

Metodo M

Es utilizado cuando una ecuación i no tiene holgura (o una variable que pueda desempeñar el papel de una). Se agrega una variable artificial R_i , para formar una solución inicial parecida a la solución básica de total de holgura.

Las variables artificiales no forman parte del problema original, y se requiere un artificio de modelado para igualarlas a 0 en el momento en que alcancen la iteración óptima (en caso que tenga una solución factible). La meta se logra penalizando estas variables en la función objetivo utilizando la siguiente regla:

- Regla de penalización para variables artificiales. Dado M , un valor positivo suficientemente grande, donde $M \rightarrow \infty$, el coeficiente objetivo de una variable artificial representa una penalización adecuada sí:

$$\text{Coeficiente objetivo de variable artificial} = \begin{cases} -M, & \text{para problemas de maximización,} \\ M, & \text{para problemas de minimización} \end{cases}$$

Funcion objetivo

$$\text{Minimizar} = 4x_1 + x_2$$

Restricciones

$$\text{Restriccion}_1 \rightarrow 3x_1 + x_2 = 3$$

$$\text{Restriccion}_2 \rightarrow 4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$\text{Restriccion}_3 \rightarrow x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$\text{Restriccion}_4 \rightarrow x_1, x_2 \geq 0$$

Ecuaciones

Las ecuaciones sin holgura se le suma una variable artificial R_i

$$Z - 4x_1 - x_2 - MR_1 - MR_2 = 0$$

$$\text{Restriccion}_1 \rightarrow 3x_1 + x_2 + R_1 = 3$$

$$\text{Restriccion}_2 \rightarrow 4x_1 + 3x_2 - S_2 + R_2 = 6$$

$$\text{Restriccion}_3 \rightarrow x_1 + 2x_2 + s_3 = 4$$

Utilizaremos el valor de M en $M = 100$

$$Z - 4x_1 - x_2 - 100R_1 - 100R_2 = 0$$

Comprobación de la función Z.

Considerando que las holguras son R_1 , R_2 y s_3 , éstas son nuestras variables de entrada.

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	<i>Solución</i>
Z	1	-4	-1	0	0	-100	-100	0
R_1	0	3	1	0	0	1	0	3
R_2	0	4	3	-1	0	0	1	6
s_3	0	1	2	0	1	0	0	4

$$Z = 0 \neq 4(0) + 1(0) + 100(3) + 100(4) = 900$$

Corregir Z

$$\text{De Restriccion}_1 \rightarrow 3x_1 + x_2 + R_1 = 3 :$$

$$R_1 = -3x_1 - x_2 + 3$$

$$\text{De Restriccion}_2 \rightarrow 4x_1 + 3x_2 - S_2 + R_2 = 6$$

$$R_2 = -4x_1 - 3x_2 + S_2 + 6$$

$$\text{Sustituyendo en } Z - 4x_1 - 1x_2 - 100R_1 - 100R_2 = 0$$

$$Z - 4x_1 - x_2 - 100(-3x_1 - x_2 + 3) - 100(-4x_1 - 3x_2 + S_2 + 6) = 0$$

$$Z - 4x_1 - x_2 + 300x_1 + 100x_2 - 300 + 400x_1 + 300x_2 - 100S_2 - 600 = 0$$

$Z + 696x_1 + 399x_2 - 100S_2 = 900$

Tabla inicial

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
Z	1	696	399	−100	0	0	0	900
R_1	0	3	1	0	0	1	0	3
R_2	0	4	3	−1	0	0	1	6
s_3	0	1	2	0	1	0	0	4

Primera iteración

V_E y V_P

$V_E = x_1$

V_B	Columna V_E	Columna $Solución$	Relación mínima	Válida
R_1	3	3	$\frac{3}{3} = 1$	Sí
R_2	4	6	$\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$	Sí
s_3	1	4	$\frac{4}{1} = 4$	Sí

$V_P = R_1$

Actualizar fila V_P

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
$R_1 \rightarrow x_1$	0	$\frac{3}{3} = 1$	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{3}{3} = 1$
V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
Z	1	696	399	−100	0	0	0	900
x_1	0	1	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0	1
R_2	0	4	3	−11	0	0	1	6
s_3	0	1	2	0	1	0	0	4

Actualizar filas respecto a la fila V_P

Actualizar Z

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
Z	1	696	399	-100	0	0	0	900
x_1	0	1	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0	1
$-696x_1$	0	-696	-232	0	0	-232	0	-696
$Z \rightarrow Z - 696x_1$	1	0	167	-100	0	-232	0	204

Actualizar R_2

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
R_2	0	4	3	-1	0	0	1	6
x_1	0	1	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0	1
$-4x_1$	0	-4	$-\frac{4}{3}$	0	0	$-\frac{4}{3}$	0	-4
$R_2 \rightarrow R_2 - 4x_1$	0	0	$\frac{5}{3}$	-1	0	$-\frac{4}{3}$	1	2

Actualizar s_3

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
s_3	0	1	2	0	1	0	0	4
x_1	0	1	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0	1
$-1x_1$	0	-1	$-\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	-1
$s_3 \rightarrow s_3 - 1x_1$	0	0	$\frac{5}{3}$	0	1	$-\frac{1}{3}$	0	3

Actualizar tabla con filas actualizadas

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
Z	1	0	167	-100	0	-232	0	204
x_1	0	1	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0	1

