair<P, P> tangents_to_circle(P o, D r, P p) {
  p -= o;
  D r2 = r * r;
  D d2 = dot(p, p);
  assert(sign(d2 - r2) > 0);
  P ret0 = (r2 / d2) * p;
  P ret1 = r / d2 * sqrt(d2 - r2) * P(-p.y, p.x);
  return {o + ret0 + ret1, o + ret0 - ret1};
}
```

convex-hull-online

Opis: Wyznacza górną otoczkę wypukłą online.

Czas: $\mathcal{O}(logn)$ na każdą operację dodania

3054ee, 40 lines

```
using P = pair<int, int>;
LL operator*(P l, P r) {
  return l.first * LL(r.second) - l.second * r.first;
}
P operator-(P l, P r) {
  return {l.first - r.first, l.second - r.second};
}
int sign(LL x) {
  return x > 0 ? 1 : x < 0 ? -1 : 0;
}
int dir(P a, P b, P c) {
  return sign((b - a) * (c - b));
}

struct UpperConvexHull {
  set<P> hull;

  void add_point(P p) {
    if(hull.empty()) {
      hull = {p};
      return;
    }
    auto it = hull.lower_bound(p);
    if(*hull.begin() < p and p < *prev(hull.end())) {
      assert(it != hull.end() and it != hull.begin());
      if(dir(*prev(it), p, *it) >= 0)
        return;
    }
    it = hull.emplace(p).first;
    auto have_to_rm = [&](auto iter) {
      if(iter == hull.end() or next(iter) == hull.end() or iter
          == hull.begin())
        return false;
      return dir(*prev(iter), *iter, *next(iter)) >= 0;
    };
    while(have_to_rm(next(it)))
      it = prev(hull.erase(next(it)));
    while(it != hull.begin() and have_to_rm(prev(it)))
      it = hull.erase(prev(it));
  }
};
```

convex-hull

Opis: Otoczka wypukla, osobno góra i dól

Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$

Użycie: `top_bot_hull` zwraca osobno górę i dól po id
`hull_id` zwraca calą otoczkę po id
`hull` zwraca punkty na otoczce

"../point/main.cpp" ef8146, 37 lines

```
D cross(P a, P b, P c) { return sign(cross(b - a, c - a)); }
pair<vector<int>, vector<int>> top_bot_hull(const vector<P> &
    pts) {
  int n = ssize(pts);
  vector<int> ord(n);
  REP(i, n) ord[i] = i;
  sort(ord.begin(), ord.end(), [&](int i, int j) {
    return pts[i] < pts[j];
  });

  vector<int> top, bot;
  REP(dir, 2) {
    vector<int> &hull = (dir ? bot : top);
    auto l = [&](int i) { return pts[hull[ssize(hull) - i]]; };
    for(int i : ord) {
      while(ssize(hull) > 1 && cross(l(2), l(1), pts[i]) >= 0)
        hull.pop_back();
      hull.emplace_back(i);
    }
    reverse(ord.begin(), ord.end());
  }
  return {top, bot};
}

vector<int> hull_id(const vector<P> &pts) {
  if(pts.empty()) return {};
  auto [top, bot] = top_bot_hull(pts);
  top.pop_back(), bot.pop_back();
  top.insert(top.end(), bot.begin(), bot.end());
  return top;
}

vector<P> hull(const vector<P> &pts) {
  vector<P> ret;
  for(int i : hull_id(pts))
    ret.emplace_back(pts[i]);
  return ret;
}
```

geo3d

Opis: Geo3d od Warsaw Eagles.

Użycie: Mieć nadzieję, że nie trzeba będzie tego używać.

c53353, 338 lines

```
using LD = long double;
const LD kEps = 1e-9;
const LD kPi = acosl(-1);
LD Sq(LD x) { return x * x; }
struct Point {
  LD x, y;
  Point() {}
  Point(LD a, LD b) : x(a), y(b) {}
  Point(const Point& a) : Point(a.x, a.y) {}
  void operator=(const Point &a) { x = a.x; y = a.y; }
  Point operator+(const Point &a) const { Point p(x + a.x, y +
      a.y); return p; }
  Point operator-(const Point &a) const { Point p(x - a.x, y -
      a.y); return p; }
  Point operator*(LD a) const { Point p(x * a, y * a); return p
      ; }
  Point operator/(LD a) const { assert(abs(a) > kEps); Point p(
      x / a, y / a); return p; }
  Point &operator+=(const Point &a) { x += a.x; y += a.y;
      return *this; }
  Point &operator-=(const Point &a) { x -= a.x; y -= a.y;
      return *this; }
  LD CrossProd(const Point &a) const { return x * a.y - y * a.x
      ; }
  LD CrossProd(Point a, Point b) const { a -= *this; b -= *this
      ; return a.CrossProd(b); }
};
struct Line {
  Point p[2];
  Line(Point a, Point b) { p[0] = a; p[1] = b; }
  Point &operator[](int a) { return p[a]; }
};
struct P3 {
  LD x, y, z;
  P3 operator+(P3 a) { P3 p{x + a.x, y + a.y, z + a.z}; return
      p; }
  P3 operator-(P3 a) { P3 p{x - a.x, y - a.y, z - a.z}; return
      p; }
  P3 operator*(LD a) { P3 p{x * a, y * a, z * a}; return p; }
  P3 operator/(LD a) { assert(a > kEps); P3 p{x / a, y / a, z /
       a}; return p; }
  P3 &operator+=(P3 a) { x += a.x; y += a.y; z += a.z; return *
      this; }
  P3 &operator-=(P3 a) { x -= a.x; y -= a.y; z -= a.z; return *
      this; }
  P3 &operator*=(LD a) { x *= a; y *= a; z *= a; return *this;
      }
  P3 &operator/=(LD a) { assert(a > kEps); x /= a; y /= a; z /=
       a; return *this; }
  LD &operator[](int a) {
    if (a == 0) return x;
    if (a == 1) return y;
    return z;
```

