

D- interprétation d'une ACP

- 1- choix du nombre d'axes
- 3- interprétation des axes
- 2- représentation graphique
- 4- Qualité de représentation
- 5- Synthèse

D-Interprétation d'une ACP

- La décomposition précédente est faite par des logiciels statistiques (Statistica, R , SAS....).
- Non automatique (interprétation des résultats):
 - ✓ choisir le nombre q d'axes factoriels (ou de composantes principales) à retenir pour obtenir un résumé suffisamment précis de l'information contenue dans le tableau initial
 - ✓ construire les graphiques
 - ✓ Donner une signification aux nouvelles variables.
 - ✓ Evaluer la qualité de ce résumé

Les données mesurent la consommation de protéines dans 25 pays européens par rapport à 9 groupes d'aliments.

VR: Viande rouge ; VB: Viande blanche ; Starch: Starchy foods ; FV: Fruits et légumes

Pays	VR	VB	Oeufs	Lait	Poisson	Céréales	Starch	Noix	FL
Albanie	10.1	1.4	0.5	8.9	0.2	42.3	0.6	5.5	1.7
Autriche	8.9	14.0	4.3	19.9	2.1	28.0	3.6	1.3	4.3
Belgique	13.5	9.3	4.1	17.5	4.5	26.6	5.7	2.1	4.0
Bulgarie	7.8	6.0	1.6	8.3	1.2	56.7	1.1	3.7	4.2
Cheko.	9.7	11.4	2.8	12.5	2.0	34.3	5.0	1.1	4.0
Danemark	10.6	10.8	3.7	25.0	9.9	21.9	4.8	0.7	2.4
Allemagne-E	8.4	11.6	3.7	11.1	5.4	24.6	6.5	0.8	3.6
Finlande	9.5	4.9	2.7	33.7	5.8	26.3	5.1	1.0	1.4
France	18.0	9.9	3.3	19.5	5.7	28.1	4.8	2.4	6.5
Grèce	10.2	3.0	2.8	17.6	5.9	41.7	2.2	7.8	6.5
Hongrie	5.3	12.4	2.9	9.7	0.3	40.1	4.0	5.4	4.2
Irlande	13.9	10.0	4.7	25.8	2.2	24.0	6.2	1.6	2.9
Italie	9.0	5.1	2.9	13.7	3.4	36.8	2.1	4.3	6.7
Pays-bas	9.5	13.6	3.6	23.4	2.5	22.4	4.2	1.8	3.7
Norvège	9.4	4.7	2.7	23.3	9.7	23.0	4.6	1.6	2.7
Pologne	6.9	10.2	2.7	19.3	3.0	36.1	5.9	2.0	6.6
Portugal	6.2	3.7	1.1	4.9	14.2	27.0	5.9	4.7	7.9
Roumanie	6.2	6.3	1.5	11.1	1.0	49.6	3.1	5.3	2.8
Espagne	7.1	3.4	3.1	8.6	7.0	29.2	5.7	5.9	7.2
Suède	9.9	7.8	3.5	24.7	7.5	19.5	3.7	1.4	2.0
Suisse	13.1	10.1	3.1	23.8	2.3	25.6	2.8	2.4	4.9
Angleterre	17.4	5.7	4.7	20.6	4.3	24.3	4.7	3.4	3.3
Russie	9.3	4.6	2.1	16.6	3.0	43.6	6.4	3.4	2.9
Allemagne-O	11.4	12.5	4.1	18.8	3.4	18.6	5.2	1.5	3.8
Yougoslavie	4.4	5.0	1.2	9.5	0.6	55.9	3.0	5.7	3.2

D-1 Choix du nombre d'axes à retenir

➤ Deux critères empiriques pour sélectionner le nombre d'axes :

- ✓ **Critère du coude** : sur l'eboulis des valeurs propres, on observe un décrochement (coude) suivi d'une décroissance régulière. On sélectionne les axes avant le décrochement
- ✓ **Critère de Kaiser**: on ne retient que les axes dont l'inertie est supérieure à l'inertie moyenne I/p (un peu étroit).

Kaiser en ACP normée: $I/p = 1$: On ne retiendra que les axes associés à des valeurs propre supérieures à 1

- ✓ **Dans la pratique, on retient en fait les q axes que l'on sait interpréter**

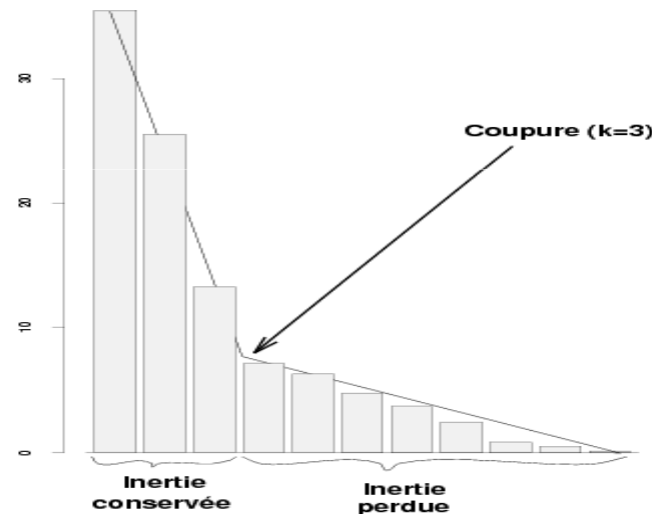
Rq: Critère du Scree-test : on sélectionne les axes correspondant à des différences secondes > 0 (un peu large)

Analyse des sorties de l'ACP

Choix du nombre de facteurs

But : obtenir le maximum d'inertie conservée avec le minimum de facteurs.

Règle du “coude” : on coupe l'éboulis des valeurs propres à l'endroit où celui-ci possède un “coude”.



