



实验成绩	
教师签字	
批改日期	

# 实 验 报 告

题 目：交流电路的谐振

学 院：物理学院

学 号：11210615

姓 名：石航瑞

组 别：X2

实验地点：唐敖庆楼 B 区

实验时间：2023 年 5 月 11 日

## 一、实验原理

当电容 $C$ 和电感 $L$ 处于串联或并联状态时，就会产生一种重要物理现象——谐振。由于实际电感有一定的直流电阻，有时电容也有一定损耗，甚至应用时还会串入一定电阻，所以我们需要研究 $RLC$ 电路的谐振现象。

### 1. $RLC$ 串联谐振电路

$RLC$ 串联谐振电路如图1所示。在交流电路中，由于元件上的电压和元件中的电流可能不同相，因而不能由串联元件上的电压代数和求得总电压，而应写成矢量式，在图1的线路中有

$$u = u_L + u_C + u_R$$

由于串联电路中电流相同，而 $u_L$ 、 $u_C$ 、 $u_R$ 和电流的相差分别为 $\frac{\pi}{2}$ 、 $-\frac{\pi}{2}$ 、 $0$ ，故通过矢量（图2）可方便地得出：

$$i = \frac{u}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (1)$$

此时总电压 $u$ 、电流 $i$ 均为有效值，而两者间的相位差为

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (2)$$

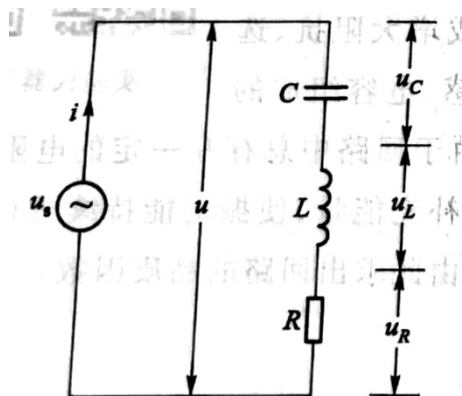


图1  $RLC$  串联谐振电路

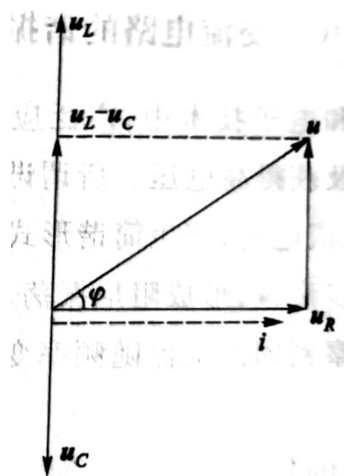


图2 串联谐振电路矢量图

可以看出， $i$ 和 $\varphi$ 不只由线路中所用元件的参量 $L$ 、 $C$ 和 $R$ 决定，还取决于电源电压和圆频率。当 $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ 时， $\varphi = 0$ ，表示电压和电流同相，如同线路中仅有电阻一样，这时称为 $RLC$ 串联谐振，相应的谐振频率为

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3)$$

#### (1) $RLC$ 串联电路的幅频特性

由式(1)可知，当 $u$ 保持一定时， $i$ 将随 $f$ 的变化而变化。当 $f = f_0$ 时， $i$ 有极

大值,  $i - f$  的关系如图3所示。

通常用线路品质因数  $Q$  来反映谐振电路的性能,  $Q$  值为

$$Q = \frac{u_L}{u} = \frac{u_C}{u} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (4)$$

$Q$  的第一个意义是, 谐振时尽管电路中如同仅有电阻一样, 但电感上的电压  $u_L$  及电容上的电压  $u_C$  却是  $u$  的  $Q$  倍。在应用技术上  $Q \gg 1$ , 即谐振时  $u_L = u_C \gg u$ , 故串联谐振也称电压谐振。

$Q$  的第二个意义是标志电路的选频特性, 即谐振峰的尖锐程度。规定  $i = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.71i$  处的曲线宽度为“通频带宽度”,  $\Delta f = f_2 - f_1$ , 如图3所示。由式(1)