```
  }
  bool IsZero() { return abs(x) < kEps && abs(y) < kEps && abs(
      z) < kEps; }
  LD DotProd(P3 a) { return x * a.x + y * a.y + z * a.z; }
  LD Norm() { return sqrt(x * x + y * y + z * z); }
  LD SqNorm() { return x * x + y * y + z * z; }
  void NormalizeSelf() { *this /= Norm(); }
  P3 Normalize() {
    P3 res(*this); res.NormalizeSelf();
    return res;
  }
  LD Dis(P3 a) { return (*this - a).Norm(); }
  pair<LD, LD> SphericalAngles() {
    return {atan2(z, sqrt(x * x + y * y)), atan2(y, x)};
  }
  LD Area(P3 p) { return Norm() * p.Norm() * sin(Angle(p)) / 2;
      }
  LD Angle(P3 p) {
    LD a = Norm();
    LD b = p.Norm();
    LD c = Dis(p);
    return acos((a * a + b * b - c * c) / (2 * a * b));
  }
  LD Angle(P3 p, P3 q) { return p.Angle(q); }
  P3 CrossProd(P3 p) {
    P3 q(*this);
    return {q[1] * p[2] - q[2] * p[1], q[2] * p[0] - q[0] * p
        [2],
            q[0] * p[1] - q[1] * p[0]};
  }
  bool LexCmp(P3 &a, const P3 &b) {
    if (abs(a.x - b.x) > kEps) return a.x < b.x;
    if (abs(a.y - b.y) > kEps) return a.y < b.y;
    return a.z < b.z;
  }
};
struct Line3 {
  P3 p[2];
  P3 &operator[](int a) { return p[a]; }
  friend ostream &operator<<(ostream &out, Line3 m);
};
struct Plane {
  P3 p[3];
  P3 &operator[](int a) { return p[a]; }
  P3 GetNormal() {
    P3 cross = (p[1] - p[0]).CrossProd(p[2] - p[0]);
    return cross.Normalize();
  }
  void GetPlaneEq(LD &A, LD &B, LD &C, LD &D) {
    P3 normal = GetNormal();
    A = normal[0];
    B = normal[1];
    C = normal[2];
    D = normal.DotProd(p[0]);
    assert(abs(D - normal.DotProd(p[1])) < kEps);
    assert(abs(D - normal.DotProd(p[2])) < kEps);
  }
  vector<P3> GetOrthonormalBase() {
    P3 normal = GetNormal();
    P3 cand = {-normal.y, normal.x, 0};
    if (abs(cand.x) < kEps && abs(cand.y) < kEps) {
      cand = {0, -normal.z, normal.y};
    }
    cand.NormalizeSelf();
    P3 third = Plane{P3{0, 0, 0}, normal, cand}.GetNormal();
    assert(abs(normal.DotProd(cand)) < kEps &&
           abs(normal.DotProd(third)) < kEps &&
           abs(cand.DotProd(third)) < kEps);
    return {normal, cand, third};
  }
};
struct Circle3 {
  Plane pl; P3 o; LD r;
};
struct Sphere {
  P3 o;
  LD r;
};
// angle PQR
LD Angle(P3 P, P3 Q, P3 R) { return (P - Q).Angle(R - Q); }
P3 ProjPtToLine3(P3 p, Line3 l) { // ok
  P3 diff = l[1] - l[0];
  diff.NormalizeSelf();
  return l[0] + diff * (p - l[0]).DotProd(diff);
}
LD DisPtLine3(P3 p, Line3 l) { // ok
  // LD area = Area(p, l[0], l[1]); LD dis1 = 2 * area / l[0].
      Dis(l[1]);
  LD dis2 = p.Dis(ProjPtToLine3(p, l)); // assert(abs(dis1 -
      dis2) < kEps);
  return dis2;
}
LD DisPtPlane(P3 p, Plane pl) {
  P3 normal = pl.GetNormal();
  return abs(normal.DotProd(p - pl[0]));
}
P3 ProjPtToPlane(P3 p, Plane pl) {
  P3 normal = pl.GetNormal();
  return p - normal * normal.DotProd(p - pl[0]);
}
bool PtBelongToLine3(P3 p, Line3 l) { return DisPtLine3(p, l) <
     kEps; }
bool Lines3Equal(Line3 p, Line3 l) {
  return PtBelongToLine3(p[0], l) && PtBelongToLine3(p[1], l);
}
bool PtBelongToPlane(P3 p, Plane pl) { return DisPtPlane(p, pl)
     < kEps; }
Point PlanePtTo2D(Plane pl, P3 p) { // ok
  assert(PtBelongToPlane(p, pl));
  vector<P3> base = pl.GetOrthonormalBase();
  P3 control{0, 0, 0};
  REP(tr, 3) { control += base[tr] * p.DotProd(base[tr]); }
  assert(PtBelongToPlane(pl[0] + base[1], pl));
  assert(PtBelongToPlane(pl[0] + base[2], pl));
  assert((p - control).IsZero());
  return {p.DotProd(base[1]), p.DotProd(base[2])};
}
Line PlaneLineTo2D(Plane pl, Line3 l) {
  return {PlanePtTo2D(pl, l[0]), PlanePtTo2D(pl, l[1])};
}
P3 PlanePtTo3D(Plane pl, Point p) { // ok
  vector<P3> base = pl.GetOrthonormalBase();
  return base[0] * base[0].DotProd(pl[0]) + base[1] * p.x +
      base[2] * p.y;
}
Line3 PlaneLineTo3D(Plane pl, Line l) {
  return {PlanePtTo3D(pl, l[0]), PlanePtTo3D(pl, l[1])};
}
Line3 ProjLineToPlane(Line3 l, Plane pl) { // ok
  return {ProjPtToPlane(l[0], pl), ProjPtToPlane(l[1], pl)};
}
bool Line3BelongToPlane(Line3 l, Plane pl) {
  return PtBelongToPlane(l[0], pl) && PtBelongToPlane(l[1], pl)
      ;
}
LD Det(P3 a, P3 b, P3 d) { // ok
  P3 pts[3] = {a, b, d};
  LD res = 0;
  for (int sign : {-1, 1}) {
    REP(st_col, 3) {
      int c = st_col;
      LD prod = 1;
      REP(r, 3) {
        prod *= pts[r][c];
        c = (c + sign + 3) % 3;
      }
      res += sign * prod;
    }
  }
  return res;
}
LD Area(P3 p, P3 q, P3 r) {
  q -= p; r -= p;
  return q.Area(r);
}
vector<Point> InterLineLine(Line &a, Line &b) { // working fine
  Point vec_a = a[1] - a[0];
  Point vec_b1 = b[1] - a[0];
  Point vec_b0 = b[0] - a[0];
  LD tr_area = vec_b1.CrossProd(vec_b0);
  LD quad_area = vec_b1.CrossProd(vec_a) + vec_a.CrossProd(
      vec_b0);
  if (abs(quad_area) < kEps) { // parallel or coinciding
    if (abs(b[0].CrossProd(b[1], a[0])) < kEps) {
      return {a[0], a[1]};
    } else return {};
  }
  return {a[0] + vec_a * (tr_area / quad_area)};
}
vector<P3> InterLineLine(Line3 k, Line3 l) {
  if (Lines3Equal(k, l)) return {k[0], k[1]};
  if (PtBelongToLine3(l[0], k)) return {l[0]};
  Plane pl{l[0], k[0], k[1]};
  if (!PtBelongToPlane(l[1], pl)) return {};
  Line k2 = PlaneLineTo2D(pl, k);
  Line l2 = PlaneLineTo2D(pl, l);
  vector<Point> inter = InterLineLine(k2, l2);
  vector<P3> res;
  for (auto P : inter) res.push_back(PlanePtTo3D(pl, P));
  return res;
}
LD DisLineLine(Line3 l, Line3 k) { // ok
  Plane together{l[0], l[1], l[0] + k[1] - k[0]}; // parallel
      FIXME
  Line3 proj = ProjLineToPlane(k, together);
  P3 inter = (InterLineLine(l, proj))[0];
  P3 on_k_inter = k[0] + inter - proj[0];
  return inter.Dis(on_k_inter);
}
Plane ParallelPlane(Plane pl, P3 A) { // plane parallel to pl
    going through A
  P3 diff = A - ProjPtToPlane(A, pl);
  return {pl[0] + diff, pl[1] + diff, pl[2] + diff};
}
// image of B in rotation wrt line passing through origin s.t.
    A1->A2
// implemented in more general case with similarity instead of
    rotation
P3 RotateAccordingly(P3 A1, P3 A2, P3 B1) { // ok
  Plane pl{A1, A2, {0, 0, 0}};
  Point A12 = PlanePtTo2D(pl, A1);
  Point A22 = PlanePtTo2D(pl, A2);
  complex<LD> rat = complex<LD>(A22.x, A22.y) / complex<LD>(A12
      .x, A12.y);
  Plane plb = ParallelPlane(pl, B1);
  Point B2 = PlanePtTo2D(plb, B1);
  complex<LD> Brot = rat * complex<LD>(B2.x, B2.y);
```

