UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIHUAHUA

Facultad de Ingeniería

Ingeniería en Ciencias de la Computación

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES II

Proyecto: Programación Lineal Entera

Trabajo de:

- ADRIAN A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ *[359834]*
- GERARDO ESTEBAN JURADO CARRERA *[273880]*
- ERICK FERNANDO NEVÁREZ ÁVILA *[357664]*
- CRISTIAN YAEL RUBÍ LOERA *[348528]*

Asesora: OLANDA PRIETO ORDAZ

25 de noviembre de 2024

Sección 9.1A Problema 5

Una pareja de granjeros envía a sus tres hijos al mercado para que vendan 90 manzanas; Karen, la mayor, lleva 50 manzanas; Bill el de en medio, lleva 30; y John, el más joven, lleva sólo 10. Los padres han estipulado cinco reglas:

a) el precio de venta es de \$1 por 7 manzanas o \$3 por 1 manzana; o una combinación de los dos precios.
b) Cada hijo puede ejercer una o ambas opciones del precio de venta.
c) Cada uno debe regresar con exactamente la misma cantidad de dinero.
d) El ingreso de cada hijo debe ser de dólares enteros (no se permiten centavos).
e) La cantidad recibida por cada hijo debe ser la máxima posible según las condiciones estipuladas.

Dado que los tres hijos son capaces de vender todo lo que llevan, use la PLE para mostrar cómo se pueden satisfacer las condiciones de sus padres.

Definición del problema

Hay dos formas de plantear el problema:

I. Buscar la cantidad de paquetes de manzanas que cada hijo debe vender, donde cada paquete se puede vender en uno de 2 formatos:
   A. 7 manzanas a \$1
   B. 1 manzana a \$3
II. Buscar la cantidad de manzanas que cada hijo debe vender, donde cada manzana se puede vender en uno de 2 precios:
   A. $\$\frac{1}{7}$ de dolar
   B. \$3 dolares

Primero lo resolveremos de esta segunda forma.

Problema resuelto con Solver por opción II

Definición de variables

x_i es el número de manzanas vendidas por el hijo i a $\$\frac{1}{7}$

y_i es el número de manzanas vendidas por el hijo i a $3

$i \in \{1, 2, 3\}$ donde Karen=1, Bil=2, John=3

Función objetivo

Dado que el ingreso debe ser igual para todos, debemos de maximizar el ingreso que cualquiera de los hijos pueda obtener.

Maximizar

$Z = \frac{1}{7}x_1 + 3y_1$

$Z = \frac{1}{7}x_2 + 3y_2$

$Z = \frac{1}{7}x_3 + 3y_3$

Con la condición de que $\frac{1}{7}x_1 + 3y_1 = \frac{1}{7}x_2 + 3y_2 = \frac{1}{7}x_3 + 3y_3$

Restricciones

1. Todos los hijos deben tener ingresos iguales:

   $\frac{1}{7}x_1 + 3y_1 = \frac{1}{7}x_2 + 3y_2 = \frac{1}{7}x_3 + 3y_3$

   Que se puede convertir en 2 restricciones:

   $\frac{1}{7}x_1 + 3y_1 - \frac{1}{7}x_2 - 3y_2 = 0$

   $\frac{1}{7}x_1 + 3y_1 - \frac{1}{7}x_3 - 3y_3 = 0$

2. Todos los hijos deben vender todas sus manzanas:

   $x_1 + y_1 = 50$

   $x_2 + y_2 = 30$

$x_3 + y_3 = 10$

3. Se deben vender manzanas enteras, es decir, que todas las variables son enteras:

   $x_i, y_i \in \mathbb{Z}^+ + \forall i$

4. No negatividad

   $x_i \geq 0,\ y_i \geq 0$

Modelo

Max $Z = \frac{1}{7}x_1 + 3y_1$

Sujeto a

$x_1 + y_1 = 50$

$x_2 + y_2 = 30$

$x_3 + y_3 = 10$

$\frac{1}{7}x_1 + 3y_1 - \frac{1}{7}x_2 - 3y_2 = 0$

$\frac{1}{7}x_1 + 3y_1 - \frac{1}{7}x_3 - 3y_3 = 0$

$x_i, y_i \in \mathbb{Z}^+ + \forall i$

$x_i \geq 0,\ y_i \geq 0$

Configuración de Solver

Definimos la siguiente estructura de datos que Solver utilizará como base para encontrar la solución a nuestro problema.

	x1	y1	x2	y2	x3	y3			
Cantidad de manzanas por hijo							Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ -		
Karen	1	1	0	0	0	0	0	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	0	=	30
John	0	0	0	0	1	1	0	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	0	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	0	=	0

En este espacio aparecerá la cantidad de manzanas que cada hijo debe de vender.

En este espacio aparecerá la cantidad del ingreso que cada hijo debe de obtener.

	x1	y1	x2	y2	x3	y3			
Cantidad de manzanas por hijo							Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ -		
Karen	1	1	0	0	0	0	0	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	0	=	30
John	0	0	0	0	1	1	0	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	0	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	0	=	0

Los valores que se usarán para calcular el resultado serán los precios por manzana.

Una vez resuelto el problema veremos que las restricciones sí se cumplen.

Estas igualdades representan las restricciones:

$$x1 + y1 = 50$$
$$x2 + y2 = 30$$
$$x3 + y3 = 10$$

Cada una de las celdas seleccionadas contiene una función SUMPRODUCT() que:

- recibe como parámetros dos filas
- multiplica los elementos xi y yi de cada fila y los suma.

	x1	y1	x2	y2	x3	y3			
Cantidad de manzanas por hijo							Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ -		
Karen	1	1	0	0	0	0	0	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	0	=	30
John	0	0	0	0	1	1	0	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	0	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	0	=	0

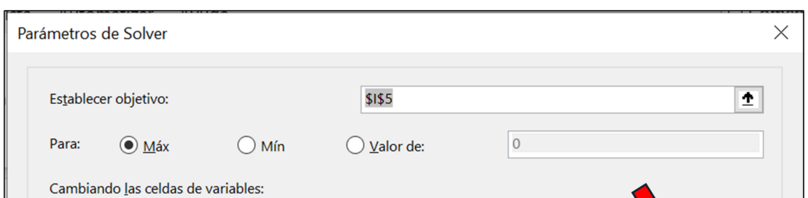
Así, por ejemplo, de la fila que está enmarcada en azul, la función SUMPRODUCT multiplicará su primera celda por la primera celda de la fila enmarcada en rojo, y este producto lo sumará a la multiplicación de las celdas siguientes.

	x1	y1	x2	y2	x3	y3			
Cantidad de manzanas por hi							Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ -		
Karen	1	1	0	0	0	0	0	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	0	=	30
John	0	0	0	0	1	1	C8:H8,C4:H4)	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	0	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	0	=	0

Es importante que uno de los parámetros de SUMPRODUCT siempre deberá ser la fila vacía enmarcada en rojo, es decir, la fila que representa la cantidad de manzanas por hijo.

Por este último motivo, Solver buscará los valores correctos que deben ir dentro de la fila vacía para que el resultado de SUMPRODUCT cumpla con las restricciones del problema.

