

有限差分法作业

考虑二维平面上如下拉普拉斯问题：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 & (x, y) \in [0, \pi] \times [0, \pi] \\ \varphi(x=0, y) = \varphi(x=\pi, y) = \varphi(x, y=0) = 0 \\ \varphi(x, y=\pi) = \sin x \end{cases}$$

采用有限差分法（取 $h = \frac{\pi}{90}$ ）并结合代数线性方程组求解的超松弛迭代法（取 $\omega = \frac{7}{4}$ ，迭代次数自定），数值求解上述拉普拉斯边值问题。将求得的解 $z = \varphi(x, y)$ 作图展示，并与精确解 $\varphi(x, y) = \frac{\sin x \sinh y}{\sinh \pi}$ 对比，验证数值计算结果的正确性。

注：提交截止时间为 10 月 25 日（周二）。