Le choix dépend des objectifs de l'analyse :

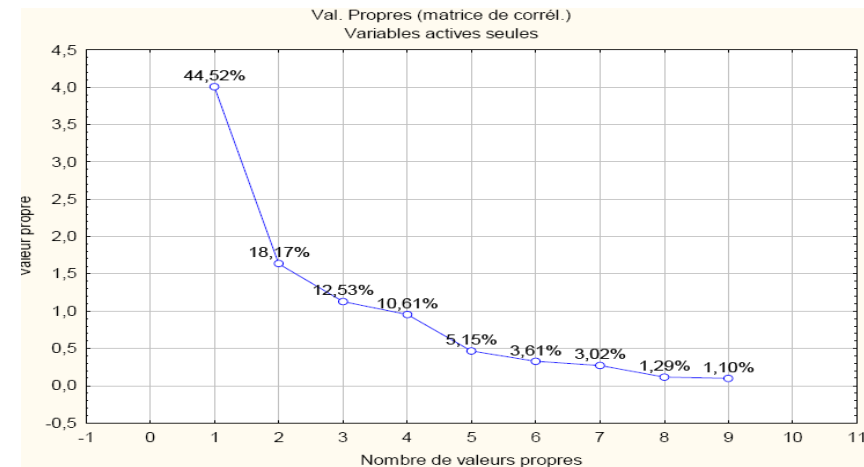
description des données → en général au plus 4 ou 5 facteurs (difficultés d'interprétation).

Compression ou recodage → ce nombre peut-être très grand.

D-1 Choix du nombre d'axes

- ✓ **Critère de Kaiser** : nous conduit à retenir 3 axes (peut être 4 car proche de 1)
- ✓ **Critère du coude** : On observe une chute importante à partir du 5^e axe (de 10% à 5% de l'inertie) on choisit 4 axes
- ✓ **Conclusion** : On retient 4 axes, qui représentent presque 86% de l'inertie totale (on explique 86% de l'information du tableau). On verra si l'on sait interpréter le 4^e

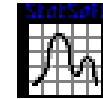
Valeur numéro	Val. Propres (matrice de corrél.) & stat. associées (protéines2) Variables actives seules			
	Val Propre	% Total variance	Cumul Val Propre	Cumul %
1	4,006438	44,51597	4,006438	44,5160
2	1,634999	18,16666	5,641437	62,6826
3	1,127920	12,53244	6,769357	75,2151
4	0,954664	10,60738	7,724020	85,8224
5	0,463838	5,15376	8,187859	90,9762
6	0,325131	3,61257	8,512990	94,5888
7	0,271606	3,01785	8,784596	97,6066
8	0,116292	1,29213	8,900888	98,8988
9	0,099112	1,10124	9,000000	100,0000



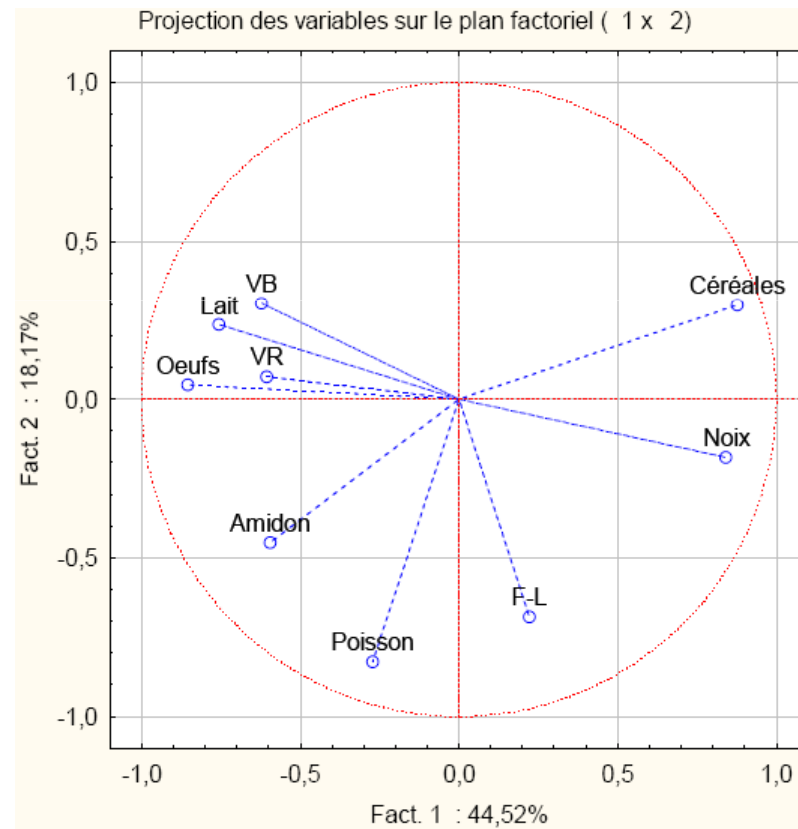
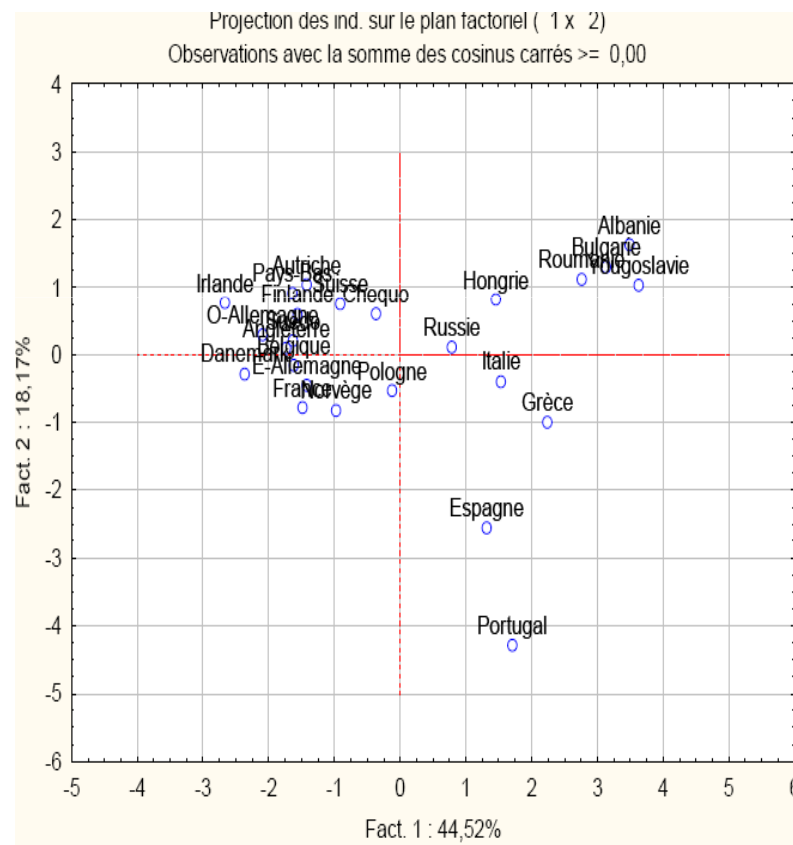
D-2 Construction des nuages de points projetés

