



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE  
**CHIHUAHUA**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIHUAHUA  
Facultad de Ingeniería



Ingeniería en Ciencias de la Computación

## **INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES 2**

### **Actividad: Variables artificiales - Método 2 fases**

*Trabajo de:* ADRIAN (ADORA) GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ [359834]  
*Asesora:* OLANDA PRIETO ORDAZ

*29 de septiembre de 2024*

Resuelva el siguiente problema

## Funcion objetivo

$$\text{Maximizar } Z = 2x_1 + 2x_2 + 4x_3$$

## Restricciones

$$\text{Restriccion}_1 \rightarrow 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$$

$$\text{Restriccion}_2 \rightarrow 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 8$$

$$\text{Restriccion}_3 \rightarrow x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

## Ecuaciones

| La holgura se suma, el superhabit se resta

$$\text{Restriccion}_1 \rightarrow 2x_1 + x_2 + x_3 + s_1 = 2$$

$$\text{Restriccion}_2 \rightarrow 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - S_2 + R_2 = 8$$

$$\text{Restriccion}_3 \rightarrow x_1, x_2, x_3, s_1, S_2, R_2 \geq 0$$

## Fase 1

### Definición del problema

$$\text{Min } r = R_2$$

$$r - R_2 = 0$$

$$\text{Restriccion}_1 \rightarrow 2x_1 + x_2 + x_3 + s_1 = 2$$

$$\text{Restriccion}_2 \rightarrow 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - S_2 + R_2 = 8$$

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	$Solución$
$r$	1	0	0	0	0	0	-1	0
$s_1$	0	2	1	1	1	0	0	2
$R_2$	0	3	4	2	0	-1	1	8

## Corregir r

Se suman  $r + R_2$  para convertir la posición  $R_2$  a 0.

Nueva fila  $r \rightarrow$  Fila actual  $r + C_2 R_2$

Donde  $C_2$  es el coeficiente que anula el valor de la fila  $r$  en la columna  $R_2$ .

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	$Solución$
$r$	1	0	0	0	0	0	-1	0
$R_2$	0	3	4	2	0	-1	1	8
$r \rightarrow r + R_2$	1	3	4	2	0	-1	0	8

## Tabla inicial

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	$Solución$
$r$	1	3	4	2	0	-1	0	8
$s_1$	0	2	1	1	1	0	0	2
$R_2$	0	3	4	2	0	-1	1	8

## Primera iteración

$V_E$  y  $V_P$

$$V_E = x_2$$

$V_B$	Columna $V_E$	Columna $Solución$	Relación mínima	Válida
$s_1$	1	2	$\frac{2}{1} = 2$	Sí
$R_2$	4	8	$\frac{8}{4} = 2$	Sí

$$V_P = s_1$$

## Actualizar fila $V_P$

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	$Solución$
$s_1 \rightarrow x_2$	0	2	1	1	1	0	0	2
$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	$Solución$
$r$	1	3	4	2	0	-1	0	8
$x_2$	0	2	1	1	1	0	0	2
$R_2$	0	3	4	2	0	-1	1	8

## Actualizar filas respecto a la fila $V_P$

### Actualizar $r$

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	$Solución$
$r$	1	3	4	2	0	-1	0	8
$x_2$	0	2	1	1	1	0	0	2
$-4x_2$	0	-8	-4	-4	-4	0	0	-8
$r = r - 4x_2$	1	-5	0	-2	-4	-1	0	0

### Actualizar $R_2$

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	$Solución$
$R_2$	0	3	4	2	0	-1	1	8
$x_2$	0	2	1	1	1	0	0	2
$-4x_2$	0	-8	-4	-4	-4	0	0	-8
$R_2 = R_2 - 4x_2$	0	-5	0	-2	-4	-1	1	0

## Actualizar tabla con filas actualizadas

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	<i>Solución</i>
$r$	1	-5	0	-2	-4	-1	0	0
$x_2$	0	2	1	1	1	0	0	2
$R_2$	0	-5	0	-2	-4	-1	1	0

La variable artificial es una variable básica, por lo que debemos hacer una corrección. Primero lo intente con  $s_1$  pero llegaba a contradecir r nuevamente, aunque no supe explicar por que, así que opte por  $x_1$

## Solucionar variable artificial básica

$V_E$  y  $V_P$

$$V_E = x_1$$

$$V_P = R_2$$

## Actualizar fila $V_P$

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	<i>Solución</i>
$R_2 \rightarrow x_1$	0	1	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{-1}{5}$	0
$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	<i>Solución</i>
$r$	1	-5	0	-2	-4	-1	0	0
$x_2$	0	2	1	1	1	0	0	2
$x_1$	0	1	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{-1}{5}$	0

## Actualizar filas respecto a la fila $V_P$

### Actualizar $r$

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	<i>Solución</i>
$r$	1	-5	0	-2	-4	-1	0	0
$x_1$	0	1	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{-1}{5}$	0
$5x_1$	0	5	0	2	4	1	-1	0