```
  return PlanePtTo3D(plb, {Brot.real(), Brot.imag()});
}
vector<Circle3> InterSpherePlane(Sphere s, Plane pl) { // ok
  P3 proj = ProjPtToPlane(s.o, pl);
  LD dis = s.o.Dis(proj);
  if (dis > s.r + kEps) return {};
  if (dis > s.r - kEps) return {{pl, proj, 0}}; // is it best choice?
  return {{pl, proj, sqrt(s.r * s.r - dis * dis)}};
}
bool PtBelongToSphere(Sphere s, P3 p) { return abs(s.r - s.o.Dis(p)) < kEps; }
struct PointS { // just for conversion purposes, probably toEucl suffices
  LD lat, lon;
  P3 toEucl() { return P3{cos(lat) * cos(lon), cos(lat) * sin(lon), sin(lat)}; }
  PointS(P3 p) {
    p.NormalizeSelf();
    lat = asin(p.z);
    lon = acos(p.y / cos(lat));
  }
};
LD DistS(P3 a, P3 b) { return atan2l(b.CrossProd(a).Norm(), a.DotProd(b)); }
struct CircleS {
  P3 o; // center of circle on sphere
  LD r; // arc len
  LD area() const { return 2 * kPi * (1 - cos(r)); }
};
CircleS From3(P3 a, P3 b, P3 c) { // any three different points
  int tmp = 1;
  if ((a - b).Norm() > (c - b).Norm()) {
    swap(a, c); tmp = -tmp;
  }
  if ((b - c).Norm() > (a - c).Norm()) {
    swap(a, b); tmp = -tmp;
  }
  P3 v = (c - b).CrossProd(b - a);
  v = v * (tmp / v.Norm());
  return CircleS{v, DistS(a, v)};
}
CircleS From2(P3 a, P3 b) { // neither the same nor the opposite
  P3 mid = (a + b) / 2;
  mid = mid / mid.Norm();
  return From3(a, mid, b);
}
LD SphAngle(P3 A, P3 B, P3 C) { // angle at A, no two points opposite
  LD a = B.DotProd(C);
  LD b = C.DotProd(A);
  LD c = A.DotProd(B);
  return acos((b - a * c) / sqrt((1 - Sq(a)) * (1 - Sq(c))));
}
LD TriangleArea(P3 A, P3 B, P3 C) { // no two poins opposite
  LD a = SphAngle(C, A, B);
  LD b = SphAngle(A, B, C);
  LD c = SphAngle(B, C, A);
  return a + b + c - kPi;
}
vector<P3> IntersectionS(CircleS c1, CircleS c2) {
  P3 n = c2.o.CrossProd(c1.o), w = c2.o * cos(c1.r) - c1.o * cos(c2.r);
  LD d = n.SqNorm();
  if (d < kEps) return {}; // parallel circles (can fully overlap)
  LD a = w.SqNorm() / d;
  vector<P3> res;
  if (a >= 1 + kEps) return res;
  P3 u = n.CrossProd(w) / d;
  if (a > 1 - kEps) {
    res.push_back(u);
    return res;
  }
  LD h = sqrt((1 - a) / d);
  res.push_back(u + n * h);
  res.push_back(u - n * h);
  return res;
}
bool Eq(LD a, LD b) { return abs(a - b) < kEps; }
vector<P3> intersect(Sphere a, Sphere b, Sphere c) { // Does not work for 3 colinear centers
  vector<P3> res; // Bardzo podejrzana funkcja.
  P3 ex, ey, ez;
  LD r1 = a.r, r2 = b.r, r3 = c.r, d, cnd_x = 0, i, j;
  ex = (b.o - a.o).Normalize();
  i = ex.DotProd(c.o - a.o);
  ey = ((c.o - a.o) - ex * i).Normalize();
  ez = ex.CrossProd(ey);
  d = (b.o - a.o).Norm();
  j = ey.DotProd(c.o - a.o);

