

**ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ к экзамену по ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ**  
**Специальность 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий», факультет математики и естествознания**

1. Определите, является ли формула общезначимой:  $x \wedge \neg (y \rightarrow z) \leftrightarrow \neg y \vee z$ .
2. Решите уравнение:  $p|q \vee \neg r = \neg p \downarrow r \rightarrow q$ .
3. Определите, сколькими способами из колоды карт в 36 карт можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе было бы точно: 1 туз, 3 дамы, не больше 2 карт красной масти.
4. Из колоды в 36 карт вынимают 9 карт. Найдите число наборов таких, что: 1- все 9 карт бубны; 2 – ровно две карты тузы. Решите задачу для неупорядоченной схемы выбора: а) с возвращением; б) без возвращения.
5. На конференции должны состояться девять пленарных докладов (докладчики А, В, С, D, E, F, G, H и I), причем: 1) докладчик С обязательно должен выступать сразу же после докладчика В; 2) докладчик F обязательно должен выступать позже E и раньше G, но этим трем докладчикам не обязательно следовать подряд друг за другом (то есть и между E и F, и между F и G могут (но не обязаны) быть другие выступления). Определите, сколько может быть различных вариантов порядка докладов.
6. Определите, сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова «математический» так, чтобы между буквами «м» стоял блок из четырёх гласных.
7. Определите, сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова «университет» так, чтобы согласные шли в алфавитном порядке.
8. Найдите, сколько различных четных девятизначных чисел можно написать, пользуясь лишь цифрами 2, 3, 4, 5, если цифра 2 используется в каждом числе ровно три раза?
9. Сколькими способами можно разместить 12 объектов в 4 ящиках, если  
а) объекты различимы, ящики различимы и ящики могут быть пустыми?  
б) объекты различимы, ящики различимы и ящики не могут быть пустыми?  
в) объекты неразличимы, ящики различимы и ящики могут быть пустыми?  
г) объекты неразличимы, ящики различимы и ящики не могут быть пустыми?  
д) объекты различимы, ящики неразличимы и ящики могут быть пустыми?  
е) объекты различимы, ящики неразличимы и ящики не могут быть пустыми?
10. Найдите коэффициент при  $x^{56}$  в разложении  $(2 - x^2 + x^9)^{29}$ .
11. Определите, сколько натуральных чисел от 1 до 10000 не делится ни на 5, ни на 6, ни на 7, ни на 8.
12. При проведении маркетинговых исследований рынка спроса получены следующие данные: из 1000 опрошенных 811 покупают жевательную резинку "Дирол", 752 – "Орбит", 418 – "Стиморол", 570 – "Дирол" и "Орбит", 356 – "Дирол" и "Стиморол", 348 – "Орбит" и "Стиморол", 297 – все виды жевательной резинки. Покажите, что в полученных данных есть ошибка.
13. Вычислите сумму:  $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n$ .

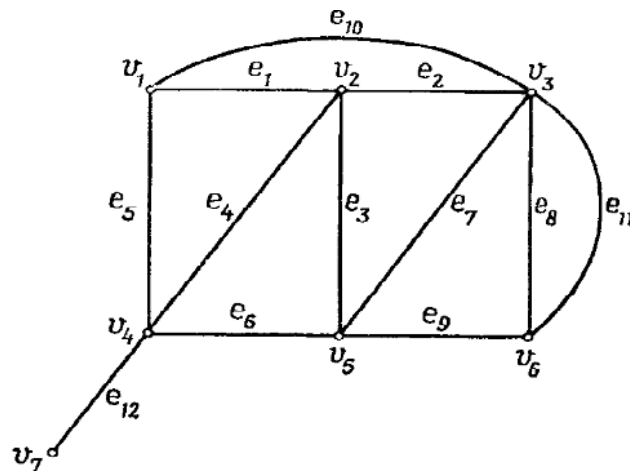
14. Найдите решение рекуррентного соотношения четвертого порядка:

$$u_n = 3u_{n-1} + 3u_{n-2} - 7u_{n-3} - 6u_{n-4}, \text{ если } u_0 = 3, u_1 = -3, u_2 = 12, u_3 = -3.$$

