Exponenciación

Números complejos

Ecuación de la recta y secciones cónicas

ESTHER LEYVA SUÁREZ

EXPONENCIACIÓN

Nombre de la regla	Regla	Ejemplo
Regla del producto	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$
	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$3^3 \cdot 4^3 = (3 \cdot 4)^3 = (12)^3 = 1728$
Regla del cociente	$a^n / a^m = a^{n-m}$	$2^5 / 2^3 = 2^{5-3} = 2^2 = 4$
	$a^n / b^n = (a / b)^n$	$4^3 / 2^3 = (4/2)^3 = (2)^3 = 8$
Regla de la potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$
	$a^{n^m} = a^{(n)^m}$	$2^{3^2} = 2^{(3)^2} = 2^9 = 512$
	$\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}$	$\sqrt[4]{2^8} = 2^{8/4} = 2^2 = 4$
	$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$	$27^{1/3} = \sqrt[3]{27} = 3$
Exponentes negativos	$a^{-n} = 1/a^n$	$3^{-2} = 1/3^2 = 1/9 = 0.11$
Regla del cero	$a^0 = 1$	$7^0 = 1$
	$o^n = 0, \text{ para } n > 0$	$o^5 = 0$
Regla del uno	$a^1 = a$	$9^1 = 9$
	$1^n = 1$	$1^8 = 1$
Regla del menos uno	$(-1)^n = \begin{cases} 1, & n \text{ es par} \\ -1, & n \text{ es impar} \end{cases}$	$(-1)^5 = -1$

EJEMPLOS

- Simplificar la siguiente expresión

$$\frac{48p^3q^4}{72p^2q^6r^5}$$

a) $\boxed{\frac{2p}{3q^2r^5}}$

b) $\frac{3p}{2q^2r^5}$

c) $\frac{2pq^2}{3r^5}$

d) $\frac{3pq^2}{2r^5}$

$$\frac{48p^3q^4}{72p^2q^6r^5}$$

$$\frac{(6)(8)p^{3-2}q^{4-6}}{(9)(8)r^5}$$

$$\frac{(6)p\ q^{-2}}{(9)r^5}$$

$$\frac{(3)(2)p}{(3)(3)q^2r^5}$$

$$\frac{2p}{3q^2r^5}$$

NÚMEROS COMPLEJOS

- Los números complejos se definen con una parte entera y una parte imaginaria, se pueden representar de la forma:

- Binomica:
$$z = a + bi = (a, b) \quad con\ a, b \in \mathbb{R}$$

- Trigonométrica
$$z = r \cdot \left(cos(\propto) + i \cdot sen(\propto)\right)$$

- Polar
$$z = r_{\propto}$$

- Exponencial
$$z = r \cdot e^{i \cdot \propto}$$

- $i^2 = -1$
- $\cos(\alpha) + isen(\alpha) = cis(\propto)$
- $z = r_{\propto} = r \cdot cis(\propto) = r \cdot e^{i \cdot \propto}$

- El módulo de un número complejo se representa de la forma:
$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \geq 0$$

- El ángulo de un número complejo, se calcula como:
$$\propto = arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

Si $a = 0$, entonces el ángulo es:

- $\propto = \frac{\pi}{2} \qquad si\ b > 0$
- $\propto = -\frac{\pi}{2} \qquad si\ b < 0$
- $\propto = 0 \qquad si\ b = 0$

OPERACIONES CON NÚMEROS COMPLEJOS

Sean $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$

- Suma

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$$

- Resta

$$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$$

- Multiplicación

$$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Sean $z_1 = r \cdot e^{i\alpha}$ y $z_2 = s \cdot e^{i\beta}$

- Multiplicación

$$z_1 \cdot z_2 = (r \cdot s)e^{i(\alpha+\beta)}$$

- División

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r}{s} e^{i(\alpha-\beta)}$$

- Potenciación

$$z^n = r^n e^{in\propto}, \qquad n \in \mathbb{N}$$

EJEMPLOS

- Determinar el módulo, el argumento, la forma polar y la forma trigonométrica del número complejo $2 + 2i$

	Módulo	Argumento	Forma polar	Forma trigonométrica
a)	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	$\frac{\pi}{3}$	$\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)_{\pi/3}$	$\frac{2}{\sqrt{2}}\left(cos\frac{\pi}{3} + isen\frac{\pi}{3}\right)$
b)	$2\sqrt{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$(2\sqrt{3})_{\pi/4}$	$2\sqrt{3}\left(cos\frac{\pi}{4} + isen\frac{\pi}{4}\right)$
c)	$2\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$(2\sqrt{2})_{\pi/4}$	$2\sqrt{2}\left(cos\frac{\pi}{4} + isen\frac{\pi}{4}\right)$
d)	$2\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$(2\sqrt{2})_{\pi/6}$	$2\sqrt{2}\left(cos\frac{\pi}{6} + isen\frac{\pi}{6}\right)$

Utilizando las fórmulas:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$z = r_\theta = r \cdot (cos\theta + isen\theta)$$

Sustituyendo se tiene:

$$r = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\theta = arctan\left(\frac{2}{2}\right) = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$z = (2\sqrt{2})_{\pi/4}$$

$$z = 2\sqrt{2}\left(cos\frac{\pi}{4} + isen\frac{\pi}{4}\right)$$

- Dado el número complejo $z_1 = 2 - i$ determinar el número x que satisfaga la igualdad:

$$(z_1)^2 x = 1$$

a) $-\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$

b) $\boxed{\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i}$

c) $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$

d) $-\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$

Despejando x, se tiene:

$$x = \frac{1}{(z_1)^2}$$

Aplicando la fórmula del cuadrado

$$(z_1)^2 = (2 - i)^2 = 4 - 4i + i^2 = 3 - 4i$$

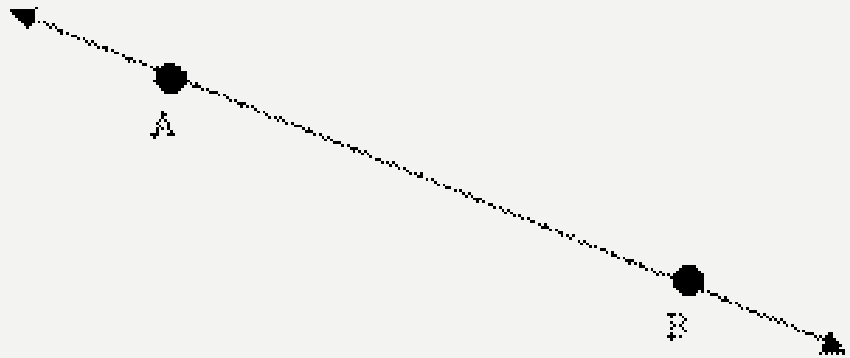
Calculando el inverso del resultado anterior

$$x = \frac{1}{(z_1)^2} = \frac{1}{3 - 4i} \cdot \frac{3 + 4i}{3 + 4i} = \frac{3 + 4i}{9 - 16i^2}$$

$$x = \frac{3 + 4i}{9 + 16} = \frac{3 + 4i}{25} = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$$

LA RECTA

- La línea recta se define como una sucesión de puntos en ambas direcciones.



- Se tienen seis maneras o formas para obtener la ecuación de la recta, dependiendo los datos que nos den.

ECUACIÓN DE LA RECTA

- Punto – pendiente $(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}),\ \boldsymbol{m}$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

- Pendiente – ordenada al origen $(\mathbf{0}, \boldsymbol{b}),\ \boldsymbol{m};\ \boldsymbol{m}, \boldsymbol{b}$

$$y = mx + b$$

- Cartesiana $(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}),\ \ (\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2})$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Reducida o abscisa – ordenada al origen $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}; (\boldsymbol{a}, \mathbf{0}), (\mathbf{0}, \boldsymbol{b})$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

- General $\boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{By} + \boldsymbol{C} = \mathbf{0}$

$$m = -\frac{A}{B}, \qquad b = -\frac{C}{B}$$

- Normal $\boldsymbol{r}, \boldsymbol{\theta}$

$$xcos\theta + ysen\theta - r = 0$$

EJEMPLOS

- Si la ecuación de una recta es $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}=1$, determinar su pendiente y los cruces con los ejes coordenados

	Pendiente	Cruce eje x	Cruce eje y
a)	$m=-\frac{2}{5}$	$(5,0)$	$(0,2)$
b)	$m=\frac{2}{5}$	$(5,0)$	$(0,2)$
c)	$m=-\frac{5}{2}$	$(2,0)$	$(0,5)$
d)	$m=\frac{5}{2}$	$(2,0)$	$(0,5)$

