



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE  
CHIHUAHUA

# Problemas P vs NP y qué algoritmos existen para cada uno

---

Erick Fernando Nevarez Ávila / 357664

Adrian A. González Domínguez / 359834

Héctor Daniel Medrano Meza / 361345

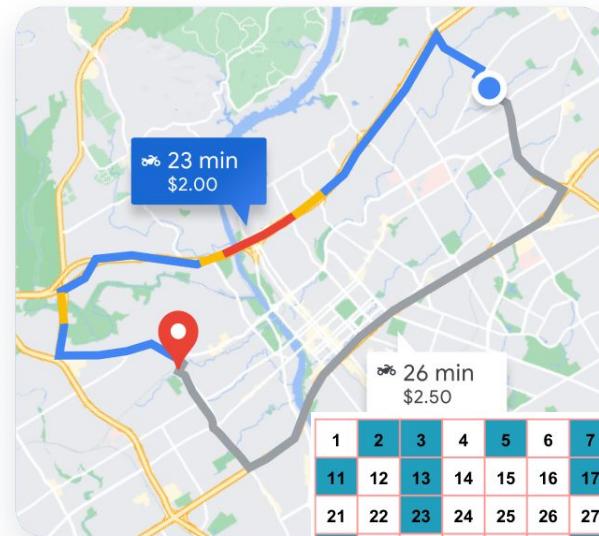
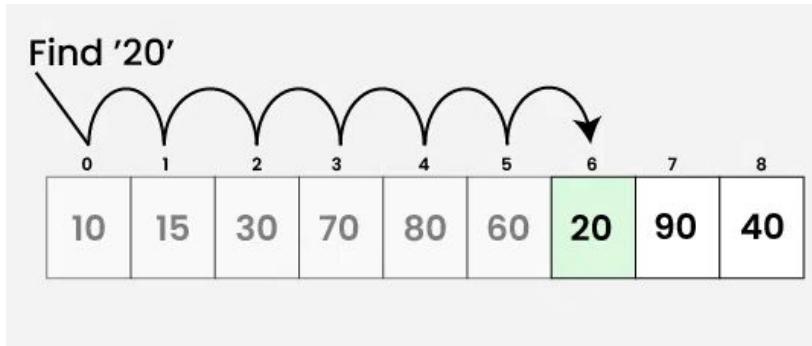
5 de noviembre de 2024



# Problemas P

Qué es un problema de clase P y qué orden de eficiencia tiene

$$3x = 24$$
$$\frac{x}{4} = 20$$
$$\frac{8}{x} = 4$$
$$3x + 2 = 14$$

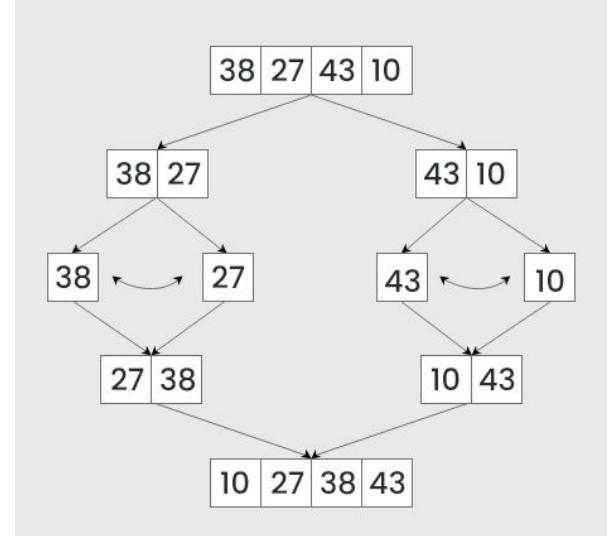
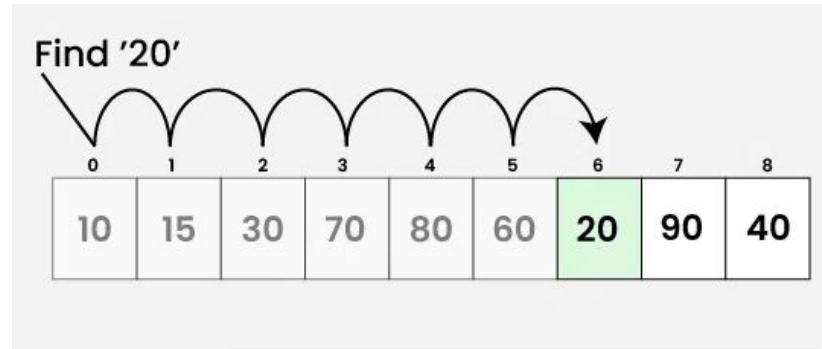
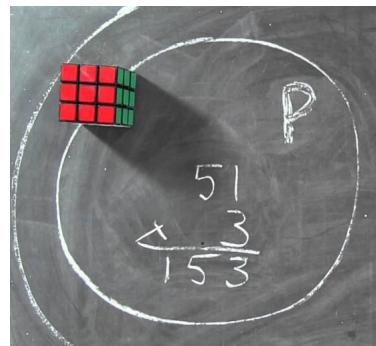


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

# Definición

(Polynomial)