  bool cnd = 0;
  if (Eq(r2, d - r1)) {
    cnd_x = +r1; cnd = 1;
  }
  if (Eq(r2, d + r1)) {
    cnd_x = -r1; cnd = 1;
  }

  if (!cnd && (r2 < d - r1 || r2 > d + r1)) return res;
  if (cnd) {
    if (Eq(Sq(r3), (Sq(cnd_x - i) + Sq(j))))
      res.push_back(P3{cnd_x, LD(0), LD(0)});
  } else {
    LD x = (Sq(r1) - Sq(r2) + Sq(d)) / (2 * d);
    LD y = (Sq(r1) - Sq(r3) + Sq(i) + Sq(j)) / (2 * j) - (i / j) * x;
    LD u = Sq(r1) - Sq(x) - Sq(y);
    if (u >= -kEps) {
      LD z = sqrtl(max(LD(0), u));
      res.push_back(P3{x, y, z});
      if (abs(z) > kEps) res.push_back(P3{x, y, -z});
    }
  }
  for (auto &it : res) it = a.o + ex * it[0] + ey * it[1] + ez * it[2];
  return res;
}
```

halfplane-intersection

Opis: Wyznaczanie punktów na brzegu/otoczce przecięcia podanych półplaszczyzn.
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: `Halfplane(a, b)` tworzy półplaszczyznę wzdluż prostej a-b z obszarem po lewej stronie wektora a->b.
Jeżeli zostalo zwróconych mniej, niż trzy punkty, to pole przecięcia jest puste.
Na przyklad `halfplane_intersection({Halfplane(P(2, 1), P(4, 2)), Halfplane(P(6, 3), P(2, 4)), Halfplane(P(-4, 7), P(4, 2))}) == {(4, 2), (6, 3), (0, 4.5)}`
Pole przecięcia jest zawsze ograniczone, ponieważ w kodzie są dodawane cztery półplaszczyzny o współrzędnych w +/-inf, ale nie należy na tym polegać przez eps oraz błędy precyzji (najlepiej jest zmniejszyć inf tyle, ile się da).

"../intersect-lines/main.cpp" 4b8355, 65 lines

```
struct Halfplane {
  P p, pq;
  D angle;

  Halfplane() {}
  Halfplane(P a, P b) : p(a), pq(b - a) {
    angle = atan2l(pq.imag(), pq.real());
  }
};
ostream& operator<<(ostream&o, Halfplane h) {
  return o << '(' << h.p << ", " << h.pq << ", " << h.angle << ')';
}

bool is_outside(Halfplane hi, P p) {
  return sign(cross(hi.pq, p - hi.p)) == -1;
}

P inter(Halfplane s, Halfplane t) {
  return intersection_lines(s.p, s.p + s.pq, t.p, t.p + t.pq);
}

vector<P> halfplane_intersection(vector<Halfplane> h) {
  for(int i = 0; i < 4; ++i) {
    constexpr D inf = 1e9;
    array box = {P(-inf, -inf), P(inf, -inf), P(inf, inf), P(-inf, inf)};
    h.emplace_back(box[i], box[(i + 1) % 4]);
  }
  sort(h.begin(), h.end(), [&](Halfplane l, Halfplane r) {
    if(equal(l.angle, r.angle))
      return sign(cross(l.pq, r.p - l.p)) == -1;
    return l.angle < r.angle;
  });
  h.erase(unique(h.begin(), h.end(), [](Halfplane l, Halfplane r) {
    return equal(l.angle, r.angle);
  }), h.end());

  deque<Halfplane> dq;
  for(auto &hi : h) {
    while(ssize(dq) >= 2 and is_outside(hi, inter(dq.end()[-1], dq.end()[-2])))
      dq.pop_back();
    while(ssize(dq) >= 2 and is_outside(hi, inter(dq[0], dq[1])))
      dq.pop_front();
    dq.emplace_back(hi);
    if(ssize(dq) == 2 and sign(cross(dq[0].pq, dq[1].pq)) == 0)
      return {};
  }
  while(ssize(dq) >= 3 and is_outside(dq[0], inter(dq.end()[-1], dq.end()[-2])))
    dq.pop_back();
  while(ssize(dq) >= 3 and is_outside(dq.end()[-1], inter(dq[0], dq[1])))
    dq.pop_front();
  if(ssize(dq) <= 2)
    return {};

  vector<P> ret;
  REP(i, ssize(dq))
    ret.emplace_back(inter(dq[i], dq[(i + 1) % ssize(dq)]));
  for(Halfplane hi : h)
    if(is_outside(hi, ret[0]))
      return {};

  ret.erase(unique(ret.begin(), ret.end()), ret.end());
  while(ssize(ret) >= 2 and ret.front() == ret.back())
    ret.pop_back();
```