15. Найдите решение рекуррентного соотношения третьего порядка:

$$u_n = -2u_{n-1} + 13u_{n-2} - 10u_{n-3}, \text{ если } u_0 = 6, u_1 = 2, u_2 = 36.$$

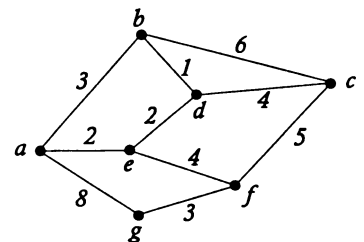
16. Запишите матрицы смежности и инцидентности графа, изображенного на рисунке:



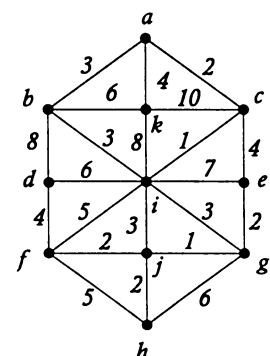
17. Докажите, что любой конечный ациклический орграф содержит вершины с нулевой степенью входа и нулевой степенью выхода.

18. В некотором государстве 2000 городов. Каждый город может максимально соседствовать с 8 городами. Определите, хватит ли 210 врачей для того, чтобы в каждом городе или в соседнем ему городе был врач?

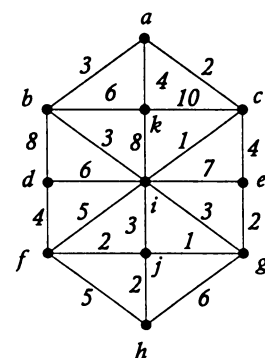
19. Используя первый алгоритм Флойда-Уоршола, найдите кратчайшее расстояние между вершинами  $a$  и  $c$  графа, изображенного на рисунке:



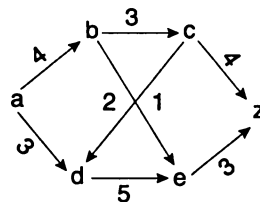
20. Используя первый алгоритм Дейкстры, найдите в приведенном ниже графе кратчайшее расстояние между вершинами  $a$  и  $h$ .



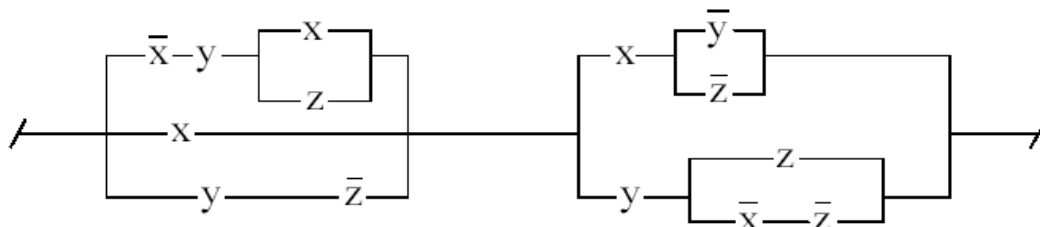
21. Используя второй алгоритм Дейкстры, найдите в приведенном ниже графе кратчайшее расстояние между вершинами  $a$  и  $h$ .



22. Используя алгоритм Форда-Фалкерсона, найдите максимальный поток в сети, изображенной на рисунке:



23. Упростите схему:



24. Постройте ДНФ функции  $f = (0-10 \ -000 \ 10-0 \ 01-1 \ 0010 \ -11- \ --11 \ -11-)$ . Минимизируйте.

25. Используя карты Карно, упростите выражение:  $(p \wedge q \wedge \neg r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s) \vee (p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (\neg p \wedge q \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s)$ .