

# 2017 年全国青少年信息学奥林匹克竞赛

## 上海市代表队选拔 第二试

比赛时间：2017 年 4 月 23 日 08:00 ~ 12:30

题目名称	摧毁“树状图”	分手是祝愿	寿司餐厅
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	treediagram	trennen	sushi
可执行文件名	treediagram	trennen	sushi
输入文件名	treediagram.in	trennen.in	sushi.in
输出文件名	treediagram.out	trennen.out	sushi.out
每个测试点时限	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB
测试点数目	25	20	20
每个测试点分值	4	5	5

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	treediagram.cpp	trennen.cpp	sushi.cpp
对于 C 语言	treediagram.c	trennen.c	sushi.c
对于 Pascal 语言	treediagram.pas	trennen.pas	sushi.pas

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -lm	-O2 -lm	-lm
对于 C 语言	-O2 -lm	-O2 -lm	-lm
对于 Pascal 语言	-O2	-O2	

注意事项：

1. 文件名（文件夹名、程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写，不得带有空白符。
2. 源代码应当放置在选手目录下各题目的目录下，必须为每道题目单独建立目录。
3. 除非特殊说明，结果比较方式均为忽略行末空格及文末回车的全文比较。
4. C/C++ 函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值是 0。
5. 文件读写结束后必须关闭文件。
6. 评测在 NOI Linux 系统下进行，测试数据使用 Linux 换行符 \n。

## 摧毁“树状图”(treediagram)

### 【题目描述】

自从上次神刀手帮助蚯蚓国增添了上千万人口(蚯蚓?), 蚯蚓国发展得越来越繁荣了! 最近, 他们在地下发现了一些神奇的纸张, 经过仔细研究, 居然是 D 国 X 市的超级计算机设计图纸!

这台计算机叫做“树状图”, 由  $n$  个计算节点与  $n-1$  条可以双向通信的网线连接而成, 所有计算节点用不超过  $n$  的正整数编号。顾名思义, 这形成了一棵树的结构。

蚯蚓国王已在图纸上掌握了这棵树的完整信息, 包括  $n$  的值与  $n-1$  条网线的连接信息。于是蚯蚓国王决定, 派出蚯蚓国最强大的两个黑客, 小 P 和小 H, 入侵“树状图”, 尽可能地摧毁它。

小 P 和小 H 精通世界上最好的编程语言, 经过一番商量后, 他们决定依次采取如下的步骤:

- 小 P 选择某个计算节点, 作为他入侵的起始点, 并在该节点上添加一个 P 标记。
- 重复以下操作若干次 (可以是 0 次):
  - 小 P 从他当前所在的计算节点出发, 选择一条没有被标记过的网线, 入侵到该网线的另一端的计算节点, 并在路过的网线与目的计算节点上均添加一个 P 标记。
- 小 H 选择某个计算节点, 作为她入侵的起始点, 并在该节点上添加一个 H 标记。
- 重复以下操作若干次 (可以是 0 次):
  - 小 H 从她当前所在的计算节点出发, 选择一条没有被标记过的网线, 入侵到该网线的另一端的计算节点, 并在路过的网线与目的计算节点上均添加一个 H 标记。(注意, 小 H 不能经过带有 P 标记的网线, 但是可以经过带有 P 标记的计算节点)
- 删除所有被标记过的计算节点和网线。
- 对于剩下的每条网线, 如果其一端或两端的计算节点在上一步被删除了, 则也删除这条网线。

经过以上操作后, “树状图” 会被断开, 剩下若干个 (可能是 0 个) 连通块。为了达到摧毁的目的, 蚯蚓国王希望, 连通块的个数越多越好。于是他找到了你, 希望你能帮他计算这个最多的个数。

小 P 和小 H 非常心急, 在你计算方案之前, 他们可能就已经算好了最优方案或最优方案的一部分。你能得到一个值  $x$ :

- 若  $x = 0$ , 则说明小 P 和小 H 没有算好最优方案, 你需要确定他们两个的入侵路线。

- 若  $x = 1$ ，则说明小 P 已经算好了某种两人合作的最优方案中，他的入侵路线。他将选择初始点  $p_0$ ，并沿着网线一路入侵到了目标点  $p_1$ ，并且他不会再沿着网线入侵；你只需要确定小 H 的入侵路线。
- 若  $x = 2$ ，则说明小 P 和小 H 算好了一种两人合作的最优方案，小 P 从点  $p_0$  入侵到了  $p_1$  并停下，小 H 从点  $h_0$  入侵到了  $h_1$  并停下。此时你不需要指挥他们入侵了，只需要计算最后两步删除计算节点与网线后，剩下的连通块个数即可。