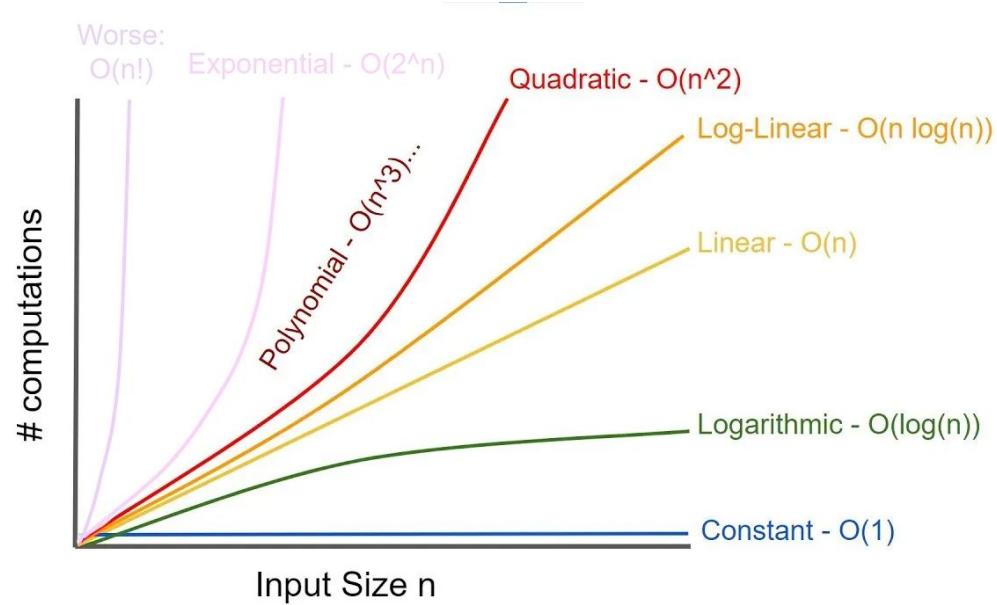
Son los tipos de problemas que son relativamente fáciles de resolver para una computadora, aquellos en los que podemos encontrar una respuesta en una cantidad de tiempo polinomial.



# Órden de Eficiencia

Su órden de eficiencia es  $f(n) = n^k$ , para una constante  $k$ , donde  $n$  es el tamaño de la entrada.

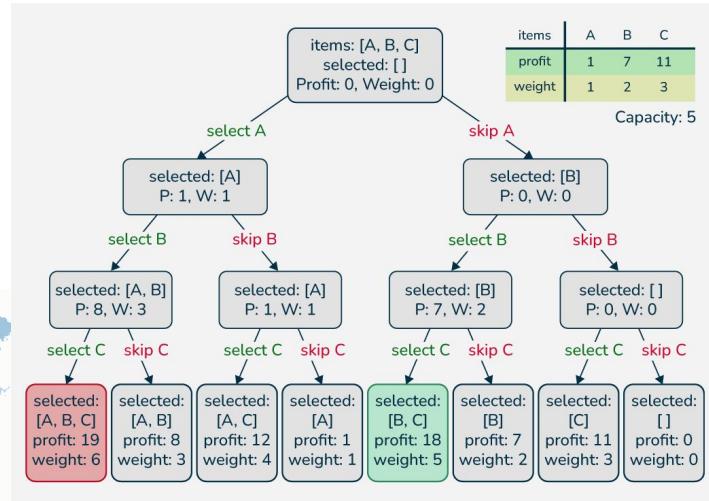
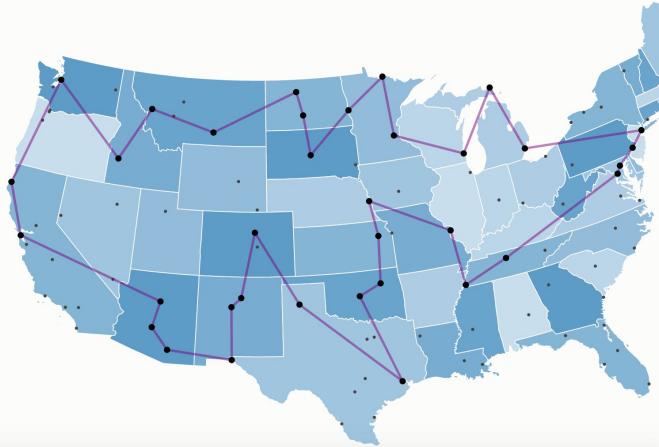
*Es decir, es de orden polinómico.*



# Problemas NP

Qué es un problema de clase NP, qué orden de eficiencia tiene

5	3		7			
6			1	9	5	
	9	8				6
8			6			3
4		8	3			1
7		2				6
6			2	8		
	4	1	9			5
	8			7	9	

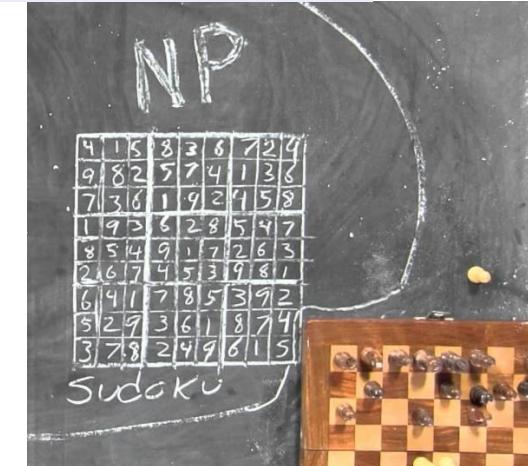
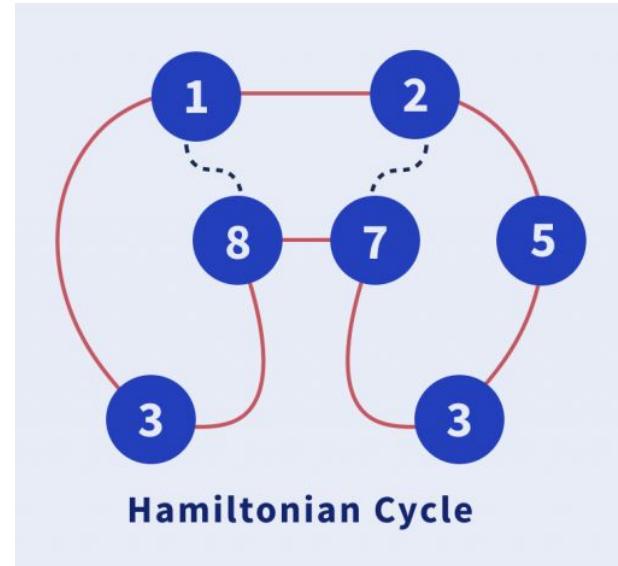


# Definición

(*Nondeterministic Polynomial Time*)

Son el conjunto de problemas en los que podemos comprobar en un tiempo razonable (polinomial) si una respuesta al problema es correcta o no.