可导出  $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$ , 即  $Q$  越大则  $\Delta f$  越小, 曲线越尖锐, 如图4所示。

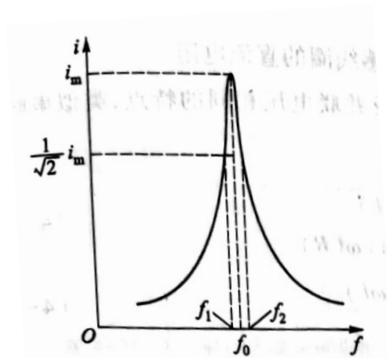


图3 RLC 串联电路幅频特性

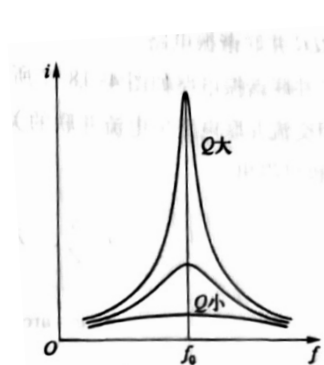


图4 谐振峰的锐度与  $Q$  值的关系

$Q$  的第三个意义是谐振电路中储能与耗能之比。谐振时电源供的电能只消耗在电阻上, 而储存在谐振电路中的磁场能和电场能保持恒量并不与外界交换,  $Q$  值越高则相对于储能来说付出的能量损耗越小。

(2)  $RLC$  串联电路的相频特性

由式(2)可知:

① 谐振时,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , 即  $f = f_0, \varphi = 0$  电压与电流同相,  $f_0$  为谐振频率。

② 当  $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ , 即  $f > f_0$  时,  $\varphi > 0$ , 整个电路呈感性, 并且随着  $f$  增大,  $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$

③ 当  $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ , 即  $f < f_0$  时,  $\varphi < 0$ , 整个电路呈容性, 总电压比电流相位落后, 且随着  $f$  减小,  $\varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ 。 $RLC$  串联电路的相频特性曲线如图 5 所示。

(3)  $RLC$  串联电路的阻抗特性

图6为  $RLC$  串联电路的阻抗随频率的变化曲线,  $Z$  为  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联后在不同频率下的复阻抗。由图可见,  $f$  偏离  $f_0$  越远, 阻抗越大。

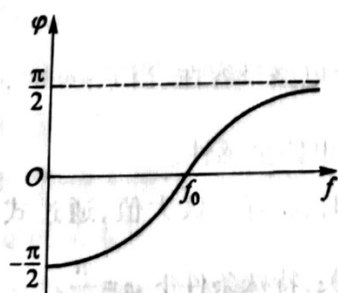


图6 RLC串联电路阻抗特性

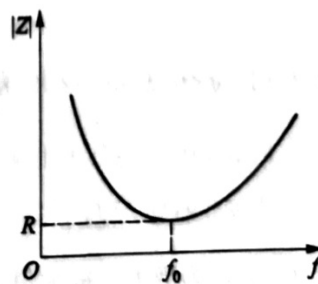


图5 RLC串联电路相频特性

## 2. RLC并联谐振电路

RLC并联谐振电路如图7所示，其中 $R$ 为电感线圈的直流电阻。

利用交流并联电路中电流并联的关系式 $i = i_1 + i_2$ ，及并联电压相同的特点，类似串联谐振的情形，也可得出

$$i = \frac{u}{Z}, \quad Z = \sqrt{\frac{R^2 + (\omega L)^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2}} \quad (5)$$

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L - \omega C[R^2 + (\omega L)^2]}{R} \quad (6)$$