- ✓ Chaque nuage de points (variables et individus) est construit en projection sur les **plans factoriels** : un plan factoriel est un repère du plan défini par deux des q axes factoriels retenus.
Ex : Si l'on retient 3 axes, on tracera 3 graphiques pour chaque nuage: le nuage projeté sur le plan (axe1, axe2), celui projeté sur le plan (axe1, axe3), celui projeté sur le plan (axe2,axe3).
- ✓ L'examen des plans factoriels permettra de visualiser les corrélations entre les variables et d'identifier les groupes d'individus ayant pris des valeurs proches sur certaines variables. **MAIS IL FAUT AVANT DE LIRE DIRECTEMENT LES GRAPHIQUES S'ASSURER QUE LA PROJECTION EST FIDÈLE À LA RÉALITÉ (voir D-4)**

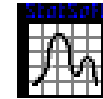
D-2 Construction des nuages de points projetés



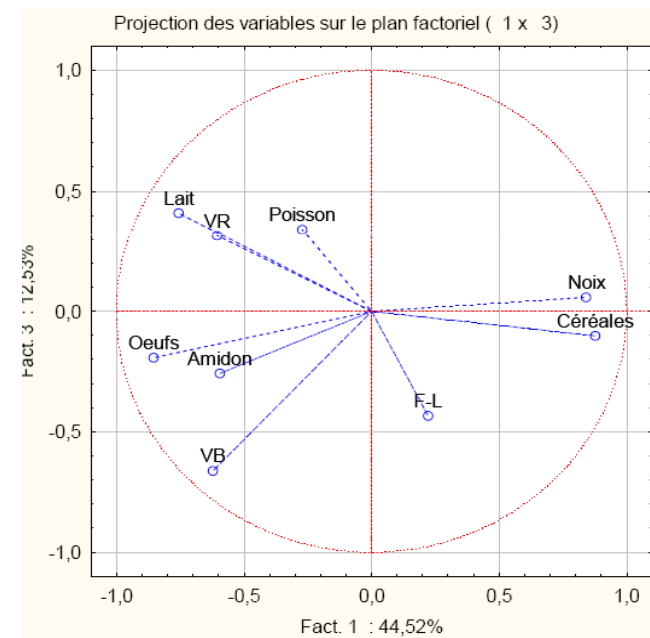
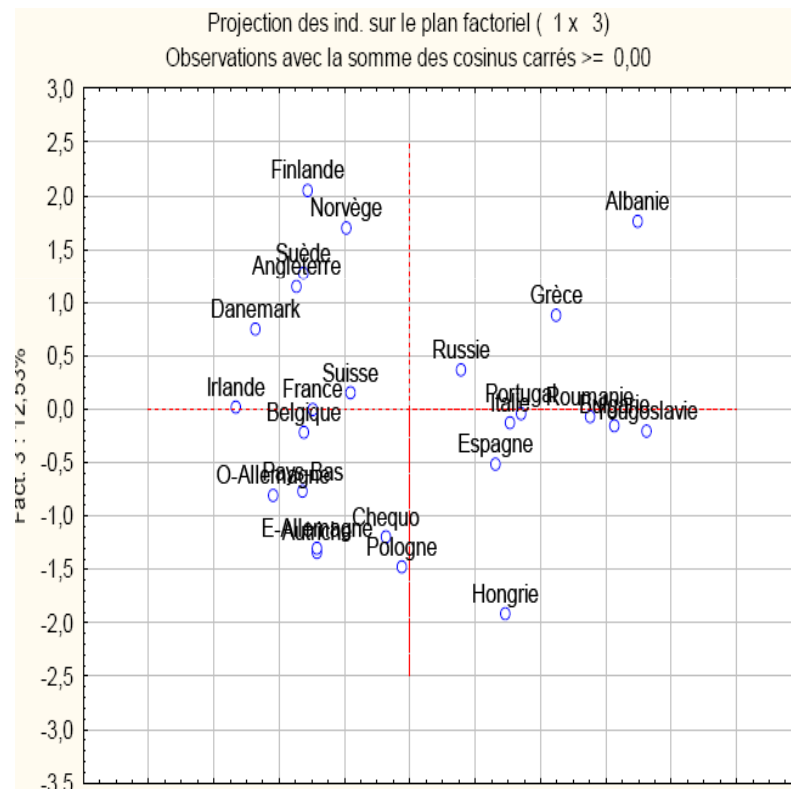
Statist.exe



D-2 Construction des nuages de points projetés



Statist.exe



D-2 Construction des nuages de points projetés

Deux types de facteurs :

- Effet taille : les variables sont toutes du même côté de l'axe. (i.e. elles contribuent toutes dans le même sens à la formation de l'axe)
- Effet forme : Deux groupes de variables opposées : celles qui contribuent positivement à l'axe, celles qui contribuent négativement.

D-3 Interprétation des axes

- ✓ Pour chaque axe retenu et chaque nuage, on regarde
 - Quelles sont les variables qui participent le plus à la formation de l'axe (ce sont celles qui ont une grande coordonnée en valeur absolue sur l'axe.)
 - Quels sont les individus qui participent le plus à la formation de l'axe (ce ne sont pas forcément ceux qui ont une grande coordonnée en valeur absolue sur l'axe si les poids ne sont pas égaux)

Outil de mesure : contributions des points (individus si non anonymes et variables) à l'inertie de cet axe.

Ce sont les points dont la contribution est supérieure à la moyenne qui permettent de donner un sens à l'axe.

