

Estimando o número de subdomínios

Stanley Cortes de Sousa

June 25, 2020

Queremos estimar o número de subdomínios no formato $[a-z](k)$

Seja X o conjunto de todas palavras no formato $[a-z](k)$, onde k é a quantidade máxima de caracteres. Considere Y como o subconjunto de X formado pelas palavras que são domínios válidos da UFRJ, dados por http://www.X_i.ufrj.br

W é outro subconjunto de X , onde $W_i = f(j)$. Seja j um número com até k dígitos em base 26, $f(j)$ mapeia j à uma palavra de X com até k letras. Dada a tabela $0=a \dots P(25)=z$, cada dígito de j é mapeado por f em uma letra, assim:

$$\begin{aligned} j = 0 & \mapsto i = 0, & W_0 = f(0) = a \\ j = B & \mapsto i = 11, & W_{11} = f(B) = k \\ j = 20 & \mapsto i = 52, & W_{52} = f(20) = ba \\ j = 2C & \mapsto i = 64, & W_{64} = f(2C) = bl \\ j = A45D & \mapsto i = 178607, & W_{178607} = f(A45D) = jefm \\ j = PPPP & \mapsto i = 456975, & W_{456975} = f(PPPP) = zzzz \end{aligned}$$

Note a representação numérica de i e j pode descartar '0's à esquerda, neste caso W conteria a palavra 'a' mas não as sequências com 'a' à esquerda, portanto:

$$\begin{aligned} |X| &= 26^k \\ |W| &= 26^k - 26^{k-1} \dots - 26^0 \end{aligned}$$

Entretanto, considere uma quantidade n de palavras de X , se $n < |W|$ podemos utilizar n amostras de W para representar X , sem prejuízo, já que $W \in X$

Por fim, seja H a fração de palavras de X que são domínios da UFRJ, H é dado por:

$$H = \frac{|Y|}{|X|} \quad (\text{I})$$

Seja Z uma variável aleatória uniforme em $[0, 1]$, e seja $g(z) = i$:

$$\begin{aligned} g(z) &= \text{int}(\max_i * z) + 1 \\ W_i &= f(i_{26}) \end{aligned}$$

Seja $h(W_i)$ uma função indicadora se a palavra W_i pertence a Y , ou seja, $h(W_i)$ verifica se http://www.W_i.ufrj.br é um endereço válido

De (I) sabemos que:

$$E[h(X_i)] = \frac{|Y|}{|X|}, \text{ estamos assumindo que para } n < |W| \mapsto E[h(X_i)] = E[h(W_i)]$$

Precisamos estimar $E[h(X_i)]$, pela lei dos grandes números sabemos que:

$$M_n \rightarrow E[h(X_i)] = \frac{|Y|}{|X|}, \text{ e}$$

$$M_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(X_i), \text{ por definição}$$

Logo:

$$\frac{|Y|}{|X|} \rightarrow \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(X_i)$$

$$|Y| \rightarrow \frac{|X|}{n} \sum_{i=1}^n h(X_i)$$