当谐振时， $\varphi = 0$ ，可得谐振圆频率为

$$\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}} \quad (7)$$

由上式可知， $Q \gg 1$ 时， $\omega \approx \omega_p$ 将 $\omega_p$ 代入式(5)可求出此时阻抗 $Z_p = \frac{L}{RC}$ 为极大值。若回路电压 $u$ 保持不变，则谐振时总电流 $i$ 为极小，和串联谐振时恰恰相反。

和串联谐振时一样， $Q$ 越大，电路的选频特性越好，谐振时尽管电流为极小值，但是在 $L$ 、 $C$ 两个支路中的电流却达到总电流的 $Q$ 倍，且两个支路中电流相同，所以并联谐振也称为电流谐振。

### (1) RLC并联电路的幅频特性

在很多应用中，电路中的电流保持恒定，为此，在并联电路上串一个电阻 $R'$ ，如图7所示。保持 $R'$ 上电压 $u_{R'}$ 不变，则 $i = \frac{u_{R'}}{R'}$ 为常量，故测得的并联电路上电压 $u$ 和频率有关，且 $u$ 与 $Z_p$ 成正比， $u = iZ_p$ 。因为谐振时 $Z_p$ 为极大值，所得 $u$ 也为极大值，若测出其 $u - f$ 曲线，则和串联谐振的 $i - f$ 曲线相似。

### (2) RLC并联电路的相频特性

由式(6)可知：

① 当 $\omega = \omega_p \left( = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}} \right)$ ，即 $f = f_p$ 时，并联电路谐振，此时总电压与总电流同相。

② 当 $f > f_p$ 时， $\varphi < 0$ ，总电压相位落后于电流相位，整个电路呈容性，

当 $f \rightarrow \infty$ 时,  $\varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ 。

③ 当 $f < f_p$ 时,  $\varphi > 0$ , 总电压相位落后于电流相位, 整个电路呈感性。

由于 $f = 0$ 时,  $\varphi = 0$ ; 而 $f = f_p$ 时,  $\varphi$ 亦为零, 故在 $0 < f < f_p$ 时,  $\varphi$ 有一极大值, 通过式(6)可求出 $f = \frac{1}{\sqrt{3}}f_p$ 时,  $\varphi$ 为极大。极大值的大小和元件参量有关, 特殊条件下 $\varphi = \frac{\pi}{2}$ 。