D-3 Interprétation des axes : nuage des points individus

Contribution de l'individu i à l'inertie de l'axe k :

$$CTR_k(e_i) = \frac{p_i c_{ik}^2}{\lambda_k}$$

Somme des contributions des individus = 100%.

- En pratique: On retient pour l'interprétation les individus dont la contribution est > à la contribution moyenne ($>1/n$), le sens de la contribution dépend du signe de c_{ik} .
- CP (poids égaux): les individus contribuent d'autant + que c_{ik} grand en v.a. Contribution importante :

$$|c_{ik}| > \sqrt{\lambda_k}$$

D-3 Interprétation des axes : nuage des points variables

Contribution de la variable j à l'inertie de l'axe k :

Somme=100%

$$CTR_k(X_j) = \frac{d_{jk}^2}{\lambda_k} = u_{jk}^2$$

•En pratique: On retient pour l'interprétation les variables dont **la contribution est > à la contribution moyenne** ($>1/p$), $|u_{jk}| > 1/\sqrt{p}$ le sens de la contribution dépend du signe de u_{jk} .

•CP : en ACP normée, ce sont les variables qui sont proches du bord du cercle qui contribuent le plus ($d_{jk}=r(X_j, C_k)$)

D-3 Interprétation des axes : synthèse

- ✓ NB : une contribution trop importante d'un des points à un axe doit être regardé avec prudence ($\sim 25\%$ d'inertie) . Il faut l'enlever s'il est mal représenté.

La contribution est juste une aide à l'interprétation :

- ✓ La contribution de certains points peuvent être très légèrement inférieures au seuil et mais conforter l'interprétation de l'axe qu'on aurait faite sans eux. On les inclut alors dans l'interprétation.
- ✓ Inversement, lorsqu'une contribution est très forte par rapport à d'autres qui sont pourtant en dessus du seuil, le point détermine l'axe presque exclusivement

D-3 Interprétation des axes : synthèse

- L'analyse se fera à l'aide des individus et variables contribuant le plus à l'axe : si une variable a une forte contribution positive à l'axe, les individus ayant une forte contribution positive à l'axe sont caractérisés par une valeur élevée de la variable.

D-3 Interprétation des axes : exemple

- Contribution des individus

$$|c_{i1}| > \sqrt{\lambda_1} = 2$$

$$|c_{i2}| > \sqrt{\lambda_2} = 1.28$$

$$|c_{i3}| > \sqrt{\lambda_3} = 1.06$$

$$|c_{i4}| > \sqrt{\lambda_4} = 0.98$$

Individus	Coordonnées factorielles des ind., basées sur les corrélations (proteines2)			
	Fact. 1	Fact. 2	Fact. 3	Fact. 4
Albanie	3,48537	1,63048	1,76123	0,22966
Autriche	-1,42267	1,04123	-1,33780	0,16810
Belgique	-1,62203	-0,15950	-0,21653	0,52073
Bulgarie	3,13408	1,30107	-0,15129	0,21419
Chequo	-0,37046	0,60267	-1,19594	-0,46398
Danemark	-2,36527	-0,28545	0,75226	-0,96734
E-Allemagne	-1,42221	-0,45030	-1,30254	-1,13596
Finlande	-1,56386	0,59600	2,04951	-1,41531
France	-1,48798	-0,78537	-0,00188	1,95746
Grèce	2,23970	-1,00106	0,88260	1,79432
Hongrie	1,45744	0,81595	-1,91417	-0,21739
Irlande	-2,66348	0,76371	0,01988	0,43473
Italie	1,53457	-0,39899	-0,12609	1,22246
Pays-Bas	-1,64145	0,91199	-0,76649	-0,12615
Norvège	-0,97470	-0,82203	1,70408	-1,13762
Pologne	-0,12187	-0,53174	-1,47479	-0,45822
Portugal	1,70585	-4,28893	-0,04363	-0,89356
Roumanie	2,75681	1,11879	-0,07008	-0,61501
Espagne	1,31181	-2,55352	-0,51528	0,35920
Suède	-1,63373	0,20738	1,28037	-0,73410
Suisse	-0,91232	0,75106	0,15425	1,17044
Angleterre	-1,73537	0,09398	1,15268	1,73369
Russie	0,78260	0,11077	0,36968	-0,92757
O-Allemagne	-2,09384	0,29378	-0,80398	0,10880
Yougoslavie	3,62301	1,03803	-0,20605	-0,82155

D-3 Interprétation des axes : exemple

Individus	Contributions des Ind., basées sur les cot			
	Fact. 1	Fact. 2	Fact. 3	Fact. 4
Albanie	12,63361	6,77489	11,45894	0,23020
Autriche	2,10493	2,76290	6,61143	0,12333
Belgique	2,73621	0,06483	0,17321	1,18347
Bulgarie	10,21529	4,31389	0,08465	0,20023
Chequo	0,14273	0,92561	5,28361	0,93959
Danemark	5,61824	0,20764	2,09060	4,08411
E-Allemagne	2,10358	0,51675	6,26748	5,63203
Finlande	2,54346	0,90525	15,51707	8,74260
France	2,30264	1,57186	0,00001	16,72334
Grèce	5,21687	2,55382	2,87768	14,05200
Hongrie	2,20908	1,69668	13,53538	0,20626
Irlande	7,37783	1,48636	0,00146	0,82485
Italie	2,44907	0,40568	0,05873	6,52241
Pays-Bas	2,80210	2,11959	2,17031	0,06946
Norvège	0,98804	1,72205	10,72726	5,64851
Pologne	0,01545	0,72056	8,03472	0,91641
Portugal	3,02631	45,87909	0,00703	3,48485
Roumanie	7,90396	3,18981	0,01814	1,65084
Espagne	1,78966	16,61694	0,98085	0,56315
Suède	2,77582	0,10960	6,05596	2,35207
Suisse	0,86661	1,43754	0,08790	5,97916
Angleterre	3,13194	0,02251	4,90828	13,11844
Russie	0,63695	0,03127	0,50485	3,75521
O-Allemagne	4,56948	0,21994	2,38781	0,05166
Yougoslavie	13,65114	2,74593	0,15684	2,94583

$$CTR_k(e_i) > 1/n = 4\%$$

D-3 Interprétation des axes : exemple

Contribution des variables

$$CTR_k(X_j) > 1/p = 0,11$$

Variable	Coord. factorielles des var., basées sur les corrélations (protéines2)			
	Fact. 1	Fact. 2	Fact. 3	Fact. 4
VR	-0,605706	0,071927	0,316040	0,631652
VB	-0,621612	0,302857	-0,662601	-0,036144
Oeufs	-0,854043	0,045183	-0,192789	0,305983
Lait	-0,756062	0,236028	0,409582	-0,003242
Poisson	-0,271518	-0,827070	0,341205	-0,211003
Céréales	0,876191	0,298551	-0,101868	-0,006062
Amidon	-0,594974	-0,451148	-0,258048	-0,328964
Noix	0,841345	-0,183247	0,057762	0,322714
F-L	0,221017	-0,685611	-0,432839	0,451460

