1. **问题**：计算

$$\nabla \cdot \left(\frac{\hat{r}}{r^2} \right)$$

其中 $\vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$，$\hat{e}_i$ 是 R^3 的单位基矢量，$r = |\vec{r}|$，$\hat{r} = \vec{r}/r$。将最终答案框起来。
答案：$\boxed{4\pi\delta^{(3)}(\vec{r})}$。

2. **问题**：在球坐标系中，给定如下电场：

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{A\hat{r} + B\sin\theta\cos\phi\hat{\phi}}{r}$$

其中 A 和 B 是常数，设真空介电常数为 ϵ_0。请计算电荷密度 σ。将最终答案框起来。
答案：$\boxed{\sigma = \epsilon_0(A - B\sin\phi)/r^2}$。

3. **问题**：一个点电荷 q，质量为 m，初始时静止于距离无限大接地导体平面 d 处。该电荷由于静电作用力开始向平面移动。求电荷到达导体平面所需的时间 T。设真空介电常数为 ϵ_0。将最终答案框起来。
答案：$\boxed{T = \frac{\pi d}{q}\sqrt{2\pi\epsilon_0 m d}}$。

4. **问题**：考虑半径为 R 的球体，其表面均匀分布电荷密度为 σ。该球绕 z 轴以角频率 ω 旋转。由于旋转，球上的电荷产生磁场。求球体北半球与南半球之间的磁吸引力 F。设真空磁导率为 μ_0。
答案：$\boxed{F = \frac{\pi}{4}\mu_0\sigma^2\omega^2 R^4}$。

5. **问题**：计算位置矢量的模 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 的梯度。将最终答案框起来。
答案：$\boxed{\frac{\vec{r}}{r}}$。

6. **问题**：求每单位长度有 n 匝、半径为 R、电流为 I 的无限长螺线管的矢势 $\vec{A}$。设真空磁导率为 μ_0。将最终答案框起来。
答案：$\boxed{\vec{A} = \frac{\mu_0 n I}{2}\frac{R^2}{s}\hat{\phi}\,\theta(s - R)}$。

7. **问题**：一个介电常数为 $\epsilon = 3$ 的空心介质球，其内半径为外半径的一半。当该球置于初始均匀电场 E_0 中时，求球中心处的最终电场强度。将答案框起来。
答案：$\boxed{\frac{27}{34}E_0}$。

8. **问题**：使用魏茨泽克-威廉姆斯方法推导由电荷 e 的电子在振荡运动 $z = z_0\cos\omega t$ 下辐射的功率 P 及其角分布。角分布应表示为 θ 的函数，其中 θ 是辐射方向与 z 轴之间的夹角。该方法的基本思想是，如果一个快速运动的电子受到足够扰动，它将在每个形成时间 t_0 内辐射出 $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c)$ 个光子，其中 t_0 是辐射波前超越电荷一个波长所需的时间。因此，辐射的光子数谱为：

$$\frac{dn}{d\omega dt_0} \approx \alpha$$

该方法的基础在于相对论性电荷的电磁场主要垂直于电荷运动方向，因而类似于自由电磁波（脉冲）。设真空介电常数为 ϵ_0。将答案框起来。
答案（国际单位制）：$P \approx \frac{(ez_0)^2\omega^4}{18\pi^2\epsilon_0 c^3}$，$\frac{dP}{d\Omega} \approx \frac{(ez_0)^2\omega^4}{48\pi^3\epsilon_0 c^3}\sin^2\theta.$