特殊条件下 $\varphi = \frac{\pi}{2}$ 。

RLC并联电路相频特性如图8所示。

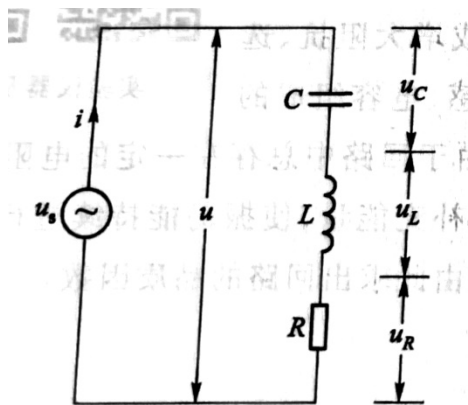


图7 RLC并联谐振电路

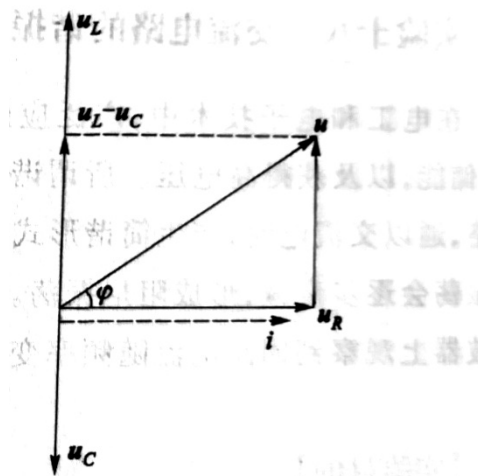


图8 RLC并联电路相频特性

## 二、 实验步骤

测出两条RLC串联谐振曲线及电路的Q值

1.  $L = 0.1H$ ,  $C = 0.1\mu F$ ,  $R$ 分别取 $100\Omega$ 和 $300\Omega$ , 总电压 $u$ 取 $1.00V$ 。
2. 设计实验线路图, 应当能方便地用万用表测量电路中总电压 $u$ 和电阻上的电压 $u_R$ 。
3. 改变功率函数信号发生器频率, 从 $1.00kHz$ 测至 $2.40kHz$ , 保持总电压 $u$ 为 $1.00V$ 不变, 每隔 $100Hz$ 测一点, 在谐振点附近隔 $50Hz$ 补测两点。
4. 在谐振点 $f_0$ , 保持总电压 $u$ 为 $1.00V$ 不变, 测出电感上的电压 $u_L$ 和电容上的电压 $u_C$ 。
5. 测量并记录所用的标准电感的直流电阻值。

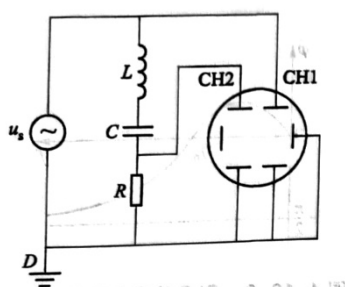


图9串联谐振相频特性测量电路

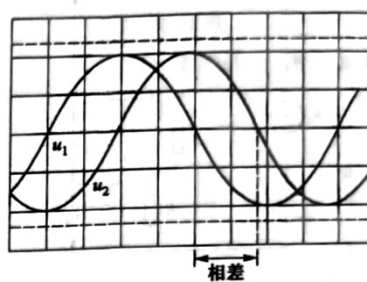


图10 相位差测量示意图

测量 RLC 串联电路的相频特性

1. 测量电路如图 9 所示，用CH1和CH2分别观测总电压 $u$ 和电阻两端电压 $u_R$ （注意：两个通道输入线的黑色端与功率函数信号发生器黑色端连接共地）。
2. 利用双线示波器，根据谐振时， $\varphi = 0$ ，测出谐振频率 $f_0$ 。
3. 用以下介绍的两种方法分别测 $\varphi - f$ 曲线。取 $R = 300 \Omega$ ， $f$ 从 $800 \text{ Hz}$ 测至 $2.40 \text{ kHz}$ ，间隔 $200 \text{ Hz}$ 测一点

#### ① 方法1

在CH1和CH2输入信号后，首先，调节CH1和CH2的分度值键及同轴的增益微调键，使屏上显示的两个信号的波形峰峰值为4大格或6大格。其次，使左下方触发源控制键置于CH1和CH2位，调节触发增益键LEVEL使波形稳定。最后，调节扫描分度值键和与它同轴的增益微调键，使屏上信号一个周期占有水平方向8个大格(DIV)，从而每个大格相当于有 $\pi/4$ 的相位角，这时从水平线上可读出两个波形之间的间距 $l$ (单位用格)，在如图10所示的情况下，如以 $u_1$ 为基准信号，而取 $u_2$ 为比较信号，则 $u_2$ 落后于 $u_1$ 的相位差为

$$\varphi = l \cdot \frac{\pi}{4} = 1.7 \times \frac{\pi}{4} = 0.43$$

#### ②方法 2

用示波器可直接测量相位差，原理如图11所示。与方法1不同的是，先要调节扫描微调键至校正位，调节信号使其稳定，并在屏上出现至少一个周期的波形。观测一个周期信号相邻两个同相位点，间距为 $L$ （单位用格），则其周期等于该两点间距 $L$ 乘以观测时的每格扫描时间 $t$ ，即

$$T = Lt$$

设观测两个信号相邻两点之间的间距为 $l$ ，时间间隔 $\Delta t$ 等于 $l$ 乘以观测时的每格扫描时间 $t$ ，即

$$\Delta t = lt$$

则两个信号之间相位差为

$$\varphi = \Delta t \cdot \frac{2\pi}{T} = lt \cdot \frac{2\pi}{Lt} = \frac{2\pi l}{L}$$