Variable	Contributions des var., basées sur les corrélations (protéines2)			
	Fact. 1	Fact. 2	Fact. 3	Fact. 4
VR	0,091572	0,003164	0,088554	0,417932
VB	0,096445	0,056100	0,389248	0,001368
Oeufs	0,182055	0,001249	0,032953	0,098072
Lait	0,142678	0,034073	0,148732	0,000011
Poisson	0,018401	0,418376	0,103217	0,046637
Céréales	0,191619	0,054515	0,009200	0,000038
Amidon	0,088356	0,124486	0,059037	0,113357
Noix	0,176681	0,020538	0,002958	0,109090
F-L	0,012193	0,287500	0,166102	0,213496

D-3 Interprétation des axes : exemple

Interprétation axe 1

- Individus:

-	+
Irlande (O-Allemagne) (Danemark)	Albanie Roumanie Bulgarie Yougoslavie (grece)

Variables :

-	+
Œufs lait	Céréales Noix

- **Conclusion** : L'axe 1 oppose les Balkans ayant une forte consommation de noix, graines et céréales aux pays qui comme l'Irlande consomment plutôt des protéines animales.

D-3 Interprétation des axes : exemple

Interprétation de l'axe 2

- Individus

-	+
Portugal Espagne	(Albanie, bulgarie)

- Variable

-	+
Poisson (F-L)	(amidon)

Conclusion : L'axe 2 caractérise les pays Ibériques, consommant beaucoup de poisson.

D-3 Interprétation des axes : exemple

Interprétation de l'axe 3

- Individus

-	+
Hongrie (Autriche,pologne,E Allemagne,Chequo)	Finlande Norvege (Albanie suede, angleterre)

Variables

-	+
VB (FL)	(lait)

Conclusion : L'axe 3 oppose la Hongrie, et plus généralement les pays d'europe centrale, grands consommateurs de viande blanche, aux pays qui n'en consomment pas , comme certains pays Scandinaves et l'albanie .

D-3 Interprétation des axes : exemple

Interprétation de l'axe 4

- Individus

-	+
(Danemark, E-alle, finlande norvege)	France Grèce Angleterre (Italie, suisse)

- Variables

-	+
(Amidon FL)	VR

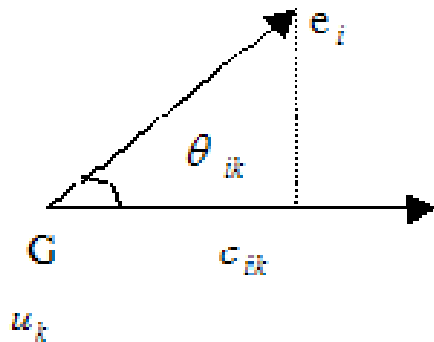
Conclusion : L'axe 4 caractérise les pays qui consomment beaucoup de viande rouge comme certains pays d'Europe de l'ouest et méditerranéens.

D-4 Etude des proximités entre points

- ✓ Une fois les axes interprétés, on peut regarder les graphiques et analyser plus finement les proximités entre points.
 - Les proximités entre points observées sur les axes, doivent correspondre à la réalité (et non être artificiellement créées par l'opération de projection).
- ✓ Un point est dit bien représenté sur un axe ou un plan factoriel si il est proche de sa projection sur l'axe ou le plan. S'il est éloigné, on dit qu'il est mal représenté.
- ✓ Indicateur =angle formé entre le point et sa projection sur l'axe : au plus il est proche de 90 degrés, au moins le point est bien représenté

D-4 Etude des proximités entre points

- ✓ Qualité de représentation de l'individu i sur l'axe k :



$$qlt_k(e_i) = \cos^2(\theta_{ik}) = \frac{c_{ik}^2}{\|e_i\|^2}$$

$$\|e_i\|^2 = \sum_{k=1}^p c_{ik}^2$$

- Lorsque l'angle est proche de 0, c'est-à-dire que l'individu est bien représenté, le cosinus est proche de 1. Dans le cas inverse, l'angle est proche de 90° et le cosinus est proche de 0.

D-4 Etude des proximités entre points

- ✓ Qualité de représentation de la variable j sur l'axe k:

$$qlt_k(X_j) = \cos^2(\theta_{kj}) = \frac{d_{jk}^2}{\|X_j\|^2}$$

- ✓ En ACP normée,

$$qlt_k(X_j) = d_{jk}^2 = r^2(C_k, X_j)$$

- **une variable est d'autant mieux représentée sur un axe qu'elle est proche du bord du cercle des corrélations et de l'axe, d'autant plus mal représentée qu'elle est proche de l'origine.**

Remarque : En ACP normée, les variables qui contribuent le plus à l'axe sont aussi celles qui sont le mieux représentées et inversement.

D-4 Etude des proximités entre points

- Qualité de représentation sur un plan factoriel
 - **Individus** : Le cosinus carré est additif sur des sous-espaces orthogonaux. La qualité de représentation sur le plan défini par les axes k et l est égale à

$$q_{lt_{kl}}(e_i) = q_{lt_k}(e_i) + q_{lt_l}(e_i)$$

- **Variables**: on interprète les proximités de variables bien représentées sur le plan i.e. proches du bord du cercle de corrélations

D-4 Etude des proximités entre points

- ✓ La proximité dans l'espace entre deux individus bien représentés traduit la ressemblance de ces deux individus du point de vue des valeurs prises par les variables. **Lorsque la qualité de représentation de deux individus est bonne, leur proximité observée retrace leur proximité réelle (dans l'espace).**

Attention! La lecture directe des proximités sur le graphique peut donc s'avérer erronée (pas d'interprétation des proximités entre individus mal représentés).

