Analisis de sensibilidad

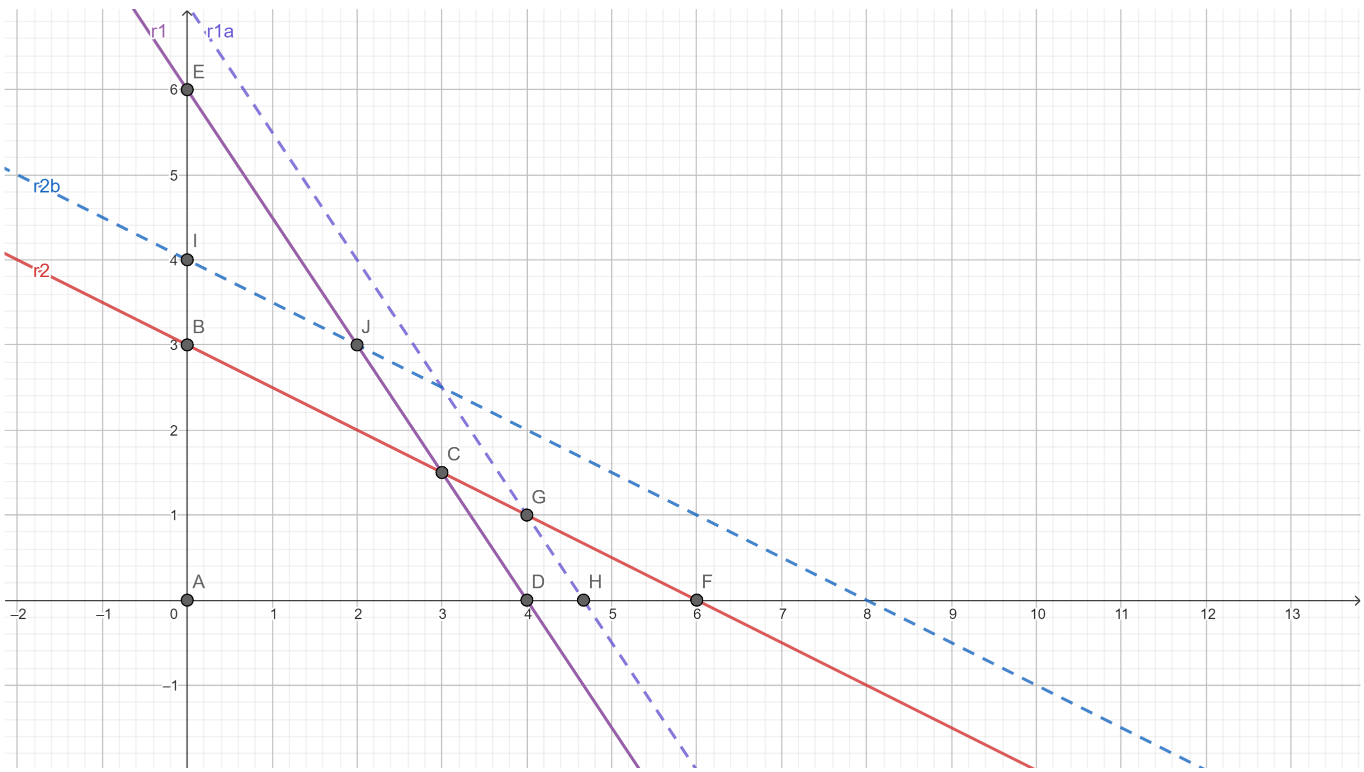
Método gráfico

$\text{Max} Z = 5x_1 + 4x_2$

$R_1 \to 6x_1 + 4x_2 \leq 24$

$R_2 \to x_1 + 2x_2 \leq 6$

$Z = 21$



El análisis de sensibilidad nos permite preveer como mejorar nuestra función objetivo. Para obtener un precio dual, debemos obtener un nuevo valor de Z, manipulando una de las restricciones.

Obtener Precio Dual_{R_1}

$R_{1.a} = 6x_1 + 4x_2 = 28$

Si $x_1 = 0$, entonces $x_2 = 7$

Si $x_2 = 0$, entonces $x_1 = 4.66$

En $x_1 = 4, x_2 = 1$ obtenemos el punto óptimo $Z_B = 24$

$\text{Precio Dual}_{R_1} = \frac{Z_B - Z_A}{P_{1.a} - P_1} = \frac{24-21}{28-24} = \frac{3}{4}$

Precio Dual_{R_1} nos indica que al manipular la R_1 en una unidad, varia en $\frac{3}{4}$ en el valor de Z.

Intervalo de factibilidad del Precio Dual_{R_1}

$\text{Punto B} \rightarrow (0,3)$	$6x_1 + 4x_2 \rightarrow 6(0) + 4(3)$	12
$\text{Punto F} \rightarrow (6,0)$	$6x_1 + 4x_2 \rightarrow 6(6) + 4(0)$	36

El precio dual calculado solo es valido mientras R_1 se mantenga entre estos valores.

$12 \leq \text{ R }_1 \leq 28$

Obtener Precio Dual_{R_2}

$R_{2.a} = x_1 + 2x_2 = 8$

Si $x_1 = 0$, entonces $x_2 = 4$

Si $x_2 = 0$, entonces $x_1 = 8$

En $x_1 = 2, x_2 = 3$ obtenemos el punto óptimo $Z_C = 22$

$\text{Precio Dual}_{R_2} = \frac{Z_C - Z_A}{R_{2.a} - R_2} = \frac{22-21}{8-6} = \frac{1}{2}$

Precio Dual_{R_2} nos indica que al manipular la R_2 en una unidad, varia en $\frac{1}{2}$ en el valor de Z.