Usando la forma reducida, es decir: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$, se pueden tener los puntos de cruce, porque son (a,0), (0,b). Para la pendiente, se desarrolla la ecuación reducida:

$$bx+ay-ab=0$$

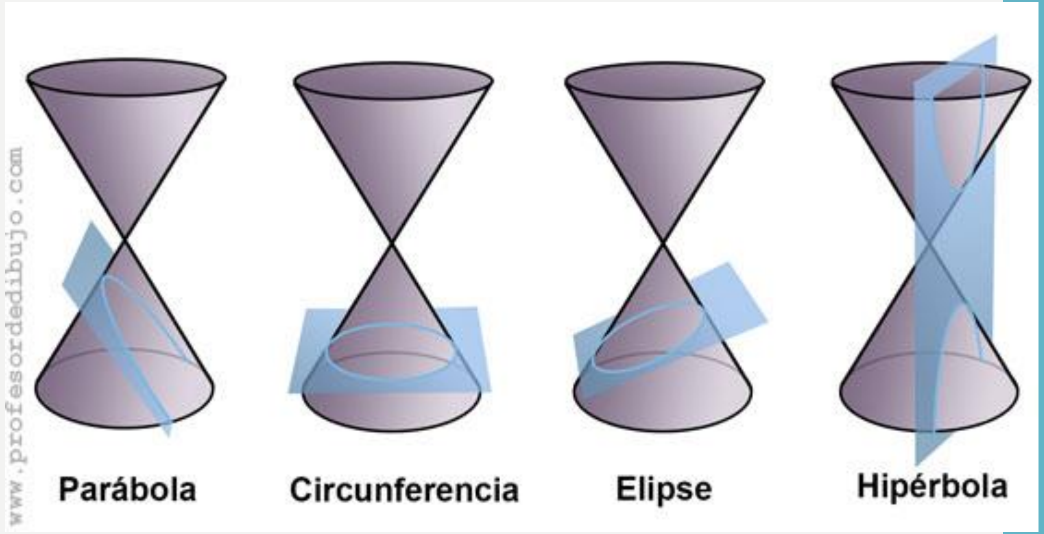
Entonces la pendiente es:

$$m=-\frac{b}{a}$$

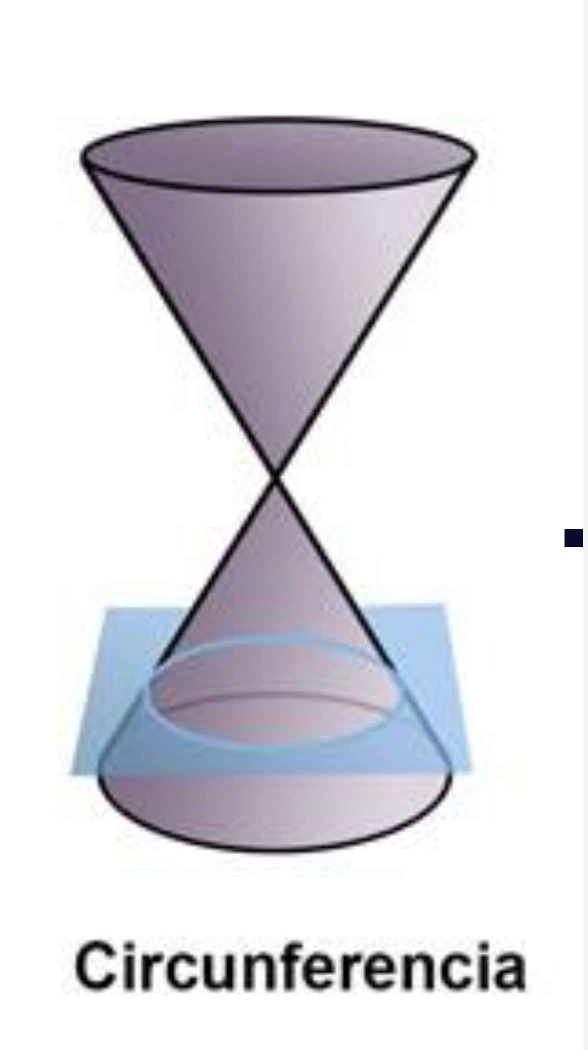
SECCIONES CÓNICAS

- Una sección cónica se mueve para que la razón de la distancia de un punto fijo (llamado foco) a su distancia de una línea fija llamada directriz, sea constante. A esta razón se le llama excentricidad de la curva (y se denota con la letra e).
- El valor de la excentricidad determina el tipo y forma de la sección cónica:
- La excentricidad para la circunferencia es igual a cero.
- La excentricidad para la parábola es igual a uno.
- La excentricidad para la elipse es menor a uno.
- La excentricidad para la hipérbola es

  mayor a uno.

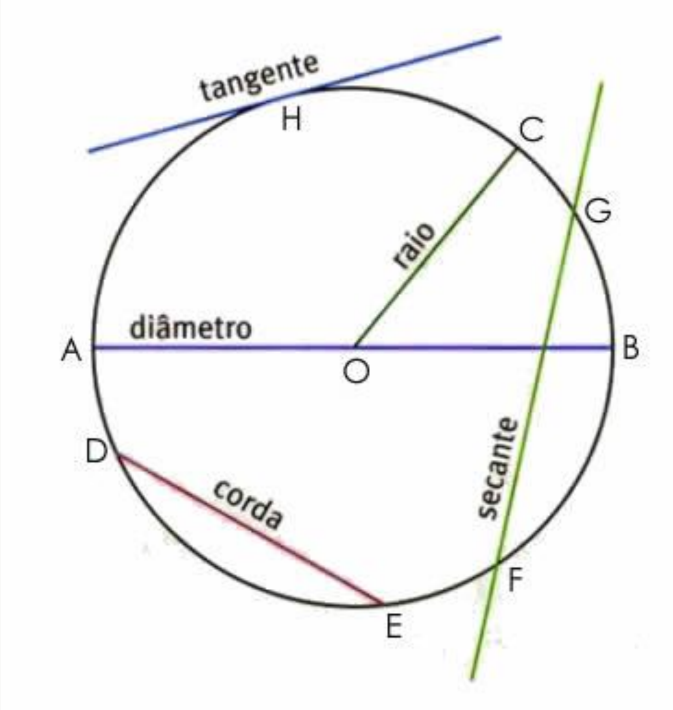


CIRCUNFERENCIA



- Una sección cónica (o simplemente cónica) es una curva formada por la intersección de un plano con un cono circular recto o superficie cónica.
- Cuando la intersección del plano es perpendicular al eje de la superficie cónica, o sea, paralelo a la base del cono, la cónica formada es la circunferencia.

- La circunferencia es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidista de otro punto fijo llamado centro.

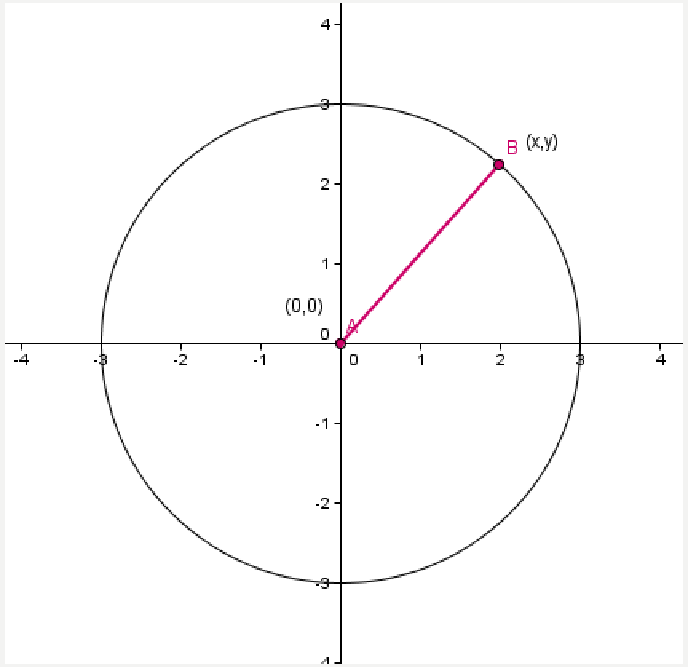


CIRCUNFERENCIA

- Si se conocen el centro y radio de la circunferencia, se puede obtener la ecuación ordinaria de la circunferencia, es decir

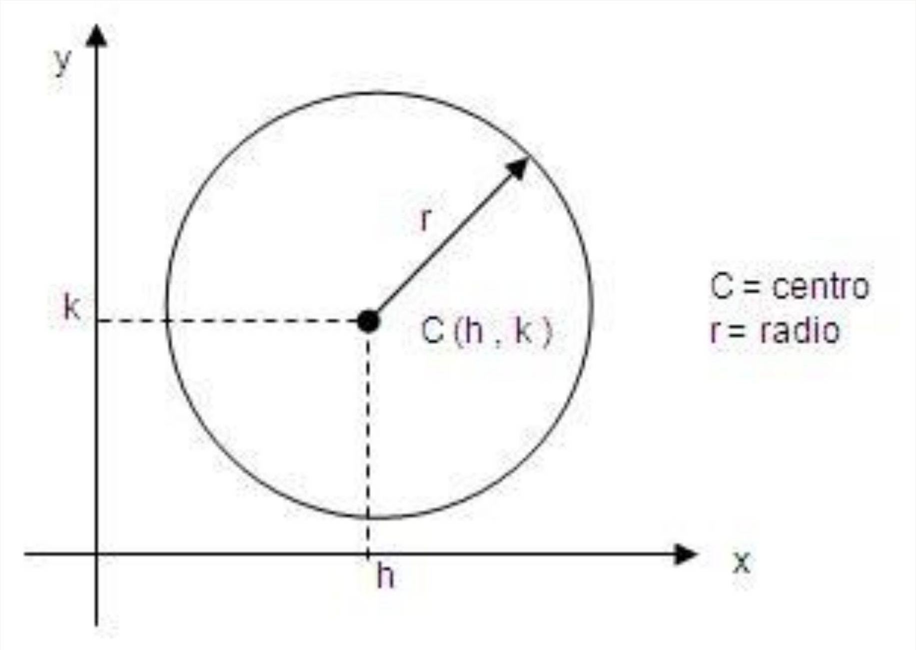
- Con centro en el origen C(0,0)

$$x^2 + y^2 = r^2$$



- Con centro fuera del origen C(h,k)