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
R_2	0	0	$\frac{5}{3}$	-1	0	$\frac{-4}{3}$	1	2
s_3	0	0	$\frac{5}{3}$	0	1	$\frac{-1}{3}$	0	3

Segunda iteración

V_E y V_P

$V_E = x_2$

V_B	Columna V_E	Columna $Solución$	Relación mínima	Válida
x_1	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$	Sí
R_2	$\frac{5}{3}$	2	$\frac{2}{\frac{5}{3}} = \frac{6}{5}$	Sí
s_3	$\frac{5}{3}$	3	$\frac{3}{\frac{5}{3}} = \frac{9}{5}$	Sí

$V_P = R_2$

Actualizar fila V_P

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
$R_2 \rightarrow x_2$	0	0	$\frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}} = 1$	$\frac{-1}{\frac{5}{3}} = \frac{-3}{5}$	0	$\frac{\frac{-4}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{-4}{5}$	$\frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$	$\frac{2}{\frac{5}{3}} = \frac{6}{5}$

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
Z	1	0	167	-100	0	-232	0	204
x_1	0	1	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0	1
x_2	0	0	1	$\frac{-3}{5}$	0	$\frac{-4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{5}$
s_3	0	0	$\frac{5}{3}$	0	1	$\frac{-1}{3}$	0	3

Actualizar filas respecto a la fila V_P

Actualizar Z

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
Z	1	0	167	-100	0	-232	0	204
x_2	0	0	1	$-\frac{3}{5}$	0	$-\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{5}$
$-167x_2$	0	0	-167	$\frac{501}{5}$	0	$\frac{668}{5}$	$-\frac{501}{5}$	$-\frac{1002}{5}$
$Z \rightarrow Z - 167x_2$	1	0	0	$\frac{1}{5}$	0	$-\frac{492}{5}$	$-\frac{501}{5}$	$\frac{18}{5}$

Actualizar x_1

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
x_1	0	1	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0	1
x_2	0	0	1	$-\frac{3}{5}$	0	$-\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{5}$
$-\frac{1}{3}x_2$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{4}{15}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{2}{5}$
$x_1 \rightarrow x_1 - \frac{1}{3}x_2$	0	1	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$

Actualizar s_3

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
s_3	0	0	$\frac{5}{3}$	0	1	$-\frac{1}{3}$	0	3
x_2	0	0	1	$-\frac{3}{5}$	0	$-\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{5}$
$-\frac{5}{3}x_2$	0	0	$-\frac{5}{3}$	1	0	$\frac{4}{3}$	-1	-2
$s_3 \rightarrow s_3 - x_2$	0	0	0	1	1	1	-1	1

Actualizar tabla con filas actualizadas

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
Z	1	0	0	$\frac{1}{5}$	0	$-\frac{492}{5}$	$-\frac{501}{5}$	$\frac{18}{5}$
x_1	0	1	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$
x_2	0	0	1	$-\frac{3}{5}$	0	$-\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{5}$
s_3	0	0	0	1	1	1	-1	1

Tercera iteración

V_E y V_P

$V_E = S_2$

V_B	Columna V_E	Columna $Solución$	Relación mínima	Válida
x_1	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{5}} = 3$	Sí
x_2	$\frac{-3}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{\frac{6}{5}}{\frac{-3}{5}}$	No
s_3	1	1	$\frac{1}{1} = 1$	Sí

$V_P = s_3$

Actualizar fila V_P

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
$s_3 \rightarrow S_2$	0	0	0	1	1	1	-1	1

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
Z	1	0	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{-492}{5}$	$\frac{-501}{5}$	$\frac{18}{5}$
x_1	0	1	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{3}{5}$
x_2	0	0	1	$\frac{-3}{5}$	0	$\frac{-4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{5}$
S_2	0	0	0	1	1	1	-1	1

Actualizar filas respecto a la fila V_P

Actualizar Z

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
Z	1	0	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{-492}{5}$	$\frac{-501}{5}$	$\frac{18}{5}$
S_2	0	0	0	1	1	1	-1	1
$\frac{-1}{5} S_2$	0	0	0	$\frac{-1}{5}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{-1}{5}$

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
$Z \rightarrow Z - \frac{1}{5}S_2$	1	0	0	0	0	$\frac{-493}{5}$	-100	$\frac{17}{5}$

Actualizar x_1

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
x_1	0	1	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{3}{5}$
S_2	0	0	0	1	1	1	-1	1
$\frac{-1}{5}S_2$	0	0	0	$\frac{-1}{5}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{-1}{5}$
$x_1 \rightarrow x_1 - \frac{1}{5}S_2$	0	1	0	0	$\frac{-1}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	$\frac{2}{5}$

Actualizar x_2

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
x_2	0	0	1	$\frac{-3}{5}$	0	$\frac{-4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{5}$
S_2	0	0	0	1	1	1	-1	1
$\frac{3}{5}S_2$	0	0	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{-3}{5}$	$\frac{3}{5}$
$x_2 \rightarrow x_2 + \frac{3}{5}S_2$	0	0	1	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{-1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$

Actualizar tabla con filas actualizadas

V_B	Z	x_1	x_2	S_2	s_3	R_1	R_2	$Solución$
Z	1	0	0	0	0	$\frac{-493}{5}$	-100	$\frac{17}{5}$
x_1	0	1	0	0	$\frac{-1}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	$\frac{2}{5}$
x_2	0	0	1	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{-1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$
S_2	0	0	0	1	1	1	-1	1

Esta es la tabla final