### 【输入格式】

从文件 *treediagram.in* 中读入数据。

每个输入文件包含多个输入数据。输入文件的第一行为两个整数  $T$  和  $x$ ， $T$  表示该文件包含的输入数据个数， $x$  的含义见上述。（同一个输入文件的所有数据的  $x$  都是相同的）

接下来依次输入每个数据。

每个数据的第一行有若干个整数：

- 若  $x = 0$ ，则该行只有一个整数  $n$ 。
- 若  $x = 1$ ，则该行依次有三个整数  $n, p_0, p_1$ 。
- 若  $x = 2$ ，则该行依次有五个整数  $n, p_0, p_1, h_0, h_1$ 。

保证  $p_0, p_1, h_0, h_1$  均为不超过  $n$  的正整数。

每个数据接下来有  $n - 1$  行，每行有两个不超过  $n$  的正整数，表示这两个编号的计算节点之间有一条网线将其相连。保证输入的是一棵树。

同一行相邻的整数之间用恰好一个空格隔开。

数据文件可能较大，请避免使用过慢的输入输出方法。

### 【输出格式】

输出到文件 *treediagram.out* 中。

对于每个数据，输出一行，表示在给定条件下，剩下连通块的最大个数。

### 【样例 1 输入】

```
1 0
13
1 2
2 3
2 4
4 5
4 6
```

4 7  
7 8  
7 9  
9 10  
10 11  
10 12  
12 13

### 【样例 1 输出】

8

### 【样例 1 说明】

这个输入文件只有一个输入数据。一种最优的方案如下：

- 小 P 从节点 2 开始入侵，节点 2 被小 P 标记。
- 小 P 从节点 2 入侵到节点 4，节点 4 和经过的网线被小 P 标记。
- 小 P 从节点 4 入侵到节点 7，节点 7 和经过的网线被小 P 标记。
- 小 H 从节点 10 开始入侵，节点 10 被小 H 标记。
- 删除被标记的节点 2,4,7,10 和被标记的网线 (2,4) 和 (4,7)。
- 删除任意一端在上一步被删除的网线。

此时还剩下 8 个连通块。其中节点 1,3,5,6,8,9,11 各自形成一个连通块，节点 12,13 形成了一个连通块。

### 【样例 2】

见选手目录下的 *treediagram/treediagram2.in* 与 *treediagram/treediagram2.ans*。

### 【样例 2 说明】

数据 1：只有 1 个计算节点，唯一可行的方案是小 P 从节点 1 开始入侵（并马上停止），小 H 也从节点 1 入侵到节点 1。所有的节点都被删去，剩下 0 个连通块。

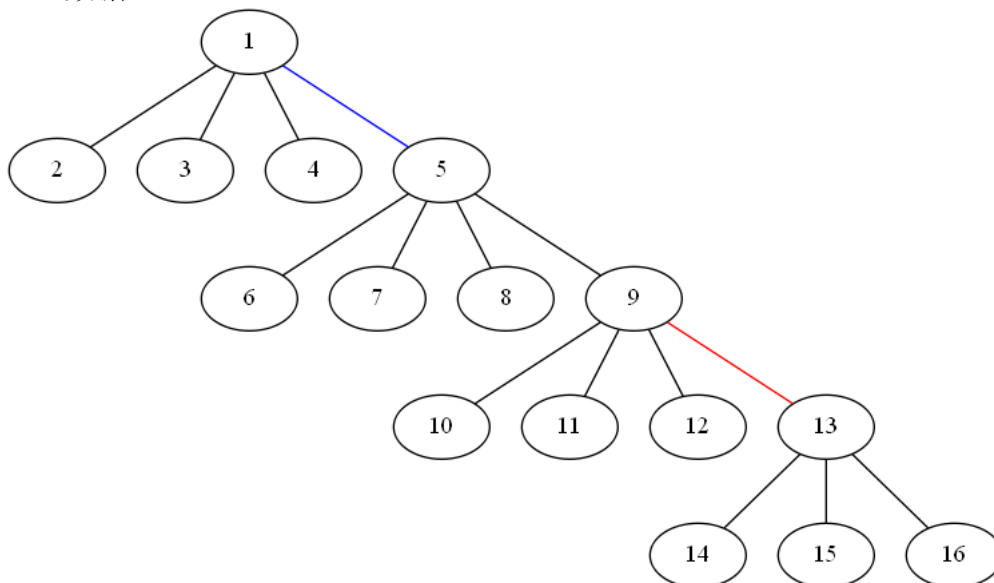
数据 2：一种最优方案是，小 P 从节点 1 入侵到节点 1，小 H 也从节点 1 入侵到节点 1。在删除操作后，剩下 1 个连通块（只有节点 2）。