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$



Ecuación general: $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$, donde

$$D = -2h$$
$$E = -2k$$
$$F = -r^2 + h^2 + k^2$$

EJEMPLOS

- Determinar la ecuación de la circunferencia con centro (-4, 5) y radio 3.

a) $\boxed{x^2+y^2+8x-10y+32=0}$

b) $x^2+y^2-8x+10y+32=0$

c) $x^2+y^2+8x-10y-32=0$

d) $x^2+y^2-8x-10y+32=0$

Se utiliza la ecuación ordinaria de la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

$$(x-(-4))^2+(y-5)^2=3^2$$
$$x^2+8x+16+y^2-10y+25-9=0$$
$$x^2+y^2+8x-10y+32=0$$

- Determinar las coordenadas del centro y radio de la circunferencia

$$(x+3)^2+(y-5)^2=9$$

a) $C(3,5)$ y $r=3$

b) $C(2,-5)$ y $r=3$

c) $\boxed{C(-3,5) \text{ y } r=3}$

d) $C(-3,-5)$ y $r=3$

Se utiliza la ecuación ordinaria de la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ y al comparar se tiene:

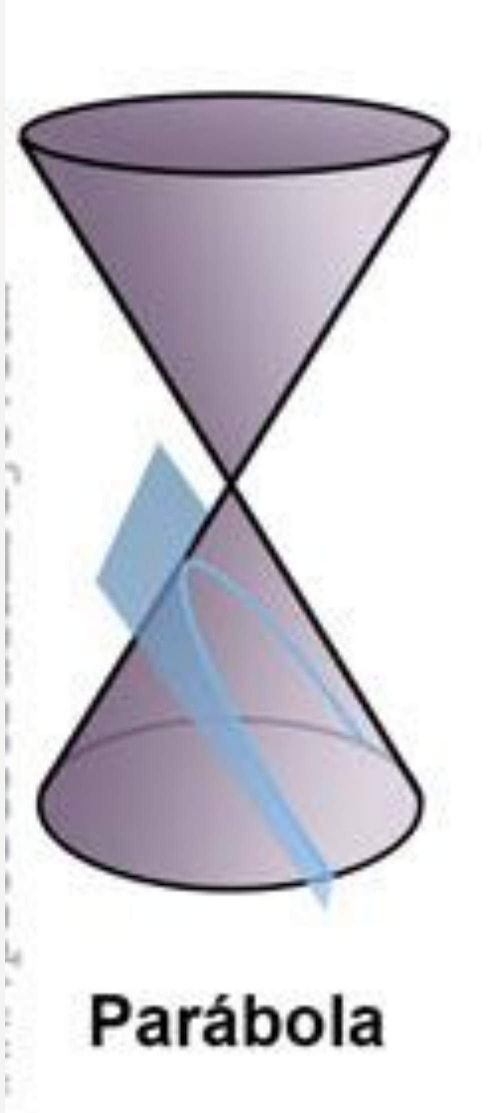
$$h=-3,\ k=5,\ r^2=9$$

Por tanto el centro y radio son:

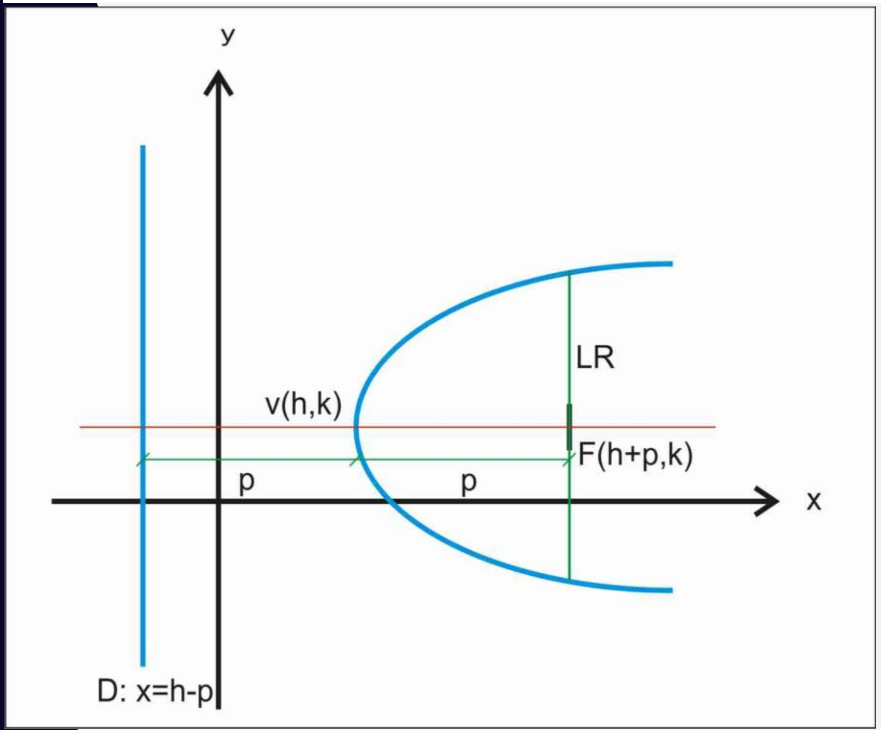
$$C(-3,5), \quad r=3$$

PARÁBOLA

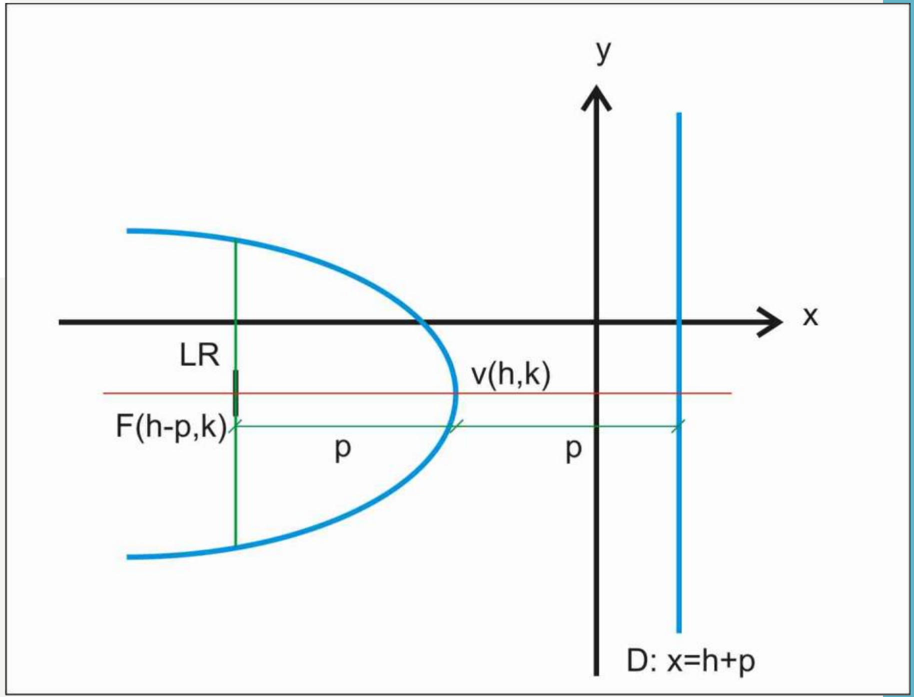
- Es una sección cónica de excentricidad igual a 1.
- Se define como el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de una recta llamada directriz y un punto exterior llamado foco.



PARÁBOLA (VÉRTICE FUERA DEL ORIGEN)



- Vértice: $V(h, k)$
- Foco: $F(h+p, k)$
- Directriz: $x = h - p$
- Lado recto: $LR = 4p$
- Ecuación:
  $4p(x-h) = (y-k)^2$

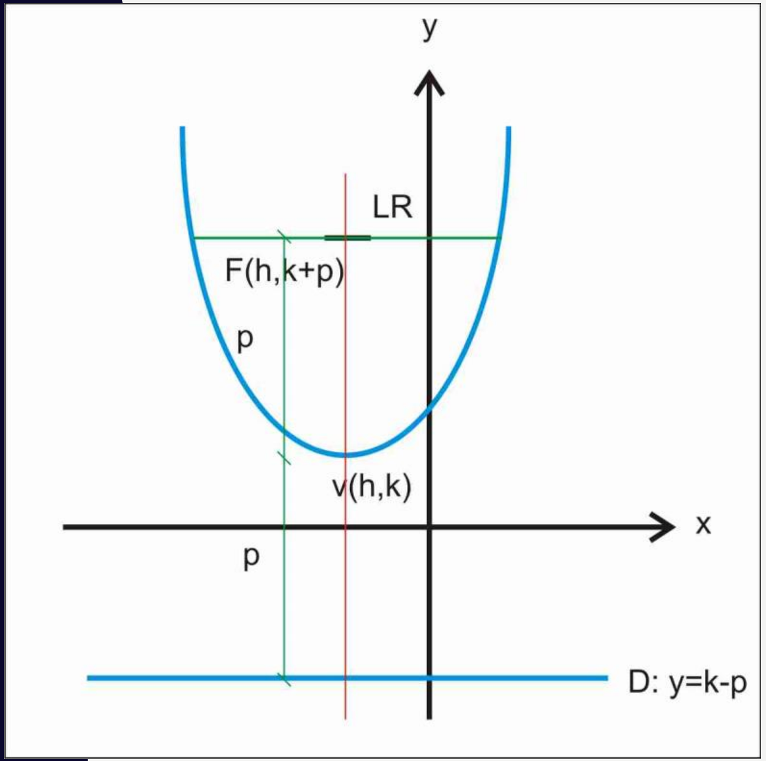


- Vértice: $V(h, k)$
- Foco: $F(h-p, k)$
- Directriz: $x = h + p$
- Lado recto: $LR = 4p$
- Ecuación:
  $-4p(x-h) = (y-k)^2$