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	$Solución$
$r = r + 5s_1$	1	0	0	0	0	0	-1	0

## Actualizar $x_2$

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	$Solución$
$x_2$	0	2	1	1	1	0	0	2
$x_1$	0	1	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0
$-2x_1$	0	-2	0	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{8}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	0
$x_2 = x_2 - 2x_1$	0	0	1	$\frac{1}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	2

## Actualizar tabla con filas actualizadas

$V_B$	$r$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$R_2$	$Solución$
$r$	1	0	0	0	0	0	-1	0
$x_2$	0	0	1	$\frac{1}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	2
$x_1$	0	1	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0

## Fase 2

### Definición del problema

Maximizar  $Z = 2x_1 + 2x_2 + 4x_3$

$$Z - 2x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0$$

$$\text{Restriccion}_1 \rightarrow 1x_2 + \frac{1}{5}x_3 - \frac{3}{5}s_1 - \frac{2}{5}S_2 = 2$$

$$\text{Restriccion}_2 \rightarrow 1x_1 + \frac{2}{5}2x_3 - \frac{4}{5}s_1 + \frac{1}{5}S_2 + R_2 = 0$$

### Eliminar columnas artificiales y restituir Z

$V_B$	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$Solución$
$Z$	1	-2	-2	-4	0	0	0
$x_2$	0	0	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{-3}{5}$	$\frac{-2}{5}$	2
$x_1$	0	1	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	0

La fila Z no es congruente a la solución, así que corregiremos Z.

# Corregir Z

Debemos estandarizar los coeficientes de las variables básicas en Z.

Nueva fila  $Z \rightarrow$  Fila actual  $Z + C_1x_1 + C_2x_2$

Donde  $C_1$  es el coeficiente que anula el valor de la fila Z en la columna  $x_1$  y  $C_2$  es el coeficiente que anula el valor de la fila Z en la columna  $x_2$ .

$V_B$	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$Solución$
$Z$	1	-2	-2	-4	0	0	0
$2x_2$	0	0	2	$\frac{2}{5}$	$\frac{-6}{5}$	$\frac{-4}{5}$	4
$2x_1$	0	2	0	$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{2}{5}$	0
$Z \rightarrow Z + x_1 + x_2$	1	0	0	$\frac{-14}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{-2}{5}$	4

# Tabla inicial

$V_B$	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$Solución$
$Z$	1	0	0	$\frac{-14}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{-2}{5}$	4
$x_2$	0	0	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{-3}{5}$	$\frac{-2}{5}$	2
$x_1$	0	1	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	0

# Primera iteración

$V_E$  y  $V_P$

$$V_E = x_3$$

$V_B$	Columna $V_E$	Columna <i>Solución</i>	Relación mínima	Válida
$x_2$	$\frac{1}{5}$	2	$\frac{2}{\frac{1}{5}} = 10$	Sí
$x_1$	$\frac{2}{5}$	0	$\frac{0}{\frac{2}{5}} = 0$	Si

$$V_P = x_1$$

## Actualizar fila $V_P$

$V_B$	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	<i>Solución</i>
$x_1 \rightarrow x_3$	0	$\frac{5}{2}$	0	1	2	$\frac{1}{2}$	0
$V_B$	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	<i>Solución</i>
$Z$	1	0	0	$\frac{-14}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{-2}{5}$	4
$x_2$	0	0	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{-3}{5}$	$\frac{-2}{5}$	2
$x_3$	0	$\frac{5}{2}$	0	1	2	$\frac{1}{2}$	0

## Actualizar filas respecto a la fila $V_P$

### Actualizar $Z$

$V_B$	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	<i>Solución</i>
$Z$	1	0	0	$\frac{-14}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{-2}{5}$	4
$x_3$	0	$\frac{5}{2}$	0	1	2	$\frac{1}{2}$	0
$\frac{14}{5}x_3$	0	7	0	$\frac{14}{5}$	$\frac{28}{5}$	$\frac{7}{5}$	0
$Z = Z + \frac{14}{5}x_3$	1	7	0	0	6	1	4

### Actualizar $x_2$

$V_B$	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	<i>Solución</i>
$x_2$	0	0	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{-3}{5}$	$\frac{-2}{5}$	2
$x_3$	0	$\frac{5}{2}$	0	1	2	$\frac{1}{2}$	0
$-\frac{1}{5}x_3$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{10}$	0



$V_B$	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$Solución$
$x_2 = x_2 - \frac{1}{5}x_3$	0	$-\frac{1}{2}$	1	0	-1	$-\frac{1}{2}$	2

## Actualizar tabla con filas actualizadas

$V_B$	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$S_2$	$Solución$
$Z$	1	7	0	0	6	1	4
$x_2$	0	$-\frac{1}{2}$	1	0	-1	$-\frac{1}{2}$	2
$x_3$	0	$\frac{5}{2}$	0	1	2	$\frac{1}{2}$	0

Esta es la tabla final.