```
  return ret;
}
```

intersect-lines
Opis: Przecięcie prostych lub odcinków
Użycie: `intersection(a, b, c, d) zwraca przecięcie prostych ab oraz cd`
`v = intersect_segments(a, b, c, d, s) zwraca przecięcie odcinków ab oraz cd`
`if ssize(v) == 0: nie ma przecięć`
`if ssize(v) == 1: v[0] jest przecięciem`
`if ssize(v) == 2 in intersect_segments: (v[0], v[1]) to odcinek, w którym są wszystkie inf rozwiązań`
`if ssize(v) == 2 in intersect_lines: v to niezdefiniowane punkty (inf rozwiązań)`
"../point/main.cpp" 8ce094, 43 lines

```
P intersection_lines(P a, P b, P c, P d) {
  D c1 = cross(c - a, b - a), c2 = cross(d - a, b - a);
  // zaklada, ze c1 != c2, tzn. proste nie sa rownolegle
  return (c1 * d  - c2 * c) / (c1 - c2);
}

bool on_segment(P a, P b, P p) {
  return equal(cross(a - p, b - p), 0) and dot(a - p, b - p) <=
        0;
}

bool is_intersection_segment(P a, P b, P c, P d) {
  if(on_segment(a, b, c) or on_segment(a, b, d) or on_segment(c
       , d, a) or on_segment(c, d, b))
    return true;
  int acb = dir(a, c, b), adb = dir(a, d, b);
  int cad = dir(c, a, d), cbd = dir(c, b, d);
  if(acb != 0 and adb != 0 and acb == adb)
    return false;
  if(cad != 0 and cbd != 0 and cad == cbd)
    return false;
  if(acb == 0 and adb == 0)
    return false;
  return true;
}

vector<P> intersect_segments(P a, P b, P c, P d) {
  D acd = cross(c - a, d - c), bcd = cross(c - b, d - c),
       cab = cross(a - c, b - a), dab = cross(a - d, b - a);
  if(sign(acd) * sign(bcd) < 0 and sign(cab) * sign(dab) < 0)
    return {(a * bcd - b * acd) / (bcd - acd)};
  set<P> s;
  if(on_segment(c, d, a)) s.emplace(a);
  if(on_segment(c, d, b)) s.emplace(b);
  if(on_segment(a, b, c)) s.emplace(c);
  if(on_segment(a, b, d)) s.emplace(d);
  return {s.begin(), s.end()};
}

vector<P> intersect_lines(P a, P b, P c, P d) {
  D acd = cross(c - a, d - c), bcd = cross(c - b, d - c);
  if(not equal(bcd, acd))
    return {(a * bcd - b * acd) / (bcd - acd)};
  return {a, a};
}
```

line
Opis: konwersja różnych postaci prostej
"../point/main.cpp" 8dbcdc, 28 lines

```
struct Line {
  D A, B, C;
  // postac ogolna Ax + By + C = 0
  Line(D a, D b, D c) : A(a), B(b), C(c) {}
  tuple<D, D, D> get_tuple() { return {A, B, C}; }
  // postac kierunkowa ax + b = y
  Line(D a, D b) : A(a), B(-1), C(b) {}
  pair<D, D> get_dir() { return {- A / B, - C / B}; }
  // prosta pq
  Line(P p, P q) {
    assert(not equal(p.x, q.x) or not equal(p.y, q.y));
    if(!equal(p.x, q.x)) {
      A = (q.y - p.y) / (p.x - q.x);
      B = 1, C = -(A * p.x + B * p.y);
    }
    else A = 1, B = 0, C = -p.x;
  }
  pair<P, P> get_pts() {
    if(!equal(B, 0)) return { P(0, - C / B), P(1, - (A + C) / B
       ) };
    return { P(- C / A, 0), P(- C / A, 1) };
  }
  D directed_dist(P p) {
    return (A * p.x + B * p.y + C) / sqrt(A * A + B * B);
  }
  D dist(P p) {
    return abs(directed_dist(p));
  }
};
```

point
Opis: Wrapper na std::complex, pola .x oraz .y nie są const wiele operacji na Point zwraca complex, np (p * p).x się nie skompiluje
Użycie: `P p = {5, 6}; abs(p) = length; arg(p) = kąt; polar(len, angle);`
`exp(angle)`
d56aef, 27 lines

```
template <class T>
struct Point : complex<T> {
    T *m = (T *) this, &x, &y;
    Point(T _x = 0, T _y = 0) : complex<T>(_x, _y), x(m[0]), y(
         m[1]) {}
    Point(complex<T> c) : Point(c.real(), c.imag()) {}
    Point(const Point &p) : Point(p.x, p.y) {}
    Point &operator=(const Point &p) {
        x = p.x, y = p.y;
        return *this;
    }
};

using D = long double;
using P = Point<D>;
constexpr D eps = 1e-9;

istream &operator>>(istream &is, P &p) { return is >> p.x >> p.
     y; }
bool equal(D a, D b) { return abs(a - b) < eps; }
bool equal(P a, P b) { return equal(a.x, b.x) and equal(a.y, b.
     y); }
int sign(D a) { return equal(a, 0) ? 0 : a > 0 ? 1 : -1; }
bool operator<(P a, P b) { return tie(a.x, a.y) < tie(b.x, b.y)
     ; }

// cross({1, 0}, {0, 1}) = 1
D cross(P a, P b) { return a.x * b.y - a.y * b.x; }
D dot(P a, P b) { return a.x * b.x + a.y * b.y; }
D dist(P a, P b) { return abs(a - b); }
int dir(P a, P b, P c) { return sign(cross(b - a, c - b)); }
```

Tekstówki (9)

aho-corasick
Opis: Template do Aho-Corasick
Czas: $\mathcal{O}(S\alpha)$
Użycie: `Operuje na alfabecie od 0 do alpha - 1 (alpha ustawiamy ręcznie)`
`Konstruktor tworzy sam korzeń w node[0]`
`add(s) dodaje slowo s`
`convert() zamienia nieodwracalnie trie w automat Aho-Corasick`
`link(x) zwraca suffix link x`
`go(x, c) zwraca następnik x przez literę c`
`Najpierw dodajemy slowa, potem robimy convert(), a na koniec używamy go i link`
c8780a, 62 lines

