МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Факультет радіоелектроніки, комп'ютерних систем та інфокомунікацій

Кафедра комп'ютерних систем, мереж і кібербезпеки

**Лабораторна робота № 5**
з дисципліни «Методи моделювання та оптимізації безпечних комп'ютерних систем»

(назва дисципліни)

на тему: «Рішення задач нелінійної оптимізації
з використанням пакета Optimization Toolbox
програмного середовища MATLAB»

Виконав: студент 5 курсу групи № 555ім
напряму підготовки (спеціальності)
125 Кібербезпека та захист інформації

(шифр і назва напряму підготовки (спеціальності))

Орлов Станіслав Валерійович

(прізвище й ініціали студента)

Прийняв: д.т.н., професор
Морозова Ольга Ігорівна

(посада, науковий ступінь, прізвище й ініціали)

Національна шкала: __________
Кількість балів: _____
Оцінка: ECTS _____

Харків – 2023

**Тема**: Рішення задач нелінійної оптимізації з використанням пакета Optimization Toolbox програмного середовища MATLAB

**Мета роботи**: придбання навичок рішення задач нелінійної оптимізації різного класу за допомогою програмного середовища MATLAB

**Постановка завдання:**

<u>Задача 1</u>. Знайти мінімум функції f(x) при заданому векторі початкових значень змінних X0 = (x01,x02) і відсутності обмежень. Вирішити дану задачу аналітично за допомогою метода найскорішого спуску при заданій точності обчислень e (див. лекцію «Метод найскорішого спуска») і порівняти дане рішення з рішенням, отриманим за допомогою пакета Optimization Toolbox. Знайти рішення даної задачі при іншому (довільному) значенні X0 і порівняти його з раніше отриманим рішенням, а також порівняти кількість виконаних ітерацій, при яких досягається рішення задачі, для заданого і обраного значення X0. Показати, що знайдений локальний мінімум цільової функції співпадає з глобальним (див. виділений жовтим кольором фрагмент лекції «Нелинейная оптимизация»).

Варіант 22

| | | | |
|---|---|---|---|
| 22 | $f(\overline{x}) = 4x_1^2 + 4x_2^2 + 6x_2 + 3$ | (0;-1) | 0,1 |

<u>Задача 2.</u> Знайти мінімум функції f(x) в інтервалі (0, N/2), де N – номер варіанта виконання завдання. Побудувати графік функції, що мінімізується і вустановити, чи співпадає мінімальне значення функції в заданому інтервалі з дійсним мінімумом функції і якщо не співпадає, то візуально визначити дійсний мінімум функції.

Варіант 10

| | | | |
|---|---|---|---|
| *10* | $3(x+2)^2-12$ | *22* | $(2x+1)^3-1$ |

Задача 3. Знайти мінімум функції f(x) при системі обмежень G(x) і початкових значеннях змінних x1(0) = 1, x2(0) = 2, x3(0) = 1.

Варіант 22

| | | |
|---|---|---|
| *22* | $x_2^2-6x_1x_2+x_3^2+4$ | $0\le 2x_3-x_1+3x_2\le 50$ |

Задача 4. Знайти мінімум функції f(x) при системі обмежень G(x).

Варіант 1

| | | |
|---|---|---|
| *1* | $x_1^2+2x_2^2-x_3^2-x_1x_2-x_1x_3-$ <br> $-3x_2x_3+2x_1-x_2+6x_3$ | $-x_1-2\le 0$ <br> $-x_2+x_3\ge 4$ <br> $2x_1-x_3+2\le 0$ |

**Порядок виконання завдань:**

**Задача 1**

Виконаємо пошук мінімального значення за допомогою системи MatLab.

```
function f = task1(x)
f = 4*x(1)^2+4*x(2)^2+6*x(2)+3;

[x, fval] = fminunc(@task1,x)
[x1,x2] = meshgrid([-10:1:10])

z = 4*x(1)^2+4*x(2)^2+6*x(2)+3;
surf(x1, x2, z);
hold on;
```

```
zlabel('z');
hold off;

function f = task(point)
        f = 4* point (1)^2 + 4* point (2)^2 + 6* point (1) + 3;
end
```

Функція має мінімальне значення 0.7500 у точці (-0.7500,0)