# P=NP?

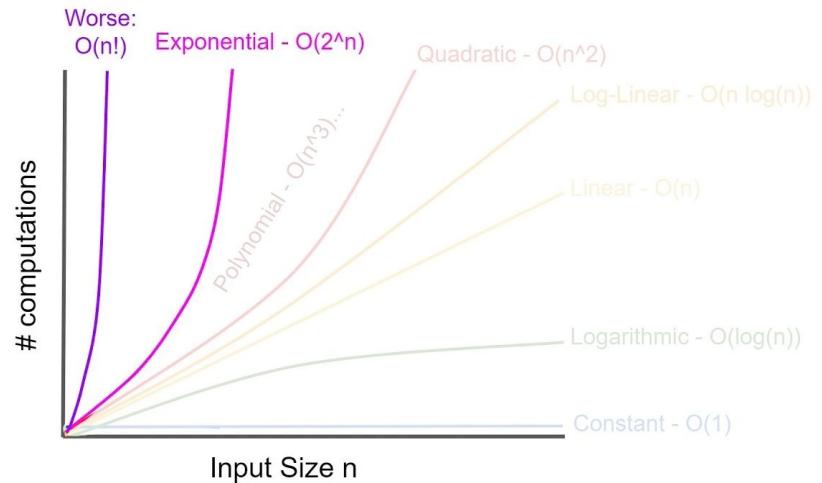


# Órden de Eficiencia

Su órden de eficiencia es tanto  $f(n) = 2^n$ ,  
como  $f(n) = n!$

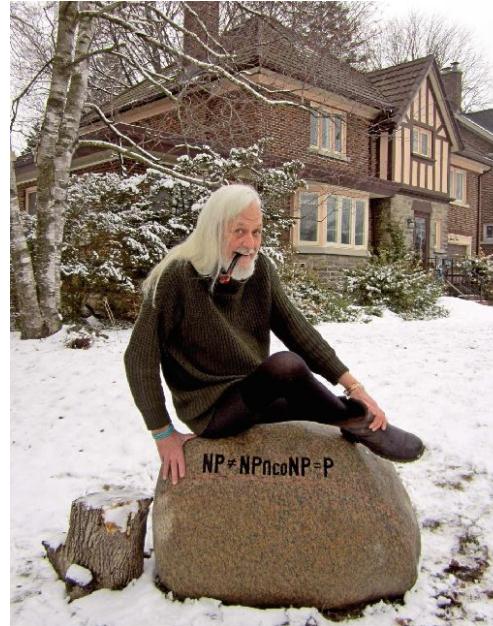
*Es decir, son de orden exponencial, o factorial.*

Cabe aclarar que este es su orden de resolución, más no de verificación.



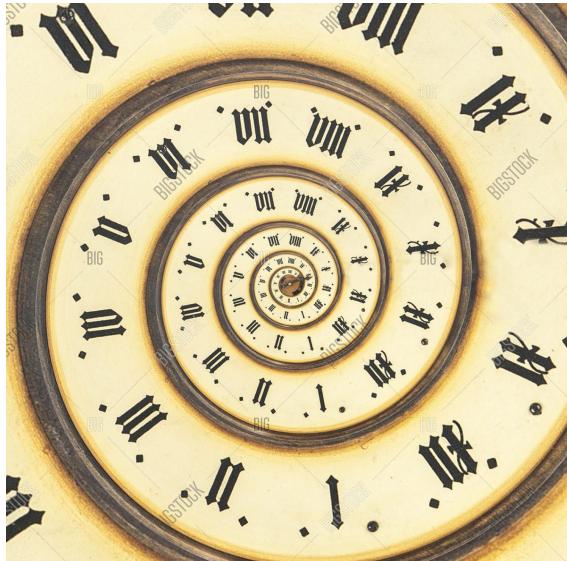
# P, NP, NP Completo y NP difícil

P, Tiempo Polinomial. En la década de 1960 acostumbraba Jack Edmonds este concepto



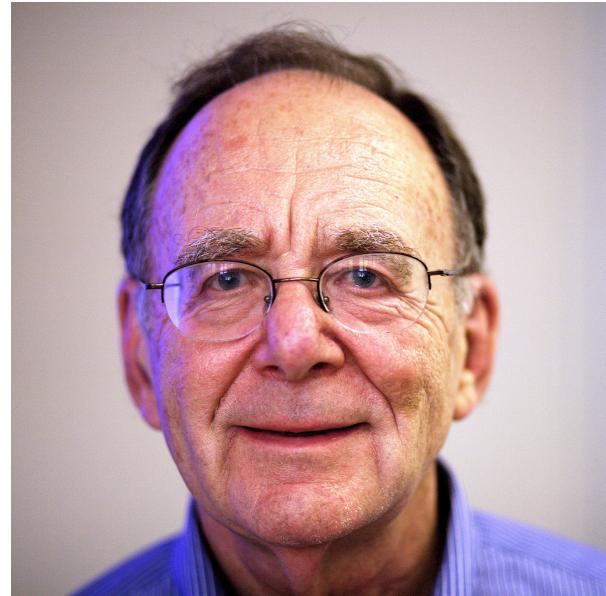
# P, NP, NP Completo y NP difícil

NP, tiempo No determinista Polinomial. Stephen Arthur Cook en 1971  
introdujo el concepto NP