```
constexpr int alpha = 26;
struct AhoCorasick {
  struct Node {
    array<int, alpha> next, go;
    int p, pch, link = -1;
    bool is_word_end = false;

    Node(int _p = -1, int ch = -1) : p(_p), pch(ch) {
      fill(next.begin(), next.end(), -1);
      fill(go.begin(), go.end(), -1);
    }
  };
  vector<Node> node;
  bool converted = false;

  AhoCorasick() : node(1) {}

  void add(const vector<int> &s) {
    assert(!converted);
    int v = 0;
    for (int c : s) {
      if (node[v].next[c] == -1) {
        node[v].next[c] = ssize(node);
        node.emplace_back(v, c);
      }
      v = node[v].next[c];
    }
    node[v].is_word_end = true;
  }

  int link(int v) {
    assert(converted);
    return node[v].link;
  }

  int go(int v, int c) {
    assert(converted);
    return node[v].go[c];
  }

  void convert() {
    assert(!converted);
    converted = true;
    deque<int> que = {0};
    while (not que.empty()) {
      int v = que.front();
      que.pop_front();
      if (v == 0 or node[v].p == 0)
        node[v].link = 0;
      else
        node[v].link = go(link(node[v].p), node[v].pch);
      REP (c, alpha) {
        if (node[v].next[c] != -1) {
          node[v].go[c] = node[v].next[c];
          que.emplace_back(node[v].next[c]);
        }
```

```
        else
          node[v].go[c] = v == 0 ? 0 : go(link(v), c);
      }
    }
  }
};
```

hashing

Opis: Pojedyńcze i podwójne hashowanie.
Czas: $\mathcal{O}(1)$
Użycie: `Hashing hsh(str);`
`hsh(l, r) zwraca hasza [l, r] włącznie`
`można zmienić modulo i bazę`

7c9ea2, 28 lines

```
struct Hashing {
  vector<int> ha, pw;
  static constexpr int mod = 1e9 + 696969;
  int base;

  Hashing(const vector<int> &str, int b = 31) {
    base = b;
    int len = ssize(str);
    ha.resize(len + 1);
    pw.resize(len + 1, 1);
    REP(i, len) {
      ha[i + 1] = int(((LL) ha[i] * base + str[i] + 1) % mod);
      pw[i + 1] = int(((LL) pw[i] * base) % mod);
    }
  }

  int operator()(int l, int r) {
    return int(((ha[r + 1] - (LL) ha[l] * pw[r - l + 1]) % mod
        + mod) % mod);
  }
};

struct DoubleHashing {
  Hashing h1, h2;
  DoubleHashing(const vector<int> &str) : h1(str), h2(str, 33)
      {} // change to rd on codeforces
  LL operator()(int l, int r) {
    return h1(l, r) * LL(h2.mod) + h2(l, r);
  }
};
```

kmp

Opis: KMP(str) zwraca tablicę pi. Zachodzi [0, pi[i]) = (i - pi[i], i].
Czas: $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `get_kmp({0,1,0,0,1,0,1,0,0,1}) == {0,0,1,1,2,3,2,3,4,5};`
`get_borders({0,1,0,0,1,0,1,0,0,1}) == {2,5,10};`

81f31b, 21 lines

```
vector<int> get_kmp(vector<int> str) {
  int len = ssize(str);
  vector<int> ret(len);
  for(int i = 1; i < len; i++) {
    int pos = ret[i - 1];
    while(pos and str[i] != str[pos])
      pos = ret[pos - 1];
    ret[i] = pos + (str[i] == str[pos]);
  }
  return ret;
}

vector<int> get_borders(vector<int> str) {
  vector<int> kmp = get_kmp(str), ret;
  int len = ssize(str);
  while(len) {
    ret.emplace_back(len);
    len = kmp[len - 1];
  }
  return vector<int>(ret.rbegin(), ret.rend());
}
```

lyndon-min-cyclic-rot

Opis: Wyznaczanie faktoryzacji Lyndona oraz (przy jej pomocy) minimalnego suffixu oraz minimalnego przesunięcia cyklicznego. Ta faktoryzacja to unikalny podział słowa s na w1*w2*...*wk, że w1>=w2>=...>=wk oraz wi jest ściśle mniejsze od każdego jego suffixu.
Czas: $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `duval("abacaba") == {{0, 3}, {4, 5}, {6, 6}};`
`min_suffix("abacab") == "ab";`
`min_cyclic_shift("abacaba") == "aabacab";`

bbf68e, 31 lines

```
vector<pair<int, int>> duval(vector<int> s) {
  int n = ssize(s), i = 0;
  vector<pair<int, int>> ret;
  while(i < n) {
    int j = i + 1, k = i;
    while(j < n and s[k] <= s[j]) {
      k = (s[k] < s[j] ? i : k + 1);
      ++j;
    }
    while(i <= k) {
      ret.emplace_back(i, i + j - k - 1);
      i += j - k;
    }
  }
  return ret;
}

vector<int> min_suffix(vector<int> s) {
  return {s.begin() + duval(s).back().first, s.end()};
}

vector<int> min_cyclic_shift(vector<int> s) {
  int n = ssize(s);
  REP(i, n)
    s.emplace_back(s[i]);
  for(auto [l, r] : duval(s))
    if(n <= r) {
      return {s.begin() + l, s.begin() + l + n};
    }
  assert(false);
}
```

manacher

Opis: radius[p][i] $= rad =$ największy promień palindromu parzystości p o środku i. $L = i - rad + !p$, $R = i + rad$ to palindrom. Dla [abaababaab] daje [003000020], [0100141000].
Czas: $\mathcal{O}(n)$

ca63bf, 18 lines