Intervalo de factibilidad del Precio Dual_{R_2}

$\text{Punto D} \rightarrow (4,0)$	$x_1 + 2x_2 \rightarrow (4) + 2(0)$	4
$\text{Punto E} \rightarrow (0,6)$	$x_1 + 2x_2 \rightarrow (0) + 2(6)$	12

El precio dual calculado solo es valido mientras R_2 se mantenga entre estos valores.

$4 \leq \text{ R }_2 \leq 12$

La restricción que más afecta es R_1 por lo cual si queremos mejorar el punto óptimo, aumentar esta restricción maximizará el valor.

Intervalo de optimalidad

El intervalo de optimalidad es el intervalo en el cual el punto óptimo se va a mantener al cambiar los valores de los coeficientes. Si la optimalidad se sale de este intervalo, entonces, el punto óptimo cambiará.

> Para $Z = C_1x_1 + C_2x_2$ su optimalidad $O = \frac{C_1}{C_2}$
>
> De $R_i \rightarrow c_{i_1}x_1 + c_{i_2}x_2 \leq Ci$ obtenemos $L_i = \frac{c_{i_1}}{c_{i_2}}$
>
> Entonces con $L_i \leq L_j$, el intervalo de optimalidad es $L_i \leq O \leq L_j$

$Z = 5x_1 + 4x_2$ entonces $O = \frac{5}{4}$

$R_1 \rightarrow 6x_1 + 4x_2 \leq 24$ entonces $L_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$R_2 \rightarrow x_1 + 2x_2 \leq 6$ entonces $L_2 = \frac{1}{2}$

El intervalo de optimalidad de la funcion objetivo es $L_2 \leq O \leq L_1 \rightarrow \frac{1}{2} \leq O \leq \frac{3}{2}$

Tarea 2: Como hacer analisis de sensibilidad por el método algebráico.

Método algebraico

$\text{Max} Z = 5x_1 + 4x_2$

$R_1 \rightarrow 6x_1 + 4x_2 + s_1 = 24$

$R_2 \rightarrow x_1 + 2x_2 + s_2 = 6$

V_{NB}	V_B	**Valores**	PE	$Z = Z = 5x_1 + 4x_2$	**¿Factible?**
x_1, x_2	s_1, s_2	$24, 6$	A	0	Si
x_1, s_1	x_2, s_2	$6, -6$	B	---	No
x_1, s_2	x_2, s_1	$3, 12$	C	12	Si
x_2, s_1	x_1, s_2	$4, 2$	D	20	Si
x_2, s_2	x_1, s_1	$6, -12$	E	---	No
s_1, s_2	x_1, x_2	$3, 1.5$	F	21	Si

Obtener Precio Dual_{R_1}

$R_{1.a} = 6x_1 + 4x_2 = 28$

Recalculamos el punto óptimo obtenido con la nueva R_1

Punto F

$s_1, s_2 = 0$

$R_1 \rightarrow 6x_1 + 4x_2 + s_1 = 28$

$R_2 \rightarrow x_1 + 2x_2 + s_2 = 6$

$R_1 \rightarrow 6x_1 + 4x_2 + (0) = 28$

$R_2 \rightarrow x_1 + 2x_2 + (0) = 6$

$R_2 \rightarrow x_1 = 6 - 2x_2$

$R_1 \rightarrow 6(6 - 2x_2) + 4x_2 = 28$

$R_1 \rightarrow 36 - 12x_2 + 4x_2 = 28$

$R_1 \rightarrow -8x_2 = 28 - 36$

$R_1 \rightarrow x_2 = \frac{-8}{-8} = 1$

$R_2 \rightarrow x_1 = 6 - 2(1) = 4$

En $x_1 = 4, x_2 = 1$ obtenemos el punto óptimo con $Z_B = 5(4) + 4(1) = 24$

El resto del procedimiento, es igual al realizado con el método gráfico.

Obtener Precio Dual_{R_2}

$R_{2.a} = x_1 + 2x_2 = 8$

Recalculamos el punto óptimo obtenido con la nueva R_1

Punto F

$s_1, s_2 = 0$

$R_1 \rightarrow 6x_1 + 4x_2 + s_1 = 24$

$R_2 \rightarrow x_1 + 2x_2 + s_2 = 8$

$R_1 \rightarrow 6x_1 + 4x_2 + (0) = 24$

$R_2 \rightarrow x_1 + 2x_2 + (0) = 8$

$R_2 \rightarrow x_1 = 8 - 2x_2$

$R_1 \rightarrow 6(8 - 2x_2) + 4x_2 = 24$

$R_1 \rightarrow 48 - 12x_2 + 4x_2 = 24$

$R_1 \rightarrow -8x_2 = 24 - 48$

$R_1 \rightarrow x_2 = \frac{-24}{-8} = 3$

$R_2 \rightarrow x_1 = 8 - 2(3) = 2$

En $x_1 = 2, x_2 = 3$ obtenemos el punto óptimo con $Z_C = 5(2) + 4(3) = 22$

El resto del procedimiento, es igual al realizado con el método gráfico.