数据 3：唯一的最优方案是，小 P 从节点 2 入侵到节点 2，小 H 也从节点 2 入侵到节点 2，剩下 2 个连通块。

数据 4：一种最优方案是，小 P 从节点 2 入侵到节点 2，小 H 也从节点 2 入侵到节点 2，剩下 2 个连通块。

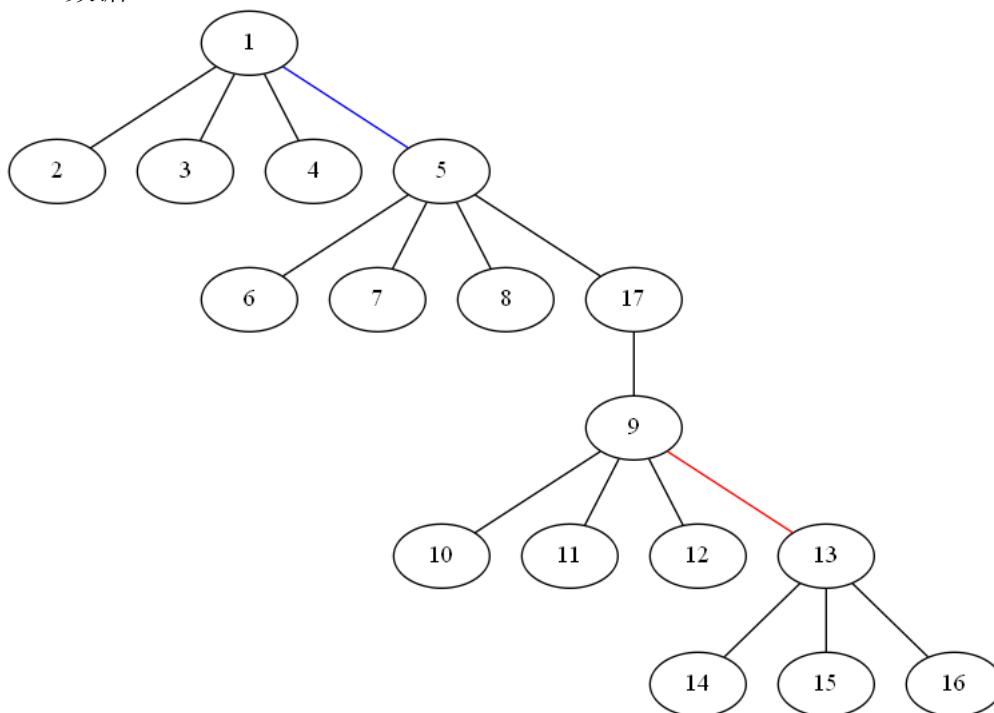
数据 5: 唯一的最优方案是, 小 P 从节点 5 入侵到节点 5, 小 H 也从节点 5 入侵到节点 5, 剩下 4 个连通块。

数据 6:



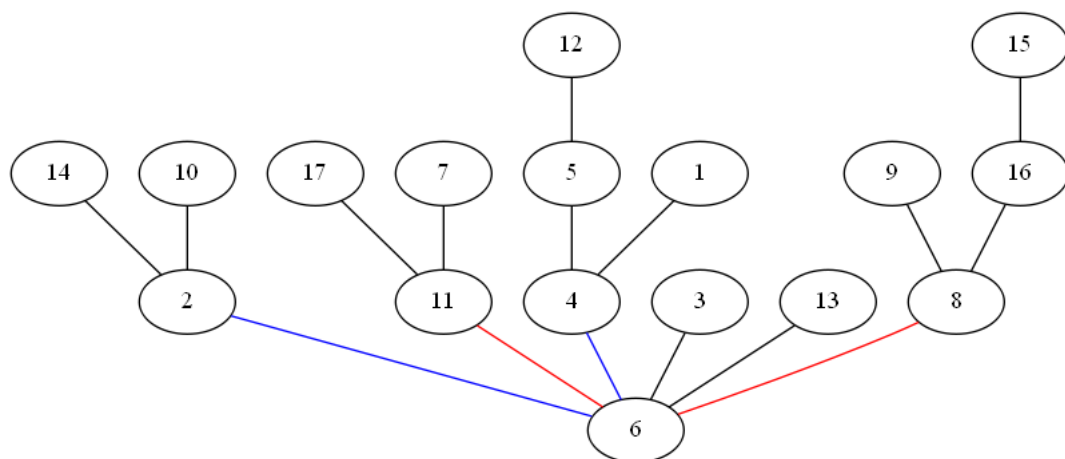
一种最优方案是, 小 P 从节点 1 入侵到节点 5, 小 H 从节点 9 入侵到节点 13, 剩下 12 个连通块。

数据 7:



一种最优方案是, 小 P 从节点 1 入侵到节点 5, 小 H 从节点 9 入侵到节点 13, 剩下 13 个连通块。

数据 8:



一种最优方案是，小 P 从节点 2 入侵到节点 4，小 H 从节点 8 入侵到节点 11，剩下 10 个连通块。

注意，这里节点 6 被小 P 和小 H 同时标记了，但是由于没有网线被同时标记，所以是合法的。

### 【样例 3】

见选手目录下的 *treediagram/treediagram3.in* 与 *treediagram/treediagram3.ans*。

### 【样例 3 说明】

这个样例与上个样例的唯一区别是这里  $x = 1$ 。输出结果应当是相同的。

### 【样例 4】

见选手目录下的 *treediagram/treediagram4.in* 与 *treediagram/treediagram4.ans*。

### 【样例 4 说明】

这个样例与上个样例的唯一区别是这里  $x = 2$ 。输出结果应当是相同的。

### 【样例 5~6】

见选手目录下的 *treediagram/treediagram5~6.in* 与 *treediagram/treediagram5~6.ans*。

### 【子任务】

对于整数  $k$ ，设  $\sum n^k$  为某个输入文件中，其  $T$  个输入数据的  $n^k$  之和。

所有输入文件满足  $T \leq 10^5, \sum n^1 \leq 5 \times 10^5$ 。请注意初始化的时间复杂度，避免输入大量小数据时超时。

每个测试点的详细数据范围见下表。

如果表中“完全二叉”为 Yes，则该输入文件的每个数据满足：网线信息的第  $j$  行 ( $1 \leq j < n$ ) 输入的两个数依次是  $\lfloor \frac{j+1}{2} \rfloor$  和  $j+1$ 。

测试点	$x$	$n$	$\sum n^k$	完全二叉	$T$	
1	$= 0$	$n \leq 1$	$\sum n^0 \leq 10^2$	No	$\leq 10^2$	
2		$n \leq 2$				
3		$n \leq 3$				
4		$n \leq 4$				
5		$n \leq 5$	$\sum n^0 \leq 10^3$		$\leq 10^3$	
6		$n \leq 6$				
7		$n \leq 7$	$\sum n^0 \leq 10^4$		$\leq 10^4$	
8	$= 2$	$n \leq 10^2$	$\sum n^3 \leq 10^7$	Yes	$\leq 10^5$	
9	$= 1$			No		
10	$= 0$					
11	$= 2$					
12	$= 1$					
13	$= 0$					
14	$= 2$	$n \leq 10^3$	$\sum n^2 \leq 10^7$	Yes		
15	$= 1$			No		
16	$= 0$					
17	$= 2$					
18	$= 1$					
19	$= 0$					
20	$= 2$	$n \leq 10^5$	$\sum n^1 \leq 5 \times 10^5$	Yes		
21	$= 1$			No		
22	$= 0$					
23	$= 2$					
24	$= 1$					
25	$= 0$					

## 分手是祝愿 (trennen)

### 【问题描述】

Zeit und Raum trennen dich und mich.