```
array<vector<int>, 2> manacher(vector<int> &in) {
  int n = ssize(in);
  array<vector<int>, 2> radius = {{vector<int>(n - 1), vector<
      int>(n)}};
  REP(parity, 2) {
    int z = parity ^ 1, L = 0, R = 0;
    REP(i, n - z) {
      int &rad = radius[parity][i];
      if(i <= R - z)
        rad = min(R - i, radius[parity][L + (R - i - z)]);
      int l = i - rad + z, r = i + rad;
      while(0 <= l - 1 && r + 1 < n && in[l - 1] == in[r + 1])
        ++rad, ++r, --l;
      if(r > R)
        L = l, R = r;
    }
  }
  return radius;
}
```

pref

Opis: pref(str) zwraca tablicę prefixo prefixową [0, pref[i]) = [i, i + pref[i])
Czas: $\mathcal{O}(n)$

6db696, 13 lines

```
vector<int> pref(vector<int> str) {
  int len = ssize(str);
  vector<int> ret(len);
  ret[0] = len;
  int i = 1, m = 0;
  while(i < len) {
    while(m + i < len && str[m + i] == str[m]) m++;
    ret[i++] = m;
    m = (m != 0 ? m - 1 : 0);
    for(int j = 1; ret[j] < m; m--) ret[i++] = ret[j++];
  }
  return ret;
}
```

suffix-array

Opis: Tablica suffixowa
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: `SuffixArray t(s, alpha) - alpha to rozmiar alfabetu`
`sa zawiera posortowane suffixy, zawiera pusty suffix`
`lcp[i] to lcp suffixu sa[i - 1] i sa[i]`
`Dla s = "aabaaab" sa = {7, 3, 4, 0, 5, 1, 6, 2}, lcp = {0, 0, 2, 3, 1, 2, 0, 1}`

076373, 32 lines

```
struct SuffixArray {
  vector<int> sa, lcp;
  SuffixArray(vector<int> s, int alpha = 26) {
    ++alpha;
    for(int &c : s) ++c;
    s.emplace_back(0);
    int n = ssize(s), k = 0, a, b;
    vector<int> x(s.begin(), s.end());
    vector<int> y(n), ws(max(n, alpha)), rank(n);
    sa = lcp = y;
    iota(sa.begin(), sa.end(), 0);

    for(int j = 0, p = 0; p < n; j = max(1, j * 2), alpha = p)
        {
      p = j;
      iota(y.begin(), y.end(), n - j);
      REP(i, n) if(sa[i] >= j)
        y[p++] = sa[i] - j;
      fill(ws.begin(), ws.end(), 0);
      REP(i, n) ws[x[i]]++;
      FOR(i, 1, alpha - 1) ws[i] += ws[i - 1];
      for(int i = n; i--;) sa[--ws[x[y[i]]]] = y[i];
      swap(x, y);
      p = 1, x[sa[0]] = 0;
      FOR(i, 1, n - 1) a = sa[i - 1], b = sa[i], x[b] =
        (y[a] == y[b] && y[a + j] == y[b + j]) ? p - 1 : p++;
    }
    FOR(i, 1, n - 1) rank[sa[i]] = i;
    for(int i = 0, j; i < n - 1; lcp[rank[i++]] = k)
      for(k && k--, j = sa[rank[i] - 1];
        s[i + k] == s[j + k]; k++);
  }
};
```

suffix-automaton

Opis: buduje suffix automaton. Wystąpienia wzorca, liczba różnych podsłów, sumaryczna długość wszystkich podsłów, leksykograficznie k-te podsłowo, najmniejsze przesunięcie cykliczne, liczba wystąpień podsłowa, pierwsze wystąpienie, najkrótsze niewystępujące podsłowo, longest common substring dwóch słów, LCS wielu słów

Czas: $\mathcal{O}(n\alpha)$ (szybsze, ale więcej pamięci) albo $\mathcal{O}(n \log \alpha)$ (mapa)

0d6b7f, 54 lines

```
struct SuffixAutomaton {
    static constexpr int sigma = 26;
    using Node = array<int, sigma>; // map<int, int>
    Node new_node;

    vector<Node> edges;
    vector<int> link = {-1}, length = {0};
    int last = 0;

    SuffixAutomaton() {
        new_node.fill(-1);      // -1 - stan nieistniejacy
        edges = {new_node};  // dodajemy stan startowy, ktory
             reprezentuje puste slowo
  }

    void add_letter(int c) {
        edges.emplace_back(new_node);
        length.emplace_back(length[last] + 1);
        link.emplace_back(0);

        int r = ssize(edges) - 1, p = last;
        while(p != -1 && edges[p][c] == -1) {
            edges[p][c] = r;
            p = link[p];
        }
        if(p != -1) {
            int q = edges[p][c];
            if(length[p] + 1 == length[q])
                link[r] = q;
            else {
                edges.emplace_back(edges[q]);
                length.emplace_back(length[p] + 1);
                link.emplace_back(link[q]);
                int q_prim = ssize(edges) - 1;

                link[q] = link[r] = q_prim;
                while(p != -1 && edges[p][c] == q) {
                    edges[p][c] = q_prim;
                    p = link[p];
                }
            }
        }
        last = r;
    }

    bool is_inside(vector<int> &s) {
        int q = 0;
        for(int c : s) {
            if(edges[q][c] == -1)
                return false;
          q = edges[q][c];
      }
        return true;
    }
};
```

Optymalizacje (10)

fio

Opis: FIO do wpychania kolanem. Nie należy wtedy używać cin/cout

c28011, 52 lines