# P, NP, NP Completo y NP difícil

Es NP, es tan difícil como cualquier problema NP. Richard Karp identificó 21 problemas NP completos en 1972



# P, NP, NP Completo y NP difícil

Es NP, pero su solución no se verifica en tiempo Polinomial. Se formuló en 1973 dicho concepto, se cree que por el matemático Leonid Levin

A man in a light-colored shirt and dark trousers is standing in front of a chalkboard, writing complex mathematical and scientific equations. The chalkboard is covered with handwritten notes, diagrams, and calculations. Some of the visible text includes:  
- A graph with axes labeled  $x$  and  $y$ , showing a shaded region bounded by  $y = \frac{3}{2}x + 1$  and  $y = t^2$ .  
- Equations involving  $x^2 + z^2 = 76$ ,  $\Delta(A_2) = 2 \cdot 2^{\frac{n}{2}}$ , and  $\Delta_2 H - N - H$ .  
- A chemical structure with labels like  $H-C-N=C-H$  and  $(x+d)^n$ .  
- A diagram of a cube with various labels and numbers around it.  
- Mathematical symbols and operations such as  $\int f(x) dx$ ,  $\sum$ , and  $\frac{d}{dx}$ .  
- A large number of handwritten digits and letters scattered across the board.

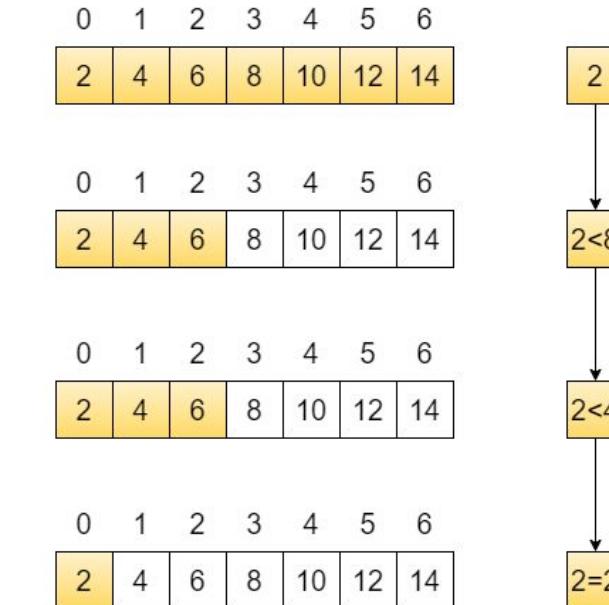
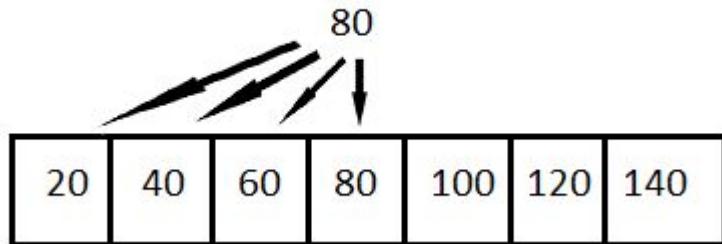