时空将你我分开。

B 君在玩一个游戏，这个游戏由  $n$  个灯和  $n$  个开关组成，给定这  $n$  个灯的初始状态，下标为从 1 到  $n$  的正整数。

每个灯有两个状态亮和灭，我们用 1 来表示这个灯是亮的，用 0 表示这个灯是灭的，游戏的目标是使所有灯都灭掉。

但是当操作第  $i$  个开关时，所有编号为  $i$  的约数（包括 1 和  $i$ ）的灯的状态都会被改变，即从亮变成灭，或者从灭变成亮。

B 君发现这个游戏很难，于是想到了这样的一个策略，每次等概率随机操作一个开关，直到所有灯都灭掉。

这个策略需要的操作次数很多，B 君想到这样的一个优化。如果当前局面，可以通过操作小于等于  $k$  个开关使所有灯都灭掉，那么他将不再随机，直接选择操作次数最小的操作方法（这个策略显然小于等于  $k$  步）操作这些开关。

B 君想知道按照这个策略（也就是先随机操作，最后小于等于  $k$  步，使用操作次数最小的操作方法）的操作次数的期望。

这个期望可能很大，但是 B 君发现这个期望乘以  $n$  的阶乘一定是整数，所以他只需要知道这个整数对 100003 取模之后的结果。

### 【输入格式】

从文件 *trennen.in* 中读入数据。

第一行两个整数  $n, k$ 。

接下来一行  $n$  个整数，每个整数是 0 或者 1，其中第  $i$  个整数表示第  $i$  个灯的初始情况。

### 【输出格式】

输出到文件 *trennen.out* 中。

输出一行，为操作次数的期望乘以  $n$  的阶乘对 100003 取模之后的结果。

### 【样例 1 输入】

```
4 0
0 0 1 1
```



**【样例 1 输出】**

512

**【样例 2 输入】**

5 0

1 0 1 1 1

**【样例 2 输出】**

5120

**【样例 3~8】**

见选手目录下的 *trennen/trennen3~8.in* 与 *trennen/trennen3~8.ans*。

**【子任务】**

- 对于 0% 的测试点，和样例一模一样；
- 对于另外 30% 的测试点， $n \leq 10$ ；
- 对于另外 20% 的测试点， $n \leq 100$ ；
- 对于另外 30% 的测试点， $n \leq 1000$ ；
- 对于 100% 的测试点， $1 \leq n \leq 100000, 0 \leq k \leq n$ ；
- 对于以上每部分测试点，均有一半的数据满足  $k = n$ 。

## 寿司餐厅 (sushi)

### 【问题描述】

Kiana 最近喜欢到一家非常美味的寿司餐厅用餐。

每天晚上, 这家餐厅都会按顺序提供  $n$  种寿司, 第  $i$  种寿司有一个代号  $a_i$  和美味度  $d_{i,i}$ , 不同种类的寿司有可能使用相同的代号。每种寿司的份数都是无限的, Kiana 也可以无限次取寿司来吃, 但每种寿司每次只能取一份, 且每次取走的寿司必须是按餐厅提供寿司的顺序连续的一段, 即 Kiana 可以一次取走第 1,2 种寿司各一份, 也可以一次取走第 2,3 种寿司各一份, 但不可以一次取走第 1,3 种寿司。

由于餐厅提供的寿司种类繁多, 而不同种类的寿司之间相互会有影响: 三文鱼寿司和鱿鱼寿司一起吃或许会很棒, 但和水果寿司一起吃就可能会肚子痛。因此, Kiana 定义了一个综合美味度  $d_{i,j}(i < j)$ , 表示在一次取的寿司中, 如果包含了餐厅提供的从第  $i$  份到第  $j$  份的所有寿司, 吃掉这次取的所有寿司后将获得的额外美味度。由于取寿司需要花费一些时间, 所以我们认为分两次取来的寿司之间相互不会互相影响。注意在吃一次取的寿司时, 不止一个综合美味度会被累加, 比如若 Kiana 一次取走了第 1,2,3 种寿司各一份, 除了  $d_{1,3}$  以外,  $d_{1,2}, d_{2,3}$  也会被累加进总美味度中。