Una vez configurada la estructura de nuestra tabla para dar solución mediante Solver, dentro de este establecemos la celda objetivo en donde irán los resultados del cálculo de SUMPRODUCT, en este caso, el conjunto de celdas señalado en la imagen.

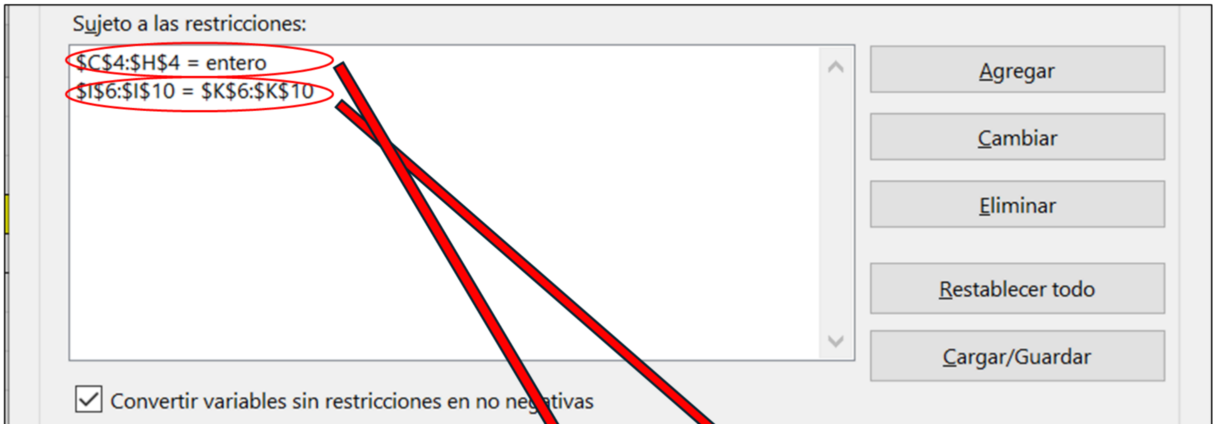


	x1	y1	x2	y2	x3	y3			
Cantidad de manzanas por hijo							Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ -		
Karen	1	1	0	0	0	0	0	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	0	=	30
John	0	0	0	0	1	1	0	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	0	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	0	=	0

Seleccionamos las celdas en donde solver colocará los coeficientes correctos para que los cálculos de SUMPRODUCT cumplan con las restricciones del problema.

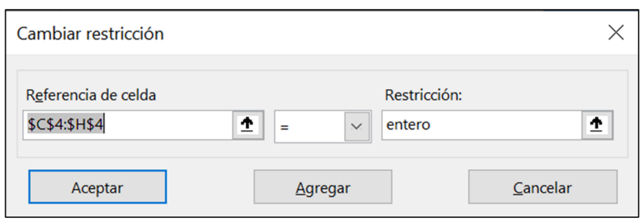
	x1	y1	x2	y2	x3	y3			
Cantidad de manzanas por hijo							Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ -		
Karen	1	1	0	0	0	0	0	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	0	=	30
John	0	0	0	0	1	1	0	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	0	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	0	=	0

Agregamos las restricciones del problema en el apartado correspondiente.



	x1	y1	x2	y2	x3	y3		=	
Cantidad de manzanas por hijo							Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ -		
Karen	1	1	0	0	0	0	0	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	0	=	30
John	0	0	0	0	1	1	0	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	0	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	0	=	0

$x_i, y_i \in \mathbb{Z}^+ + \forall i$



	x1	y1	x2	y2	x3	y3		=	
Cantidad de manzanas por hijo							Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ -		
Karen	1	1	0	0	0	0	0	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	0	=	30
John	0	0	0	0	1	1	0	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	0	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	0	=	0

$x_1 + y_1 = 50$

$x_2 + y_2 = 30$

$x_3 + y_3 = 10$

	x1	y1	x2	y2	x3	y3			
Cantidad de manzanas por hijo							Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ -		
Karen	1	1	0	0	0	0	0	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	0	=	30
John	0	0	0	0	1	1	0	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	0	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	0	=	0

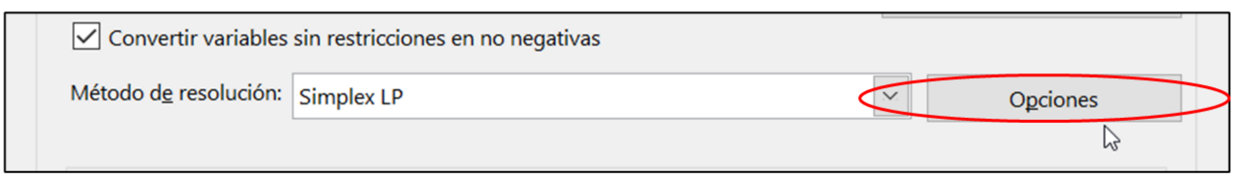
Y las restricciones de la igualdad de ingresos entre los hijos.

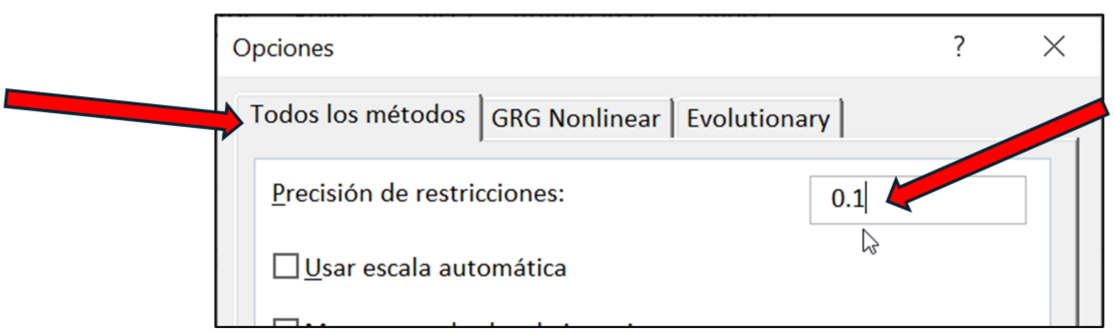
$$\frac{1}{7}x_1 + 3y_1 - \frac{1}{7}x_2 - 3y_2 = 0$$

$$\frac{1}{7}x_1 + 3y_1 - \frac{1}{7}x_3 - 3y_3 = 0$$

	x1	y1	x2	y2	x3	y3			
Cantidad de manzanas por hijo							Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ -		
Karen	1	1	0	0	0	0	0	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	0	=	30
John	0	0	0	0	1	1	0	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	0	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	0	=	0

