作业二

一、　指数衰减分布如下：

$$f(x)=\lambda e^{-\lambda x},\quad x\in[0,+\infty)$$

其中，$(\lambda>0)$为衰减常数。

（1）　利用直接抽样法编写指数衰减分布事例产生器，并绘图演示。（取：$\lambda=1, N=10000$）

（2）　采用重要抽样法，利用指数衰减分布事例产生器，计算如下积分的蒙特卡洛估计值。

$$I=\int_0^{+\infty} x^{\frac{3}{2}} e^{-x} dx$$

说明：N 自行设定。

二、　Breit-Wigner 分布定义如下：

$$f(x)=\frac{\Gamma}{\pi}\frac{1}{(x-x_0)^2+\Gamma^2}$$

其中，$x_0\in\mathbb{R}$，$\Gamma>0$为参数。

（1）　利用直接抽样法编写 Breit-Wigner 分布事例产生器，并绘图演示。（取：$x_0=0,\Gamma=1,N=10000$）

（2）　采用重要抽样法，利用 Breit-Wigner 分布事例产生器，计算如下积分的蒙特卡洛估计值。

$$I=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sqrt{x}}{1+x^2}dx$$

说明：N 自行设定。

三、　Γ分布的一般形式为

$$f(x)dx=\frac{a^n}{(n-1)!}x^{n-1}e^{-ax}dx,\quad x\geq 0$$

证明其抽样方法可以为

$$\eta=-\frac{1}{a}\ln(\xi_1\xi_2\cdots\ \xi_{n-1}\xi_n)$$

四、　χ^2分布的一般形式为

$$f(x)dx=\frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})}x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}dx,\quad x>0$$

证明其抽样方法可以为

$$\eta=\sum_{i=1}^{n}x_i^2$$

其中$x_1,x_2,\cdots,x_n$为标准征态分布的 n 个独立抽样值。