神奇的是, Kiana 的美食评判标准是有记忆性的, 无论是单种寿司的美味度, 还是多种寿司组合起来的综合美味度, 在计入 Kiana 的总美味度时都只会被累加一次。比如, 若 Kiana 某一次取走了第 1,2 种寿司各一份, 另一次取走了第 2,3 种寿司各一份, 那么这两次取寿司的总美味度为  $d_{1,1} + d_{2,2} + d_{3,3} + d_{1,2} + d_{2,3}$ , 其中  $d_{2,2}$  只会计算一次。

奇怪的是, 这家寿司餐厅的收费标准很不同寻常。具体来说, 如果 Kiana 一共吃过了  $c$  种代号为  $x$  的寿司, 则她需要为这些寿司付出  $mx^2 + cx$  元钱, 其中  $m$  是餐厅给出的一个常数。

现在 Kiana 想知道, 在这家餐厅吃寿司, 自己能获得的总美味度 (包括所有吃掉的单种寿司的美味度和所有被累加的综合美味度) 减去花费的总钱数的最大值是多少。由于她不会算, 所以希望由你告诉她。

### 【输入格式】

从文件 **sushi.in** 中读入数据。

第一行包含两个正整数  $n, m$ , 分别表示这家餐厅提供的寿司总数和计算寿司价格中使用的常数。

第二行包含  $n$  个正整数, 其中第  $k$  个数  $a_k$  表示第  $k$  份寿司的代号。

接下来  $n$  行, 第  $i$  行包含  $n - i + 1$  个整数, 其中第  $j$  个数  $d_{i,i+j-1}$  表示吃掉寿司能获得的美味度, 具体含义见问题描述。

**【输出格式】**

输出到文件 *sushi.out* 中。

输出共一行包含一个正整数，表示 Kiana 能获得的总美味度减去花费的总钱数的最大值。

**【样例 1 输入】**

```
3 1
2 3 2
5 -10 15
-10 15
15
```

**【样例 1 输出】**

```
12
```

**【样例 1 说明】**

在这组样例中，餐厅一共提供了 3 份寿司，它们的代号依次为  $a_1 = 2$ ， $a_2 = 3$ ， $a_3 = 2$ ，计算价格时的常数  $m = 1$ 。在保证每次取寿司都能获得新的美味度的前提下，Kiana 一共有 14 种不同的吃寿司方案：

1.Kiana 一个寿司也不吃，这样她获得的总美味度和花费的总钱数都是 0，两者相减也是 0；

2.Kiana 只取 1 次寿司，且只取第 1 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[1,1]\}$ ，这样获得的总美味度为 5，花费的总钱数为  $1 * 2^2 + 1 * 2 = 6$ ，两者相减为 -1；

3.Kiana 只取 1 次寿司，且只取第 2 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[2,2]\}$ ，这样获得的总美味度为 -10，花费的总钱数为  $1 * 3^2 + 1 * 3 = 12$ ，两者相减为 -22；

4.Kiana 只取 1 次寿司，且只取第 3 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[3,3]\}$ ，这样获得的总美味度为 15，花费的总钱数为  $1 * 2^2 + 1 * 2 = 6$ ，两者相减为 9；

5.Kiana 只取 1 次寿司，且取第 1,2 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[1,2]\}$ ，这样获得的总美味度为  $5 + (-10) + (-10) = -15$ ，花费的总钱数为  $(1 * 2^2 + 1 * 2) + (1 * 3^2 + 1 * 3) = 18$ ，两者相减为 -33；

6.Kiana 只取 1 次寿司，且取第 2,3 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[2,3]\}$ ，这样获得的总美味度为  $(-10) + 15 + 15 = 20$ ，花费的总钱数为  $(1 * 2^2 + 1 * 2) + (1 * 3^2 + 1 * 3) = 18$ ，两者相减为 2；

7.Kiana 只取 1 次寿司，且取第 1,2,3 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[1,3]\}$ ，这样获得的总美味度为  $5 + (-10) + 15 + (-10) + 15 + 15 = 30$ ，花费的总钱数为

$(1 * 2^2 + 2 * 2) + (1 * 3^2 + 1 * 3) = 20$ ，两者相减为 10。

8.Kiana 取 2 次寿司，第一次取第 1 个寿司，第二次取第 2 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[1, 1], [2, 2]\}$ ，这样获得的总美味度为  $5 + (-10) = -5$ ，花费的总钱数为  $(1 * 2^2 + 1 * 2) + (1 * 3^2 + 1 * 3) = 18$ ，两者相减为 -23；