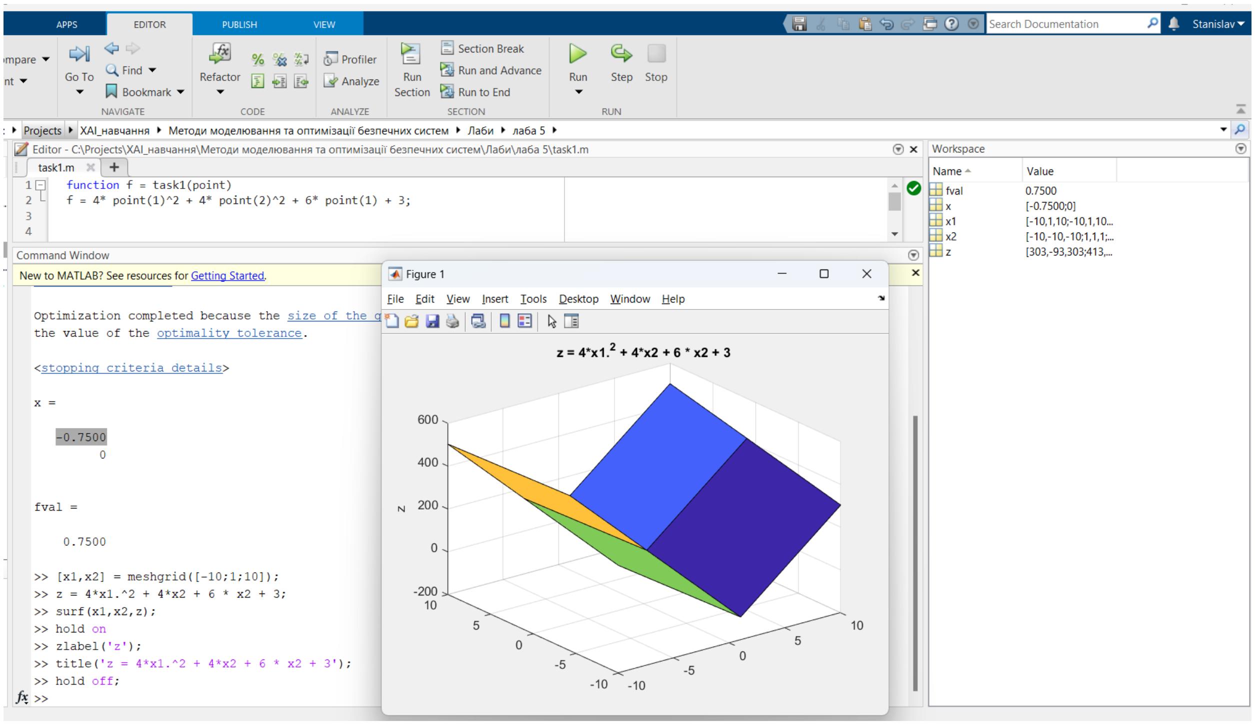


Рис. 1 – знайдене мінімальне значення та побудований графік функції

## Задача 2

Знайшов мінімум функції f(x) в інтервалі (0, 5)

$$(2x+1)^3 - 1$$

```
function f = task2(x)
f = (2*x+1).^3-1;
```

xmin = fminbnd(@task2,0,5)

```
>> xmin = fminbnd(@task2,0,5)

xmin =

   5.5645e-05
```

Рис. 2 – мінімальне значення функції

x = 0:1:5;

y = (2*x+1).^3-1;

plot(x,y,'K.-')