```
#ifdef WIN32
inline int getchar_unlocked() { return _getchar_nolock(); }
inline void putchar_unlocked(char c) { return _putchar_nolock(c
     ); }
#endif

int fastin() {
  int n = 0, c = getchar_unlocked();
  while(c < '0' or '9' < c)
    c = getchar_unlocked();
  while('0' <= c and c <= '9') {
    n = 10 * n + (c - '0');
    c = getchar_unlocked();
  }
  return n;
}

int fastin_negative() {
  int n = 0, negative = false, c = getchar_unlocked();
  while(c != '-' and (c < '0' or '9' < c))
    c = getchar_unlocked();
  if(c == '-') {
    negative = true;
    c = getchar_unlocked();
  }
  while('0' <= c and c <= '9') {
    n = 10 * n + (c - '0');
    c = getchar_unlocked();
  }
  return negative ? -n : n;
}

void fastout(int x) {
  if(x == 0) {
    putchar_unlocked('0');
    putchar_unlocked(' ');
    return;
  }
  if(x < 0) {
    putchar_unlocked('-');
    x *= -1;
  }
  static char t[10];
  int i = 0;
  while(x) {
    t[i++] = char('0' + (x % 10));
    x /= 10;
  }
  while(--i >= 0)
    putchar_unlocked(t[i]);
  putchar_unlocked(' ');
}
void nl() { putchar_unlocked('\n'); }
```

linear-knapsack

Opis: Plecak zwracający największą otrzymywalną sumę ciężarów <= bound.

Czas: $\mathcal{O}(n * max(wi))$ (zamiast typowego $\mathcal{O}(n * sum(wi))$) Pamięć : $\mathcal{O}(n + max(wi))$

aa8844, 40 lines

```
LL knapsack(vector<int> w, LL bound) {
  {
    vector<int> filtered;
    for(int o : w)
      if(LL(o) <= bound)
        filtered.emplace_back(o);
    w = filtered;
  }
  {
    LL sum = accumulate(w.begin(), w.end(), 0LL);
    if(sum <= bound)
      return sum;
  }
  LL w_init = 0;
  int b;
  for(b = 0; w_init + w[b] <= bound; ++b)
    w_init += w[b];

  int W = *max_element(w.begin(), w.end());
  vector<int> prev_s(2 * W, -1);
  auto get = [&](vector<int> &v, LL i) -> int& {
    return v[i - (bound  - W + 1)];
  };
  for(LL mu = bound + 1; mu <= bound + W; ++mu)
    get(prev_s, mu) = 0;
  get(prev_s, w_init) = b;
  FOR(t, b, ssize(w) - 1) {
    vector curr_s = prev_s;
    for(LL mu = bound - W + 1; mu <= bound; ++mu)
      get(curr_s, mu + w[t]) = max(get(curr_s, mu + w[t]), get(
           prev_s, mu));
    for(LL mu = bound + w[t]; mu >= bound + 1; --mu)
      for(int j = get(curr_s, mu) - 1; j >= get(prev_s, mu); --
           j)
        get(curr_s, mu - w[j]) = max(get(curr_s, mu - w[j]), j)
             ;
    swap(prev_s, curr_s);
  }
  for(LL mu = bound; mu >= 0; --mu)
    if(get(prev_s, mu) != -1)
      return mu;
  assert(false);
}
```

pragmy

Opis: Pragmy do wypychania kolanem

61c4f7, 2 lines

```
#pragma GCC optimize("Ofast")
#pragma GCC target("avx,avx2")
```

random

Opis: Szybsze rand.

bc664b, 12 lines

```
uint32_t xorshf96() {
  static uint32_t x = 123456789, y = 362436069, z = 521288629;
  uint32_t t;
  x ^= x << 16;
  x ^= x >> 5;
  x ^= x << 1;
  t = x;
  x = y;
  y = z;
  z = t ^ x ^ y;
  return z;
}
```

sos-dp

Opis: Dla tablicy $A[i]$ oblicza tablicę $F[mask] = \sum_{i \subseteq mask} A[i]$, czyli sumę po podmaskach. Może też liczyć sumę po nadmaskach.

Czas: $\mathcal{O}(n * 2^n)$

Użycie: `sos_dp(n, A, true/false) // n - liczba bitów, A - tablica długości 2^n, bool - czy po nadmaskach`
`sos_dp(2, {4, 3, 7, 2}) // {4, 7, 11, 16} - po podmaskach`
`sos_dp(2, {4, 3, 7, 2}, true) // {16, 5, 9, 2} - po nadmaskach`

a206d3, 11 lines

```
vector<LL> sos_dp(int n, vector<LL> A, bool nad = false) {
```

```
  int N = (1 << n);
  if (nad) REP(i, N / 2) swap(A[i], A[(N - 1) ^ i]);
  auto F = A;
  REP(i, n)
    REP(mask, N)
      if ((mask >> i) & 1)
        F[mask] += F[mask ^ (1 << i)];
  if (nad) REP(i, N / 2) swap(F[i], F[(N - 1) ^ i]);
  return F;
}
```

Utils (11)

dzien-probny
Opis: Rzeczy do przetestowania w dzień próbny

"../../data-structures/ordered-set/main.cpp" a6a0b7, 51 lines

```
void test_int128() {
  __int128 x = (1llu << 62);
  x *= x;
  string s;
  while(x) {
    s += char(x % 10 + '0');
    x /= 10;
  }
  assert(s == "61231558446921906466935685523974676212");
}

void test_float128() {
  __float128 x = 4.2;
  assert(abs(double(x * x) - double(4.2 * 4.2)) < 1e-9);
}

void test_clock() {
  long seeed = chrono::system_clock::now().time_since_epoch().
      count();
  (void) seeed;
  auto start = chrono::system_clock::now();

  while(true) {
    auto end = chrono::system_clock::now();
    int ms = int(chrono::duration_cast<chrono::milliseconds>(
        end - start).count());
    if(ms > 420)
      break;
  }
}

void test_rd() {
  // czy jest sens to testowac?
  mt19937_64 my_rng(0);
  auto rd = [&](int l, int r) {
    return uniform_int_distribution<int>(l, r)(my_rng);
  };
  assert(rd(0, 0) == 0);
}

void test_policy() {
  ordered_set<int> s;
  s.insert(1);
  s.insert(2);
  assert(s.order_of_key(1) == 0);
  assert(*s.find_by_order(1) == 2);
}

void test_math() {
  constexpr long double pi = acosl(-1);
  assert(3.14 < pi && pi < 3.15);
}
```