# ¿Que algoritmos conocidos existen en P?

Busqueda lineal  $O(n)$

Busqueda binaria  $O(\log n)$

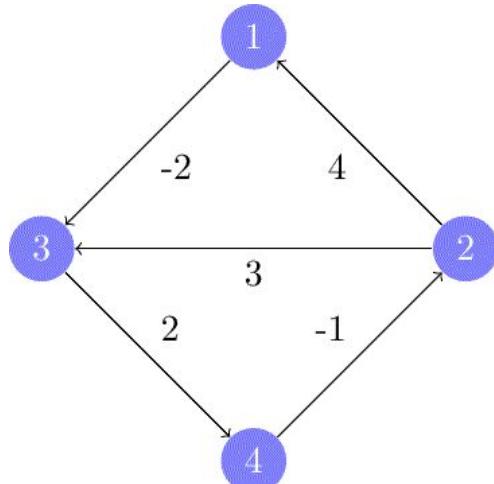
Elemento a buscar: 80



# ¿Que algoritmos conocidos existen en P?

Ordenacion eficiente  $O(n \log n)$

Algoritmos en grafos  $O(V^2)$

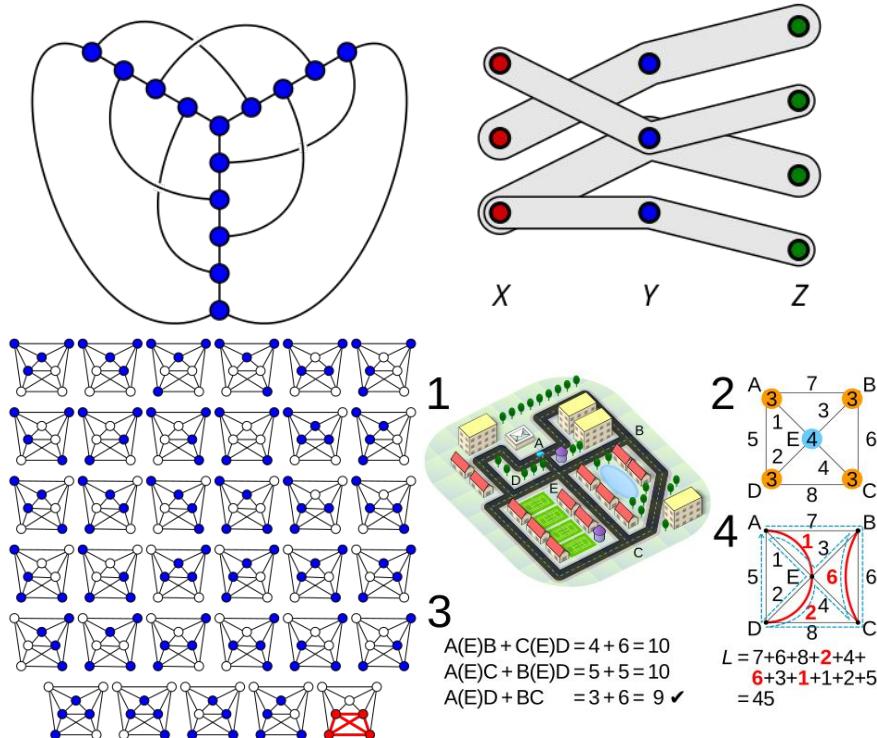


Here, we have represented the recursive call after each partitioning step of the array.

4	3	1	2	5	9	7	10	6
				pivot				
1	2	4	3					
	pivot							
1		3	4					
		pivot						
4								
				pivot				
6	7	10	9					
	pivot							
7	9	10						
	pivot							
7		10						
		pivot						

# Ejemplos de problemas NP de grafos

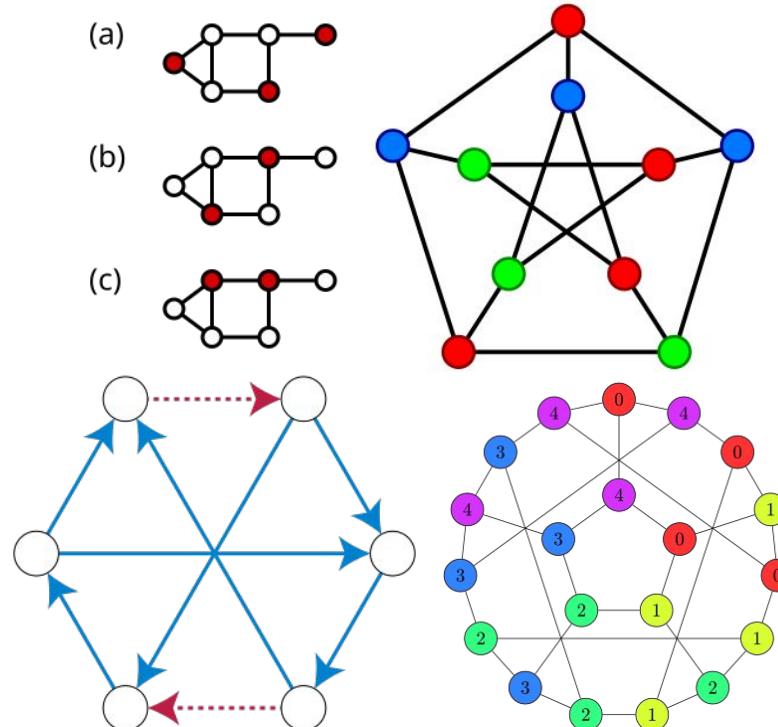
1. 1-planaridad
2. Emparejamiento tridimensional
3. Problema de la banda
4. Dimensión bipartita
5. Árbol recubridor mínimo  
capacitado
6. Problema de inspección de rutas  
para grafos mixtos
7. Problema de cobertura de cliques
8. Problema de cliques
9. Coloración completa/número  
acromático



# Ejemplos de problemas NP de grafos

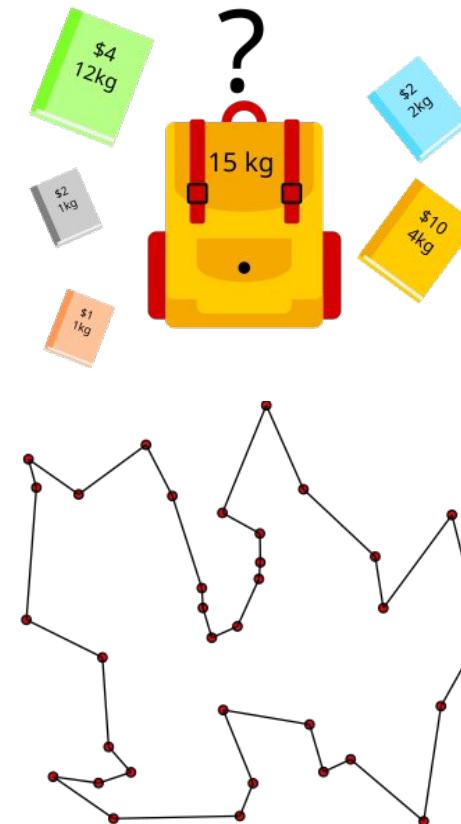
10. Rango de ciclo
11. Árbol recubridor restringido por grado
12. Número domático
13. Conjunto dominante
14. Conjunto de vértices de retroalimentación
15. Conjunto de aristas de retroalimentación
16. Coloreado de grafos

Etc.



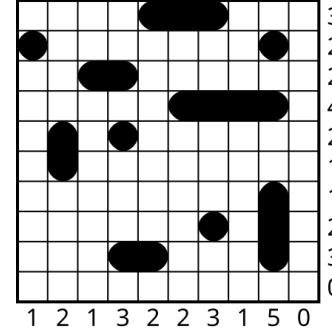
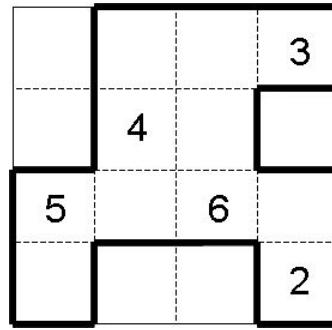
# Ejemplos de problemas NP en programación matemática

1. Problema Knapsack
2. Programación de multiprocesadores
3. Emparejamiento numérico tridimensional
4. Programación abierta
5. Problema de partición
6. Problema de asignación cuadrática
7. Problema de suma de subconjuntos
8. Problema del viajante de comercio.