- ✓ La proximité entre deux variables sur un axe donne, si les deux variables sont bien représentées sur l'axe (proches de l'axe et du bord du cercle) , une approximation de leur corrélation.
 - **Deux variables proches sont corrélées positivement**
 - **Deux variables qui s'opposent sont corrélées négativement**
 - **Deux variables orthogonales sont non corrélées.**

D-4 Etude des proximités entre points

- ✓ L'examen des qualités de représentation
- permet de mettre en évidence des proximités éventuelles que l'on n'a pas remarquées Lors de l'interprétation des axes. On interprète les proximités d'éléments bien représentés sur le plan factoriel
- Permet de repérer les points qui ne contribuent pas fortement à l'inertie de l'axe, mais qui sont bien représentés par cet axe, c'est-à-dire qui présentent des caractéristiques propres à l'axe.

D-5 Synthèse

- ✓ On regarde globalement les nuages de points sur les axes factoriels. Pour cela on se sert des qualités de représentation sur les plans
- ✓ On peut aussi construire le tableau « réduit » C de dimension $n \times q$: ses lignes sont les valeurs prises par les n individus sur les q composantes principales retenues. La k° composante principale aura la même signification que le k° axe.

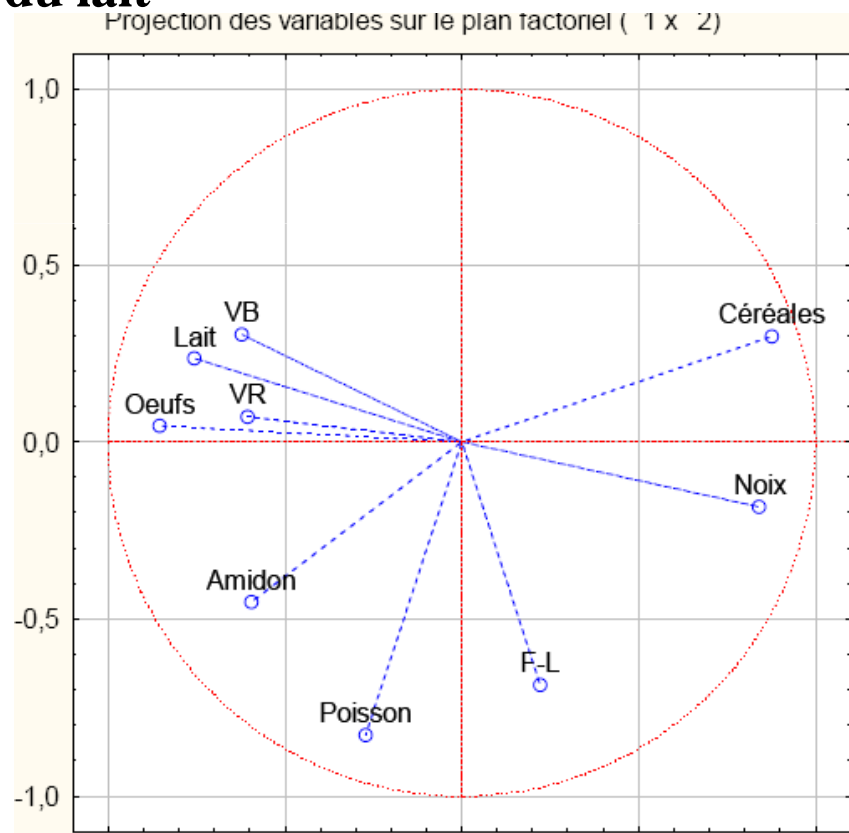
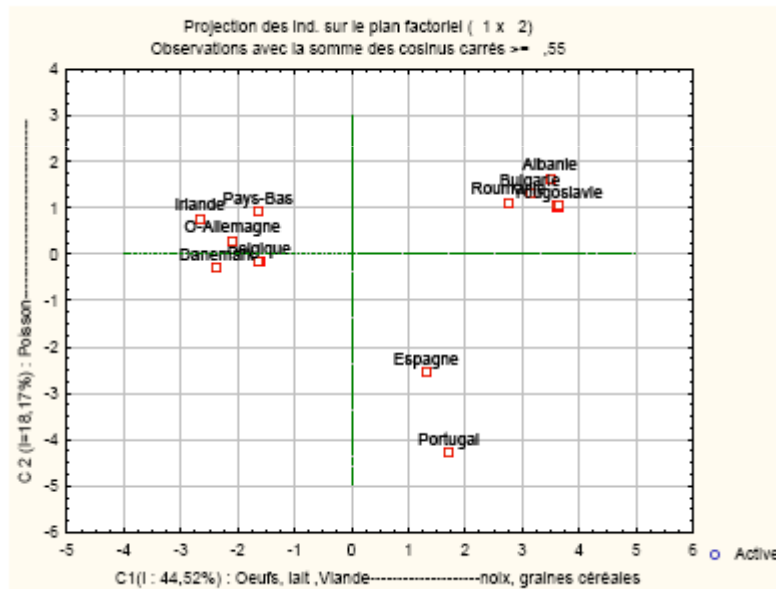
D-6 Exemple