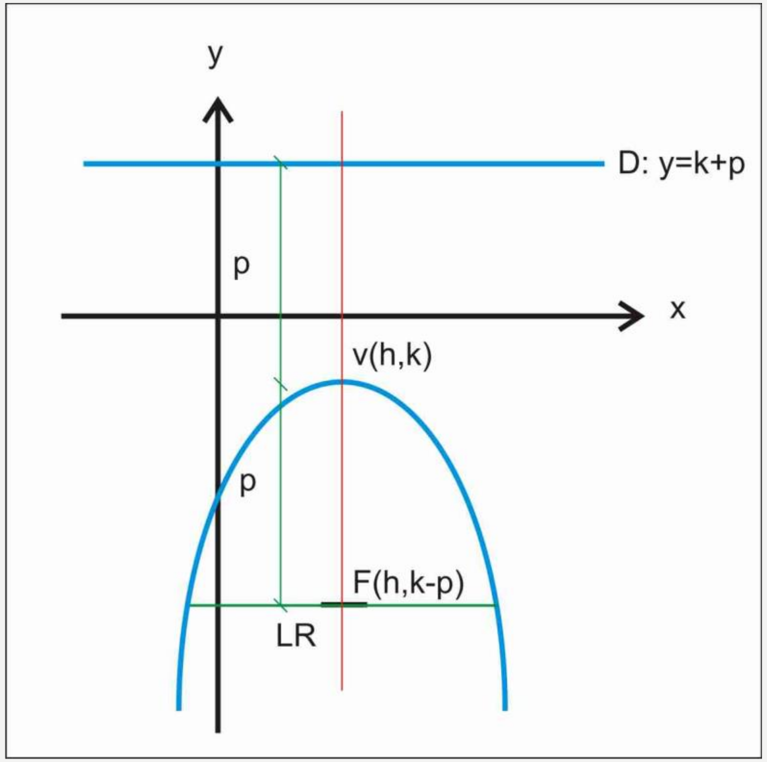
Ecuación general $y^2 + Dy + Ex + F = 0$, donde

$$D = -2k$$
$$E = -4p$$
$$F = k^2 + 4ph$$

PARÁBOLA (VÉRTICE FUERA DEL ORIGEN)



- Vértice: $V(h,k)$
- Foco: $F(h,k+p)$
- Directriz: $y = k-p$
- Lado recto: $LR = 4p$
- Ecuación:
  $4p(y-k) = (x-h)^2$



- Vértice: $V(h,k)$
- Foco: $F(h,k-p)$
- Directriz: $y = k+p$
- Lado recto: $LR = 4p$
- Ecuación:
  $-4p(y-k) = (x-h)^2$

Ecuación general $x^2 + Dx + Ey + F = 0$, donde $D = -2h$, $E = -4p$, $F = h^2 + 4pk$

EJEMPLOS

- Determinar las coordenadas del foco de la parábola: $y^2 = 8x$
  a) $(0,2)$
  b) $\boxed{(2,0)}$
  c) $(0,-2)$
  d) $(-2,0)$

Se utiliza la ecuación ordinaria de la parábola

$$y^2 = 4px$$

$$4p = 8 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{8}{4} = 2$$

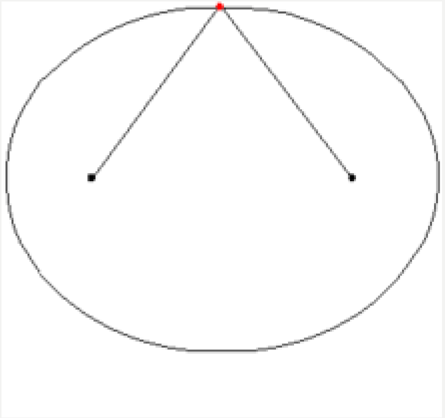
Las coordenadas del foco son

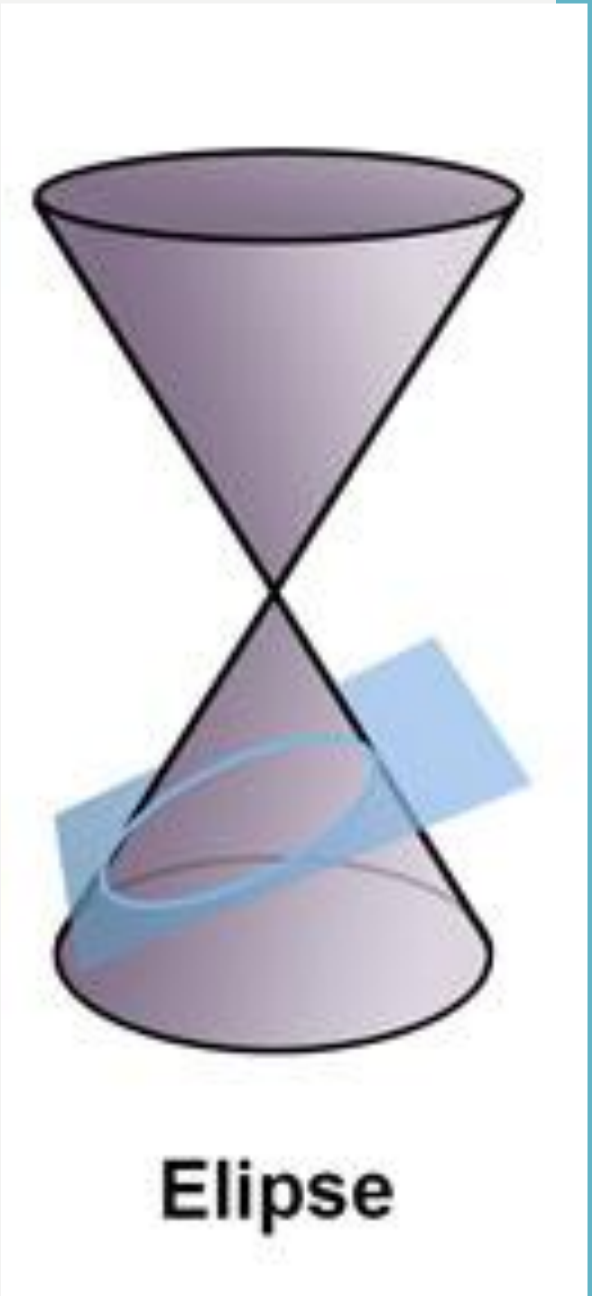
$$(\mathrm{p}, 0) = (2,0)$$

- Identificar cuál de las siguientes ecuaciones representa una parábola vertical con centro en el origen y abre hacia arriba.
  a) $(x-h)^2 = 4p(y-k)$
  b) $(y-k)^2 = 4p(x-h)$
  c) $\boxed{x^2 = 4py}$
  d) $y^2 = 4px$