# Ejemplos de problemas NP en juegos y puzzles

1. Bolsa (Corral)
2. Batalla naval
3. Rompecabezas de emparejamiento de aristas
4. Fillomino
5. FreeCell (generalizado)
6. Goishi Hiroi
7. Hashiwokakero
8. Heyawake
9. Insanity Instant (generalizado)
10. Kakuro (Sumas cruzadas)
11. Kingdomino



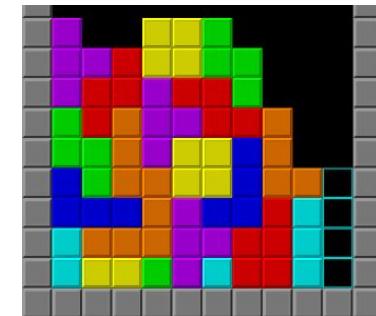
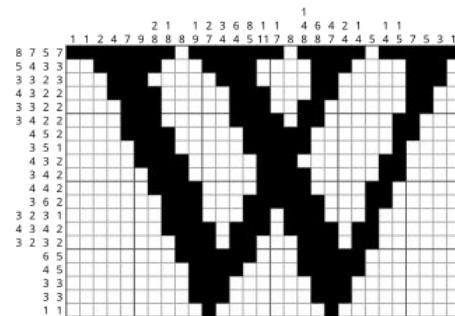
		3			5
	8	3	10		5
3			4	4	
1	3	3		2	
2		3		2	
	2		3	1	3
	4	4			3
4		4	3	3	
			1		
6					



# Ejemplos de problemas NP en juegos y puzzles

12. Nonograms
13. Solitario Mahjong (con visión bajo fichas)
14. Problema de consistencia de Buscaminas
15. Solitaire de clavijas
16. Solución óptima para el Cubo de Rubik de  $N \times N \times N$
17. Sudoku (generalizado)
18. Tatamibari
19. Tentai Show
20. Problemas relacionados con Tetris

5	3		7					
6			1	9	5			
	9	8				6		
8			6				3	
4		8	3				1	
7			2			6		
	6			2	8			
			4	1	9		5	
			8			7	9	



# SAT. Problema de satisfacibilidad booleana

Dadas  $n$  variables booleanas y una expresión booleana cualquiera formada con dichas variables. Indica al menos un conjunto de valores, en los que se evalúan las variables, para el cual, la solución es verdadera, si és que existe alguna.

Por ejemplo:

$$x_1, x_2 \text{ y } x_1 \vee \neg x_2$$

# SAT. Problema de satisfacibilidad booleana

Dadas  $n$  variables booleanas y una expresión booleana cualquiera formada con dichas variables. Indica al menos un conjunto de valores, en los que se evalúan las variables, para el cual, la solución es verdadera, si es que existe alguna.

Por ejemplo:

$$x_1, x_2 \text{ y } x_1 \vee \neg x_2$$

$x_1$	$x_2$	$\neg x_2$	$x_1 \vee \neg x_2$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

# SAT. Problema de satisfacibilidad booleana

$x_1, x_2, x_3, x_4$  y  $(x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)$

# SAT. Problema de satisfacibilidad booleana

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ y } (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)$$

x1	x2	x3	x4	$\neg x_2$	$\neg x_3$	$\neg x_4$	$(x_1 \vee \neg x_3)$	$(\neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)$	$(x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)$
T	T	T	T	F	F	F	T	T	T
T	T	T	F	F	F	T	T	T	T
T	T	F	T	F	T	F	T	F	F
T	T	F	F	F	T	T	T	T	T
T	F	T	T	T	F	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T	F	T	T	T
T	F	E	E	T	T	T	T	T	T

# SAT. Problema de satisfacibilidad booleana

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ y } (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)$$

x1	x2	x3	x4	$\neg x_2$	$\neg x_3$	$\neg x_4$	$(x_1 \vee \neg x_3)$	$(\neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)$	$(x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)$
F	T	T	T	F	F	F	F	T	F
F	T	T	F	F	F	T	F	T	F
F	T	F	T	F	T	F	T	F	F
F	T	F	F	F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	F	F	F	T	F
F	F	T	F	T	F	T	F	T	F
F	F	F	T	T	T	F	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T	T	T	T

# SAT. Problema de satisfacibilidad booleana

La solución del problema tiene una complejidad temporal

$$O(2^n)$$

Pero dada una solución verdadera

x1	x2	x3	x4
F	T	F	F

Validar que es verdadera

$$\begin{aligned} & (x_1 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (\neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4) \\ & T \end{aligned}$$

Solo se necesita “evaluar” las variables y hacer las operaciones

$\neg x_2$	$\neg x_3$	$\neg x_4$	$(x_1 \vee \neg x_3)$	$(\neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)$
F	T	T	T	T