Individus	Cosinus carrés, basées sur les corrélations (protéines2)						
	Fact. 1	Fact. 2	Fact. 3	Fact. 4	fact1^2	fact1^3	fact1^4
Albanie	0,612154	0,133966	0,156314	0,002658	0,746119	0,768467	0,614811
Autriche	0,337993	0,181048	0,298871	0,004719	0,51904054	0,63686382	0,34271127
Belgique	0,709293	0,006858	0,012640	0,073101	0,71615085	0,72193315	0,78239405
Bulgarie	0,740647	0,127641	0,001726	0,003459	0,86828752	0,74237272	0,74410614
Chequo	0,045579	0,120622	0,474998	0,071495	0,16620146	0,5205766	0,11707367
Danemark	0,662846	0,009654	0,067049	0,110869	0,67249937	0,72989438	0,77371471
E-Allemagne	0,325524	0,032633	0,273047	0,207674	0,35815734	0,59857104	0,53319811
Finlande	0,237490	0,034494	0,407898	0,194516	0,27198467	0,64538785	0,43200585
France	0,253759	0,070692	0,000000	0,439147	0,32445026	0,25375897	0,69290548
Grèce	0,426677	0,085239	0,066260	0,273854	0,51191654	0,49293733	0,70053178
Hongrie	0,276110	0,086543	0,476279	0,006143	0,362653	0,75238942	0,28225333
Irlande	0,776498	0,063840	0,000043	0,020696	0,84033882	0,7765417	0,7971845
Italie	0,446901	0,030143	0,003010	0,282968	0,47604352	0,44691104	0,72886841
Pays-Bas	0,530279	0,163694	0,115628	0,003132	0,69397267	0,64590662	0,53341092
Norvège	0,157443	0,111983	0,481236	0,214475	0,26942693	0,63867957	0,37191797
Pologne	0,003157	0,060106	0,462355	0,044634	0,06326324	0,46551268	0,04779152
Portugal	0,127331	0,804916	0,000083	0,034938	0,93224748	0,12741472	0,16226949
Roumanie	0,801256	0,131962	0,000518	0,038877	0,93321825	0,8017736	0,84113285
Espagne	0,172268	0,662748	0,026580	0,012917	0,82501618	0,19884861	0,18518502
Suède	0,454371	0,007322	0,279076	0,091741	0,46169263	0,73344706	0,54611181
Suisse	0,206235	0,139771	0,005896	0,339446	0,34600635	0,21213034	0,54568045
Angleterre	0,333229	0,000977	0,147021	0,332586	0,33420631	0,4802496	0,66581465
Russie	0,128014	0,002565	0,028665	0,179837	0,13057881	0,15657902	0,30785084
O-Allemagne	0,796640	0,015663	0,117306	0,002148	0,81130324	0,91294668	0,79778838
Yougoslavie	0,860599	0,070545	0,002784	0,044252	0,93124418	0,86338274	0,90485107

D-6 Exemple

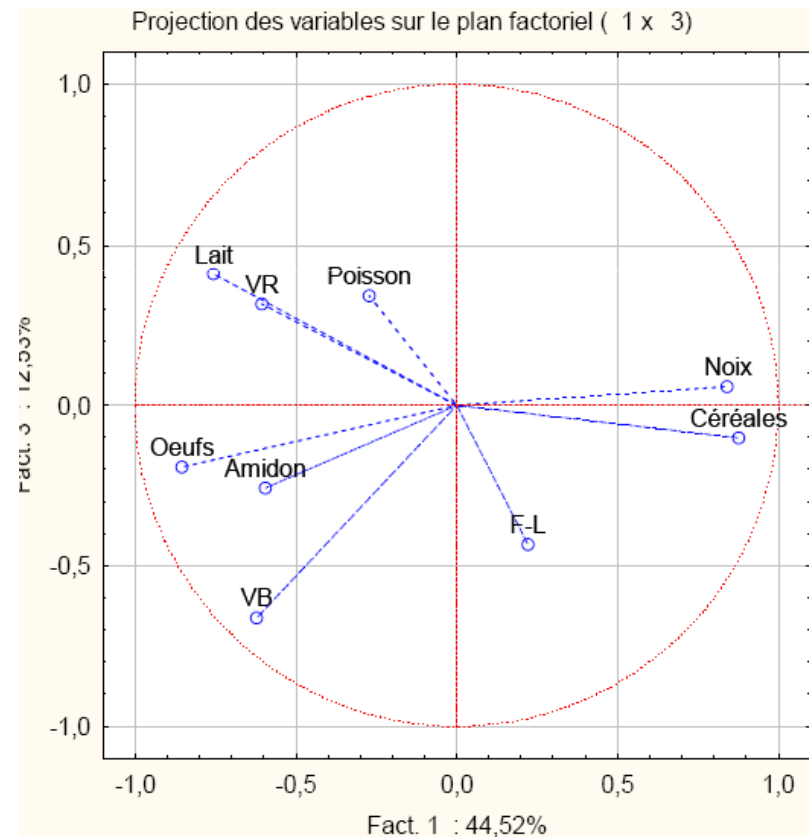
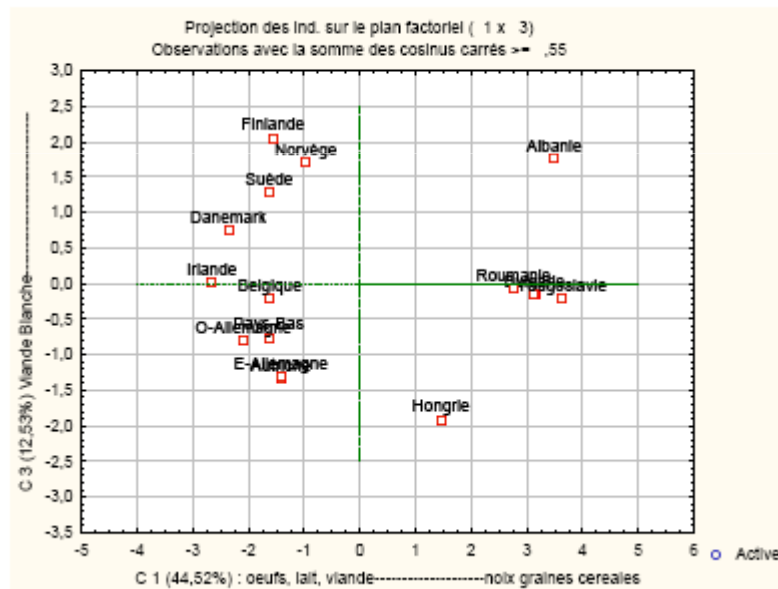
Trois groupe de pays distincts se détachent quant à leurs habitudes de consommation : les pays ibériques, qui se caractérisent par une consommation élevée,