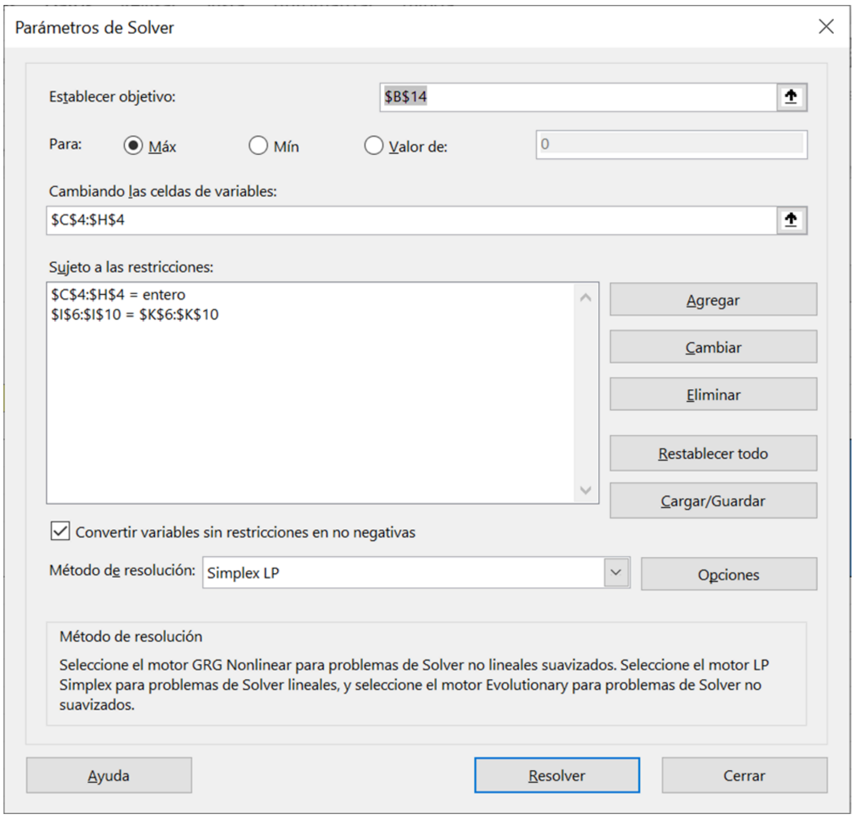
Finalmente, utilizamos como método de resolución el método "Simplex LP" y ajustamos el parámetro "Precisión de restricciones".





Si no se ajusta este parámetro, Solver intentará cumplir con restricciones a un nivel decimal muy fino (por default 0.000001), lo que podría causar que declare que no hay solución factible, aun cuando existe una solución práctica al problema. Esta situación es la que diferencia la solución que puede darnos Solver, a la que puede darnos Tora.

Entonces, la configuración completa es:



Resultados

Una vez seleccionado “resolver” el resultado dado por Solver es:

	x1	y1	x2	y2	x3	y3			
Cantidad de manzanas por hijo	42	8	21	9	0	10	Cantidad de dinero		
Precio por manzana	1/7	3	0	0	0	0	$ 30.00		
Karen	1	1	0	0	0	0	50	=	50
Bill	0	0	1	1	0	0	30	=	30
John	0	0	0	0	1	1	10	=	10
Cada hijo debe regresar con la	1/7	3	- 1/7	-3	0	0	-0.0012	=	0
misma cantidad de dinero	1/7	3	0	0	- 1/7	-3	-0.0024	=	0

Problema resuelto con TORA por opción I

Paquete A: 7 manzanas a $1

Paquete B: 1 manzana a $3

Definición de variables

x_i es el número de paquetes A vendidos por el hijo i.

y_i es el número de paquetes B vendidos por el hijo i.

$i \in \{1, 2, 3\}$ donde Karen=1, Bil=2, John=3

Función objetivo

Dado que el ingreso debe ser igual para todos, debemos de maximizar el ingreso que cualquiera de los hijos pueda obtener.

Maximizar

$Z = x_1 + 3y_1$

$Z = x_2 + 3y_2$

$Z = x_3 + 3y_3$

Con la condición de que $x_1 + 3y_1 = x_2 + 3y_2 = x_3 + 3y_3$

Restricciones

1. Todos los hijos deben tener ingresos iguales:

   $x_1 + 3y_1 = x_2 + 3y_2 = x_3 + 3y_3$

   Que se puede convertir en 2 restricciones:

   $x_1 + 3y_1 - x_2 - 3y_2 = 0$

   $x_1 + 3y_1 - x_3 - 3y_3 = 0$

2. Todos los hijos deben vender todas sus manzanas, por lo que se multiplica el paquete por su cantidad de manzanas:

   $7x_1 + y_1 = 50$

$7x_2 + y_2 = 30$

$7x_3 + y_3 = 10$

3. Se deben vender paquetes enteros, es decir, que todas las variables son enteras:

   $x_i, y_i \in \mathbb{Z}^+ + \forall i$

4. No negatividad

   $x_i \geq 0,\ y_i \geq 0$

Modelo

Max $Z = x_1 + 3y_1$

Sujeto a

$7x_1 + y_1 = 50$

$7x_2 + y_2 = 30$

$7x_3 + y_3 = 10$

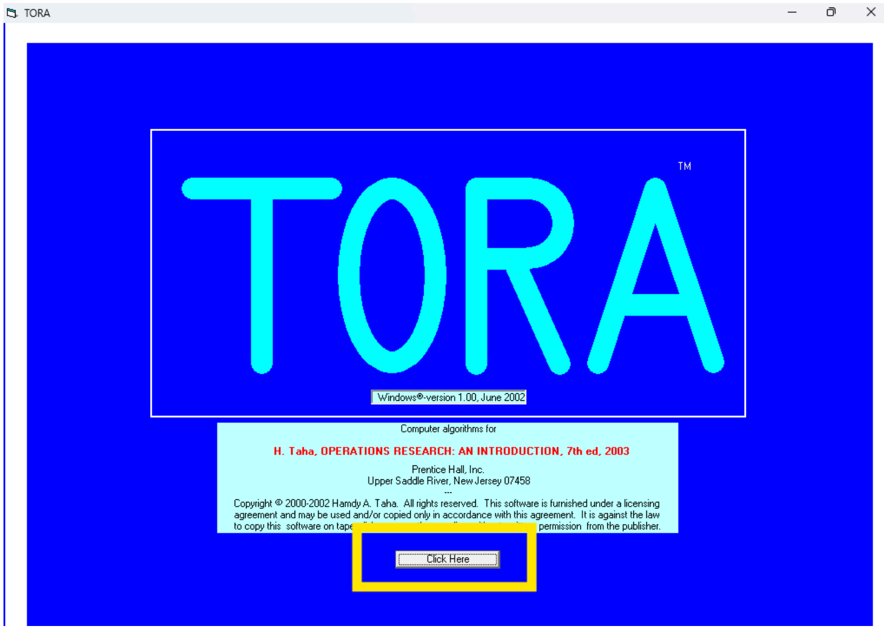
$x_1 + 3y_1 - x_2 - 3y_2 = 0$

$x_1 + 3y_1 - x_3 - 3y_3 = 0$

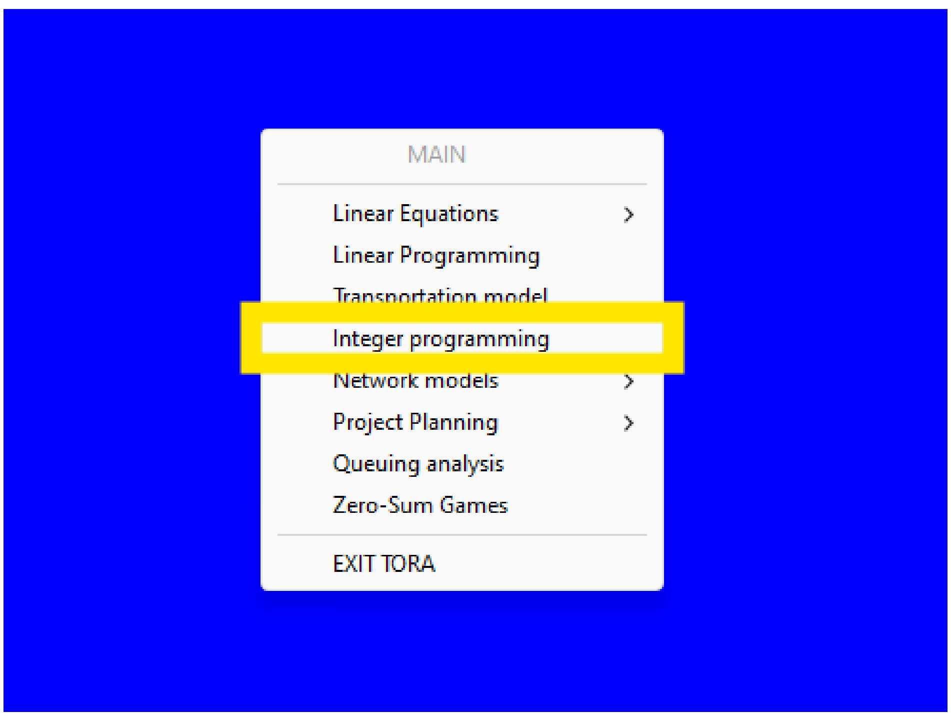
$x_i, y_i \in \mathbb{Z}^+ + \forall i$

$x_i \geq 0,\ y_i \geq 0$

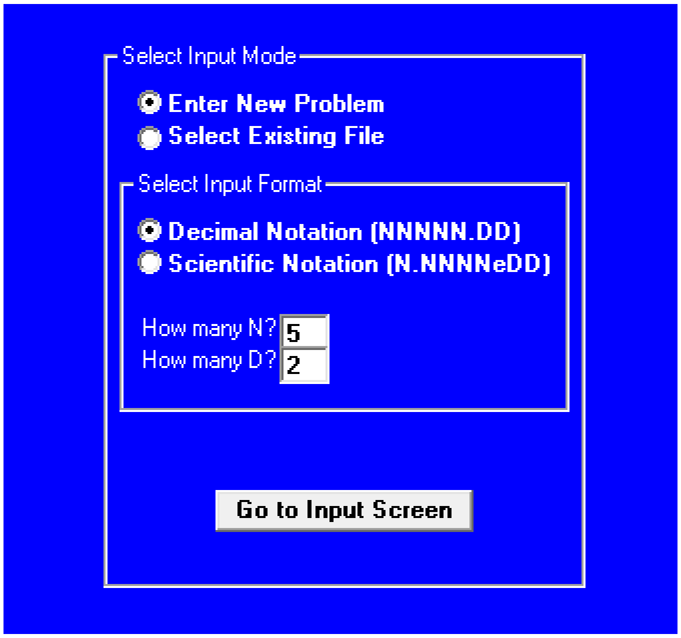
Configuración de TORA



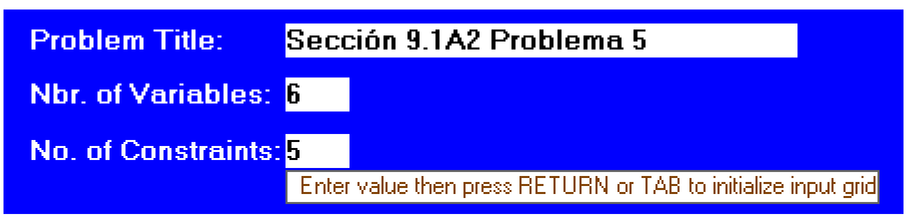
Se selecciona la opción Integer Programming.



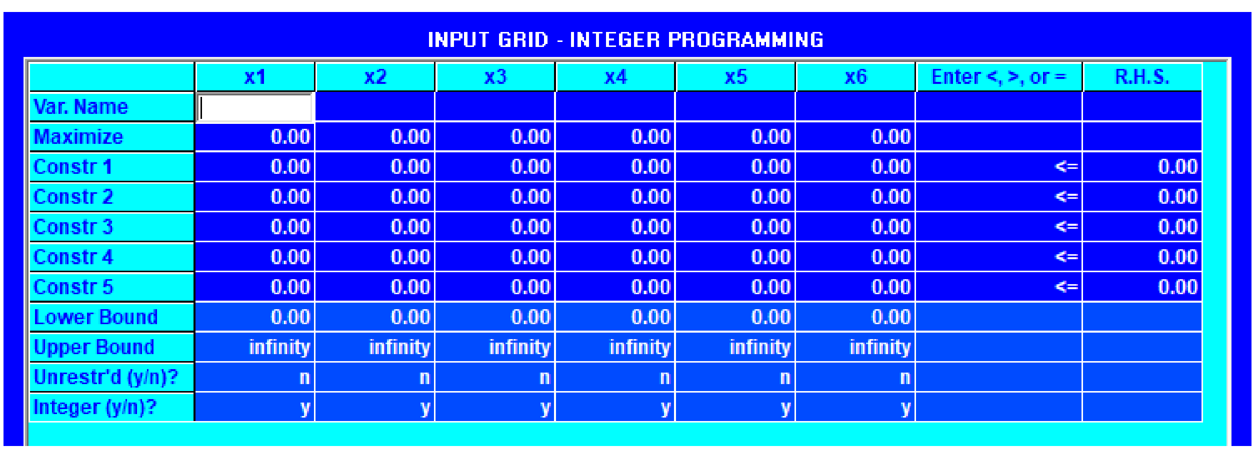
Y dejamos la configuración de decimales por defecto, ya que nos servirá para comprobar que manejamos números enteros.



Nuestro problema tiene 6 variables, 2 por hijo y 5 restricciones, 3 dadas por las manzanas que debe vender cada hijo, y 2 para cumplir la restricción de igualdad en la ganancia de los hijos. Ingresamos los datos y presionamos Enter.



Nos aparece la tabla para llenar los datos.


INPUT GRID - INTEGER PROGRAMMING

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	Enter <, >, or =	R.H.S.
Var. Name								
Maximize	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
Constr 1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<=	0.00
Constr 2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<=	0.00
Constr 3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<=	0.00
Constr 4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<=	0.00
Constr 5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<=	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity		
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n		
Integer (y/n)?	y	y	y	y	y	y		

La manera en que se llena será:

1. Ingresar nombres de las variables de requerir. En este caso las as nombraremos según la definición del problema.

	x1	x2	x3	x4	x5	x6
Var. Name	x1	y1	x2	y2	x3	y3

2. Ingresamos la función objetivo.

Maximize	1.00	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00

3. Ingresamos las restricciones del problema.

Constr 1	7.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	=	50.00
Constr 2	0.00	0.00	7.00	1.00	0.00	0.00	=	30.00
Constr 3	0.00	0.00	0.00	0.00	7.00	1.00	=	10.00
Constr 4	1.00	3.00	-1.00	-3.00	0.00	0.00	=	0.00
Constr 5	1.00	3.00	0.00	0.00	-1.00	-3.00	=	0.00

4.