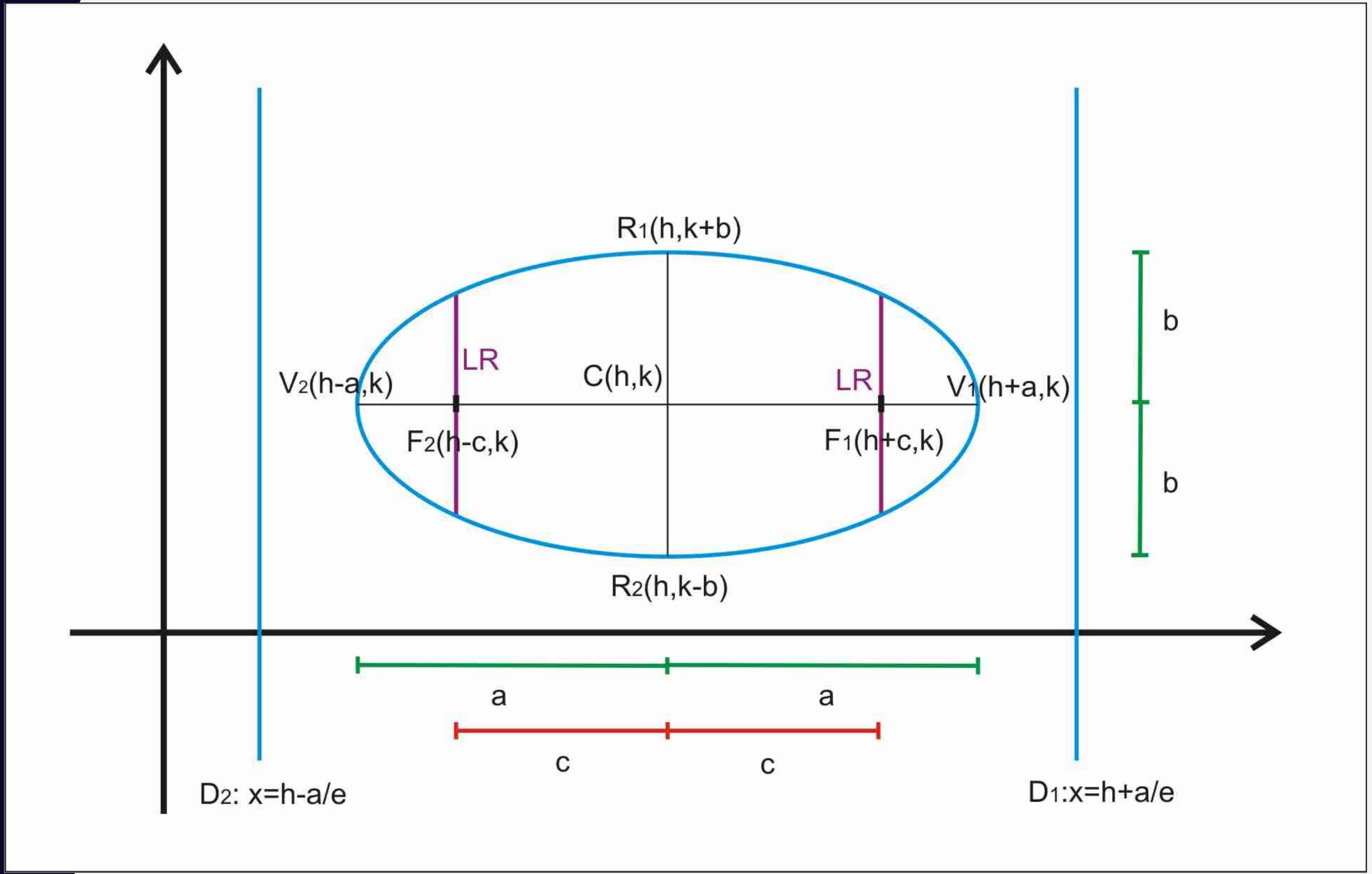
ELIPSE

- Es una sección cónica de excentricidad menor a 1.
- Se define como el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, tales que la suma de las distancias a otros dos puntos fijos llamados focos es constante.





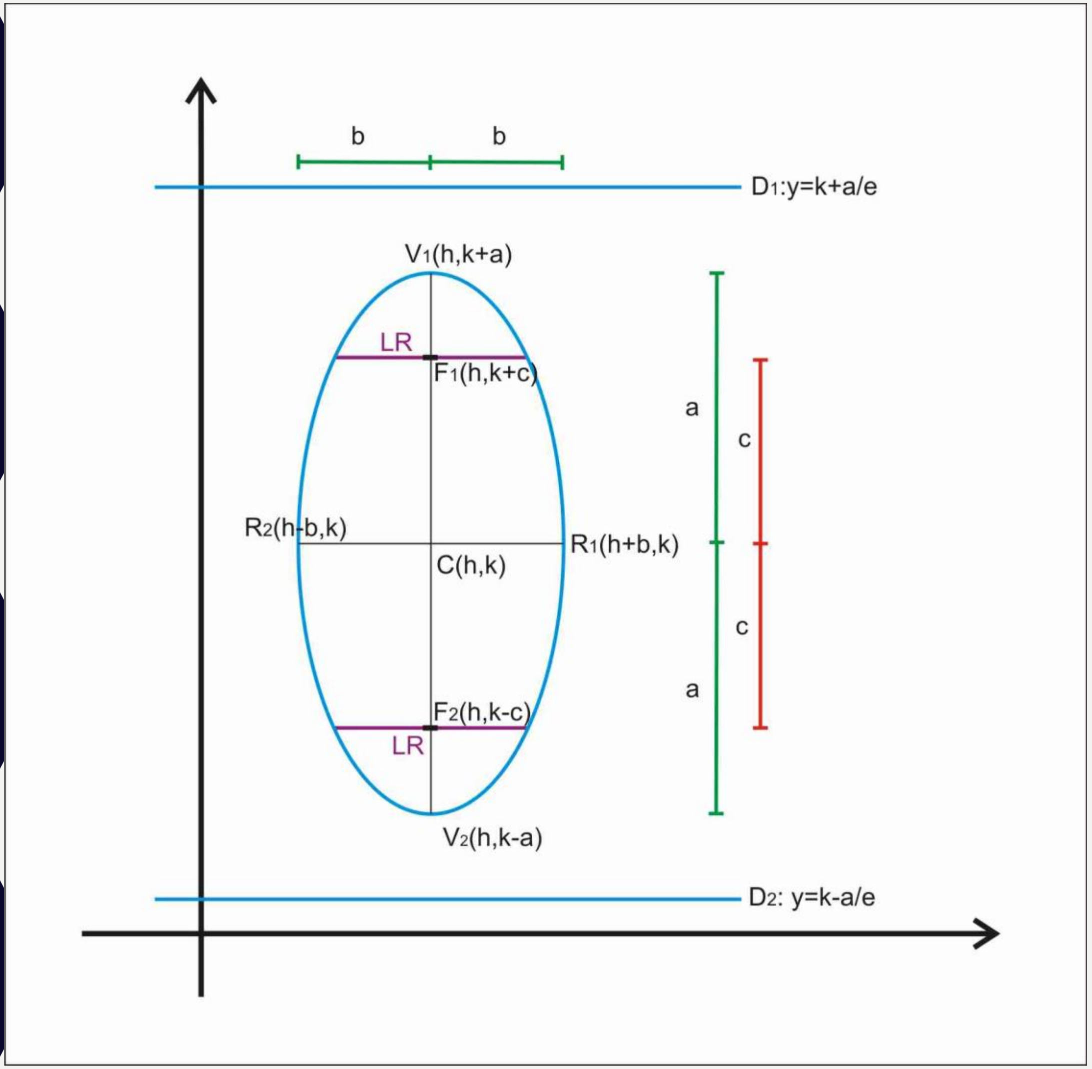
ELIPSE (CENTRO FUERA DEL ORIGEN)



- Centro: $C(h,k)$
- Vértices: $V_1(h+a,k), V_2(h-a,k)$
- Focos: $F_1(h+c,k), F_2(h-c,k)$
- $R_1(h,k+b), R_2(h,k-b)$
- Directrices: $x_1 = h + \frac{a}{e}, x_2 = h - \frac{a}{e}$
- Excentricidad: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a} < 1$
- Eje mayor: $2a$
- Eje menor: $2b$
- Lado recto: $LR = \frac{2(b)^2}{a}$
- Ecuación ordinaria:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

ELIPSE (CENTRO FUERA DEL ORIGEN)

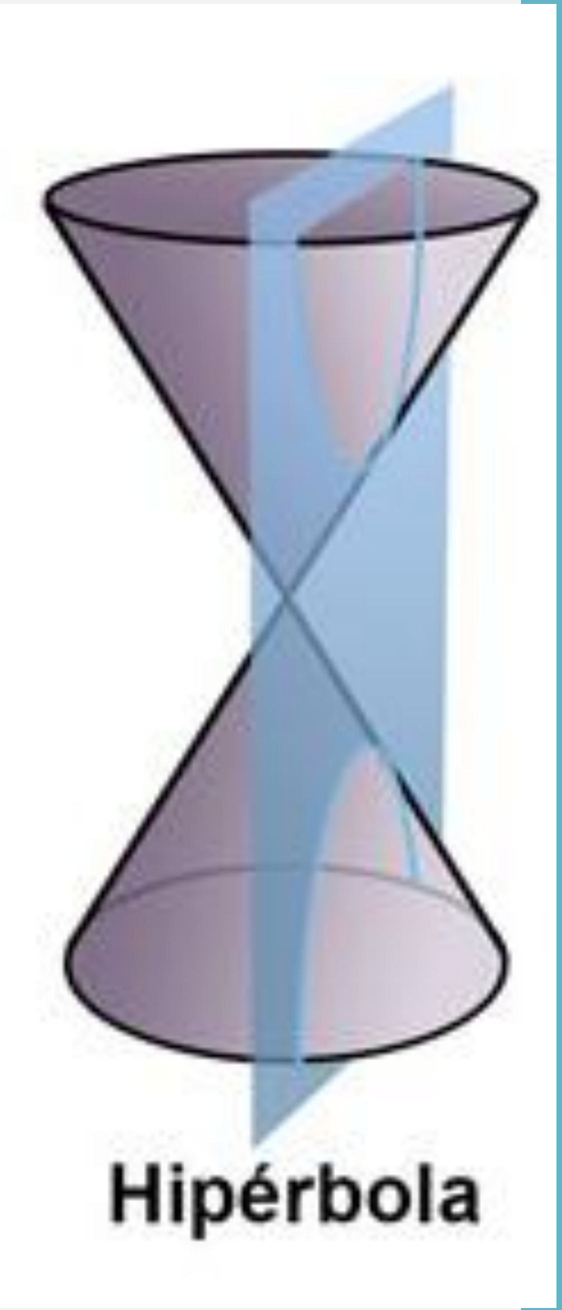


- Centro: $C(h,k)$
- Vértices: $V_1(h,k+a), V_2(h,k-a)$
- Focos: $F_1(h,k+c), F_2(h,k-c)$
- $R_1(h+b,k), R_2(h-b,k)$
- Directrices: $y_1 = k + \frac{a}{e}, y_2 = k - \frac{a}{e}$
- Excentricidad: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a} < 1$
- Eje mayor: $2a$
- Eje menor: $2b$
- Lado recto: $LR = \frac{2(b)^2}{a}$
- Ecuación ordinaria:

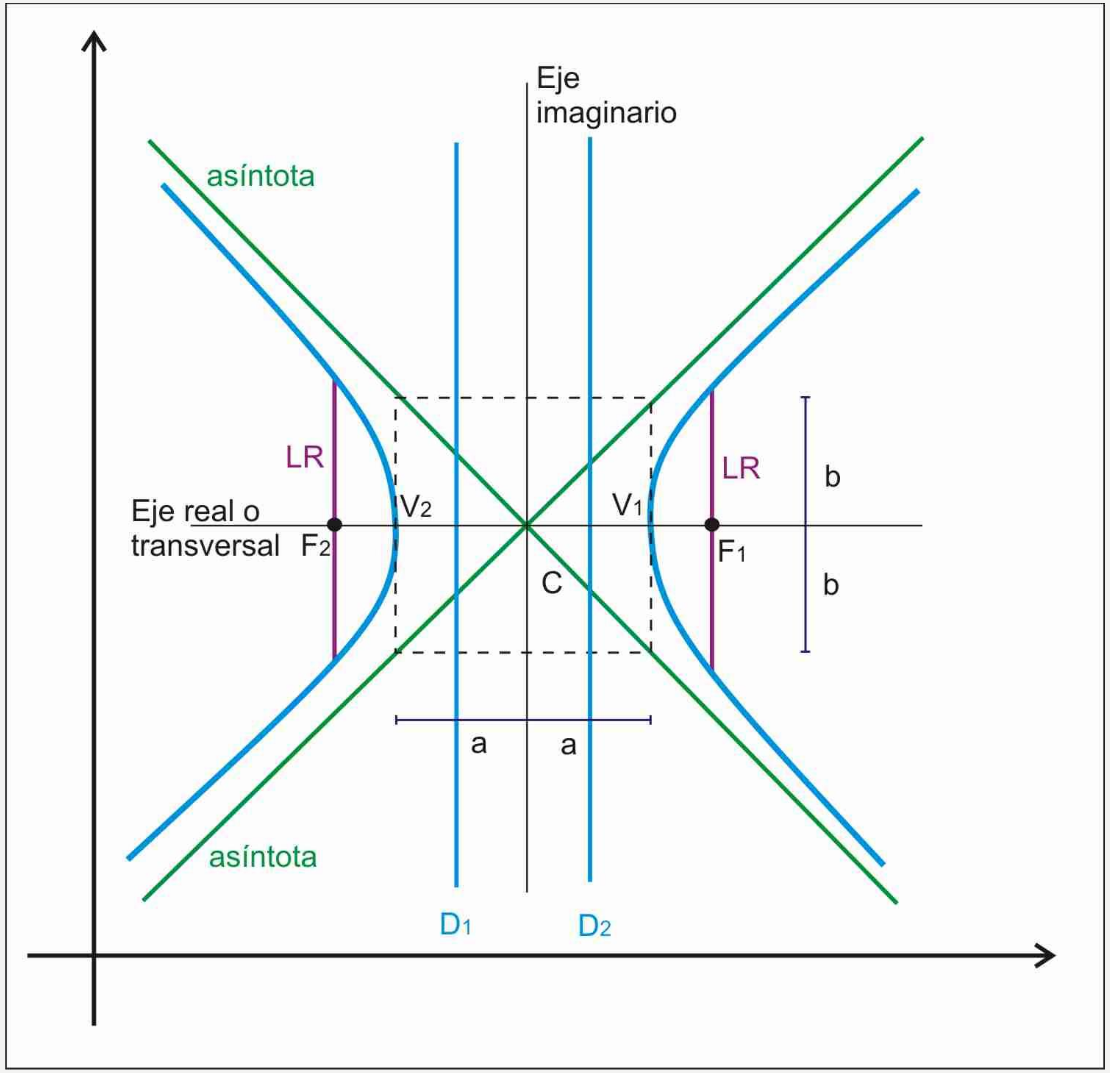
$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

HIPÉRBOLA

- La excentricidad para la hipérbola es mayor a uno.
- Es el lugar geométrico de los puntos tales que el valor absoluto de la diferencia entre sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es igual a una constante.



HIPÉRBOLA (CENTRO FUERA DEL ORIGEN)



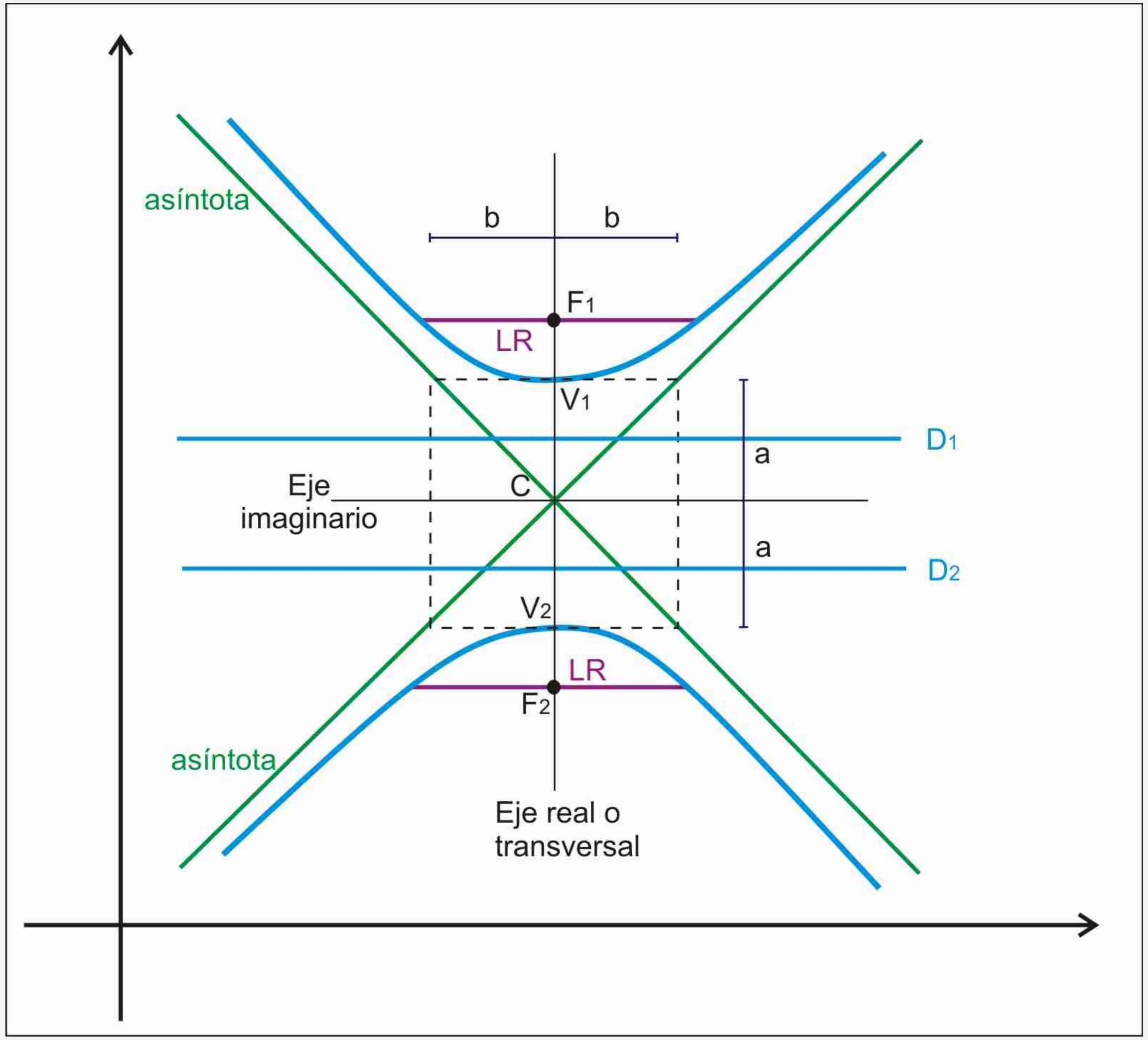
- Centro: $C(h,k)$
- Vértices:$V_1(h+a,k), V_2(h-a,k)$
- Focos:$F_1(h+c,k), F_2(h-c,k)$
- Directrices: $x_1 = h + \frac{a}{e}, x_2 = h - \frac{a}{e}$
- Excentricidad: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} > 1$
- Eje real: $2a$
- Eje imaginario: $2b$
- Ecuaciones de las asíntotas:

$$(y-k) = \pm\frac{b}{a}(x-h)$$

- Lado recto: $LR = \frac{2(b)^2}{a}$
- Ecuación ordinaria:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

HIPÉRBOLA (CENTRO FUERA DEL ORIGEN)



- Centro: $C(h,k)$
- Vértices: $V_1(h,k+a), V_2(h,k-a)$
- Focos: $F_1(h,k+c), F_2(h,k-c)$
- Directrices: $y_1 = k + \frac{a}{e}, y_2 = k - \frac{a}{e}$
- Excentricidad: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} > 1$
- Eje real: $2a$
- Eje imaginario: $2b$
- Ecuaciones de las asíntotas:

$$(y-k) = \pm\frac{a}{b}(x-h)$$

- Lado recto: $LR = \frac{2(b)^2}{a}$
- Ecuación ordinaria:

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

HIPÉRBOLAS CONJUGADAS Y EQUILÁTERAS

- Dos hipérbolas son **conjugadas** cuando el eje real (distancia entre los vértices) de cada una es el eje imaginario de la otra. Las ecuaciones son:

  Hipérbola 1: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ Hipérbola 2: $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$

- Se dice que una hipérbola es **equilátera**, cuando sus semiejes real e imaginario son iguales, es decir, $a = b$.