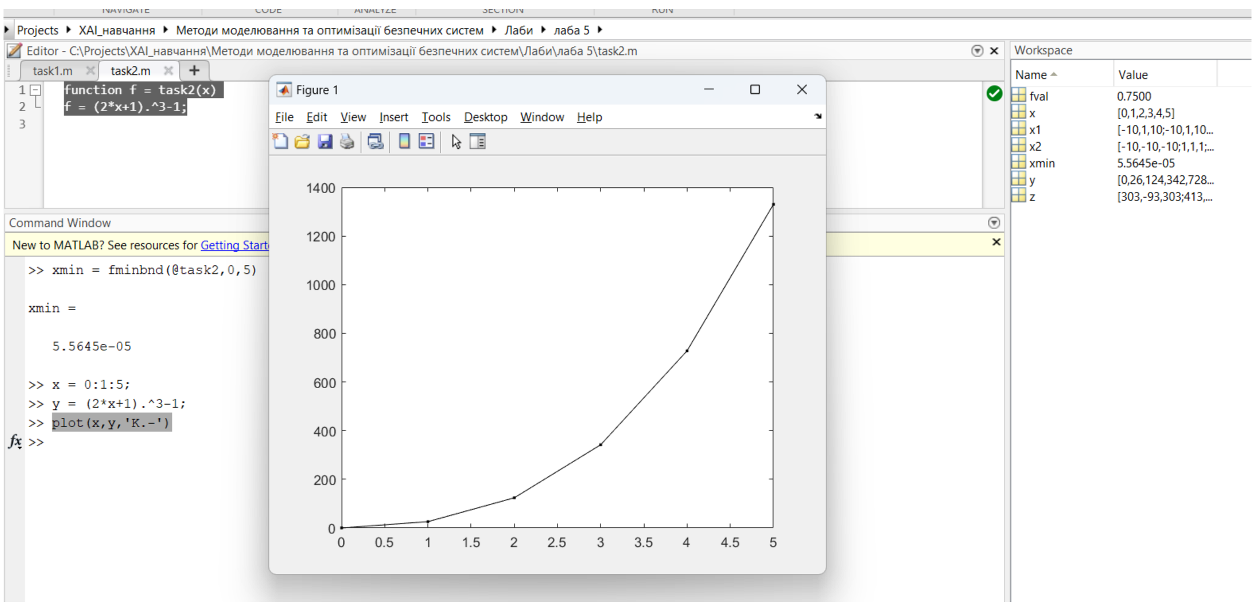


Рис. 3 – побудований графік функції

## Задача 3

Тепер знайдемо мінімум функції при системі обмежень G(x) і початкових значеннях x1(0) = 1, x2(0) = 2, x3(0) = 1.

$$x_2^2 - 6x_1x_2 + x_3^2 + 4, \quad 0 \le 2x_3 - x_1 + 3x_2 \le 50$$

```
>> x0 = [1,2,1];
>> A = [-2 -1 1; 2 1 -1];
>> b = [0;50];
>> [x, fval] = fmincon(@task3,x0,A,b)
```