5. Dejamos la configuración por defe que indica si que las variables son restringidas mayores o iguales a 0 y son enteras

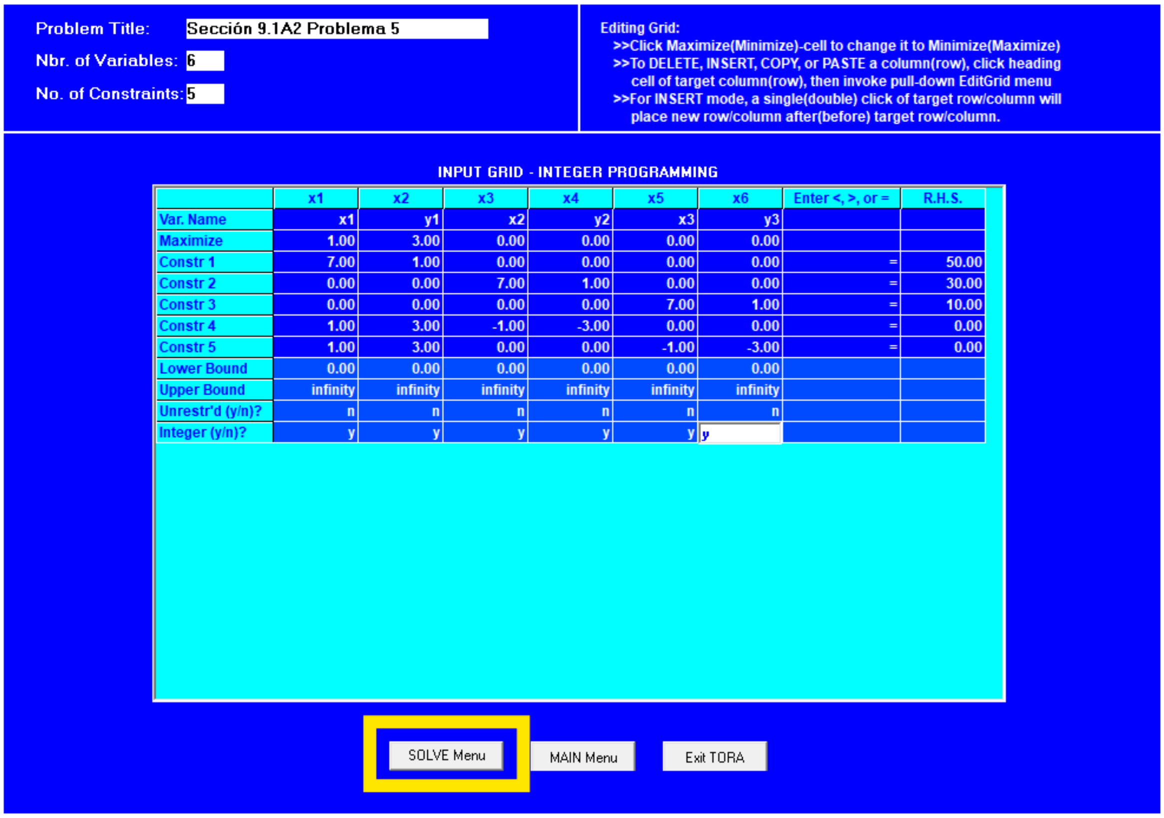
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
Integer (y/n)?	y	y	y	y	y	y

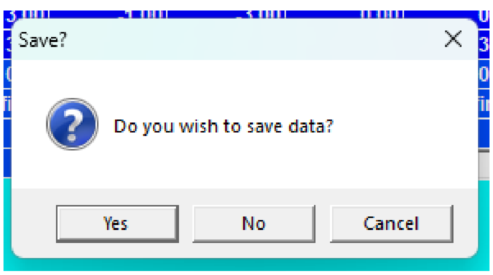
La configuración completa se ve de esta manera:

INPUT GRID - INTEGER PROGRAMMING

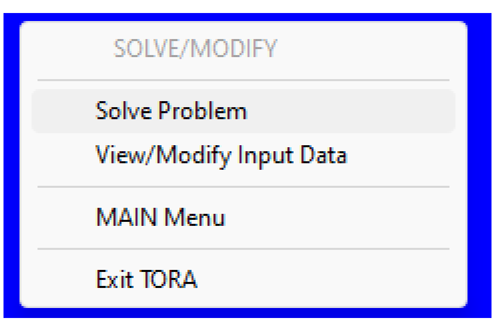
	x1	x2	x3	x4	x5	x6	Enter <, >, or =	R.H.S.
Var. Name	x1	y1	x2	y2	x3	y3		
Maximize	1.00	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
Constr 1	7.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	=	50.00
Constr 2	0.00	0.00	7.00	1.00	0.00	0.00	=	30.00
Constr 3	0.00	0.00	0.00	0.00	7.00	1.00	=	10.00
Constr 4	1.00	3.00	-1.00	-3.00	0.00	0.00	=	0.00
Constr 5	1.00	3.00	0.00	0.00	-1.00	-3.00	=	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity		
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n		
Integer (y/n)?	y	y	y	y	y	y		

Ahora damos click en SOLVE Menu y guardamos la información por si acaso:

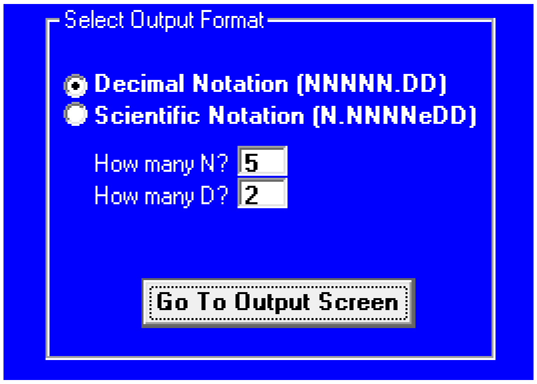




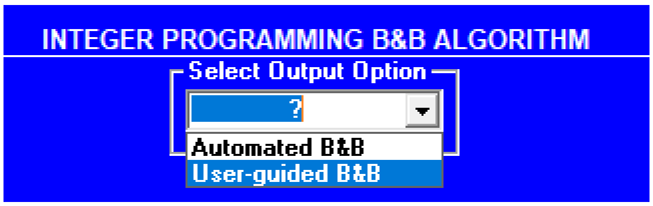
Ahora seleccionamos la opción de *Solve Problem*:



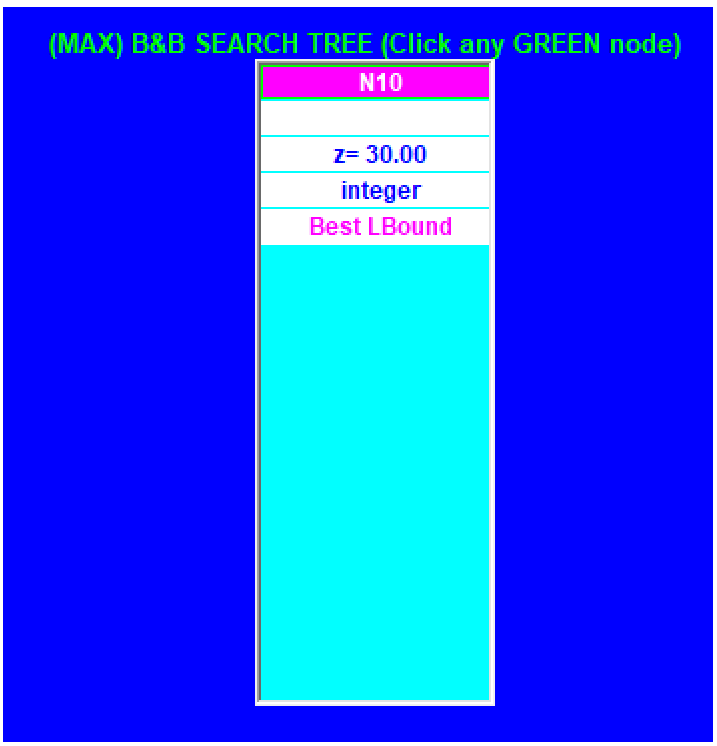
Volvemos a dejar los decimales por defecto y presionamos en *Go to Output Screen*:



Seleccionamos la opción *User-guided B&B*:



Veremos lo siguiente:



De requerir ramificar el problema, veríamos el nodo de color verde; en este caso, la primer configuración del problema dio una solución entera aplicando el metodo de 2 fases, el máximo de ingresos que pueden tener los hijos son $30 dolares.

Al dar click en *N10*, veremos los resultados que indican la cantidad de paquetes que debe vender cada hijo para obtener el ingreso de $30 dolares.

Se interpreta de la siguiente manera:

- El hijo 1 vende 6 paquetes A y 8 paquetes B, por lo que:

  $6 \times \$1 + 8 \times \$3 = \$30$

  $6 \times 7\, manzanas + 8 \times 1\, manzana = 50\, manzanas$

- El hijo 2 vende 3 paquetes A y 9 paquetes B, por lo que:

  $3 \times \$1 + 9 \times \$3 = \$30$

  $3 \times 7\, manzanas + 9 \times 1\, manzana = 30\, manzanas$

- El hijo 3 vende 0 paquetes A y 10 paquetes B, por lo que:

  $0 \times \$1 + 10 \times \$3 = \$30$

  $0 \times 7\, manzanas + 10 \times 1\, manzana = 10\, manzanas$

Sección 9.2A Problema 6

Convierta el siguiente problema en una PLE combinada y halle la solución óptima.

$Maximizar\ z = x_1 + 2x_2 + 5x_3$

Sujeto a

$| - x_1 + 10x_2 - 3x_3| \geq 15$

$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Manejo de restricción especial

La restricción

$| - x_1 + 10x_2 - 3x_3| \geq 15$

tiene dos casos válidos debido al valor absoluto:

1) $- x_1 + 10x_2 - 3x_3 \geq 15$
2) $x_1 - 10x_2 + 3x_3 \geq 15$

Estas restricciones son inclusivas y no exclusivas, es decir, con que se cumpla 1 a la vez, se considera correcto. No obstante los métodos basados en Simplex, asumen que todas las restricciones deben cumplirse.

En este caso, matemáticamente no se puede cumplir los 2 casos a la vez, por lo que debemos modificar el problema para resolver esta situación.

1. Modificaremos la restricción 2 invirtiendo la dirección:
   $- x_1 + 10x_2 - 3x_3 \leq - 15$
2. Se agrega una variable binaria $y \in \{0, 1\}$ que nos permite saber que una de las 2 restricciones es válida. No obstante, para que esta variable permita que se considere solo una de las 2 restricciones necesita que la acompañemos con una constante M lo suficientemente grande para que, al multiplicarla por y evaluada en 1, anule la restricción. Esta constante también la sumaremos en el lado derecho de la restricción 2, ya que nuestra restricción no debe ser negativa.

$$- x_1 + 10x_2 - 3x_3 \geq 15 \rightarrow - x_1 + 10x_2 - 3x_3 + My \geq 15$$

$$- x_1 + 10x_2 - 3x_3 \leq - 15 \rightarrow - x_1 + 10x_2 - 3x_3 + My \leq M - 15$$

Explicando cómo se comporta el problema basado en estos cambios.

Cuando $y = 1$

$$- x_1 + 10x_2 - 3x_3 + M(1) \geq 15$$

$$- x_1 + 10x_2 - 3x_3 + M(1) \leq M - 15$$

Con una M suficientemente grande, la primera restricción es validada en automático. De esta manera, la restricción que debe validarse es la segunda, que, gracias a que tenemos M en 2 lados, se mantiene la desigualdad original de la restricción y lidiamos con el problema del lado derecho negativo.

Cuando $y = 0$

$$- x_1 + 10x_2 - 3x_3 + M(0) \geq 15$$

$$- x_1 + 10x_2 - 3x_3 + M(0) \leq M - 15$$

Con una M suficientemente grande, la segunda restricción es validada en automático. De esta manera, la restricción que debe validarse es la primera, que, debido a que M se anula del lado izquierdo, se mantiene la desigualdad original de la restricción.

En resumen, cuando $y = 1$, la restricción activa es la 2, y cuando $y = 0$, la restricción activa es la 1.

Definición del problema

$Maximizar\ z = x_1 + 2x_2 + 5x_3$

Sujeto a

$-x_1 + 10x_2 - 3x_3 + My \geq 15$

$-x_1 + 10x_2 - 3x_3 + My \leq M - 15$

$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

$y \in \{0, 1\}$

Resolución con Solver

Debemos definir todas nuestras restricciones, variables y función objetivo en Solver para resolver el problema.

Para esto, transformaremos las fórmulas a formato excel, es decir, fórmulas cuyas variables son el contenido de las celdas de la hoja excel.

Convertir a formulas excel		
Maximizar z = x1 + 2x2 + 5x3	=	F13 + 2*F14 + 5*F15
R1: −x1 + 10x2 − 3x3 + My ≥ 15	=	-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16
R2: −x1 + 10x2 − 3x3 + My ≤ M − 15	=	-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16 - (F18-15)
R3: 2x1 + x2 + x3 ≤ 10	=	2*F13 + F14 + F15

donde:	
x1 = celda	F13
x2 = celda	F14
x3 = celda	F15
y = celda	F16
M = celda	F18
F.O = celda	K14

En donde el valor de la variable x1 estará en la celda F13, el valor de la variable x2 en la celda F14, … y el valor óptimo de la función objetivo [que Solver encontrará] se guardará en la celda K14. Dado que M es constante, hay que asignarle un valor de una vez. Para este problema es suficientemente grande al evaluarla en $M = 100$, valor que indicamos en la celda F18.

En el espacio coloreado en la imagen, Solver calculará los valores correspondientes para que las restricciones se cumplan.