- Para el caso, en que dos hipérbolas sean equiláteras y conjugadas con centro en el origen y ejes principales sobre los ejes coordenados, las ecuaciones son:

  Hipérbola 1: $x^2 - y^2 = a^2$ Hipérbola 2: $y^2 - x^2 = a^2$

- Las ecuaciones de sus asíntotas quedan expresadas por las ecuaciones: $y = \pm x$, es decir, recta a 45° y 135°

EJEMPLOS

- La ecuación de la elipse con centro en el origen se expresa como:

a) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$

b) $\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1}$

c) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

d) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$

- La ecuación de la hipérbola con centro en el origen se expresa como:

a) $\boxed{\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1}$

b) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$

c) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

d) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$

EJERCICIOS

1) Relacionar la expresión matemática con la propiedad que le corresponde:

Expresión matemática		*Propiedad*	
A.	a^0	1.	a
B.	a^1	2.	$a^{n\cdot m}$
C.	$(a^n)^m$	3.	a^{n+m}
D.	$a^n \cdot a^m$	4.	1

a) 1A, 2C, 3D, 4B
b) 1B, 2C, 3D, 4A
c) 1B, 2D, 3C, 4A
d) 1A, 2D, 3B, 4C

2) Simplificar la siguiente expresión:

$$\left(\sqrt[3]{\frac{-8x^6}{y^{-3}}}\right)^2\left(\sqrt[5]{\frac{x^3y^{-10}}{32x^8}}\right)^3$$

a) $\frac{2y^8}{x}$

b) $\frac{x}{2y^4}$

c) $\frac{8y^4}{x^3}$

d) $\frac{y^8}{8x}$

3) Simplificar la siguiente expresión algebraica:

$$\sqrt[4]{\left((x+y)^3\right)\left(\sqrt[4]{(x+y)^3}\right)}$$

a) $\left(x^{15/16} + y^{15/16}\right)$

b) $\left(x^{16/15} + y^{16/15}\right)$

c) $(x+y)^{16/15}$

d) $(x+y)^{15/16}$

4) La expresión equivalente a $\sqrt{(x^2)(x^3y)}$ es:

a) $\sqrt{x^5 + x^2y}$

b) $\sqrt{(x^2)^3y}$

c) $\sqrt{x^6y}$

d) $\sqrt{x^5y}$

5) De la multiplicación

$$a^{2n-3}a^{3n-2}a^{2-3n}$$

resulta:

a) a^{2n+3}

b) a^{2n-3}

c) a^{2n-7}

d) a^{8n+7}

6) Efectuar el producto

$$a^{m-3}b^{2}a^{4}b^{n+4}$$

a) $a^{m+1}b^{n}$

b) $a^{m+7}b^{n+2}$

c) $a^{m-1}b^{n-2}$

d) $a^{m+1}b^{n+6}$

7) Al simplificar

$$\frac{6m^2p^2q}{27mp^3q^2}$$

se obtiene

a) $\frac{3mp}{9q}$

b) $\frac{2m}{9pq}$

c) $\frac{2mpq}{3}$

d) $\frac{1}{pq}$

8) Sean $z_1 = 2 - i, z_2 = 3 - 4i$, relacionar las operaciones con los resultados

A. $z_1 z_2$

B. $z_1 + z_2$

C. $z_1 - z_2$

I. $5 - 5i$

II. $-1 + 3i$

III. $2 - 11i$

a) A – I, B – II, C – III

b) A – II, B – I, C – III

c) A – II, B – III, C – I

d) A – III, B – I, C – II

9) Determina la forma binómica del número complejo:

$$\sqrt{3}\left(cos\frac{\pi}{6}+isen\frac{\pi}{6}\right)$$

a) $\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\frac{5}{2}+i\frac{\sqrt{5}}{2}$

c) $\frac{3}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4}$

d) $\frac{5}{4}+i\frac{\sqrt{5}}{4}$

10) Dados los números complejos $z_1 = 2 - i$ y $z_2 = 3 + 6i$, determinar el número x que satisfaga la igualdad:

$$z_1 + z_2 + x = 1$$

a) $-5 - 4i$

b) $5 + 4i$

c) $-4 - 5i$

d) $-5 + 5i$

11) Identificar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3,-2)$ y tiene un ángulo de inclinación de $135°$

a) $x + y - 1 = 0$

b) $x + y + 1 = 0$

c) $x - y - 1 = 0$

d) $x - y + 1 = 0$

12) Hallar la ecuación de la recta cuya abscisa y ordenada al origen son 3 y -2, respectivamente.

a) $2x + 3y - 6 = 0$

b) $2x - 3y + 6 = 0$

c) $2x - 3y - 6 = 0$

d) $2x + 3y + 6 = 0$

13) Hallar la ecuación de la recta con pendiente -2 y que pasa por el punto $(0,-1)$.

a) $2x + y - 1 = 0$

b) $2x - y + 1 = 0$

c) $2x - y - 1 = 0$

d) $2x + y + 1 = 0$

14) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (-3, -8) y tiene una pendiente igual a 1.

a) $x - y - 5 = 0$

b) $x - y + 5 = 0$

c) $x + y + 5 = 0$

d) $x + y - 5 = 0$

15) Dada la recta $-2x + 5y - 20 = 0$, determinar los puntos donde cruza el eje x y y respectivamente

a) $(-10, 0)$ y $(0,4)$

b) $(10, 0)$ y $(0, -4)$

c) $(4, 0)$ y $(0, -10)$

d) $(-4, 0)$ y $(0,10)$

16) Identificar la ecuación de la recta cuya pendiente es $\frac{3}{2}$ y pasa por el punto $(-3, 2)$.

a) $3x - 2y - 13 = 0$

b) $3x - 2y + 13 = 0$

c) $-3x + 2y + 13 = 0$

d) $-3x - 2y + 13 = 0$

17) Identificar la ecuación de la circunferencia centrada en el origen y cuyo radio es igual a la raíz cuadrada de dos

a) $x^2+y^2=2$

b) $x^2+y^2=\sqrt{2}$

c) $(x-1)^2+(x-1)^2=2$

d) $(x-1)^2+(x-1)^2=\sqrt{2}$

18) ¿Cuál es el centro de la circunferencia $x^2-4x+y^2-6y+12=0$?

a) $C(1,1)$

b) $C(2,3)$

c) $C(-1,-1)$

d) $C(-2,-3)$

19) La parábola $3x^2 - y = 0$ abre hacia:

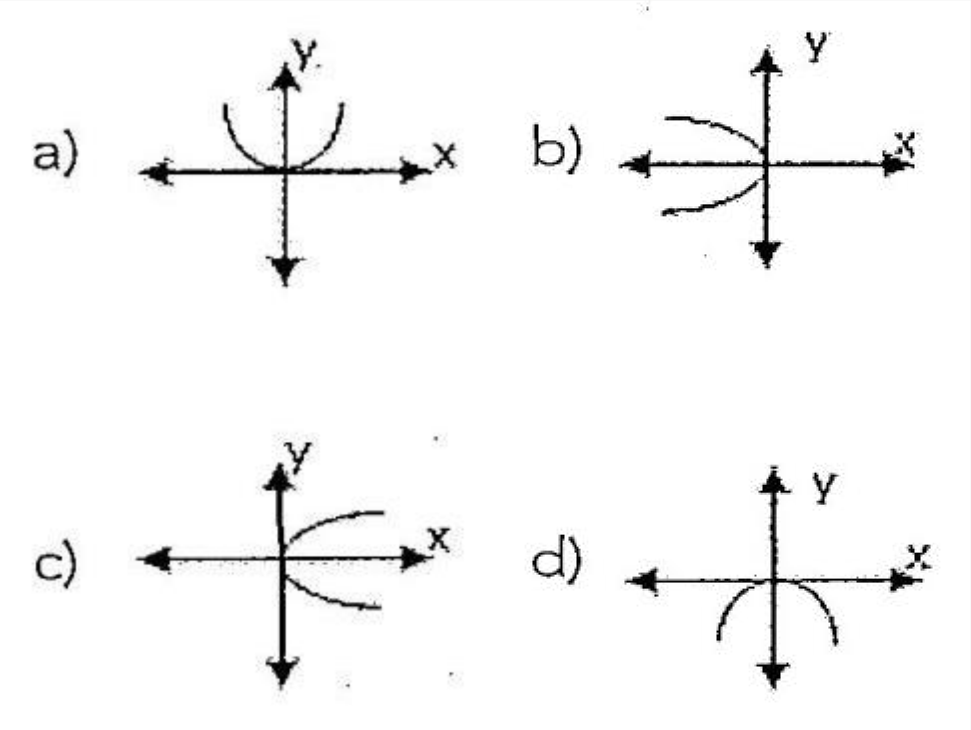
a) Abajo

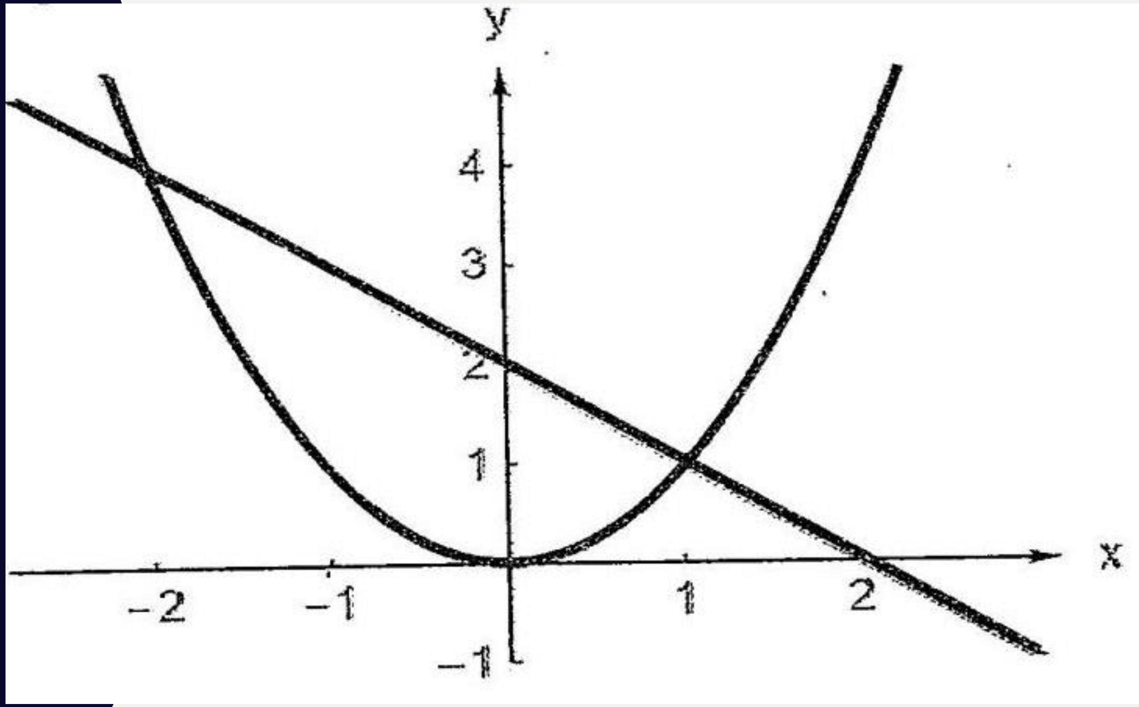
b) Arriba

c) Derecha

d) Izquierda

20) Identificar cuál de las siguientes curvas representa a la parábola $y^2 = 4px$





21) Identificar el sistema de ecuaciones por las características de la línea recta y de la parábola que esta representadas en la siguiente figura.

a) $\begin{aligned} x^2 - y &= 0 \\ x + y - 2 &= 0 \end{aligned}$

c) $\begin{aligned} x^2 - y &= 0 \\ x + y + 2 &= 0 \end{aligned}$

b) $\begin{aligned} x^2 + y &= 0 \\ x + y - 2 &= 0 \end{aligned}$

d) $\begin{aligned} x^2 + y &= 0 \\ x - y - 2 &= 0 \end{aligned}$

22) Teniendo los siguientes datos, determinar la ecuación de la elipse. $C(0,0), F(2,0)$ y $V(3,0)$.

a) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1$

b) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$

c) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

d) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{9} = 1$

23) Dada la ecuación ordinaria de la elipse,

$$\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{25} = 1$$

determinar las coordenadas de los vértices y focos

	$V1$	$V2$	$F1$	$F2$
a)	(1,6)	(1,-4)	(1,-2)	(1,4)
b)	(1,-6)	(1,4)	(1,2)	(1,-4)
c)	(-1,6)	(-1,-4)	(-1,-2)	(-1,4)
d)	(1,4)	(1,-6)	(1,2)	(1,-4)

24) Determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de la siguiente hipérbola.

$$\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{81} = 1$$

	$V1$	$V2$	$F1$	$F2$	e
a)	(0,12)	(0,-12)	(0,15)	(0,-15)	4/5
b)	(12,0)	(-12,0)	(15,0)	(-15,0)	5/4
c)	(-12,0)	(12,0)	(-15,0)	(15,0)	4/5
d)	(15,0)	(-15,0)	(12,0)	(-12,0)	5/4

25) Determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de la siguiente hipérbola.

$$\frac{y^2}{144} - \frac{x^2}{25} = 1$$

	$V1$	$V2$	$F1$	$F2$	e
a)	(0,12)	(0,-12)	(0,13)	(0,-13)	13/12
b)	(-13,0)	(0,13)	(0,12)	(0,-12)	13/12
c)	(13,0)	(-13,0)	(12,0)	(-12,0)	12/13
d)	(12,0)	(-12,0)	(13,0)	(-13,0)	13/12

26) Determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de la siguiente hipérbola.

$$2x^2 - 3y^2 = 30$$

	$V1$	$V2$	$F1$	$F2$	e
a)	$(0, -\sqrt{15})$	$(0, \sqrt{15})$	$(-5,0)$	$(5,0)$	$\frac{\sqrt{15}}{5}$
b)	$(0, \sqrt{15})$	$(0, -\sqrt{15})$	$(0,5)$	$(0, -5)$	$\frac{\sqrt{15}}{3}$
c)	$(\sqrt{15}, 0)$	$(-\sqrt{15}, 0)$	$(5,0)$	$(-5,0)$	$\frac{5}{\sqrt{15}}$
d)	$(\sqrt{15}, 0)$	$(-\sqrt{15}, 0)$	$(5,0)$	$(-5,0)$	$\frac{\sqrt{3}}{15}$

27) Determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de la siguiente hipérbola.

$$9y^2 - 16x^2 = 1296$$

	$V1$	$V2$	$F1$	$F2$	e
a)	(0,12)	(0,-12)	(0,15)	(0,-15)	$\frac{5}{4}$
b)	(0,12)	(0,-12)	(0,15)	(0,-15)	$\frac{4}{5}$
c)	(12,0)	(-12,0)	(15,0)	(-15,0)	$\frac{5}{4}$
d)	(0,12)	(0,-12)	(15,0)	(-15,0)	$\frac{4}{5}$

RESPUESTAS

1. b
2. b
3. d
4. d
5. b
6. d
7. b
8. d
9. a
10. c
11. a
12. c
13. d
14. a
15. a
16. b
17. a
18. b
19. b
20. c
21. a
22. c
23. d
24. b
25. a
26. c
27. a

LINKS PARA TEST EN LINEA

- Exponenciación

Leyes de los exponentes

✓ https://www.educaplay.com/es/recursoseducativos/1449041/leyes_de_los_exponentes

✓ http://biblioteca.itson.mx/oa/dip_ago/leyes_exponentes/index.htm

✓ http://www.daypo.com/test-leyes-exponentes.html

✓ https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/exponents-radicals?t=practice&e=positive_and_zero_exponents

- Números complejos

✓ https://www.daypo.com/numeros-complejos.html#test

✓ https://matematicasbachiller.com/test/1-bachillerato/matematicas-de-primero-de-bachillerato/12-numeros-complejos

✓ https://es.educaplay.com/recursos-educativos/668213-test_numeros_imaginarios.html

- Ecuación de la recta y secciones cónicas

Línea recta

✓ http://geometriadinamica.org/examinteractivo/Examen%20Interactivo%20la%20recta.htm

✓ http://www.disfrutalasmatematicas.com/quiz/ecuaciones-lineales-test.html

Circunferencia

✓ http://circulencia.blogspot.mx/p/evaluacion-test.html

✓ http://cibertest.com/examen-online/819/circunferencia-y-circulo

Parábola

✓ http://www.daypo.com/test-matematicas-parabola.html

✓ http://www.daypo.com/test-parabola-ecuaciones.html

✓ https://www.educaplay.com/es/recursoseducativos/2532714/ecuacion_standart_de_parabola.htm

Elipse

- ✓ https://cibertest.com/examen-online/217/elipse
- ✓ https://cibertest.com/examen-online/525/elementos-de-la-elipse
- ✓ https://www.daypo.com/test-conceptos-elipse.html

Hipérbola

- ✓ https://www.daypo.com/test-matematicas-hiperbola.html
- ✓ http://www.dmae.upct.es/~pepemar/conicas/hiperbola/autoevahip.htm

Secciones cónicas

- ✓ http://www.ehu.eus/olatzgz/curso%20cero/Geometria/test_conicas.html
- ✓ http://www.daypo.com/test-secciones-conica.html
- ✓ http://www.unizar.es/aragon_tres/u5contest.htm
- ✓ https://www.educaplay.com/es/recursoseducativos/1728681/test_de_secciones_conicas.htm

REFERENCIAS

ALGEBRA

- Baldor, J.A. Álgebra. 2da Edición.
- Humberto Cárdenas, Emilio Lluis, Francisco Raggi, Francisco Tomás. Álgebra superior. Ed. Trillas, México, 1990.

GEOMETRÍA ANALÍTICA

- Wexler Charles, Montaner y Simon. Geometría Analítica, 1968.
- Lehmann Charles H. Geometría Analítica, Ed. Limusa, México, 1989.