9.Kiana 取 2 次寿司，第一次取第 1 个寿司，第二次取第 3 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[1, 1], [3, 3]\}$ ，这样获得的总美味度为  $5 + 15 = 20$ ，花费的总钱数为  $1 * 2^2 + 2 * 2 = 8$ ，两者相减为 12；

10.Kiana 取 2 次寿司，第一次取第 2 个寿司，第二次取第 3 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[2, 2], [3, 3]\}$ ，这样获得的总美味度为  $(-10) + 15 = 5$ ，花费的总钱数为  $(1 * 2^2 + 1 * 2) + (1 * 3^2 + 1 * 3) = 18$ ，两者相减为 -13；

11.Kiana 取 2 次寿司，第一次取第 1, 2 个寿司，第二次取第 2 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[1, 2], [3, 3]\}$ ，这样获得的总美味度为  $5 + (-10) + (-10) + 15 = 0$ ，花费的总钱数为  $(1 * 2^2 + 2 * 2) + (1 * 3^2 + 1 * 3) = 20$ ，两者相减为 -20；

12.Kiana 取 2 次寿司，第一次取第 1 个寿司，第二次取第 2, 3 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[1, 1], [2, 3]\}$ ，这样获得的总美味度为  $5 + (-10) + 15 + 15 = 25$ ，花费的总钱数为  $(1 * 2^2 + 2 * 2) + (1 * 3^2 + 1 * 3) = 20$ ，两者相减为 5；

13.Kiana 取 2 次寿司，第一次取第 1, 2 个寿司，第二次取第 2, 3 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[1, 2], [2, 3]\}$ ，这样获得的总美味度为  $5 + (-10) + 15 + (-10) + 15 = 15$ ，花费的总钱数为  $(1 * 2^2 + 2 * 2) + (1 * 3^2 + 1 * 3) = 20$ ，两者相减为 -5；

14.Kiana 取 3 次寿司，第一次取第 1 个寿司，第二次取第 2 个寿司，第三次取第 3 个寿司，即她取寿司的情况为  $\{[1, 1], [2, 2], [3, 3]\}$ ，这样获得的总美味度为  $5 + (-10) + 15 = 10$ ，花费的总钱数为  $(1 * 2^2 + 2 * 2) + (1 * 3^2 + 1 * 3) = 20$ ，两者相减为 -10。

所以 Kiana 会选择方案 9，这时她获得的总美味度减去花费的总钱数的值最大为 12。

### 【样例 2 输入】

```
5 0
1 4 1 3 4
50 99 8 -39 30
68 27 -75 -32
70 24 72
-10 81
-95
```

### 【样例 2 输出】

```
381
```

**【样例 3 输入】**

```
10 1
5 5 4 4 1 2 5 1 5 3
83 91 72 29 22 -5 57 -14 -36 -3
-11 34 45 96 32 73 -1 0 29
-48 68 44 -5 96 66 17 74
88 47 69 -9 2 25 -49
86 -9 -77 62 -10 -30
2 40 95 -74 46
49 -52 2 -51
-55 50 -44
72 22
-68
```

**【样例 3 输出】**

```
1223
```

**【子任务】**

对于所有数据，保证  $-500 \leq d_{i,j} \leq 500$ 。

数据的一些特殊约定如下表：

测试点编号	$n$	$a_i$	$m$	备注
1	$\leq 2$	$\leq 30$	$= 0$	无
2			$= 1$	
3	$= 0$			
4	$= 1$			
5	$= 0$			
6	$= 1$			
7	$\leq 10$		$= 0$	所有的 $a_i$ 相同
8			$= 1$	无
9	$\leq 15$		$= 0$	所有的 $a_i$ 相同
10			$= 1$	无
11	$\leq 30$	$\leq 1000$	$= 0$	所有的 $a_i$ 相同
12		$\leq 30$	$= 0$	
13		$\leq 1000$	$= 0$	无
14			$= 1$	
15	$\leq 50$		$= 0$	所有的 $a_i$ 相同
16		$\leq 30$	$= 0$	
17		$\leq 1000$	$= 0$	无
18			$= 1$	
19	$\leq 100$		$= 0$	无
20			$= 1$	