Para que		
-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16	≥	15
-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16 - (F18-15)	≤	85
2*F13 + F14 + F15	≤	10
Entonces		
x1	=	
x2	=	
x3	=	
y	=	
donde		
M	=	100

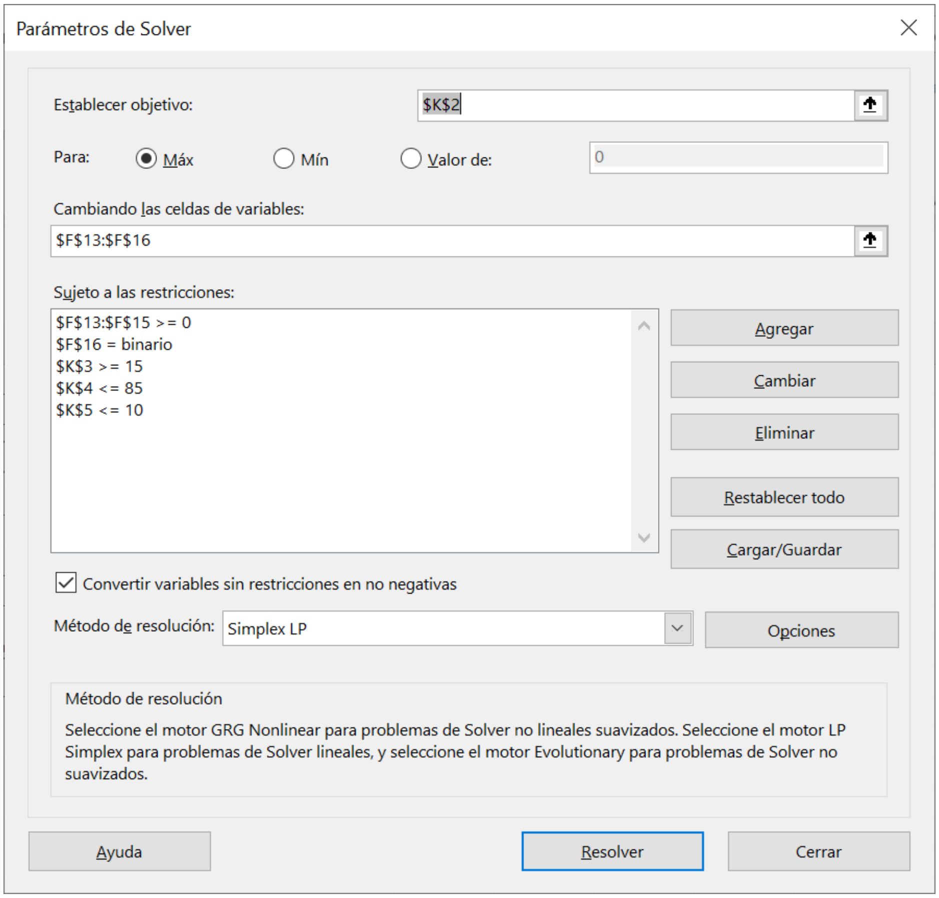
Por último, para que Solver pueda hacer el cálculo, debemos insertar las fórmulas excel dentro de celdas que las representen. En nuestro caso, la columna "*Sol*" representa tanto las restricciones como la F.O, es decir, cada celda de la columna Sol contiene la fórmula excel que indicamos a su izquierda.

Convertir a formulas excel			Sol
Maximizar z = x1 + 2x2 + 5x3	=	F13 + 2*F14 + 5*F15	0
R1: −x1 + 10x2 − 3x3 + My ≥ 15	=	-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16	0
R2: −x1 + 10x2 − 3x3 + My ≤ M − 15	=	-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16 - (F18-15)	-85
R3: 2x1 + x2 + x3 ≤ 10	=	2*F13 + F14 + F15	0

La estructura base de datos queda de la siguiente manera:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Convertir a formulas excel									Sol
2		Maximizar z = x1 + 2x2 + 5x3			=	F13 + 2*F14 + 5*F15					0
3		R1: −x1 + 10x2 − 3x3 + My ≥ 15			=	-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16					0
4		R2: −x1 + 10x2 − 3x3 + My ≤ M − 15			=	-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16 - (F18-15)					-85
5		R3: 2x1 + x2 + x3 ≤ 10			=	2*F13 + F14 + F15					0
6											
7		donde:									
8		x1 = celda	F13	Para que							
9		x2 = celda	F14	-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16					≥	15	
10		x3 = celda	F15	-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16 - (F18-15)					≤	85	
11		y = celda	F16	2*F13 + F14 + F15					≤	10	
12		M = celda	F18	Entonces							
13		F.O = celda	K14	x1	=						
14				x2	=						
15				x3	=						
16				y	=						
17				donde							
18				M	=	100					

Habiendo establecido la estructura de datos guía para Solver, pasamos a configurarlo de la manera en que se realizó en el ejercicio anterior. En esta ocasión lo característico es la restricción binaria para la variable y.



Por último, pulsamos "*Resolver*", y los resultados dados por Solver son:

Convertir a formulas excel			Sol
Maximizar z = x1 + 2x2 + 5x3	=	F13 + 2*F14 + 5*F15	50
R1: −x1 + 10x2 − 3x3 + My ≥ 15	=	-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16	70
R2: −x1 + 10x2 − 3x3 + My ≤ M − 15	=	-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16 - (F18-15)	-15
R3: 2x1 + x2 + x3 ≤ 10	=	2*F13 + F14 + F15	10

donde:

x1 = celda	F13
x2 = celda	F14
x3 = celda	F15
y = celda	F16
M = celda	F18
F.O = celda	K14

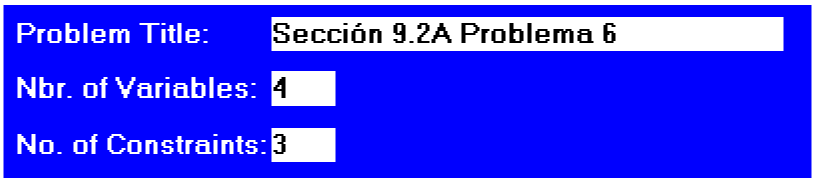
Para que		
-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16	≥	15
-F13 + 10*F14 - 3*F15 + F18*F16 - (F18-15)	≤	85
2*F13 + F14 + F15	≤	10

Entonces		
x1	=	0
x2	=	0
x3	=	10
y	=	1
donde		
M	=	100

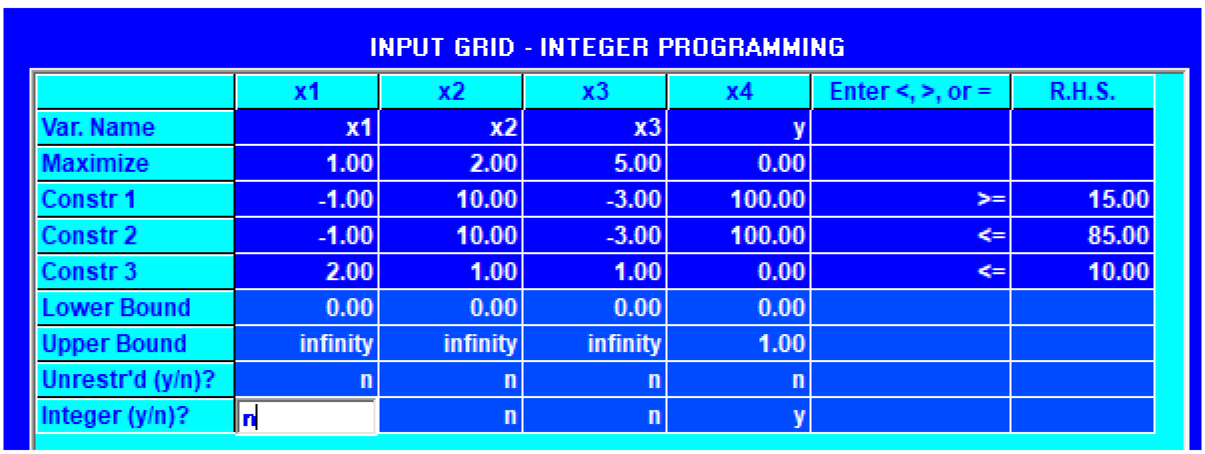
Resolución con TORA

Resumiendo los pasos explicados con el anterior problema, se inicia TORA, se selecciona *Integer Programming*, se deja los decimales por defecto, y procedemos a llenar los datos del problema.