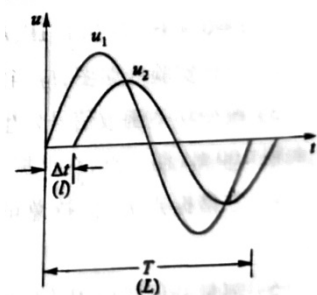


图11 相位差测量原理

### 三、 实验数据

表1 信号发生器频率和电阻电压 $u_R$ 的关系

$f/\text{kHz}$	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.55	1.6	1.65
$u_R(100\Omega)/V$	0.203	0.257	0.333	0.450	0.711	1.050	1.530	1.595	1.471
$u_R(300\Omega)/V$	0.585	0.716	0.945	1.166	1.511	1.746	1.810	1.826	1.790

$f/\text{kHz}$	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4
$u_R(100\Omega)/V$	1.167	0.745	0.547	0.437	0.352	0.302	0.264	0.235
$u_R(300\Omega)/V$	1.714	1.510	1.222	1.058	0.926	0.822	0.735	0.665

实验中， $u = 2.0V$ ， $R_L = 12.5\Omega$

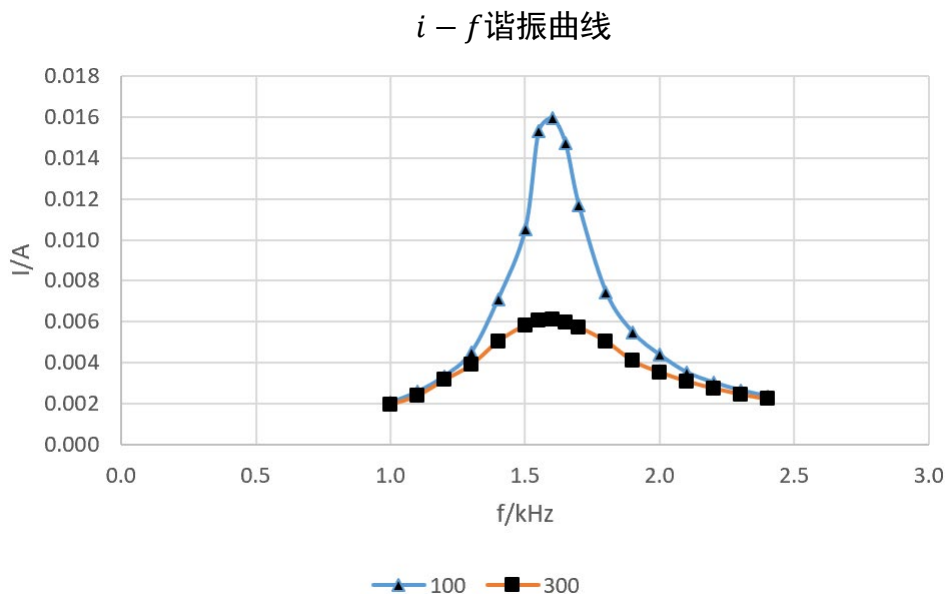
表2 谐振点电感电容分压及谐振频率

$R/\Omega$	$f_0/\text{kHz}$	$u_L/V$	$u_C/V$
100	1.592	17.14	17.08
300	1.593	6.34	6.3

表3 电阻为 $300\Omega$ 时相频特性

$f/\text{kHz}$	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4
$L$	6.4	5.2	4.3	7.3	6.5	5.7	5.31	9.4	8.6
$l$	1.4	1	0.8	0.8	0	-0.6	-0.8	-1.7	-1.7
$\varphi$	1.3744	1.2083	1.1690	0.6886	0	-0.6614	-0.0095	-1.1363	-1.2420