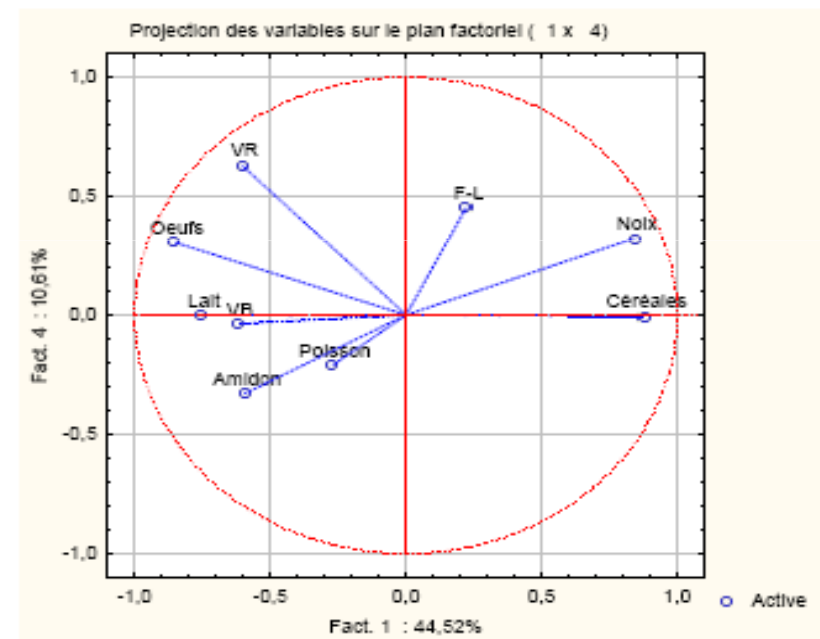
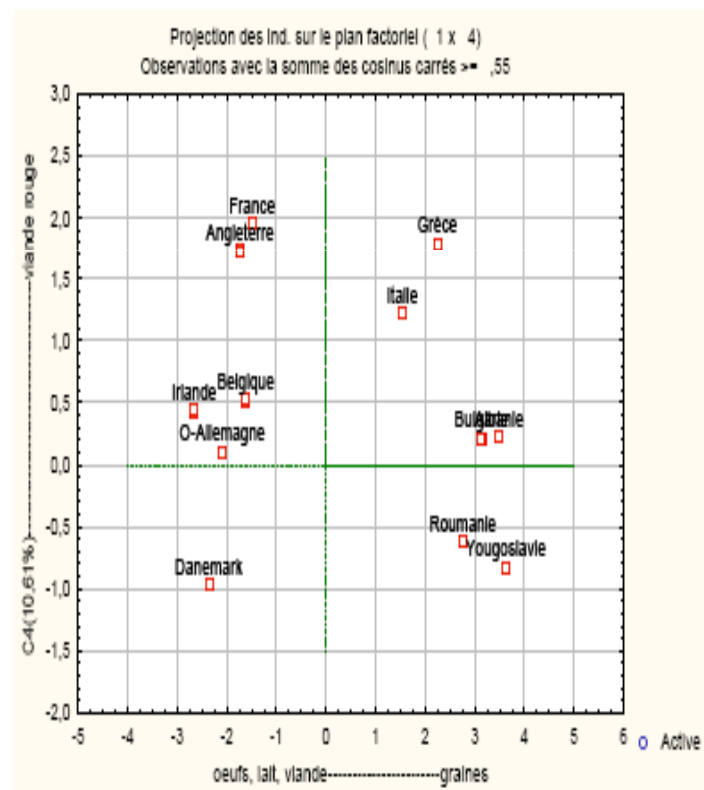
les balkans ayant une importante consommation de graines et certains pays d'europe du nord et de l'ouest consommant de la viande des oeufs et du lait



D-6 Exemple

Pour les pays consommant des protéines animales, La consommation de viande blanche réduit du sud au nord





D-6 Exemple

Individus	Coordonnées factorielles des Ind., basée			
	C 1	C 2	C 3	C 4
Albanie	3,48537	1,63048	1,76123	0,22966
Autriche	-1,42267	1,04123	-1,33780	0,16810
Belgique	-1,62203	-0,15950	-0,21653	0,52073
Bulgarie	3,13408	1,30107	-0,15129	0,21419
Chequo	-0,37046	0,60267	-1,19594	-0,46398
Danemark	-2,36527	-0,28545	0,75226	-0,96734
E-Allemagne	-1,42221	-0,45030	-1,30254	-1,13596
Finlande	-1,56386	0,59600	2,04951	-1,41531
France	-1,48798	-0,78537	-0,00188	1,95746
Grèce	2,23970	-1,00106	0,88260	1,79432
Hongrie	1,45744	0,81595	-1,91417	-0,21739
Irlande	-2,66348	0,76371	0,01988	0,43473
Italie	1,53457	-0,39699	-0,12609	1,22246
Pays-Bas	-1,64145	0,91199	-0,76649	-0,12615
Norvège	-0,97470	-0,82203	1,70408	-1,13762
Pologne	-0,12187	-0,53174	-1,47479	-0,45822
Portugal	1,70585	-4,28893	-0,04363	-0,89356
Roumanie	2,75681	1,11879	-0,07008	-0,61501
Espagne	1,31181	-2,55352	-0,51528	0,35920
Suède	-1,63373	0,20738	1,28037	-0,73410
Suisse	-0,91232	0,75106	0,15425	1,17044
Angleterre	-1,73537	0,09398	1,15268	1,73369
Russie	0,78260	0,11077	0,36968	-0,92757
O-Allemagne	-2,09384	0,29378	-0,80398	0,10880
Yougoslavie	3,62301	1,03803	-0,20605	-0,82155

E- Limites

- ✓ Principale faiblesse de l'ACP: sensibilité aux points extrêmes. Ce manque de robustesse est notamment lié au rôle central qu'y joue le coefficient de corrélation : les points extrêmes, en perturbant les moyennes et corrélations, polluent fortement l'analyse - on peut cependant envisager de les déplacer en point supplémentaire.
- ✓ l'ACP est inadaptée aux phénomènes non linéaires qui plus est en grande dimension. Pour ce genre de problème, d'autres méthodes ont été développées, comme l'ACPN (Analyse en Composantes Principales par Noyau).

F- Exemple sous statistica

- On utilise le fichier menstracks. On centre et on réduit le tableau : ACP normée.

Nombre d'axes à retenir