En el problema tenemos 4 variables, y 3 restricciones.



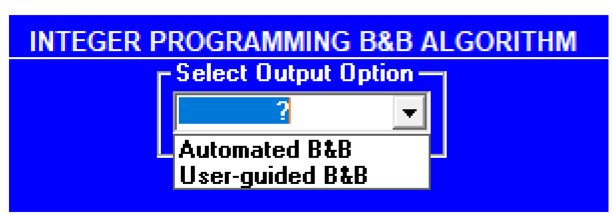
Y al igual que en el ejercicio anterior, primero llenamos los nombres de las variables, luego colocamos la función objetivo, y a continuación los coeficientes de las restricciones, ya habiendo evaluado $M = 100$.


INPUT GRID - INTEGER PROGRAMMING

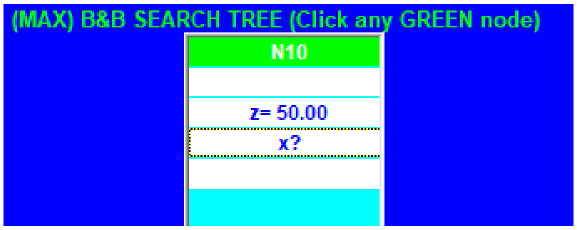
	x1	x2	x3	x4	Enter <, >, or =	R.H.S.
Var. Name	x1	x2	x3	y		
Maximize	1.00	2.00	5.00	0.00		
Constr 1	-1.00	10.00	-3.00	100.00	>=	15.00
Constr 2	-1.00	10.00	-3.00	100.00	<=	85.00
Constr 3	2.00	1.00	1.00	0.00	<=	10.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00		
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	1.00		
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n		
Integer (y/n)?	n	n	n	y		

Lo característico en esta ocasión, es que las 3 variables originales x_1, x_2, x_3 no necesitan ser enteras, lo cual debemos indicar en la última fila, pero la variable y si es entera y además su límite superior es 1, debido a que es una variable binaria.

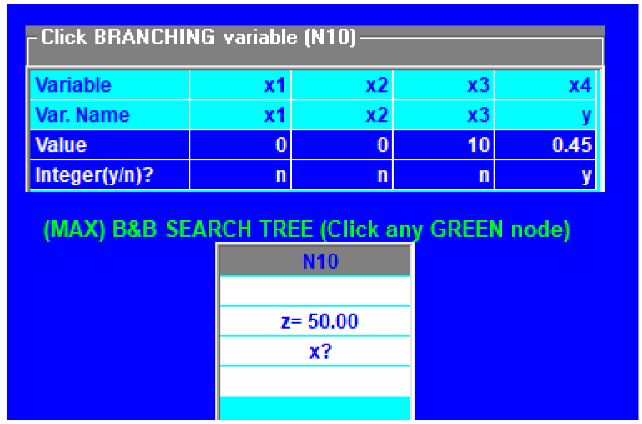
Habiendo llenado los datos damos click en *SOLVE Menu*, guardamos los datos por si acaso, damos click en *Solve Problem*, nuevamente dejamos los decimales por defecto, y seleccionamos *User Guided B&B*.



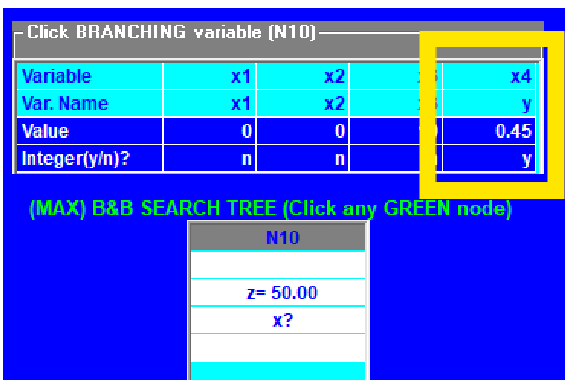
A lo cual veremos la siguiente tabla.

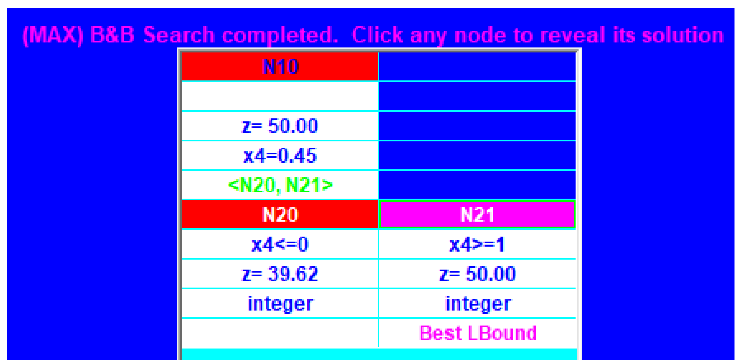


Al dar click sobre *N10*, se despliega la tabla:



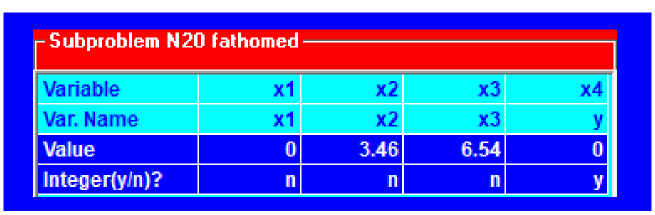
El problema original, resuelto con método de 2 fases si y fuese continua, resultó en un valor $z = 50$. Ahora, se debe ramificar el problema para que y sea entera. Presionando cualquier casilla de una columna entera (en este caso solo puede ser la columna y), TORA realizará la ramificación.

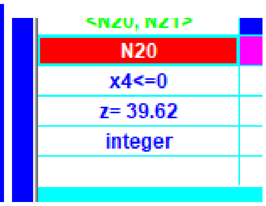




Para visualizar las ramas, solo damos click sobre *N20* o *N21*.

La primer rama (*N20*) evalua y en 0, obteniendo una $Z = 39.62$, la cual es factible.





La segunda rama (*N21*) evalua y en 1, obteniendo una $Z = 50$ la cual no solo es factible, si no es la óptima, dado que el problema ya no se ramifica más, y el objetivo es maximizar Z.

Subproblem N21 -- Best Bound

Variable	x1	x2	x3	x4
Var. Name	x1	x2	x3	y
Value	0	0	10	1
Integer(y/n)?	n	n	n	y

N21
x4>=1
z= 50.00
integer
Best LBound

De esta manera, podemos concluir que de las dos restricciones que nacen de nuestra restricción con valor absoluto, la que nos ayuda en este caso para maximizar Z es la 2da: $x_1 - 10x_2 + 3x_3 \geq 15$.