#### 四、 计算与分析



由式(3)可得:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1591.55Hz$$

显然与示波器测得的  $f = 1.592kHz$  相差不大。

由式(4)可得:

$$Q_{100} = \frac{\omega_0 L}{R} = 8.89$$

$$Q_{300} = \frac{\omega_0 L}{R} = 3.2$$

由实验中  $u_L$ ,  $u_C$  可得:

$$Q_{100} = 8.56$$

$$Q_{300} = 3.12$$

通过  $i - f$  谐振曲线读数我们可以得到:  $f_{01} = 1.59kHz, f_{03} = 1.59kHz, f_{11} = 1.50kHz, f_{21} = 1.68kHz, f_{13} = 1.34kHz, f_{23} = 1.87kHz$

由  $Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$  可得:

$$Q_{100} = 8.83$$

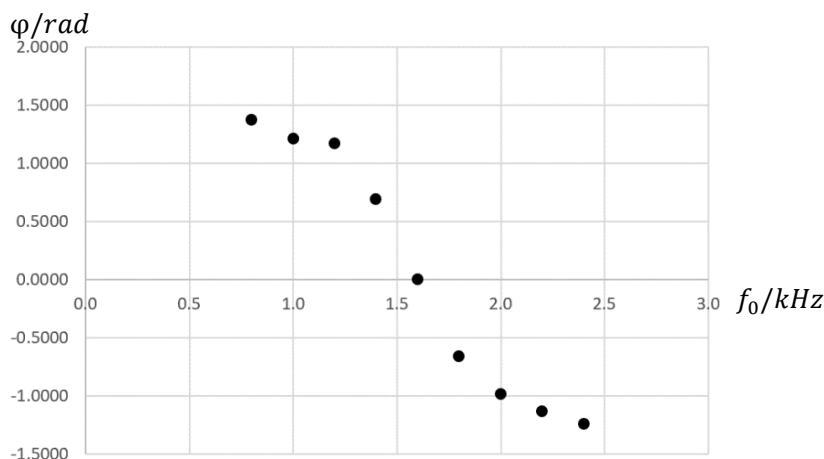
$$Q_{300} = 3$$

$R/\Omega$	理论值	计算值	频率计算值
100	8.89	8.56	8.83
300	3.20	3.12	3.00

可以看出三者相差不大, 相对误差不超过7%。



## $\varphi - f$ 相频曲线



## 五、思考题

1. 根据RLC串联电路的谐振特点，在实验中如何判断电路是否达到谐振？  
当在电阻R上的分压达到最大时，电路达到谐振；或当电源和电阻两端电压相位差为0时，电路达到谐振。
2. 如果实验用的电容和电感误差分别为0.5%和0.2%，谐振频率 $f_0$ 的可能范围是多少？

根据式(3)有：

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

将电容误差0.5%和电感误差0.2%代入计算可得 $0.9965f_0 \leq f \leq 1.0035f_0$

3. 如何利用双线示波器较准确的测量出谐振曲线 $i - f$   
读数时调整VOLTS/DIV旋钮，使得波形图样在不超出屏幕范围尽可能大，提高读数精度；保证实验装置和示波器的负极接地。
4. 用示波器测量RLC并联谐振电路的谐振频率时，能否直接使用类似图7的线路？为什么？  
并联电路上电压与频率有关，且电压与抗阻成正比。谐振时抗阻为最大值，电压也应为最大值， $i - f$ 曲线与串联谐振相似，因此可以用该电路测量谐振频率。
5. 已知 $L_0$ （或 $C_0$ ），可较方便的利用谐振测出 $C_x$ （或 $L_x$ ），如果均为未知量 $L_x$ 、 $C_x$ 应如何测出？这时若 $C_x$ 不是空气介质或云母介质电容器的电容，是否会引入较大误差？

通过实验测得谐振频率 $f_0$ 和品质因数 $Q$ ，则：

$$L = \frac{QR}{\omega_0} = \frac{2\pi QR}{f_0}$$

再求得 $C$ 即可。

若 $C_x$ 不是空气介质或是云母介质，则可能会有一定的能量损耗，从而引入较大的误差。