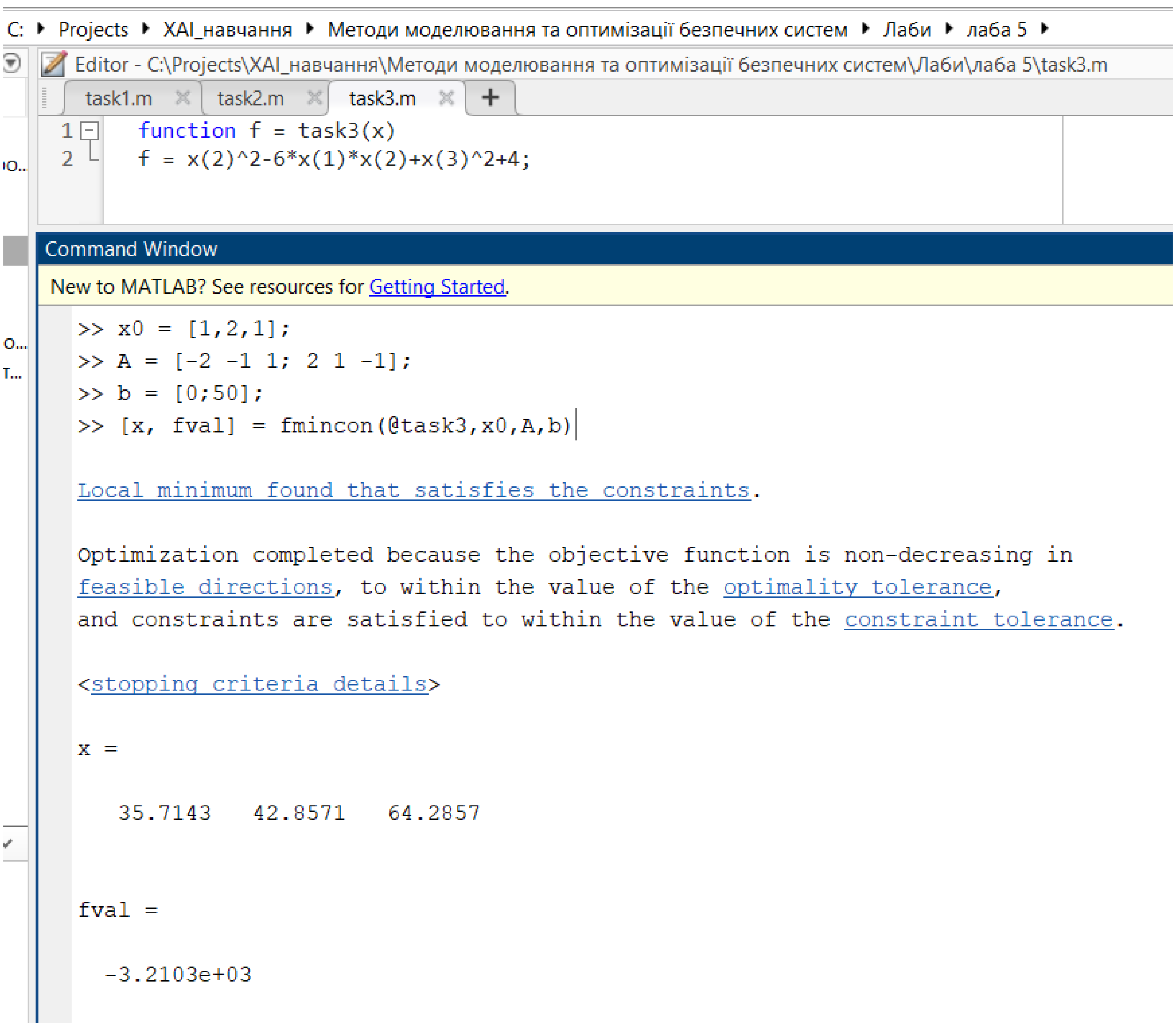


Рис. 4 – мінімум функції при системі обмежень

## Задача 4

Знайшов мінімум функції f(x) при системі обмежень G(x)

```
>> syms f(a,b,c)
>> f(a,b,c) = a^2+2*b^2-a*b-a*c-3*b*c+2*a-b+6*c
 f(a, b, c) = 2*a - b + 6*c - a*b - a*c - 3*b*c + a^2 + 2*b^2
 >> hessian(f,[a,b,c])
 ans(a, b, c) =
 [ 2, -1, -1]
[-1,  4, -3]
[-1, -3,  0]
 >> H = [2 -1 -1; -1 4 -3; -1 -3 0];
>> f = [2; -1; 6];
>> A = [-1 0 0; 0 -1 1; 1 0 -1];
>> b = [-2; 4; 2];
>> [x,fval,exitflag,output] = quadprog(H,f,A,b, [], [])
x =
    3.0000
    0.9677
    1.3548
fval =
   13.1332
exitflag =
    -6
output =
  struct with fields:
           message: 'The problem is non-convex.'
         algorithm: 'interior-point-convex'
     firstorderopt: 9.4402
    constrviolation: 0
        iterations: 0
      linearsolver: 'dense'
      cgiterations: []
```

```
>> syms f(a,b,c)
>> f(a,b,c) = a^2+2*b^2-a*b-a*c-3*b*c+2*a-b+6*c

f(a, b, c) =

2*a - b + 6*c - a*b - a*c - 3*b*c + a^2 + 2*b^2

>> hessian(f,[a,b,c])

ans(a, b, c) =

[ 2, -1, -1]
[-1,  4, -3]
[-1, -3,  0]

>> H = [2 -1 -1; -1 4 -3; -1 -3 0];
>> f = [2; -1; 6];
>> A = [-1 0 0; 0 -1 1; 1 0 -1];
>> b = [-2; 4; 2];
>> [x,fval,exitflag,output] = quadprog(H,f,A,b, [], [])

The problem is non-convex.


x =

    3.0000
    0.9677
    1.3548


fval =

   13.1332


exitflag =

    -6


output =

  struct with fields:

            message: 'The problem is non-convex.'
          algorithm: 'interior-point-convex'
      firstorderopt: 9.4402
     constrviolation: 0
         iterations: 0
       linearsolver: 'dense'
       cgiterations: []

>>
```

Рисунок 5 – мінімум функції при системі обмежень

**Висновок:** у ході виконання лабораторної роботи ознайомився та придбав навички рішення задач нелінійної оптимізації різного класу за допомогою програмного середовища MATLAB. Ознайомився та отримав навичик роботи з пакетом Optimization Toolbox для пошуку мінімумального значення на обмеженому інтервалі.