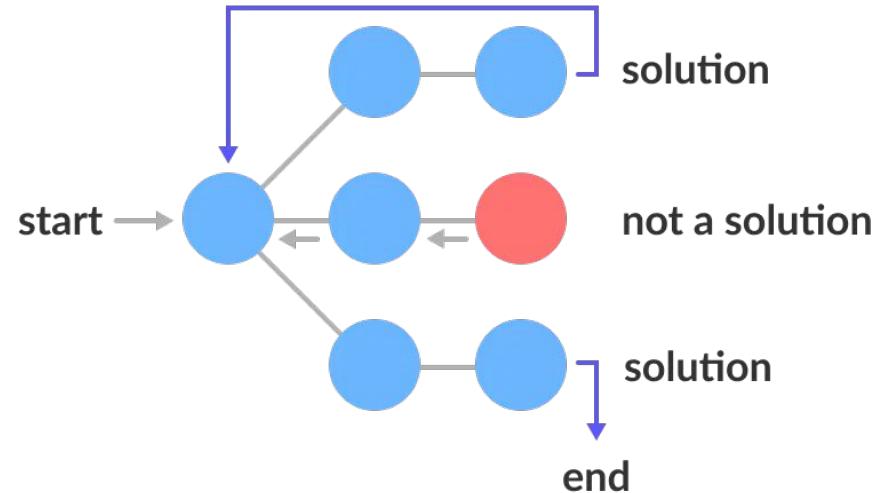
$$O(n)$$

Algunos algoritmos usados  
para resolver problemas NP

# Algoritmos Exactos

## Backtracking

Busca soluciones de forma recursiva, deshaciendo pasos cuando una solución parcial no puede llevar a una solución completa.



# Algoritmos Exactos Programación Dinámica

Almacenar resultados intermedios para evitar cálculos redundantes.

Es útil para problemas de optimización combinatoria, como el problema Knapsack.

Available weights	0 kg	1 kg	2 kg	3 kg	4 kg	5 kg
Values	\$ 0	\$ 3	\$ 5	\$ 4	\$ 8	\$ 10
Indices	0	1	2	3	4	5

5 kg Capacity of sack

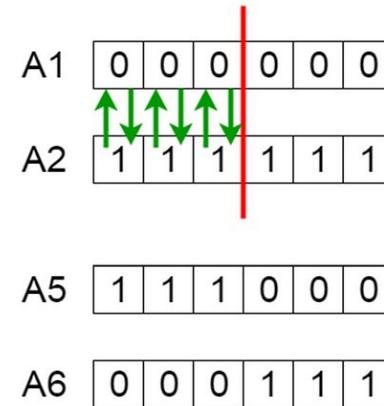
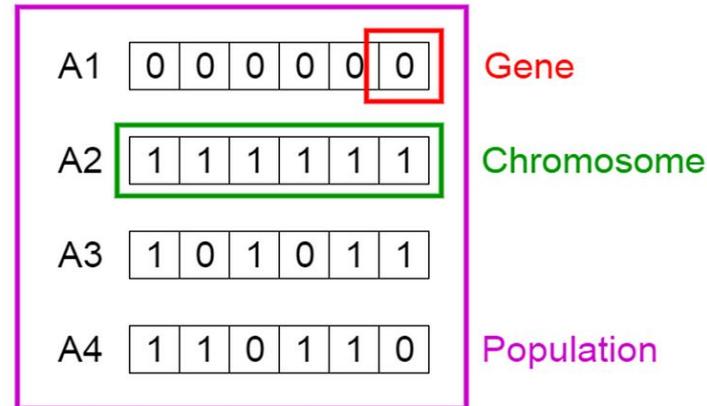
Weights Available	Sack capacity →						
( 0 kg )		0 kg	1 kg	2 kg	3 kg	4 kg	5kg
( 0 kg, 1 kg )	0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
( 0 kg, 1 kg, 2 kg )	1	\$ 0	\$ 3	\$ 3	\$ 3	\$ 3	\$ 3
( 0 kg, 1 kg, 2 kg, 3 kg )	2	\$ 0	\$ 3	\$ 5	\$ 8	\$ 8	\$ 8
( 0 kg, 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg )	3	\$ 0	\$ 3	\$ 5	\$ 8	\$ 8	\$ 9
( 0 kg, 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg )	4	\$ 0	\$ 3	\$ 5	\$ 8	\$ 8	\$ 11
	5	\$ 0	\$ 3	\$ 5	\$ 8	\$ 8	\$ 11

Base Case Values ↗

Base Case Values ↗

# Algoritmos Aproximados Algoritmos Genéticos

Imitan el proceso de selección natural.  
Son útiles para problemas de optimización y búsqueda en espacios complejos.



Algoritmos Heurísticos

## Algorítmos greedy

Algoritmos para problemas de optimización.

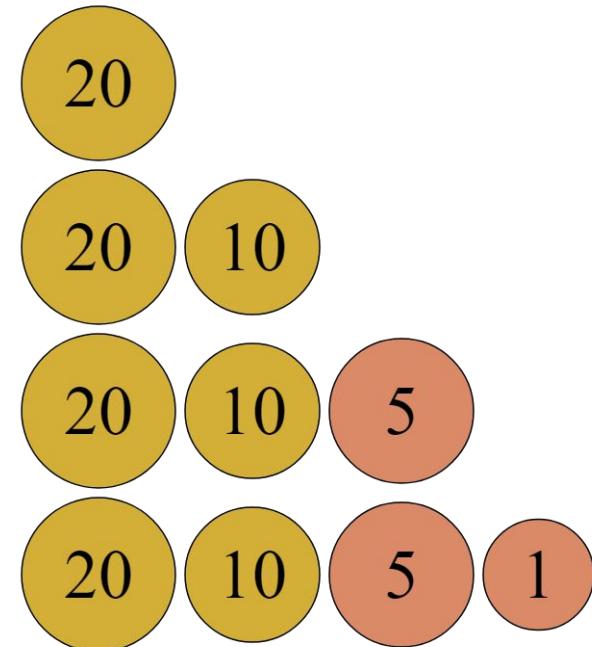
Toman las mejores decisiones en el momento (localmente óptimas) con la esperanza de que estas decisiones conduzcan a una solución global óptima.

$$36 - 20 = 16$$

$$16 - 10 = 6$$

$$6 - 5 = 1$$

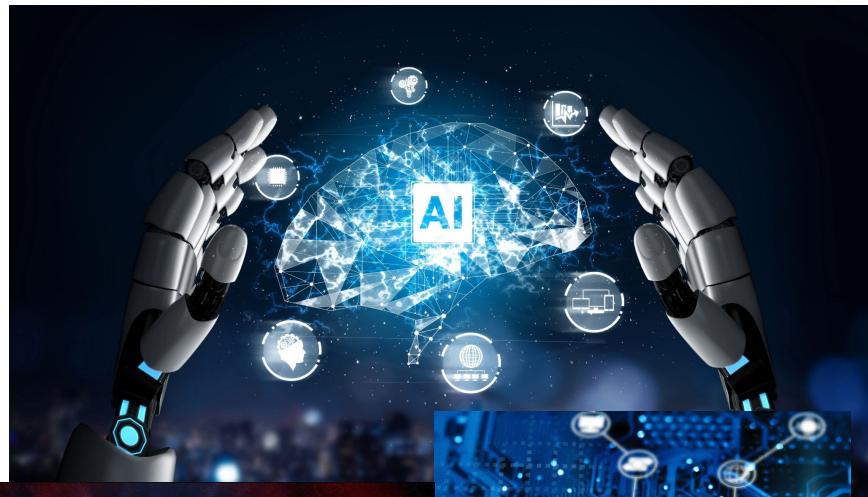
$$1 - 1 = 0$$



# Impacto en las Ciencias de la Computación

Diseño de algoritmos, Inteligencia Artificial, criptografía, cyberseguridad.

Si se demostrase que  $P = NP$ , esto tendría severas consecuencias, ya no solo en ICC, sino en el mundo como lo conocemos.



# Fuentes Bibliográficas

Quanta Magazine. (2023, December 1). P vs. NP: The Biggest Puzzle in Computer Science [Video]. YouTube.  
<https://www.youtube.com/watch?v=pQsdygaYcE4>

Derivando. (2017, April 10). ¿Qué es eso del problema P versus NP? [Video]. YouTube.  
<https://www.youtube.com/watch?v=UR2oDYZ-Sao>

GeeksforGeeks. (2023, October 3). P, NP, CoNP, NP hard and NP complete | Complexity Classes. GeeksforGeeks.  
<https://www.geeksforgeeks.org/types-of-complexity-classes-p-np-conp-np-hard-and-np-complete/>

Colaboradores de Wikipedia. (2024, November 5). P (complexity). Wikipedia. [https://en.wikipedia.org/wiki/P\\_\(complexity\)](https://en.wikipedia.org/wiki/P_(complexity))

Colaboradores de Wikipedia. (2024, September 19). NP (complexity). Wikipedia.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/NP\\_\(complexity\)](https://en.wikipedia.org/wiki/NP_(complexity))

Nieves, R. (2023, June 14). La complejidad del problema del milenio P vs NP y un algoritmo para su solución - Nibö. Nibö.  
<https://niboe.info/p-vs-np/>

# Fuentes Bibliográficas

Colaboradores de Wikipedia. (2024, febrero 24). NP-Hard. Wikipedia, La Enciclopedia Libre.

<https://es.wikipedia.org/wiki/NP-hard>

Problemas NP difíciles: Algoritmos, Complejidad | StudySmarter. (sin fecha). StudySmarter ES.

<https://www.studysmarter.es/resumenes/ciencias-de-la-computacion/teoria-de-la-computacion/problemas-np-dificiles/>

Colaboradores de Wikipedia. (2024, 2 noviembre). List of NP-complete problems. Wikipedia.

[https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_NP-complete\\_problems](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_NP-complete_problems)

Colaboradores de Wikipedia. (2023, 2 octubre). Jack Edmonds. Wikipedia, la Enciclopedia Libre. Recuperado 5 de noviembre de 2024, de [https://es.wikipedia.org/wiki/Jack\\_Edmonds](https://es.wikipedia.org/wiki/Jack_Edmonds)

Colaboradores de Wikipedia. (2024, 14 julio). Stephen Cook. Wikipedia, la Enciclopedia Libre. Recuperado 5 de noviembre de 2024, de [https://es.wikipedia.org/wiki/Stephen\\_Cook](https://es.wikipedia.org/wiki/Stephen_Cook)

Communications. (2016, 13 julio). P versus NP, he ahí el dilema. BBVA NOTICIAS.

<https://www.bbva.com/es/p-versus-np-he-ahi-dilema/>

# Fuentes Bibliográficas

Colaboradores de Wikipedia. (2022, 21 mayo). Veintiún problemas NP-completos de Karp. Wikipedia, la Enciclopedia Libre. Recuperado 5 de noviembre de 2024, de [https://es.wikipedia.org/wiki/Veinti%C3%BAn\\_problemas\\_NP-completos\\_de\\_Karp](https://es.wikipedia.org/wiki/Veinti%C3%BAn_problemas_NP-completos_de_Karp)

Colaboradores de Wikipedia. (2024a, febrero 24). NP-Hard. Wikipedia, la Enciclopedia Libre. Recuperado 5 de noviembre de 2024, de <https://es.wikipedia.org/wiki/NP-hard>

De Reyna, J. A. (2018, 11 mayo). La hipótesis de Riemann y el problema P = NP. Blog del Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla. Recuperado 5 de noviembre de 2024, de

<https://institucional.us.es/blogimus/2018/05/la-hipotesis-de-riemann-y-el-problema-p-np/>